مجلة المفيد في الرياضيات

لتلاميذ الثانية ثانوي شعب علمية

MATH

الاحتمـــالات

ملخص الدرس

10 تمارين محلولة

للأستاذ بلجودي حمو

ملخـــــص الدرس

خـــــــــواص

الخاصية	الحوادث
$0 \le p(A) \le 1$	A حادثة كيفية
$p(E)=1$ ؛ $p(\phi)=0$	الحادثتان الأكيدة ، المستحيلة
$p(A \cup B)=p(A)+p(B)$	A ، B غير متلائمتين
$p(\overline{A})=1-p(A)$	$\overline{A}$ الحادثة العكسية للحادثة A
$p(A \cup B)=p(A)+p(B)-p(A \cap B)$	A ، B كيفيتان

تجربة عشوائية:

نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها رغم معرفة مجموعة النتائج الممكنة

مجموعة الإمكانيات :

مجموعة الإمكانيات(المخارج) هي مجموعة جميع النتائج الممكنة لتجربة العشوائية ونرمز لها بالرمز E أو Ω ويسمى كل عنصر منها بالإمكانية (مخرج)

الحادثة:

نسمي كل جزء A من E بالحادثة

لتكن A ، B حادثتين كيفيتين

الحادثة A و B هي الحادثة تشمل جميع العناصر المشتركة بين A و B ونرمز لها بالرمز $A \cap B$

الحادثة: A أو B هي الحادثة تشمل عناصر A أو عناصر B ونرمز لها بالرمز $A \cup B$

إذا كان $A \cap B = \phi$ نقول عن الحادثتين A ، B غير المتلائمتين

تعريف قانون الإحتمال

لتكن E مجموعة المخارج لتجربة عشوائية ذات n عنصرا أي $E=\{x_1, x_2, ..., x_n\}$

نعرف قانون احتمال على E بإرفاق كل حادثة اولية $\{x_i\}$ بعدد موجب p_i حيث $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

$\{x_i\}$	$\{x_1\}$	$\{x_2\}$	.....	$\{x_n\}$
p_i	p_1	p_2	.....	p_1

تعريف تساوي الإحتمال:

نقول عن تجربة عشوائية أنها متساوية الاحتمال اذا كان لكل الحوادث الأولية نفس الاحتمال نقول قانون الاحتمال متساوي التوزيع أي (من أجل كل i : $p(\{x_i\}) = p_i = \frac{1}{n}$)

نتيجة: في حالة تساوي احتمال فإنه من أجل كل حادثة A : $p(A) = \frac{\text{عدد عناصر } A}{\text{عدد عناصر } E}$

الأمل الرياضياتي ؛ التباين والانحراف المعياري لمتغير عشوائي

الأمل الرياضياتي لقانون الاحتمال لمتغير عشوائي X هو: $E(X) = \sum_{i=1}^{n} p_i x_i$

التباين لقانون الاحتمال لمتغير عشوائي X هو: $Var(X) = \sum_{i=1}^{r} p_i (x_i - E(X))^2$

الانحراف المعياري لقانون الاحتمال لمتغير عشوائي X هو: $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)}$

تمـــــاريـــــن محلولـــــة

التمرين -1-

يحتوي كيس على 10 كرات متماثلة مرقمة من 1 إلى 10،نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس و نسجل رقمها .

1.عين Ω مجموعة الامكانيات .

2.احسب احتمال الحوادث: A " ظهور رقم زوجي " B " ظهور رقم مضاعف لـ 3 "

C " ظهور رقم أصغر تماما من 11 " D " ظهور رقم سالب " E " ظهور رقم أكبر تماما من 9 "

9.احسب احتمال الحادثة $\overline{A}$ بطريقتين .

10.احسب احتمال الحادثة $A\cap B$ ، ثم استنتج احتمال الحادثة $A\cup B$.

11.احسب احتمال الحادثة $B\cap E$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للحادثتين B و E ،استنتج احتمال الحادثة $B\cup E$.

التمرين -2-

يحتوي صندوق 6 كريات لا نميز بينها عند اللمس ثلاثة منها تحمل الرقم 1 و كريتان تحملان الرقم 2 و كرية تحمل الرقم3 ، نسحب كرية واحدة عشوائيا

1.عين E مجموعة المخارج.

2.عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة .

3.احسب احتمال الحادثة A : " الحصول على رقم فردي " .

التمرين -3-

1. A ، B حادثتان حيث $p(A)=0.3$ ، $p(A\cup B)=0.7$ ، $p(A\cap B)=0.2$ ، احسب $p(B)$.

2. A ، B حادثتان ، $p(A)=0.45$ ، $p(B)=0.37$ ، $p(A\cup B)=0.82$ ، احسب $p(A\cap B)$.

3. A ، B حادثتان غير متلائمتان ، $p(A)=0.55$ ، $p(B)=0.31$ ، احسب $p(A\cup B)$.

التمرين -4-

1.نرمي قطعة نقود متوازنة تحمل الوجهين p و F.

أ.عين E مجموعة المخارج.

ب. عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة .

2. نرمي القطعة مرتين .

أ.عين E مجموعة المخارج.

ب. عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة .

3.قطعة نقود مزيفة بحيث عند رميها يكون احتمال ظهور الوجه الذي يحمل الحرف A ضعف احتمال ظهور الوجه الآخر و الذي يحمل الحرف B .

أ.أحسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(\overline{A})$ ، $P(A\cap B)$.

ب.نفرض أن ظهور الوجه A يعطى ربح 100 دج و ظهور الوجه B يعطي خسارة 50 دج ، ليكن X المتغير العشوائي الذي يأخذ قيم الربح أو الخسارة

-أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X -أحسب الأمل الرياضياتي و التباين و الانحراف المعياري للمتغير X

التمرين -5-

.ليكن قانون احتمال المتغير العشوائي X التالي :

X_i	1	2	3
P_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{\alpha}{2}$	2α

1.عين قيمة α .

2.احسب $p(X^2-1=0)$

التمرين -6-

كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس .

1. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة .

2.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرة حمراء " .

3.نقترح اللعبة التالية : ويسحب لاعب كرة ، إذا سحب كرة سوداء يتحصل على $50(DA)$

و إذا سحب كرة حمراء يخسر $30(DA)$ و نعتبر X متغير عشوائي يمثل مقدار الربح أو الخسارة .

أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، هل اللعبة في صالح اللاعب ؟

التمرين -7-

كيس غير شفاف به 5 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 2 حمراء .

نسحب عشوائيا كرتين **في آن واحد** من الكيس .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

ب.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .

ج.احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون ".

د.احسب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" .

2.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .

أ.عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X

ج. أحسب التباين $Var(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

التمرين -8-

كيس غير شفاف به 5 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 2 حمراء .

نسحب عشوائيا كرتين **على التوالي بإرجاع** من الكيس .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

ب.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين حمراوين " .

ج.احسب احتمال الحادثة B : "الكرة المسحوبة الثانية فقط حمراء ".

د.احسب احتمال الحادثة C : الكرة المسحوبة الثانية حمراء " .

التمرين -9-

كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء .

نسحب عشوائيا كرتين **على التوالي دون ارجاع** من الكيس .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

ب.احسب احتمال الحادثة A "" من بين الكرتين المسحوبتين ، واحدة فقط حمراء " .

2.نقترح اللعبة التالية : يدفع اللاعب $\alpha(DA)$ حيث α عدد طبيعي معطى ويسحب كرتين ، إذا سحب كرتين سوداوين يتحصل على $100(DA)$ و إذا سحب كرتين مختلفتين في اللون يتحصل على $50(DA)$ و إذا سحب كرتين حمراوين يخسر ما دفعه. و ليكن X المتغير العشوائي الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب بدلالة α

أ.برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{100-\alpha, 50-\alpha, -\alpha\}$ ،ثم عرف قانون احتماله .

ب.أثبت أن الأمل الرياضياتي لـ X هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.ثم أوجد أكبر قيمة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

التمرين -10-

كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء تحمل الرقم 1 و أربع حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 .

نسحب عشوائيا من الكيس كرتين على التوالي دون ارجاع .

نرمز بـ N_1 للكرة السوداء المرقمة بـ 1 و بـ R_1 للكرة الحمراء المرقمة بالرقم 1 و بـ R_2 للحمراء المرقمة بالرقم 2 .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة .

2. نعتبر A "حادثة سحب كرتين حمراوين " و الحادثة B : "سحب كرتين تحمل كل منهما الرقم 1 ".

أحسب : $p(A)$ و $p(B)$ و $p(A\cap B)$ ثم استنتج $p(A\cup B)$.

3.نسمي X المتغير العشوائي المساوي لمجموع الرقمين الظاهرين . أ.أوجد قانون احتمال المتغير العشوائي X

الحـــلـــــــــــول

حل التمرين -1-

1.عين Ω مجموعة الامكانيات . $\Omega=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

2.احسب احتمال الحوادث:

A " ظهور رقم زوجي " : $A=\{2;4;6;8;10\}$ ، $P(A)=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$

B " ظهور رقم مضاعف لـ 3 " : $B=\{3;6;9\}$ ، $P(B)=\frac{3}{10}$.

C " ظهور رقم أصغر تماما من 11 " : $C=\Omega$ ، $P(C)=1$ ، C هي حادثة أكيدة .

D " ظهور رقم سالب " : $D=\varnothing$ ، $P(D)=0$ ، D هي حادثة مستحيلة .

E " ظهور رقم أكبر تماما من 9 " : $E=\{10\}$ ، $P(E)=\frac{1}{10}$ ، D هي حادثة أولية .

9.احسب احتمال الحادثة $\overline{A}$ بطريقتين .

طريقة 1 : $\overline{A}=\{1;3;5;7;9\}$ ، $P(\overline{A})=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ ، $\overline{A}$ هي الحادثة العكسية للحادثة A .

طريقة 1 : $P(\overline{A})=1-P(A)=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

10.احسب احتمال الحادثة $A\cap B$ ،

$A\cap B=\{6\}$ ، $P(A\cap B)=\frac{1}{10}$

ثم استنتج احتمال الحادثة $A\cup B$.

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{5}{10}+\frac{3}{10}-\frac{1}{10}=\frac{7}{10}$$

11.احسب احتمال الحادثة $B\cap E$ ،

$B\cap E=\varnothing$ ، $P(B\cap E)=0$

ماذا تستنتج بالنسبة للحادثتين B و E : غير متلائمان .

استنتج احتمال الحادثة $B\cup E$. $P(B\cup E)=P(B)+P(E)=\frac{3}{10}+\frac{1}{10}=\frac{2}{5}$

حل التمرين -2-

1.عين E مجموعة المخارج. $E=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10\}$

2.عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة . معرف بالشكل:

$\{x_i\}$	$\{1\}$	$\{2\}$	$\{3\}$
p_i	**1/2**	**1/3**	**1/6**

3.احسب احتمال الحادثة A : " الحصول على رقم فردي " $A=\{1,3\}$ ، $p(A)=p\{1\}+p\{3\}=\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

حل التمرين -3-

1. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ و منه $P(B)=P(A\cup B)-P(A)+P(A\cap B)=0.7-0.3+0.2=0.6$
2. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ و منه $P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)=0.45+0.37-0.82=0$
3. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ و منه $P(A\cup B)=0.55+0.31=0.86$.

حل التمرين -4-

1.أ.عين E **مجموعة المخارج.** $E=\{P;F\}$

ب. عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة .

معرف بالشكل:

$\{x_i\}$	$\{P\}$	$\{F\}$
p_i	**1/2**	**1/2**

2. أ.عين E **مجموعة المخارج.** $E=\{PP;PF;FP;FF\}$

ب. عرف قانون الاحتمال لهذه التجربة.

معرف بالشكل:

$\{x_i\}$	$\{PP\}$	$\{PF\}$	$\{FP\}$	$\{FF\}$
p_i	**1/4**	**1/4**	**1/4**	**1/4**

3. أ.أحسب الاحتمالات التالية : $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(\overline{A})$ ، $P(A\cap B)$

$P(A)=2P(B)$ و $P(A)+P(B)=1$

$P(A)=2P(B)$ و منه $3P(B)=1$ و منه: $P(B)=\frac{1}{3}$

$P(A)+P(B)=1$ و $P(A)=\frac{2}{3}$ ، $P(\overline{A})=1-P(A)=\frac{1}{3}$ ، $P(A\cap B)=0$

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$ معناه $1=\frac{1}{3}+\frac{2}{3}-P(A\cap B)$ ومنه:

ب.قانون احتمال للمتغير العشوائي :

X	100	-50
$P(X)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$E(X)=100\times\frac{2}{3}+(-50\times\frac{1}{3})=50$

$V(X)=\frac{2}{3}(100-50)^2+\frac{1}{3}(-50-50)^2=5000$

$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=70.7$

حل التمرين -5-

1.عين قيمة α **.**

$\frac{1}{2}+\frac{\alpha}{2}+2\alpha=1$ و منه $1+\alpha+4\alpha=2$ و منه $5\alpha=1$ و منه $\alpha=\frac{1}{5}$

X_i	1	2	3
P_i	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$

2.احسب $p(X^2-1=0)$

$X^2-1=0$ معناه $X=1$ أو $X=-1$ مرفوض . اذن : $p(X^2-1=0)=p(X=1)=\frac{1}{2}$

حل التمرين -6-

1. حدد Ω **مجموعة الامكانيات .** $\Omega=\{N;R\}$

2.احسب احتمال الحادثة A **"سحب كرة حمراء " .** $p(A)=\frac{4}{7}$

3.أ. عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

X_i	50	-30
P_i	$\frac{3}{7}$	$\frac{4}{7}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X ، هل اللعبة في صالح اللاعب ؟

$E(X)=50\times\frac{3}{7}+(-30\times\frac{4}{7})=\frac{30}{7}$ ، اللعبة في صالح اللاعب لأن $E(X)\succ 0$

حل التمرين -7-

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

	N	N	N	R	R
N		NN	NN	NR	NR
N			NN	NR	NR
N				NR	NR
R					RR
R					

ب.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين مختلفتين في اللون" .

$A=\{NR\}$ ، $p(A)=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

ج.احسب احتمال الحادثة B : "سحب كرتين من نفس اللون ".

$B=\{NN;RR\}$ ، $p(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$

د.احسب احتمال الحادثة C : "الحصول على كرة سوداء على الأقل" .

$C=\{NR;NN\}$ ، $p(A)=\frac{9}{10}$

2.ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المتحصل عليها .

	N	N	N	R	R
N		0	0	1	1
N			0	1	1
N				1	1
R					2
R					

أ.عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي .

X_i	0	1	2
P_i	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$	$\frac{1}{10}$

ب. أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ للمتغير العشوائي X

$E(X)=0\times\frac{3}{10}+1\times\frac{6}{10}+2\times\frac{1}{10}=\frac{4}{5}$

ج. أحسب التباين $Var(X)$ و الانحراف المعياري $\sigma(X)$ للمتغير العشوائي X

$V(X)=\left(0-\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{3}{10}+\left(1-\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{6}{10}+\left(2-\frac{4}{5}\right)^2\times\frac{1}{10}=\frac{53}{250}$ $\quad\sigma(X)=\sqrt{\frac{53}{250}}$

حل التمرين -8-

أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

1 \ 2	N	N	N	R	R
N	NN	NN	NN	NR	NR
N	NN	NN	NN	NR	NR
N	NN	NN	NN	NR	NR
R	RN	RN	RN	RR	RR
R	RN	RN	RN	RR	RR

ب.احسب احتمال الحادثة A "سحب كرتين حمراوين " .

$$A=\{RR\} \quad ، \quad p(A)=\frac{4}{25}$$

ج.احسب احتمال الحادثة B : "الكرة المسحوبة الثانية فقط حمراء ".

$$B=\{NR\} \quad ، \quad p(B)=\frac{6}{25}$$

د.احسب احتمال الحادثة C : الكرة المسحوبة الثانية حمراء " .

$$C=\{NR;RR\} \quad ، \quad p(C)=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$$

حل التمرين -9-

كيس غير شفاف به 7 كريات متماثلة ، منها 3 سوداء و 4 حمراء .
نسحب عشوائيا كرتين **على التوالي دون ارجاع** من الكيس .

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة ثم حدد عدد الامكانيات .

	R	R	R	R	N	N	N
R		R R	R R	R R	R N	R N	R N
R	R R		R R	R R	R N	R N	R N
R	R R	R R		R R	R N	R N	R N
R	R R	R R	R R		R N	R N	R N
N	N R	N R	N R	N R		N N	N N
N	N R	N R	N R	N R	N N		N N
N	N R	N R	N R	N R	N N	N N	

ب.احسب احتمال الحادثة A "" من بين الكرتين المسحوبتين ، واحدة فقط حمراء " .

$$A=\{NR;RN\} \quad ، \quad p(A)=\frac{24}{42}=\frac{4}{7}$$

أ.برر أن قيم المتغير العشوائي X هي $\{100-\alpha,50-\alpha,-\alpha\}$ ،ثم عرف قانون احتماله .

سحب كرتين سوداوين يحصل على $100DA$ ودفع في بداية اللعبة aDA ومنه $X=100-\alpha$
سحب كرتين مختلفتين يحصل $50DA$ ودفع في بداية اللعبة aDA ومنه $X=50-\alpha$
سحب كرتين حمراوين يخسر ما دفعه أي $X=-\alpha$

قانون احتمال X :

X_i	$100-\alpha$	$50-\alpha$	$-\alpha$
P_i	$\frac{1}{7}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$

ب.أثبت أن الأمل الرياضياتي لـ X هو : $E(X)=-\alpha+\frac{300}{7}$.

$$E(X)=(100-\alpha)\left(\frac{1}{7}\right)+(50-\alpha)\left(\frac{4}{7}\right)+(-\alpha)\left(\frac{2}{7}\right)=\frac{100-\alpha+200-4\alpha-2\alpha}{7}=\frac{300-7\alpha}{7}=-\alpha+\frac{300}{7}$$

ثم أوجد أكبر قيمة لـ α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب .

اللعبة في صالح اللاعب إذا كان: $E(X)\succ 0$ تعني $-\alpha+\frac{300}{7}\succ 0$ ومنه $\alpha\prec\frac{300}{7}$ ومنه $\alpha\prec 42,85$.
ومنه أكبر قيمة للعدد α حتى تكون اللعبة في صالح اللاعب هي : $\alpha=42$.

حل التمرين -10-

1.أ. شكل جدول الامكانيات الموافق لهذه التجربة.

	R1	R1	R2	R2	N1	N1	N1
R1		R1 R1	R1 R2	R1 R2	R1 N1	R1 N1	R1 N1
R1	R1 R1		R1 R2	R1 R2	R1 N1	R1 N1	R1 N1
R2	R2 R1	R2 R1		R2 R2	R2 N1	R2 N1	R2 N1
R2	R2 R1	R2 R1	R2 R2		R2 N1	R2 N1	R2 N1
N1	N1 R1	N1 R1	N1 R2	N1 R2		N1 N1	N1 N1
N1	N1 R1	N1 R1	N1 R2	N1 R2	N1 N1		N1 N1
N1	N1 R1	N1 R1	N1 R 2	N 1R1	N1 N1	N1 N1	

2. نعتبر A "حادثة سحب كرتين حمراوين " و الحادثة B : "سحب كرتين تحمل كل منهما الرقم 1 ".

أحسب : $p(A)$ **:**

$$A=\{R1R1;R1R2;R2R2;R2R1\} \quad ، \quad p(A)=\frac{12}{42}=\frac{2}{7}$$

أحسب $p(B)$:

$$B=\{R1R1;R1N1;N1R1;N1N1\} \quad ، \quad p(B)=\frac{20}{42}=\frac{10}{21}$$

أحسب $p(A\cap B)$:

$$A\cap B=\{R1R1\} \quad ، \quad p(A\cap B)=\frac{2}{42}=\frac{1}{22}$$

ثم استنتج $p(A\cup B)$ **.**

$$p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)=\frac{2}{7}+\frac{10}{21}-\frac{1}{22}=\frac{331}{462}$$

3.نسمي X **المتغير العشوائي المساوي لمجموع الرقمين الظاهرين .**

	R1	R1	R2	R2	N1	N1	N1
R1		2	3	3	2	2	2
R1	2		3	3	2	2	2
R2	3	3		4	3	3	3
R2	3	3	4		3	3	3
N1	2	2	3	3		2	2
N1	2	2	3	3	2		2
N1	2	2	3	3	2	2	

أ. قانون احتمال المتغير العشوائي X

X_i	2	3	4
P_i	$\frac{20}{42}=\frac{10}{21}$	$\frac{20}{42}=\frac{10}{21}$	$\frac{2}{42}=\frac{1}{21}$

وفقكـــــــــم الله
دعواتكـــــــم