الجمهوريّة الجزائريّة الدّيمقراطيّة الشّعبيّة
وزارة التّربية الوطنيّة

دليل الأستاذ في الرّياضيّات

السّنة الرابعة من التّعليم المتوسّط

الإشراف التربوي
سعدي بشير

التنسيق البيداغوجي
بلعباس مصطفى

المؤلّفون

شرابطة بلقاسم	مفتّش التّربية الوطنيّة
رابح بنّاني	مفتّش التّربية والتّكوين
موسعي بوزيد	مفتّش التعليم المتوسط
بزاز البخاري	مفتّش التعليم المتوسط
فرحان إبراهيم	مفتّش التعليم المتوسط
إبجعودان أحسن	أستاذ التعليم الثانوي مكوِّن

منشورات الشهاب

مسؤول المشروع : خوجة الجلد سيد علي

مسؤولة فنية : سي عبد الرحمان ناصرية

الفريق التقني : لعـراب عبد الكريم / خميسي مهدي / زواتي محمد أمين

ردمك : 978-9947-39-351-2

الإيداع القانوني : السداسي الثاني، 2019.

منشورات الشهاب، 10 نهج إبراهيم غرافة باب الواد - الجزائر 16009

site : www.chihab.com / e-mail : chihab.edition@gmail.com

أنجز طبعه على مطابع Chihab Print - باتنة - الجزائر

مقدمة

أعدّ هذا الدليل ليكون سندا بيداغوجيا وتعليميا للأستاذ في تدريسه لمنهاج السنة الرابعة من التعليم المتوسط في مادة الرياضيات الذي بدأ تطبيقه مع مطلع السنة الدراسية 2020/2019. فهو يحدّد الكفاءات التي يستهدفها كل باب من أبوابه والتعلّمات المقصودة فيه ويقدّم نظرة شاملة لمضامينه. كما يقترح كيفية لتناول مضامين كل باب في القسم من خلال تقديم تحليل مسبق لكل نشاط تمهيدي. يتضمن هذا التحليل أساسا الهدف أو الأهداف من النشاط والصعوبات المتوقع أن يصادفها التلميذ عند إنجازه لهذا النشاط والإجراءات التي من المحتمل أن يتبعها، إضافة إلى المعرفة المراد التأسيس لها وشرعنتها. كما يقدم إرشادات وحلول مختصرة لتمارين مختارة وردت في فقرتي أوظّف تعلّماتي وأتعمّق وتوجيهات بخصوص فقرتي أدمج تعلّماتي وأوظّف تكنولوجيات الإعلام والاتصال.
وللتوضيح أكثر نذكر أنّ هيكلة كل باب من أبواب الكتاب جاءت كما يلي :

1 - تقديم الباب.

2 - أستعد.

3 - أنشطة.

4 - معارف.

5 - طرائق.

6 - أوظّف تعلّماتي.

7 - أوكد تعلّماتي.

8 - أتعمق.

9 - أدمج تعلّماتي.

10 - أوظّف تكنولوجيات الإعلام الاتصال.

وفي النهاية فإنّ هذا الدليل يزود الأستاذ بمجموعة من الأدوات البيداغوجية والتعليمية تساعده على التخطيط والتحضير المسبق لتدريسه بما يتماشى والسيرورة التي تبناها المنهاج الرسمي والموضحة في الوثيقة المرافقة له والمجسدة في المخططات السنوية لبناء التعلّمات.

المؤلفون

الفهرس

مقدمة

I - هيكلة كتاب التلميذ للسنة الرابعة متوسط

II - الرياضيات في مرحلة التعليم المتوسط.

III - منهاج الرياضيات للسنة الرابعة من التعليم المتوسط.

IV- تقديم الميادين.

V - مخطط التعلّمات السنوي.

VI - المقاطع التعلمية.

VII - ممارسات القسم.

VIII - **الأنشطة العددية**

1 - الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة.

2 - الحساب على الجذور.

3 - الحساب الحرفي.

4 - المعادلات والمتراجحات.

5 - جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

IX - الدوال وتنظيم معطيات

6 - الدالة الخطية والتناسبية.

7 - الدالة التآلفية.

8 - الإحصاء.

X - الأنشطة الهندسية

9 - مبرهنة طالس – التكبير والتصغير.

10 - حساب المثلّثات.

11 - الأشعة والانسحاب.

12 - المعالم.

13 - الدوران – المضلعات المنتظمة – الزوايا.

14 - الهندسة في الفضاء.

I - هيكلة الكتاب

1 - تقديم الباب	- ذكر التّعلّمات المستهدفة. - صورة مجسِّدة للموضوع. - نبذة تاريخية عن الموضوع أو علاقته بالواقع. - مشكلة متعلّقة بالموضوع (تحدّي)
2 - أستعد	تتضمن بعض المكتسبات التي لها صلة بالموضوع يهدف تناولها إلى استحضارها وتشخيصها.
3 - أنشطة	وضعيات تعلّمية مختارة ومحفّزة للانطلاق في إرساء: - موارد معرفية ومنهجية (مفاهيم جديدة، إجراءات، تقنيات، ...) - التدرّب على البحث، التبليغ والتبرير إرساء قيم و/أو مواقف.
4 - معارف	تقديم الموارد المستهدفة في المنهاج (معارف، طرائق): تعابير، خواص، قواعد مجسّدة بأمثلة وأمثلة مضادة.
5 - طرائق	
6 - أوظّف تعلّماتي	تمارين متنوّعة للتطبيق أو التحويل قصد ممارسة إجراءات، تقنيات حسابية، ...
7 - أؤكد تعلّماتي	روائز للتقويم الذاتي مع توجيه للمعالجة.
8 - أتعمق	تمارين ومشكلات متنوّعة للتعمّق تسمح بتوظيف التعلّمات المكتسبة في الباب (البحث، التبرير، التبليغ، ...)
9 - أدمج تعلّماتي	وضعيات مركبة لتعلّم تجنيد الموارد وممارسة الكفاءات العرضية (البحث، التبرير والتبليغ، ...) بغرض تطويرها في سياقات تسمح، في حدود الممكن، إرساء قيم ومواقف.
10 - أوظّف ت. إ. إ	نشاطات للتدرّب على استعمال التكنولوجيات الجديدة وإدماجها في تعليم وتعلّم الرياضيات.

II - الرياضيات في مرحلة التعليم المتوسط

تم بناء مناهج الرياضيات للجيل الثاني من الإصلاح لمرحلة التعليم المتوسط وفق كفاءة شاملة تندرج ضمن تصور عام لمرحلة التعليم الأساسي، فهو يرتكز أساسا على مناهج المرحلة الابتدائية ويمثل امتدادا طبيعيا لها.

تتمحور هذه المناهج، كما في مرحلة التعليم الابتدائي، على الميادين التقليدية للمادة: الأعداد والحساب، تنظيم معطيات؛ الفضاء والهندسة؛ المقادير والقياس وهي مهيكلة في الميادين الثلاثة:

أنشطة عددية

الدوال وتنظيم معطيات

أنشطة هندسية

أما ما يتعلق بميدان المقادير والقياس، فإنّ الموارد المرتبطة به تكون موزّعة بين الميادين الثلاثة السابقة وبالخصوص بين تنظيم معطيات والأنشطة الهندسية.

ينبغي أن يسمح تنفيذ هذه المناهج بتحقيق الكفاءة الشاملة للمرحلة والتي تتمثل في ثلاث كفاءات ختامية مرتبطة بميادين المادة وكفاءات عرضية أساسية للنشاط الرياضي (مثل الحساب، البحث، النمذجة، التحليل، التركيب، التمثيل، التبرير، التبليغ، ...). كما ينبغي أن تساهم المادة في إرساء قيم ومواقف في إطار التكوين العام للمتعلّم الذي يعتبر مواطن الغد.

ولتحقيق هذا الغرض، تمنح مناهج الرياضيات مكانة هامة لنشاط حلّ المشكلات سواء تلك المتعلقة بالمادة أو بالحياة اليومية أو بالمواد الأخرى. كما تدمج استعمال التكنولوجيات الجديدة (المجدولات في الحساب وبرمجيات الهندسة الديناميكية) لتثري تعلّمات المادة.

III - برنامج السنة الرابعة من التعليم المتوسط

يرتكز البرنامج على مجموعة من المبادئ، يمكن تلخيصها في النقاط التالية:

تحسين استمرارية التعلّمات،

تقديم المفهوم عند ضرورة استعماله،

تفضيل، قدر الإمكان، الجانب الأداتي لمفهوم ما، قبل تناوله كموضوع للدراسة،

ممارسة تعليم حلزوني وضمان تدرج المكتسبات،

الشروع المبكر في تدريب التلميذ على الاستدلال،

جعل التلميذ فاعلا.

يمكن تلخيص مميزات برنامج السنة الرابعة من التعليم المتوسط في النقاط التالية:

- حل مشكلات في مختلف الميادين (الأعداد والحساب، الفضاء والهندسة، الدوال وتنظيم معطيات).
- استثمار التمثيلات البيانية في التعرف على وضعيات تناسبية.
- تنظيم ومعالجة معطيات باستخدام أدوات إحصائية (التكرارات، المتوسط)

و تكنو لو جية (مجد و لا ت) .
- تنمية قدرات التلاميذ في ميادين البحث والاكتشاف والتخمين والاستدلال من خلال أدوات هندسية (تقايس مثلثات، انسحاب، ...) وأدوات تكنولوجية (الحاسبة، برمجيات الهندسة الحركية).

الأنشطة العددية

يظلّ نشاط «حلّ مشكلات»(من الرياضيات أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية) يحتلّ مكانة أساسية في مجال الأنشطة العددية حيث يسمح للتلميذ:
بممارسة الحساب العددي في أشكاله المختلفة (الحساب الذهني والحساب الأداتي والحساب المتمعن فيه) حول مختلف الأعداد (الأعداد الطبيعية والجذور والكسور والأعداد النسبية والأعداد الناطقة).
بمواصلة التدريب التدريجي على الحساب الحرفي.
بحلّ معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.
بحل جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.
يتواصل تعلّم الحساب الحرفي بتحليل ونشر عبارات جبرية، الذي شُرع فيه في السنة الثالثة، ويتوسع بإدخال المتطابقات الشهيرة.
إذا كانت تمارين التدريب حول تقنيات وخوارزميات اختزال الكسور ونشر وتحليل عبارات جبرية وحلّ معادلات تبدو ضرورية في سيرورة اكتساب هذه التقنيات والخوارزميات من طرف التلاميذ، فإنّ العمل لا يمكن أن ينحصر في ذلك ولا يكون متمحورا حول تمارين تقنية محضة، بل، ينبغي أن تُقترح على التلاميذ أنشطة حلّ مشكلات قصد توظيف هذه التقنيات والخوارزميات.
إنّ استعمال الإعلام الآلي (مجدولات، راسم منحنيات، ...) يسمح للتلاميذ بإدخال وفهم بعض خوارزميات الحساب والعمل بها. لذا، فإنّ العمل بهذه الوسيلة ولو بشكل متدرج يبقى أمرا ضروريا.

الدوال وتنظيم معطيات

يُقدّم هذا الجزء من البرنامج بالاعتماد على مكتسبات التلميذ ويحضّر الأرضية لإدخال المفاهيم اللاحقة (مفهوم الدالة عموما) مع الحرص على عدم التطرّق للأشياء النظرية مبكرا.
يقدّم هذان مفهوما الدالة الخطية والدالة التآلفية انطلاقا من وضعيات ملموسة وبارتباط وثيق مع التناسبية (تناسبية قيم المقدارين في حالة الدالة الخطية وتناسبية التزايدات في حالة الدالة التآلفية). ينبغي أن تكون هذه الوضعيات متنوعة ومن ميادين مختلفة.
ومن خلال الجزء المتعلق بالإحصاء، يسعى برنامج السنة الرابعة إلى تعويد التلميذ على استعمال التعابير الأساسية للإحصاء الوصفي والشروع في معالجة سلاسل إحصائية بسيطة.
وتبقى مساهمة الرياضيات في تكوين المواطن أحد الأغراض الرئيسية لهذا الميدان لما له من

تطبيقات في الحياة اليومية.
بالنسبة إلى التعلّمات المتعلقة بالإحصاء، يتواصل التدريب على تنظيم وتقديم في شكل جدول سلاسل إحصائية وتمثيلها وحساب التكرارات الذي يُكمّل بإدخال التكرارات المجمعة والتكرارات النسبية(التواترات) المجمعة. كما يُشرع في إدخال مؤشرات الموقع وترجمتها.

أنشطة هندسية

يتواصل العمل الذي شُرع فيه في السنة الثالثة حول المثلث بإدخال معارف جديدة (تعميم نظرية طالس وعكسها).
في المثلث القائم نتطرق إلى نسب مثلثية جديدة (الجيب والظل) ويُربطان بجيب التمام المدروس في السنة الثالثة.
تقتصر دراسة الأشعة على مفهوم الشعاع (انطلاقا من الانسحاب) وعلى الجمع الشعاعي (انطلاقا من مُركب انسحابين) وعلى مركبتي شعاع (قراءة وحساب) في معلم متعامد ومتجانس.
يُكمل العمل على التحويلات النقطية، الذي يمتد طيلة مرحلة التعليم المتوسط، بدراسة الدوران الذي سيسمح باستخلاص بعض خواص المضلعات المنتظمة.
تتواصل دراسة المجسمات، كما هو الحال في المستويات السابقة، على أساس تجريبي. يتعلق الأمر في هذه السنة بالكرة (تعريف، مساحة، حجم) وبالمقاطع المستوية للمجسمات المألوفة المدروسة سابقا. ويبقى الهدف الأساسي هو تطوير قدرات التلميذ على رؤية وتمثيل الأشياء في الفضاء.
إنّ مكتسبات التلميذ المختلفة والمتعلقة بالاستدلال والبرهان والتي شُرع في تعلّمها ابتداء من السنة الأولى، توظف باستمرار في السنة الرابعة، وذلك بمناسبة تبرير العديد من النظريات المقررة في البرنامج وحلّ مشكلات أكثر تركيبا.
يشكّل ميدان الهندسة، كما هو الحال في المستويات السابقة، فضاء هاما لتطوير قدرات التلميذ على البرهان.
إنّ استعمال الإعلام الآلي (برمجيات الهندسة الديناميكية) يمنح التلميذ الفرصة، مثلثا هو الحال في السنة الثالثة، لملاحظة الوضعيات وإجراء محاولات وتجارب تساعده على التخمين ومن ثم التحقق من صحة الفرضيات الموضوعة.

التدرب على الاستدلال

تسمح الأنشطة الهندسية، بقدر كبير، بمواصلة تنمية قدرات التلميذ على البحث واكتشاف نتائج جديدة (خواص، نظريات) ومواصلة التدرب على الاستدلال الاستنتاجي من خلال براهين مهيكلة أكثر فأكثر. ويُعد استعمال تكنولوجيات الإعلام والاتصال مناسبة تسمح للتلميذ بمعاينة ومشاهدة بعض الوضعيات وإجراء تجارب عليها تساعده على وضع تخمينات يعمل على تبريرها.

VI - تقديم ميادين المادة

1 - الأنشطة العددية

يتواصل العمل على الأعداد من خلال نشاط «حل المشكلات» بممارسة مختلف أنواع الحساب (ذهني، أداتي، متمعن فيه، ...) ومختلف الأعداد (طبيعية، عشرية، كسور، أعداد ناطقة، الجذور).

- قواسم عدد طبيعي، القاسم المشترك الأكبر، الكسور غير القابلة للاختزال.

يسمح هذا الباب بتزويد التلميذ بأداة لتحويل كسر إلى كسر غير قابل للاختزال بالاعتماد على القاسم المشترك الأكبر، علما أن اللجوء إلى الخوارزمية المدروسة غير ضروري لاختزال الكسور البسيطة.

يهدف إدخال مفهوم القاسم المشترك الأكبر بخوارزمية إقليدس إلى ربط هذا المفهوم بالقسمة الإقليدية وكذا استغلال أدوات الحساب (المجدولات على الخصوص).

كما يوّفر هذا الباب فرصا عديدة لتقديم أنشطة لاستثمار التعلّمات المتعلقة بالاستدلال الاستنتاجي (خارج المجال الهندسي) والحساب الحرفي وهذا من خلال إنجاز بعض البراهين لخواص مقررة في هذا المستوى أو عند معالجة بعض المشكلات.

- **الحساب على الجذور**

سبق للتلميذ أن صادف في السنة الثالثة أعدادا مثل $\sqrt{2}$ من خلال أنشطة متعلقة بخاصية فيثاغورس. تتوسع معارف التلميذ حول الأعداد الصمّاء ويمكن في هذا الإطار البرهان على أنّ $\sqrt{2}$ مثلا، ليس عددا ناطقا.

تستغلّ خواص الجذور التربيعية والعمليات عليها، بالخصوص، في تبسيط عبارات عددية. يجب ألا يتمّ هذا التبسيط بصفة آلية، بل تختار الكتابة الملائمة أكثر مع المشكلة المطروحة.

فمثلا، الكتابة $5\sqrt{2}$ ليست بالضرورة «أحسن» من $\sqrt{50}$، فالكتابة الأولى مفيدة ومناسبة لتبسيط المجموع ($\sqrt{50} + \sqrt{18}$) والثانية هي المفضلة عند حساب أطوال واستعمال عكس نظرية فيثاغورس.

يسمح هذا الباب للتلميذ بمواصلة ممارسة الحساب المضبوط والحساب التقريبي.

- **الحساب الحرفي والمعادلات**

- الحساب الحرفي

يتواصل تعلّم الحساب الحرفي باستعمال الحروف في وظائفها المختلفة من خلال العمل على العبارات الجبرية (النشر، التبسيط، التحليل) مع إدخال الجداءات الشهيرة وحلّ معادلات ومتراجحات.

فيما يخصّ موضوع الجداءات الشهيرة، وقصد استباق الأخطاء المتداولة (مثل الكتابة $(a+b)^2 = a^2 + b^2$)، يمكن اقتراح وضعيات مشكلات تجعل التلميذ يدرك بنفسه هذه الأخطاء ويتجاوزها.

يجب السهر على عدم المبالغة في التمارين التقنية والاكتفاء في مجال التحليل بأمثلة بسيطة. ونحرص في هذا المجال، كما كان الشأن في السنة الثالثة متوسط، على جعل التلميذ يدرك الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري بالنسبة إلى إتقان الحساب الحرفي ومنه تبسيط الكتابات الحرفية.

وكما ذُكر في الوثيقة المرافقة، فإن تعلّم الحساب الحرفي مهمة تتطلّب الوقت والصّبر ويبقى الانتقال من الحساب العددي إلى الحساب الحرفي صعبا بالنسبة إلى بعض التلاميذ، يجب إذن تكثيف وتنويع الأنشطة التي تساعدهم على تجاوز هذه الصعوبات.

- المعادلات، جمل معادلات، المتراجحات

يتواصل العمل على حل معادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد مع إدخال «المعادلة الجداء» وجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين. إنّ الهدف ليس توظيف خوارزمية (تقنية) حل معادلات فقط بل هو معالجة مشكلات من المادة (هندسة، حساب) ومن المحيط الاجتماعي للتلميذ. كما كان الأمر في السنة الثالثة، نحرص على إبراز مراحل معالجة هذه المشكلات (اختيار المجهول أو المجهولين، ترييض المشكلة، المعالجة الرياضياتية للمشكلة وأخيرا مراقبة وتفسير النتائج المحصل عليها).

بالنسبة إلى المتراجحات، فإن طريقة حلها قريبة جدا من طريقة حلّ معادلات مع الانتباه إلى اتجاه المتباينة عندما نضرب طرفيها في عدد موجب أو سالب.

وكما كان الحال لعدّة مفاهيم من كلّ الميادين، ينبغي إدخال العناصر الجديدة لهذا المحور (معادلة جداء، جملة معادلتين، متراجحات) اعتمادا على حلّ مشكلات من المادة أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية للتلميذ، بجعله يدرك فائدة هذه المفاهيم وفعاليتها في معالجة هذه المشكلات.

2 - الدوال وتنظيم معطيات

- **التناسبية**

إنّ التناسبية مفهوم أساسي في تدريس الرياضيات في التعليم المتوسط. تتواصل، في السنة الرابعة، التعلّمات المتعلقة بهذا المحور مع معالجته في جانبه البياني، بحيث نتعرف على وضعية تناسبية من خلال استقامية نقط مع مبدأ المعلم. مع العلم أن مفهوم التطبيق الخطي وتمثيله بمستقيم يمرّ من مبدأ المعلم يبقى من برنامج السنة الرابعة. وهو الموضوع الذي يمكن تحضيره في السنة الرابعة عند تناول علاقات من الشكل $y = ax$ من خلال جداول أو قراءات بيانية.

- **تنظيم معطيات وإحصاء**

يرمي هذا المجال إلى تحقيق هدفين عامين، هما:
- التدرّب على قراءة واستعمال البيانات.
- اكتساب بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء الوصفي.
في السنة الرابعة من التعليم المتوسط، يتم التطرق إلى السلاسل الإحصائية وتتمثل الكفاءات المستهدفة المتعلقة بهذا الميدان في جعل التلميذ قادرا على تجميع معطيات في فئات وتقديم سلسلة إحصائية في شكل جدول وتمثيلها بمخطط أو بيان وحساب التكرارات والتكرارات النسبية. ويتوسع العمل باستهداف حساب متوسط سلسلة إحصائية لنشرع بذلك في مرحلة جديدة تتمثل في تلخيص سلاسل إحصائية.

3 - الأنشطة الهندسية

- **خاصية طالس**

يسمح هذا الباب باستثمار وتوظيف مفهوم التناسبية كما يسمح أيضا بالتطرّق إلى مفهوم التكبير والتصغير. نكتفي بدراسة خاصية طالس (النظرية وعكسها) في المثلث ويكون برهانها نشاطا مفيدا لتوظيف مكتسبات التلاميذ حول الاستدلال والبرهان.

- **حساب المثلثات في المثلث القائم**

بعد إدخال مفهوم جيب تمام زاوية حادة في السنة الثالثة، يتوسع العمل في هذه السنة إلى جيب وظل زاوية حادة دائما في المثلث القائم. أما التطرّق إلى الدائرة المثلثية، الذي يسمح بالخصوص، بتوضيح تغيّرات النسب المثلثية لزاوية عندما تتغيّر هذه الزاوية، فيتمّ بدون توسّع.
لا يتم التوسع عند تقديم العلاقات المثلثية المقررة في البرنامج، بل توظّف وتستثمر هذه العلاقات في وضعيات حساب أطوال بدلا من التمارين التقنية مثل إعطاء إحدى النسب المثلثية لزاوية ثم تعيين النسب المثلثية الأخرى لهذه الزاوية.

- **الأشعة والانسحاب**

يهدف إدخال مفهوم الشعاع انطلاقا من الانسحاب إلى جعل التلميذ يدرك هذا الكائن الرياضي من خلال مميّزاته (المنحى، الاتجاه، الطول) ويتواصل الأمر بربط تساوي شعاعين بمفهوم متوازي الأضلاع. أما بالنسبة إلى مجموع شعاعين، فإن الاعتماد على تركيب انسحابين يسمح للتلميذ باكتشاف علاقة شال وامتلاكها بشكل أحسن.
يجب تجنّب الإفراط في التمارين التقنية حول هذا المفهوم لأنّ إتقان الحساب الشّعاعي يبقى من أهداف التعليم الثانوي.

- **المعالم**

يسمح هذا الباب للتلميذ بالشروع في الهندسة التحليلية. تقتصر الدراسة في هذا الباب على مفاهيم قليلة وبسيطة (إحداثيا شعاع في المستوي، المسافة بين نقطتين) وتكون معالجتها في معلم متعامد ومتجانس.

- **الدوران، المضلعات المنتظمة، الزوايا.**

كما كان الأمر بالنسبة إلى التحويلات النقطية المدروسة في السنوات السابقة، يتمّ إدخال مفهوم الدوران من خلال أنشطة ملموسة ونركز على إنشاء صور أشكال وفق هذا التحويل مع استخراج الخواص المختلفة واستثمارها في بعض البراهين. أما بالنسبة إلى إنشاء المضلعات المنتظمة المقررة في البرنامج فيتمّ ارتباطا بالزاوية المركزية في الدائرة وكذا مفهوم الدوران.

- **التدريب على الاستدلال والبرهان**

يعتبر تعلّم الاستدلال والبرهان، وبالخصوص في الهندسة، من الأهداف الأساسية للسنة الرابعة من التعليم المتوسط.

يبقى الهدف في هذا المجال هو تدريب التلميذ تدريجيا على تحرير نصّ برهان بشكل سليم وبوضوح. يتمّ التحرير في التعبير الطبيعي للتلميذ ونتجنّب الإفراط في استعمال الرموز، وبالخصوص، الروابط المنطقية بما فيها تلك المستعملة عند حلّ المعادلات والمتراجحات وجمل معادلتين أو متراجحتين. ونستعمل بدلا منها في هذه المرحلة كلمات أبسط مثل: منه، وبالتالي، إذن، يعني، ...

كما في السنة الثالثة، تشكلّ الأنشطة الهندسية مجالا ثريا لإعادة استثمار ودعم تعلّمات التلاميذ المرتبطة بالاستدلال الاستنتاجي والبرهان. يمكن أن يكون ذلك سواء من خلال البرهان على الخواص المقررة في البرنامج أو بمناسبة حلّ مشكلات التطبيق والتقويم.

في هذا الصدد يمكن أن نقترح على التلاميذ أنشطة (تمارين ومشكلات) تسمح لهم ببناء بطاقات لطرائق البرهان تكون مرتكزا لهم في حلّ مشكلات أكثر تركيبا.

وفي هذا الصدد، يمكن استهداف المواضيع التي تتكرر أكثر في برامج التعليم المتوسط، مثل:

كيف نبرهن على أنّ مستقيمين متوازيان؟

كيف نبرهن على أنّ مستقيمين متعامدان؟

كيف نبرهن على أنّ نقطة منتصف قطعة مستقيم؟

كيف نبرهن على أنّ ثلاث نقط على نفس الاستقامة؟

كيف نبرهن على أنّ مثلث قائم؟

كيف نحسب طول قطعة مستقيم؟

كيف نحسب قيس زاوية؟

....

إن ممارسة الاستدلال الاستنتاجي وكذا تعلّم البرهان يجب ألا يكون نشاطا خاصا أو مناسباتيا بل يجب يكون انشغالا دائما للتلميذ والأستاذ ويمارس من خلال الأنشطة المختلفة لمجالات المادة.

إن الانتقال من هندسة الملاحظة إلى الهندسية الاستنتاجية يتطلب انقطاعا في نمط استدلال التلميذ. كما أن الصعوبات المتعلقة بتعلّم وتعليم البرهان متعددة ومتنوعة وهي صعوبات تواجه التلميذ والأستاذ على السواء:

- **صعوبات تواجه التلاميذ**

تتمثل بعض هذه الصعوبات في :

1 - عند الانطلاقة، تكمن هذه الصعوبات في:

- عدم معرفة الإطار والإجراءات المستعملة في البرهان،

- كيفية استغلال الأدوات المتوفرة في النصّ وفي الشّكل، وكذا معارفهم الخاصة.

2 - عند البحث عن برهان، لا يعرف التلاميذ، في غالب الأحيان من أين وكيف يبدؤون، ولا يملكون منهجية للبحث. كما يجدون صعوبات في استغلال الأدلة التي يوفرها النص والشكل.

3 - عند الصياغة (التحرير): بعد مرحلة البحث، كثير من التلاميذ يجدون صعوبات في صياغة أفكارهم بصفة منسجمة وتكمن هذه الصعوبات خاصة في متابعة واحترام إطار الاستدلال الاستنتاجي (معطيات نظرية، خلاصة) وفي استعمال المصطلحات والتعابير الملائمة وفي تنظيم القضايا المُشكّلة لنصّ البرهان.

- **صعوبات تواجه الأساتذة**

هذه الصعوبات هي من النوع التعليمي وتتمثل في :

1 - نقص المعالم التي يجب إعطاؤها للتلاميذ:

إن أغلبية البراهين تعطى دون شرح الإطار والإجراءات والعناصر المشكلة لها. هذه العناصر غالبا ما تكون ضمنية ولا يمكن لكلّ التلاميذ فهمها واستيعابها.

2 - نقص الأنشطة الوجيهة التي يمكن اقتراحها للتلاميذ:

في غالب الأحيان، يُعلّم البرهان في وقت واحد دون الأخذ بعين الاعتبار صعوبات التلاميذ المذكورة أعلاه، كما لا تعطى أنشطة ملائمة للتلاميذ ليدركوا من خلالها هذه الصعوبات.

3 - صعوبة اختيار توزيع (ملائم) لتعليم البرهان:

يكون هذا الاختيار صعبا بالنظر إلى كثافة الكفاءات المتعلقة بالبرهان وإلى التباين في المكتسبات

القبلية للتلاميذ في هذا الميدان.

4 - عدم تشخيص الصعوبات التي تواجه التلاميذ في هذا الميدان يُصعّب على الأستاذ اقتراح التعديلات المناسبة.

وقصد مساعدة التلاميذ والأساتذة على تخطئ كل هذه الصعوبات، فإنه من الضروري التدرب والعمل على الأنشطة التي تسمح بجعل التلميذ يدرك المراحل المختلفة التي يجب المرور عليها لتأسيس مبادئ الاستدلال الاستنتاجي ومنه تعلّم ناجع للبرهان الرياضي.

V - مخطط التعلّمات السنوي.

يهدف مخطّط التعلّمات السنوي إلى تنظيم وتيرة التعلّمات السنوية وفقا لِحُزَم من المفاهيم المتكاملة التي تسمح بخدمة الكفاءة الشاملة للسنة الأولى من التعليم المتوسط، من خلال التكفل بمركبات الكفاءة الختامية (إرساء الموارد، توظيف الموارد، الكفاءات العرضية والقيم) والذي يتم في شكل حلزوني ذهابا وإيابا.

ينطلق مخطط التعلّم السنوي من ضبط التداخلات الممكنة للكفاءات الختامية ومركباتها، ثمّ توزيعها ضمن مقاطع تعلّمية حسب ما تقتضيه طبيعة مادة الرياضيات. وعليه فإنّ خدمة مركبة بعينها لا يتم بشكل خطي ولا بمعزل عن بقية المركبات بل في تكامل وانسجام معها.

وللإشارة فإنّ هذا المخطط ينظّم في شكل مقاطع تعلمية تتناوب فيها ميادين التعلم بما يسمح لكل مقطع باستهداف مستوى من الكفاءة الشاملة للسنة، مع الأخذ بعين الاعتبار طبيعة المادة وانسجام ميادينها بقدر ما هو متاح، وكذا وتيرة وتنظيم السنة الدراسية (العطل، فترات التقويم، فترات المعالجة البيداغوجية).

يوفر كتاب التلميذ للسنة الرابعة من التعليم المتوسط في مادة الرياضيات الموارد الضرورية لبناء التعلّمات، ويعطي للأستاذ حرية مسؤولة للتصرف في تناول المخطّط السنوي لبناء التعلمات الذي أعدّه السادة المفتشون تحت إشراف المفتشية العامة للبيداغوجيا.

VI - المقاطع التعلّمية

نقصد بمقطع تعلّمي مجموعة حصص تعلّمية مبنية لغرض تحقيق مستوى (أو مستويات) من الكفاءة (أو الكفاءات) المستهدفة. تكون هذه الحصص متمفصلة فيما بينها في فترات زمنية ومنظمة حول وضعيات تعلّمية مختارة بغرض تحقيق أهداف تعلّمية منسجمة ومترابطة فيما بينها.

وتتضمن هذه الفترات الزمنية كل أنواع النشاط الرياضي الذي يتعيّن على التلميذ ممارسته خلال الفترات الموالية:

- فترة للتقويم التشخيصي.
- فترة الاكتشاف والبحث.

- فترة للهيكلة/التأسيس/التمرّن.
- فترة للإدماج.
- فترة للتقويم والمعالجة.

هيكلة مقطع تعلمي

وضعية الانطلاق	وضعيات تعلمية أولية (جزئية) للتأسيس للموارد ولشرعنتها	تعلم الإدماج	حل وضعية انطلاقية	تقويم	معالجة

يمكن تنظيم التعلمات في مخطط سنوي وفق اختيارات متعددة، منها تعيين المقاطع ضمن الميدان الواحد، أو البحث عن التقاطعات بين ميادين المادة، والمقترح الموالي هو في إطار تزويد الأستاذ بمثال يستأنس به، ويمكّنه من بناء واقتراح مقاطع أخرى باستغلال المعالم الواردة في الجدول أعلاه، والفترات الزمنية المرتبطة بإنجاز المقطع.

VII - ممارسات القسم.

لا يمكن أن نكتفي داخل القسم بسرد المعرفة، بل ينبغي اعتماد منهجية تتطلب الصبر والجهد وتتمثل في:
مقاربة معرفة تسمح للتلميذ بتوظيف مكتسباته، وللأستاذ بالوقوف على هذه المكتسبات.
بناء هذه المعرفة، في سياق تكون فيه المعرفة المستهدفة ضمنية بالنسبة إلى التلميذ.
اختيار الأستاذ للتنظيم البيداغوجي الأكثر ملاءمة (وضعية مشكل، تفاعل حول الإشكاليات المطروحة، ...).
تحكم التلميذ في هذه المعرفة بالتدرب عليها وتنظيمها.
إعادة استثمار هذه المعرفة في وضعيات أخرى.
وضع هذه المعرفة تحت مسؤولية الأستاذ.
ومن أهداف هذه المنهجية منح الفرصة لكل التلاميذ للاهتمام بممارسة الرياضيات وتذوقها.

تغيير العلاقة بالكائنات الرياضية

- **في ميدان الأعداد والحساب**

في التعليم الابتدائي، عمل التلميذ بالأعداد في الكتابة العشرية في شكل مجاميع وجداءات وبعض الكتابات الكسرية البسيطة.
في التعليم المتوسط، سيعمل بأعداد جديدة مع كتابات جديدة (كتابات كسرية، كتابات بإشارة لهذه الأعداد الجديدة، كتابات تحت الجذر، ...). ولإجراء العمليات، يضطر التلميذ للرجوع إلى

الخواص المنظّمة لهذه الأعداد في كتاباتها الجديدة بدلا من الكتابات العشرية.
فجمع عددين نسبيين يجبر التلميذ على التفكير والاختيار بين الجمع والطرح، ولجمع أعداد ناطقة يضطر التلميذ، في غالب الأحيان، إلى تغيير كتابات هذه الأعداد. ولإجراء حساب تام على الجذور التربيعية، يستعمل التلميذ قواعد أقرب للحساب الجبري منها إلى الحساب العددي.
إن التعلّمات المتعلقة بهذه الأعداد الجديدة ستتم في استمرارية مع ممارسة التلميذ في التعليم الابتدائي للحساب المتمعن فيه، الذي يجعل التلميذ ينظم حسابه قبل وضع العمليات. زيادة على ذلك، وارتباطا بهذا التطور، سيقوم التلميذ بحسابات على أعداد ممثلة بحروف لا تعود إلى خوارزميات مألوفة، لكن تعود إلى تغييرات في كتابة عبارات.

- **في ميدان الهندسة والفضاء**

يتعلق الأمر في هذا الميدان بإتمام الانتقال من التعرف الإدراكي على الأشكال الهندسية المألوفة إلى تحليلها بواسطة أدوات وخواص. هذه الخواص وكذا التحويلات المألوفة ستأخذ شيئا فشيئا مكانة ذات أهمية متزايدة باستمرار في الأنشطة والتي ستكون سندا في البراهين.

- **دور حل المشكلات**

يحتل نشاط حل المشكلات مكانة هامّة في سيرورة امتلاك المعارف الرياضية من طرف التلاميذ في كل مراحلها (البناء، التدعيم، إعادة الاستثمار، التقويم). وعلى هذا الأساس، ينبغي أن تُختار الأنشطة بحيث:
تسمح لكل التلاميذ بالانطلاق في العمل وبالتالي، نكتفي بإعطاء تعليمات بسيطة ولا نطالب إلا بالمعارف المكتسبة من طرف الجميع.
- تخلق وضعية تثير بسرعة تخمينات لدى التلاميذ.
- تجعل تجنيد الأدوات المقررة ممكنا.
- تمنح للتلاميذ، كلما أمكن ذلك، فرصا لمراقبة نتائجهم وتساعد على الإثراء.

مقاربة الاستدلال الاستنتاجي

- **توضيح بعض التعابير**

من المهم أن نميّز بين الشرح والاستدلال، والاستنتاج.
- الشرح يكون من جهة المتكلم ويهدف إلى جعل نتيجة، مصدقة من قبل المتكلم، مفهومة من طرف الغير.
- نعني، عموما، بالاستدلال كل سلسلة منظمة من استنتاجات تؤدي إلى خلاصة.
- ونقصد بالاستنتاج استخلاص معلومات انطلاقا من معلومات قديمة (محفوظة) و/أو من معلومات جديدة منبثقة عن الوضعية.

يمكن التمييز بين مختلف أشكال الاستدلال:
- التعليل، ويتمثل في تقديم تبريرات قصد الإقناع أو تغيير تصورات المخاطبين.
- الاستقراء، ويتمثل في الانتقال من معرفة حالات خاصة إلى القوانين (أو الخواص) التي تنظمها.
- المماثلة، وتتمثل في استخلاص أن ما هو صحيح بالنسبة إلى وضعية (أو شيء) يمكن أن يكون كذلك صحيحا بالنسبة إلى وضعية أخرى (أو شيء أخر)، التي تعتبر مشابهة للأولى.

- **بعض الإضافات حول تطور الاستدلال عند الطفل والمراهق.**

ابتداء من 6-7 سنوات، يتمكن التلاميذ من ربط قضايا بشكل سليم. وفي نهاية التعليم الابتدائي، يتحكم التلاميذ، عموما، في بعض الآليات التي تسمح بإصدار أحكام منطقية، مثل:
مبدأ الثالث المرفوع (تكون قضية إما صحيحة وإما خاطئة).
مبدأ عدم التناقض (لا يمكن لقضية ونفيها أن تكونا صحيحتين معا في آن واحد).
التمييز بين العبارتين « بعض» و «كل».
هذا يجعل التلاميذ فيما بعد قادرين على تقديم استنتاجات منظمة وصارمة وإنتاج» حلقات» من الاستدلالات، حتى ولو كانت هذه الأخيرة محدودة، بسبب حالة معارف التلاميذ والصعوبات التي تواجههم في الصياغة. غير أن بعض الصعوبات تبقى قائمة، وهذا ما جعل (N. Balacheff[1]) يميّز مختلف مستويات التبرير بانتقال التلميذ من تبريرات براغماتية إلى تبريرات فكرية. وهذا التطور يمكن إيجازه وفق المراحل التالية:
- يستخلص التلميذ صحة قضية من عدد قليل من الحالات، ومشكل التصديق غير مطروح في هذه الحالة.
- يطرح التلميذ إشكالية التعميم ويحلها بتحقيق حالة خاصة.
- يصرح التلميذ بأسباب صحة قضية بإنجاز عمليات على شيء يعتبره ممثلا لصنف أشياء.
- يقدم التلميذ أدلة لا تتعلق بالتجربة، ولكن تتعلق ببناءات فكرية ترتكز على مفاهيم مرتبطة بالمشكل وعلى تعاريف أو خواص ضمنية.
وحتى يتحقق هذا التطور، ينبغي أن يدرك التلاميذ ضرورة التبرير وفهم أن الأدلة التي يقدمونها حول صحة قضية تخضع لمعايير عالمية للعقلانية الرياضية.
إن تطوير الاستدلال لا يتم بشكل مستقل، ولكنه يتم بالارتباط مع تطور معارف التلاميذ (vergnaud 1994[2]). وذلك بعمل تدريجي على السنوات الأربع للتعليم المتوسط، يسمح للتلاميذ بادراك المعنى الحقيقي لنشاط رياضي من خلال تدريبهم على ممارسة المنهجية العلمية.

---

1 باحث فرنسي في تعليمية الرياضيات عمل خاصة على» دراسة سيرورة الحجة ووضعيات التصديق»

2 - باحث فرنسي في تعليمية الرياضيات عمل خاصة في « نظرية الحقول المفهوماتية» و « التعلمات والتعليميات»

1 - الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الأعداد الطبيعية والناطقة في سياقات مختلة ويمارس الاستدلال في الميدان العددي.	- التعرف على قاسم لعدد طبيعي. - تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي. - تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين. - التعرف على عددين أوليين فيما بينهما. - كتابة كسر على الشكل غير القابل للاختزال.

II تقديم

تعلـم التلاميـذ في السـنوات السـابقة اختـزال كتابـة كسريـة بالاعتـماد عـلى قواعـد قابليـة القسـمة. في السـنة الرابعـة تطـرح مسـألة الكسر غـير القابـل للاختـزال. توجـد عـدة طـرق لحـل هـذه المسـألة انطلاقـا مـن العلاقـات الحسـابية التـي تعلمهـا التلميـذ والتـي تسـمح لـه بالتعـرف عـلى قواسـم مشـتركة للبسـط والمقـام، وبعـد أن يلاحـظ أن مجمـوع وفـرق مضاعفـين لعـدد طبيعـي هـما أيضـا مضاعفـين لهـذا العـدد، يمكـن بنـاء خوارزميـة إقليـدس أو خوارزميـة الفـروق المتتابعـة التـي تسـمح بحسـاب القاسـم المشـترك الأكـبر.

III. أنشطة

1. التعرف على قاسم عدد طبيعي

الأهداف: التعرف على قاسم عدد طبيعي.

المكتسبات القبلية: القسمة الإقليدية

عناصر الإجابة	إرشادات
1) إذا وضع 26 كتابا في كل رف فإنه سيملأ 16 رفا وتبقى له 4 كتب لأن: $420 = 16 \times 26 + 4$ 2) إذا وضع 28 كتابا فإنه سيستعمل 15 رفا بالضبط. لأن: $420 = 15 \times 28$. العدد 28 قاسم للعدد 420 بينما 26 ليس قاسما للعدد 420.	ترتيب الكتب بالتساوي في الرفوف يستلزم أن يكون عدد الكتب مضاعفا لعدد الرفوف.

2. قواسم عدد طبيعي

الأهداف: تعيين قواسم عدد طبيعي.

المكتسبات القبلية: القسمة الإقليدية – مضاعف عدد طبيعي.

عناصر الإجابة	إرشادات
أ) 1) كتابة العدد 60 على شكل جداء عاملين / قواسم العدد 60: $60 = 1 \times 60$: 1 و 60 $60 = 2 \times 30$: 2 و 30 $60 = 3 \times 20$: 3 و 20 $60 = 4 \times 15$: 4 و 15 $60 = 5 \times 12$: 5 و 12 $60 = 6 \times 10$: 6 و 10 2) قواسم العدد 60: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60. قواسم العدد 17 هي : 1، 17. قواسم العدد 48 هي: 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 8 ، 12 ، 16 ، 24، 48 .	**إرشادات** يتدرب التلميذ من خلال هذا النشاط على تقنية البحث عن قواسم عدد طبيعي انطلاقا من كتابته على شكل جداء عاملين بكل الحالات الممكنة.

كتابة العدد 60 على شكل جداء عاملين	قواسم العدد 60
$60 = 1 \times 60$	1 و 60
$60 = 2 \times 30$	2 و 30
$60 = 3 \times 20$	3 و 20
$60 = 4 \times 15$	4 و 15
$60 = 5 \times 12$	5 و 12
$60 = 6 \times 10$	6 و 10

3. خواص قواسم عدد طبيعي

الأهداف: ...

المكتسبات القبلية:

قواسم عدد طبيعي – مضاعف عدد طبيعي.

عناصر الإجابة	إرشادات
أ) 1) $a = 3 \times 6$ و $b = 2 \times 6$ 2) $a = 5 \times 7$ و $b = 5 \times 3$ (3 $a = 7 \times 8$ و $b = 7 \times 3$ ب) في الحالة 1) 3 يقسم $30 = 12 + 18$. في الحالة 2) 5 يقسم: $50 = 35 + 15$. في الحالة 3) 7 يقسم $77 = 56 + 21$. إذا كان العدد n يقسم كلا من العددين a و b فإن n يقسم العدد $a + b$. جـ) في الحالة 1) باقي قسمة a على b هو 6. وفي الحالة 2) هو 5، وفي الحالة 3) هو 14	نجعل التلميذ يلاحظ، انطلاقا من أمثلة عددية بسيطة، أنّه إذا كان عدد يقسم عددين آخرين فهو يقسم مجموعهما وفرقهما. و يقسم باقي قسمة أحدهما على الآخر.

وفي كل الحالات n يقسم باقي القسمة. إذا كان العدد n يقسم كلا من العددين a و b فإن n يقسم باقي قسمة a العدد b.	

4. القاسم المشترك لعددين طبيعيين

الأهداف: التعرف على القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين.

المكتسبات القبلية:

القسمة الإقليدية – مضاعفات عدد طبيعي – كتابة عدد على شكل جداء عاملين.

عناصر الإجابة	إرشادات
أ) 1) كلا العددين 90 و 54 مضاعف للعدد 9 وبالتالي يمكنه تشكيل 9 باقات تتكون كل منها من 10 زهرات حمراء و 6 زهرات بيضاء. 9 قاسم مشترك للعددين 90 و 54 . 2) أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة التي يمكنه تشكيلها هو 18. عدد الزهور الحمراء هو 5 وعدد الزهور البيضاء هو3. $PGCD(90;54)=18$	الإجابة عن السؤال ب-1) تعني تعيين كل القواسم المشتركة للعددين 90 و 54 ثم تحديد أكبرها.

5. تعيين القاسم المشترك لعددين طبيعيين

الأهداف: التعرف على القاسم المشترك لعددين

المكتسبات القبلية: الحساب الحرفي: x بمعنى متغيّر.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) قواسم 42 هي : 1، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 14 ، 21 ، 42. قواسم 60 هي: 1، 2، 3، 4، 5، 6، 10، 12، 15، 20، 30، 60. 2) القواسم المشتركة هي: 1، 2، 3، 6. 3) أكبر قاسم مشترك للعددين 42 و 60 هو 6. العدد 6 يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين 42 و 60. ونكتب: $PGCD(42;60)=6$	يمكن استغلال المعنى اللغوي للعبارة "القاسم المشترك الأكبر"

6. البحث عن القاسم المشترك لعددين طبيعيين

الأهداف: تعيين القاسم المشترك الأكبر لعددين باستعمال خوارزمية الفروق المتتابعة.

المكتسبات القبلية: القسمة الإقليدية.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) $252 - 140 = 112$ $PGCD(252;140)=PGCD(140;112)$ لأن: كل قاسم مشترك للعددين 252 و 140 هو قاسم للعدد 112.	**إرشادات:** تسمح الخاصية « إذا كان عدد يقسم عددين آخرين فهو يقسم فرقهما» لتبرير خوارزمية البحث عن القاسم المشترك الأكبر لعددين (خوارزمية إقليدس) وبالتالي فهي تمكّن التلاميذ من الفهم الجيد وكذا استعمال هذه الخوارزمية.

2) $PGCD(252;140)=PGCD(140;112)=PGCD(112;28)=PGCD(84;28)$
$= PGCD(56;28) = PGCD(28;28)=PGCD(28;0)$

3) $PGCD(252;140)=28$

4) نجد: $PGCD(378;315)=63$.

ب) 1) باقي القسمة الإقليدية للعدد 765 على العدد 135 هو: 90.

2) $PGCD(765;135)=PGCD(135;90)$ لأن كل قاسم

مشترك لعددين يقسم فرقهما.

3) $PGCD(135;90)=PGCD(90;45)$ لأن: $135 - 90 = 45$.

4) $PGCD(90;45)=PGCD(45;45)$ لأن: $90 - 45 = 45$

5) القاسم المشترك الأكبر للعددين 765 و 135 يساوي 45.

$PGCD(3356;1528)= 4$.

7. العددان الأوليان فيما بينهما

الأهداف: التعرف على عددين أوليين فيما بينهما.

المكتسبات القبلية: القاسم المشترك الأكبر لعددين.

عناصر الإجابة	إرشادات
عناصر الإجابة: أن كل قاسم مشترك لعددين يقسم فرقهما ولدينا $1 = 17 - 18$ إذن القاسم المشترك للعددين 18 و 17 هو 1. العددان 22 و 35 أوليان فيما بينهما لأن : $PGCD(35;22)= 1$ باستعمال خوارزمية الفروق المتتابعة. جـ) مريم مخطئة لأن 3 قاسم مشترك للعددين 27 و 36.	**إرشادات:** « a و b عددان أوليان فيما بينهما يعني أنّ قاسمهما المشترك الأكبر يساوي 1».

8. اختزال كسر

الأهداف: كتابة كسر على الشكل غير القابل للاختزال

المكتسبات القبلية: القاسم المشترك الأكبر لعددين.

عناصر الإجابة	إرشادات
أ) **عناصر الإجابة:** لا يمكن مواصلة اختزال ب) الكسر $\frac{7}{4}$ لأن العددين 7 و4. أوليان فيما بينهما. جـ) $PGCD(84;48)=12$ ، $\frac{84}{48}=\frac{12\times 7}{12\times 4}=\frac{7}{4}$. $\frac{188}{252}=\frac{4\times 47}{4\times 63}=\frac{47}{63}$.	**إرشادات:** عند البحث عن الكسر غير القابل للاختزال المساوي لكسر معطى، ندرب التلميذ على استعمال مكتسباته القبلية المتعلقة باختزال كسر (استعمال جداول الضرب وقواعد قابلية القسمة) وكذلك استعمال القاسم المشترك الأكبر. إنّ مفهومي العدد الأوّلي وتحليل عدد إلى عوامل أوّلية خارج البرنامج.

VI. طرائق

1. تعيين قواسم عدد طبيعي.

الأهداف: تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي.

ملاحظات: لتعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي a، نجري عملية القسمة الإقليدية للعدد a على الأعداد الطبيعية التي تحقق.

$n^2 \leq a \leq (n+1)^2$. وفي حالات الباقي المعدوم فإن كلا المقسوم والناتج قاسمان للعدد a.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• **قراءة نص المشكلة:** عمّ يتحدّث النص؟ نظّم المعطيات ثم حدد التعليمات. • **تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها:** ما هي المعطيات المفيدة؟ ما هي العلاقة الموجودة بينها؟ ماذا نحسب في بداية الأمر؟ • **تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل:** العدد المطلوب إيجاده يقبل القسمة على 4 ، 8 ، 10. • **تنفيذ الخطة:** نبحث عن عدد أصغر أو يساوي 2443، ويحقق الشرط المذكور. نلاحظ أن أقرب عدد إلى 2443 ويحقق الشرط هو 2440. • **تبليغ الحل:** حرر الحل.	- العدد المطلوب أصغر من أو يساوي 2443. - يحقق الشرط: رقم عشراته يساوي رقم مئاته والعدد المعطى يحقق هذا الشرط. يحقق الشرط: رقم آلافه يساوي نصف رقم العشرات. والعدد المعطى يحقق هذا الشرط. - لم يبق إلا إيجاد رقم الآحاد. هناك إمكانية وحيدة تحقق الشروط مجتمعة هي أن يكون رقم الآحاد 0.

أوظف تعلماتي (ص14)

7 البعدان هما: إما 1m و 30m، إما 2m و 15m، إما 3m و 10m، إما 5m و 6m.

8 $\frac{18}{a}$ عدد طبيعي من أجل $a = 1$ أو $a = 2$ أو $a = 3$ أو $a = 6$ أو $a = 9$ أو $a = 18$.

9 $\frac{24}{a+7}$ عدد طبيعي من أجل $a + 7 = 8$ أو $a + 7 = 12$ أو $a + 7 = 24$

أي من أجل $a = 1$ أو $a = 5$ أو $a = 17$.

10 قواسم 155 هي 1، 5، 31، 155 و قواسم 141 هي 1، 3، 47، 141.

أكبر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1.

أصغر قاسم للعددين 155 و 141 هو 1.

11 الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام والتي تقبل القسمة على 5 علما أن رقم العشرات فيها هو 7، تكتب على الشكل $a70$ أو على الشكل $a75$.

ومنه الأعداد التي تتكون من ثلاثة أرقام و التي تقبل القسمة على 5 و على 3 علما أن رقم العشرات فيها هو 7، هي

270 ، 570، 870، 375 ، 675، 975.

13 أ) 11 من قواسم 14300 لأن $14300 = 11 \times 1300$.

ب) لدينا $14300 + 22 = 14322$، بما أن 11 من قواسم 14300 و من قواسم 22 فإن 14322 من قواسم 11.

14 أ) 7 من قواسم 217 لأن $217=7\times31$.

ب) لدينا $100000 \times 31 \times 7 = 21700000$

إذن 7 من قواسم 21700000.

15 1) d قاسم للعددين الطبيعيين $n+19$ و $n+1$ إذن قاسم للعدد $(n+19)-(n+1)$ أي d من قواسم 18.

2) الأعداد الطبيعية التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين الطبيعيين $n+19$ و $n+1$ هي قواسم 18 أي

1، 2 ، 3 ، 6 ، 9 ، 18.

31 لدينا $\frac{35n+7}{55n+11} = \frac{7(5n+1)}{11(5n+1)}$

و $PGCD(11;7) = 1$ إذن الكسر غير قابل

للاختزال من أجل كل عدد طبيعي.

40 1) $PGCD(19251,22816)=713$

$\frac{22818}{19251} = \frac{32}{27}$.

أتعمق (ص18)

41 aaa عدد يتكون من 3 أرقام :

$$aaa = 100a + 10a + a$$
$$= 111a = 37 \times 3 \times a$$

42 $DCGP(105,84) = 21$ إذن أكبر عدد

ممكن من الغرف التي أن يحتوي عليها كل

طابق هو 21.

عدد الطوابق في الفندق الذي يحتوي 105

غرفة هو 5.

عدد الطوابق في الفندق الذي يحتوي 84

غرفة هو 4.

46 1) $a + 13 = 15k$

أي $a + 13 - 15 = 15k - 15$

أي $a - 2 = 15(k - 1)$ و منه $a - 2$ يقبل

القسمة على 15.

2) لدينا $a < 90$ أي $a - 2 < 88$.

$a - 2$ أقل من 88 و يقبل على 12 و على 15

إذن $a - 2 = 60$ أي $a = 62$.

47 عدد التلاميذ هو $PGCD(62,93)$

أي 31.

$\frac{62}{31} = 2$ و $\frac{93}{31} = 3$ إذن حصة كل تلميذ

هي: حبتان حلوى بنكهة لميمون و 3 حبات

حلوى بنكهة الفراولة.

48 $a = 6r + r$ أي $a = 7r$ علما $r < 6$.

إذن قيم a هي 7×5، 7×4 ، 7×3،

7×2، 7×1، 0.

49 نسمي طول و عرض هذه القطعة.

الحالات الممكنة هي : $\begin{cases} l = 1 \\ L = 60 \end{cases}$ ، $\begin{cases} l = 3 \\ L = 60 \end{cases}$

$\begin{cases} l = 4 \\ L = 15 \end{cases}$ ، $\begin{cases} l = 5 \\ L = 12 \end{cases}$.

54 $PGCD(a + 24; a) = 12$

إذن $PGCD(a; a + 24 - a) = 12$

أي $PGCD(a;24) = 12$.

قيم هي مضاعفات 12 التي هي ليست

مضاعفات 24.

56 1) 6m 2) 30

57 1) 8 2) 37

58 1) 0,45m 2) 77

59 1) 25

تحدي (الحل)

نسمي n عدد المدارس.

يجب أن يكون n قاسما للعددين 936 و 845.

كذلك، يجب أن يكون n أكبر ما يمكن،

نستنتج أن

يجب أن يكونn هو القاسم المشترك الأكبر

للعددين

936 و 845 أي

$n = PGCD(936,845) = 13$.

<u>ملاحظة</u>: لدينا $\frac{936}{13} = 72$ و $\frac{845}{13} = 65$

إذن تتحصل كل مدرسة من هذه المدارس

الثلاث عشرة على72مئزر وردي و 65 مئزر

أزرق.

معالجة الوضعية الادماجية

- نسمي x عدد القطع المطلوب.

$x = 4q$ و $x = 8q'$ و $x = 10q''$.

x يقبل القسمة على 4 و 8 و 10.

- لدينا $x < 2443$ إذن x يتكون من 4 أرقام

a ، b ، c ، d على الأكثر و

$x = 1000a + 100b + 10c + d$

- x يقبل القسمة على 2 و على 5

إذن رقمه وحداته هو 0. و منه

$x = 1000a + 100b + 10c$.

- بماأن $b = c = 2a$ فإن $x = 1220a$.

- لدينا $x < 2443$ أي $1220a < 2443$

إذن $a = 1$ أو $a = 2$.

لا يمكن أن يكون $a = 1$ لأن 1220 لا يقبل

القسمة على 8 إذن $a = 2$ و $x = 2440$

عدد القطع الخزفية هو 2440.

ملاحظة : يمكن معالجة هذه الوضعية بطرق أخرى.

تمارين إضافية

1 جمع فلاح من أشجاره المثمرة 189 تفاحة و 125 إجاصة.

يريد وضعها في صناديق صغيرة متماثلة بحيث كل الصناديق تتضمن نفس عدد الفواكه وكل صندوق يتضمن فواكه من نفس النوع.

1) ما هو أكبر عدد من الفواكه الممكن وضعها في كل صندوق؟

2) ما هو أكبر عدد من الصناديق من نفس النوع الممكن ملؤها؟

2 قررت لجنة مسجد البلدية تهيئة أرضية مستطيلة الشكل الواقعة بمدخل المسجد، طولها 25m وعرضها 13m.

لإنجاز هذا المشروع، اتصلت هذه اللجنة بمقاول وطلبت منه إنجاز الأعمال المناسبة لتهيئة هذه الأرضية باستعمال بلاطات مربعة ومتماثلة.

1) ما هو أكبر ضلع للبلاطات التي يستعملها هذا المقاول؟

2) ما هو عدد البلاطات اللازمة لتبليط هذه الأرضية؟

وضعية للتقويم

يوجد في مخزون مكتبي بين 200 و 300 قلما من نفس النوع.

يريد وضع هذه الأقلام في علب مماثلة بحيث كل علبة تحوي نفس عدد الأقلام.

إذا وضع هذه الأقلام في 5 علب يبقى لديه 3 أقلام و إذا وضعها في 3 أو 7 علب لا يبقى لديه أي قلم.

ما هو عدد الأقلام الموجودة في محزون هذا المكتبي؟

2 - الحساب على الجذور التّربيعيّة

I. ما جاء في المنهاج

• الموارد	• مستوى الكفاءة المستهدف.
- تعريف الجذور التربيعي لعدد موجب. - معرفة قواعد الحساب على الجذور التربيعية واستعمالها لتبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية.	حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية المتعلقة بالأعداد الناطقة و الجذور التربيعية.

II. تقديم

لقد سبق للتلميذ أن صادف خلال تعلماته في السنة الثالثة من التعليم المتوسط، أعدادا مثل $\sqrt{2}$ و ذلك من خلال معالجة وضعيات حلها يتطلب توظيف مفهوم خاصية فيثاغورث.

في هذه السنة، يتوسع سياق هذه المعارف ليشمل الأعداد الصماء، و في هذا الإطار يمكن للأستاذ اقتراح وضعية يطلب من التلميذ البرهان على أن العدد $\sqrt{2}$ ليس عددا ناطقا. إنها فرصة يثبت فيها المتعلم ممارسة البرهنة وهذا ما يسمح له بالإدراك بضرورة تطوير كفاءات وذلك باكتسابه لمعارف وإجراءات جديدة، ذات فعالية أكثر.

إن خواص الجذور التربيعية والعمليات عليها تسمح بتبسيط عبارات عددية أو جبرية. يكون هذا العمل منظّما وينبغي أن يقوم به المتعلم بتمعن ويتجنب الاستعمال الآلي. فمثلا : الكتابة $3\sqrt{2}$ ليست هي الأفضل بالضرورة من الكتابة $\sqrt{18}$. إن الكتابة $3\sqrt{2}$ تفيد و تناسب وضعية يطلب فيها تبسيط مجموع، مثل $\sqrt{32} + \sqrt{18}$ ، بينما الكتابة $\sqrt{18}$ تناسب وضعية يطلب فيها حساب أطوال.

تعتبر الحاسبة العملية وسيلة تعليمية، يسمح استعمالها بالتعبير عن بعض النتائج وإعطاءها دلالة حقيقية. إضافة إلى القيم المضبوطة لبعض المقادير، يتمكن التلميذ من الوصول إلى إعطاء قيم تقريبية لهذه المقادير.

III. أنشطة

1. الجذر التربيعي لعدد موجب

الأهداف : جعل التلميذ يكتشف ضرورة إدراج أعداد جديدة تمكنه من إيجاد قطر المربع المعطى.

المكتسبات القبلية : الأعداد الناطقة.

إرشادات	معالجة
في البداية، يلاحظ أن الحاسبة تمكنه من إيجاد قيمة مقربة لقطر المربع ثم يدرك أن القيمة المضبوطة لقطر المربع موجودة، كونها مربع هذا العدد الموجود. يلاحظ: كذلك، أن لكل عدد موجب، جذرا تربيعيا واحدا.	عناصر معالجة 1) أ) $BC^2 = 5$ ب)طول BC هو العدد الذي مربعه 5. 2) تصريح إيمان صحيح ويمكن الإعتماد فقط على رقم آحاد العدد، أو $(2,236067978)^2 \neq 5$ «فرصة لجعل التلاميذ يميّزون بين العدد الظاهر على شاشة الآلة الحاسبة والعدد المخزن في ذاكرتها»

2. المعادلات من الشكل $x^2 = a$

الأهداف : الوصول بالتلميذ إلى أن للمعادلة حلين (متعاكسين) على الأكثر .

المكتسبات القبلية : مربع عدد.

إرشادات	**عناصر معالجة**
- نسجل أن مربع أي عدد دائما موجب. - $a^2 = b^2$ معناه $a = b$ أو $a = -b$. - يعتمد هذا النشاط على دراسة ثلاثة حالات تتعلق بإشارة العدد a.	- إذا كان $a > 0$، يكتب التلميذ المعادلة على الشكل $x^2 = (\sqrt{a})^2$ ثم يستنتج قيمتي x و هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$. - إذا كان $a = 0$، يلاحظ أنه يوجد عدد واحد موجب يحقق المعادلة $x^2 = 0$ و هو العدد 0. - إذا كان $a < 0$، بمقارنة x^2 و a، يلاحظ أن المساواة $x^2 = a$ مستحيلة. بالتالي المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل حلولا.

3. العمليّات على الجذور التّربيعيّة

الأهداف: حساب جداء و حاصل قسمة جذرين تربيعيين.

المكتسبات القبلية: الجذر التربيعي لعدد موجب.

عناصر الإجابة	إرشادات
نستعمل الجدول المعطى لوضع تخمينات ثم نبرهن صحة كل مخمنة.	- نسجل أن بصفة عامة $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$ $(a>b)$. نجد هنا فرصة ثمينة لاستعمال البرهان بمثال مضاد. - كما يمكن أن نسجل أيضا أنه يمكن حساب $\sqrt{a \times b}$ و لو كان a سالب و b سالب، لكن $\sqrt{a \times b}$ لا يساوي $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ إلا إذا كان $a \geq 0$ و $b \geq 0$. نفس الملاحظة بالنسبة إلى $\sqrt{\frac{a}{b}}$ مع $b \neq 0$.

IV. طرائق

• حل معادلة من الشكل $x^2 = a$ حيث a عدد معطى

الأهداف : حل المعادلة $x^2 = a$ مهما كانت إشارة a و مهما كانت طبيعته .

ملاحظات : مربع أي عدد هو عدد موجب إذن المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل أي حل عندما $a < 0$.

في الحالة $a > 0$ ، نكتب $x^2 = (\sqrt{a})^2$ ، المعادلة تقبل حلين متناظران هما $-\sqrt{a}$ و $\sqrt{a}$.

و $x^2 = 0$ معناه $x = 0$

• استعمال تعريف الجذر التربيعي لإنجاز حساب

الأهداف : تبسيط كتابات باستعمال تعريف الجذر التربيعي.

ملاحظات : يستعمل التلميذ $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2 = a$ علما أن a عدد موجب و $b = (-b)$ من أجل كل عدد b.

- نسجل أن $\sqrt{b^2}$ لا يساوي b إلا إذا كان $b \geq 0$ ، مثلا $\sqrt{(2-\sqrt{11})^2}$ لا يساوي $2-\sqrt{11}$ لأن $2-\sqrt{11} < 0$.

لدينا $\sqrt{(2-\sqrt{11})^2} = \sqrt{11} - 2$

• توظيف خواص الجذور التربيعية

الأهداف : توظيف المساواة $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$ و المساواة $x\sqrt{b} + y\sqrt{b} + z\sqrt{b} = (x+y+z)\sqrt{b}$ علما أن $a \geq 0$ و $b \geq 0$.

ملاحظات :

- المساواة تعبر عن الخاصية التوزيعية.
- إذا كان $a \leq 0$ فإن $\sqrt{a^2b} = -a\sqrt{b}$.

• نسبة مقامها عدد غير ناطق

الأهداف: كتابة نسبة مقامها عدد غير ناطق على شكل نسبة مقامها ناطق.

ملاحظات : يتعلق الأمر هنا بالنسب مقاماتها من الشكل $b\sqrt{a}$ حيث $a > 0$ و $b \neq 0$.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
قراءة وفهم الوضعية - ماهو شكل الزربية ؟ - رتب المعطيات ثم حدّد التعليمة. **تحليل التعليمة واختيار إستراتيجية حل مناسبة.** - ماهو المطلوب ؟ - ماذا يعني لك طول الزربية هو ضعف عرضها ؟ - ماهي العلاقات الموجودة بين مساحة الزربية وبعديها؟ - كيف يمكن إستغلال هذه العلاقات؟ **تنفيذ خطة الحل** - لاتنسى الاعتناء بتحرير الحل. - هل النتيجة التي تحصلت عليها معقولة؟	**حل مختصر** - وضع L طول الزّربيّة و ℓ عرضها. - كتابة العلاقة $L \times \ell = 24$. - كتابة العلاقة $L = 2\ell$. - التّعويض في المعادلة $L \times \ell = 24$. نجد $2\ell^2 = 24$ أي $\ell^2 = 12$. - بما أن $\ell > 0$، إذن $\ell = \sqrt{12}$ و هي القيمة المضبوطة للعرض ℓ. و نجد أيضا $L = 2\sqrt{12}\,m$. باستعمال حاسبة، و بالتّدوير إلى cm نجد : $L = 6,93m$ و $\ell = 3,46m$

أوظف تعلماتي

ملاحظة: يستهدف التمرينان 1 و 2 التحكّم في التعابير الجديدة المرتبطة بمفهوم الجذر التربيعي لعدد موجب..

3 $\sqrt{81} = 9$ ؛ $\sqrt{289} = 17$

؛ $\sqrt{0,04} = 0,2$ ؛ $\sqrt{1,44} = 1,2$ ؛

$\sqrt{1,21} = 1,1$ ؛ $\sqrt{0,0001} = 0,01$ ؛

$\sqrt{6,25} = 2,5$

8 $\sqrt{(14,2)^2} = 14,2$ ؛

$\sqrt{(-3,5)^2} = 3,5$

$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = \sqrt{2}-1$ ؛

$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = \sqrt{2}-1$ ؛ $\sqrt{\pi^2} = \pi$ ؛

$\sqrt{(3-\pi)^2} = 3-\pi$ ؛ $\sqrt{(\pi-5)^2} = 5-\pi$ ؛

$\sqrt{(\pi-2)^2} = \pi-2$.

9 $\sqrt{43} \simeq 6,6$ ؛ $\sqrt{16,5} \simeq 4,1$

؛ $\sqrt{8} \simeq 2,8$ ؛ $13+\sqrt{7} \simeq 15,6$ ؛

$13-\sqrt{7} \simeq 10,4$ ؛ $\frac{1}{\sqrt{5}} \simeq 0,5$ ؛

$2\sqrt{3}-2 \simeq 1,5$.

10 القيمة المضبوطة لضلع المربع هي

$\sqrt{12}\,cm$ أي $(2\sqrt{3})cm$

المدور إلى $\frac{1}{10}$ لضلع المربع هو $3,5cm$.

ملاحظة: يستهدف التمرين 3 توظيف تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب.

يمكن الاستفادة من مرّبّعات الأعداد الطبيعيّة الأولى.

26 1) $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ ؛ $\sqrt{75} = 5\sqrt{3}$

$\sqrt{147} = 7\sqrt{3}$.

2)

$$A = 2\sqrt{12} - 4\sqrt{3} + \sqrt{75} - \sqrt{147}$$
$$= 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$$

29 أ) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 = 8+2\sqrt{15}$

ب) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2 = 10+2\sqrt{21}$

جـ) $(\sqrt{25}-4)(\sqrt{25}+4) = 25-16 = 9$

30 1) $A+B = 14$ ، $A-B = 8\sqrt{2}$

$A \times B = 49-32 = 17$

2) $$\frac{A}{B} = \frac{7+\sqrt{32}}{7-4\sqrt{2}} = \frac{(7+4\sqrt{2})^2}{17} = \frac{65+56\sqrt{2}}{33}$$

أتعمق

32 1) طبيعة المثلثين قائمين ومتقايسي الساقين.

2) القيمة المضبوطة : $CF = 5\sqrt{2}\,cm$.

33 1) $\vartheta \simeq 1{,}618$

2) نحسب ϑ^2 و $\vartheta + 1$ ونجد $\vartheta^2 = \vartheta + 1$

حيث $\vartheta = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

34 1) $BC = x\sqrt{2}$.

2) المحيط $P = (2+\sqrt{2})x$

3) من أجل $x = 3$ نجد $P = 10{,}23cm$

ومن أجل $x = 5$ نجد $P = 17{,}05cm$

35 1) $6 \le \sqrt{41} \le 7$؛

$10 \le \sqrt{113} \le 11$.

$\dfrac{15}{3+\sqrt{2}} \simeq 3{,}40$ ، $\sqrt{7} + 3 = 5{,}64$.

$\sqrt{54} \simeq 7{,}34$ ، $\sqrt{7} + \sqrt{11} \simeq 5{,}96$

36 1) أ) $x^2 = 3 + 3\sqrt{3}$ ، $y^2 = -3 + 2\sqrt{3}$

ب) $z^2 = 5\sqrt{3}$.

2) بما أنّ $x^2 + y^2 = z^2$

فإنّ المثلّث الّذي أطوال أضلاعه x، y، z قائم.

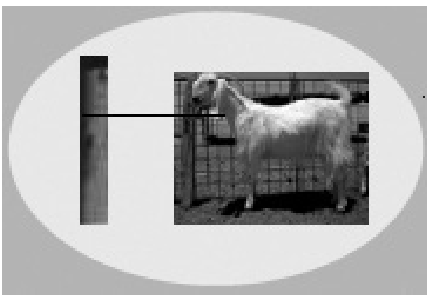
وضعيّة للتّقويم

استعمل سمير حبلا لربط عنزة إلى عمود من خشب مثبت في أرضية مغطاة بالحشائش.

إذا علمت أن العنزة تتنقل فقط في مساحة دائرية وأن المساحة التي يمكن أن ترعاها هي $75{,}36m^2$.

أعط تقديرا لطول الحبل الذي استعمله سمير؟

(يؤخذ $\pi = 3{,}14$ وتدور النتيجة إلى 1cm)



3 - الحساب الحرفي

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الدالة التآلفية.	• معرفة المتطابقات الشهيرة وتوظيفها في الحساب المتمعّن فيه وفي النشر والتحليل. • نشر أو تحليل عبارات جبرية بسيطة.

II تقديم

في السنة الرابعة من التعليم المتوسط، يتواصل تعلّم الحساب الحرفي باستعمال الحروف في وظائفها المختلفة وذلك من خلال العمل على العبارات الجبرية (النشر، التبسيط، التحليل) وكذا عند إدخال مفاهيم الجداءات الشهيرة والمتطابقات الشهيرة.

فيما يخص الجداءات الشهيرة و قصد استباق بعض الأخطاء المتداولة و العنيدة مثل النشر على الشكل الآتي $(a+b)^2 = a^2 + b^2$ ، يمكن اقتراح أمثلة مضادة أو وضعيات مشكلة تجعل التلميذ يدرك بنفسه هذه الأخطاء، يعالجها بنفسه ثم يتجاوزها.

ينبغي على الأستاذ اقتراح أمثلة ووضعيات وجيهة في مجال التحليل والنشر حتى يتجنب المبالغة في التمارين التقنية والآلية.

كما كان الشكل في السنة الثالثة متوسط، يحرص الأستاذ على جعل التلميذ يدرك الاختلاف بين المجموع والجداء، وهو أمر أساسي وضروري لإتقان الحساب الحرفي ولتبسيط الكتابات الحرفية.

III. أنشطة

1. نشر عبارة جبريّة

الأهداف : نشر وتحليل عبارة جبرية باستعمال المتطابقات الشهيرة.

المكتسبات القبلية : الحساب الحرفي-نشر وتحليل عبارة جبرية.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) ط 1 : $3\times(9+5)=3\times 14=42$	
ط 2 : $3\times(9+5)=3\times 9+3\times 5=27+15=42$.	الخاصية: $k(a+b)=ka+kb$
ط 1 : $(4-2,5)\times(3+x)=1,5\times(3+x)$ $=4,5+1,5x$	الخاصية: $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$
ط 2 : $(4-2,5)\times(3+x)=12+4x-7,5-2,5x$. $=4,5+1,5x$	
....	
2) العبارات التي تدل على مجموع: $x(x+1)-2+(x+1)$ ، $x+(3-2x)$	
العبارات التي تدل على جداء : $5x(1-x)$ ،$(3x-1)(3+x)$ ،$x(3x+1)$.	
3) النشر والتبسيط: $x(3x+1)=3x^2+x$	
النشر: $(3x-1)(3+x)=9x-3-x+3x^2$	
التبسيط: $(3x-1)(3+x)=-3+8x+3x^2$	

المتطابقات الشهيرة

الأهداف : توظيف المتطابقات الشهيرة في إنجاز حساب.

عناصر الإجابة

1. مربع مجموع

أ) $(8+2)^2 = 10^2 = 100$

$$\begin{aligned}(8+2)^2 &= (8+2)\times(8+2)\\ &= 8\times 8 + 8\times 2 + 2\times 8 + 2\times 2\\ &= 64 + 16 + 16 + 4\\ &= 100\end{aligned}$$

$(3+0,5)^2 = 3,5^2 = 12,25$

$$\begin{aligned}(3+0,5)^2 &= (3+0,5)\times(3+0,5)\\ &= 3\times 3 + 3\times 0,5 + 0,5\times 3 + 0,5\times 0,5\\ &= 9 + 1,5 + 1,5 + 0,25\\ &= 12,25\end{aligned}$$

ب) مساحة المربع MNPQ الذي طول ضلعه $a+b$ تساوي: $(a+b)^2$.

من جهة أخرى مساحة هذا المربع هي مجموع مساحات الرباعيات: MRLV، LSPT،

RNSLK، VLTQ.

وهي على التوالي تساوي: a^2، b^2، ba، ab.

وهكذا تنتج لدينا المساواة : $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + ab + ba$

جـ) $$\begin{aligned}(a+b)^2 &= (a+b)\times(a+b)\\ &= a^2 + ab + ba + b^2\\ &= a^2 + 2ab + b^2\end{aligned}$$

د) $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$،

$$\begin{aligned}(2x+3)^2 &= (2x)^2 + 2\times(2x)\times 3 + (3)^2\\ &= 4x^2 + 12x + 9\end{aligned}$$

هـ) $21^2 = 20^2 + 2\times 20 + 1 = 441$

$$\begin{aligned}53^2 &= 50^2 + 2\times 3\times 50 + 3^2\\ &= 2500 + 300 + 9 = 2809\end{aligned}$$

2) مربع فرق

أ) $36 = 6^2 = (9-3)^2$،

$$\begin{aligned}(9-6)^2 &= (9-6)\times(9-6)\\ &= 9^2 - 9\times3 - 3\times9 + 9^2\\ &= 81 - 27 - 27 + 9\\ &= 90 - 54 = 36\end{aligned}$$

ب) مساحة المربع (1) الذي طول ضلعه $a-b$ تساوي: . $(a-b)^2$

حساب هذه المساحة باستعمال المربع (2)، المربع KLMN، المستطيل (1) والمستطيل (2).

$$\begin{aligned}a^2 &= (a-b)^2 + b^2 + b(a-b) + b(a-b)\\ &= (a-b)^2 + 2ab - b^2\end{aligned}$$

ومنه: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

د) $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$، . $(5-2x)^2 = 5^2 - 20x + 4x^2$

هـ) $19^2 = (20-1)^2 = 400 - 40 + 1 = 361$،

$37^2 = (40-3)^2 = 1600 - 240 + 9 = 1369$

3) أ) مساحة المستطيل(1) تساوي . $(a-b)\times(a+b)$

من جهة أخرى مساحة المستطيل (1) تساوي مساحة المربع KLMN مطروحًا منها مساحة المستطيل (2).

أي: $(a-b)(a+b) = (a+b)^2 - 2b\times(a+b)$

$= (a+b)(a+b-2b) = (a+b)(a-b)$

ب) $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$

جـ) $(x-3)(x+3) = x^2 - 9$، $(2x-5)(2x+5) = (2x)^2 - 5^2 = 4x^2 - 25$

د) $95\times105 = (100-5)\times(100+5)$ ، $97^2\times3^2 = (100-3)^2\times3^2$

$= 100^2 - 5^2 = 10000 - 25$

$= 9975$

2. تحليل عبارة جبريّة

الأهداف : توظيف المتطابقات الشهيرة في تحليل عبارة جبرية.

عناصر معالجة

1) أ) في حسابها، قامت إيمان بوضع 3,5 كعامل مشترك ثم أنجزت الحساب داخل القوس (أولوية العملية داخل القوس).

ب) $2,9\times 87+2,9\times 13=2,9\times(87+13)=2,9\times 100=290$

$2,35\times 176-2,35\times 76=2,35\times(176-76)=2,35\times 100=235$

2) $9x+3=3(3x+1)$ الخاصية: $ka+kb=k(a+b)$،

$(x-2)(x+4)-3(x-2)=(x-2)(x+4-3)=(x-2)(x+1)$

الخاصية: $ka-kb=k(a-b)$

$(x-1)+(x-1)^2=(x-1)(1+x-1)=x(x-1)$

IV. طرائق

1. نشر عبارة باستعمال المتطابقات الشّهيرة

الأهداف : في هذا النشاط، يتعرف التلميذ على الجداءات الشهيرة الثلاثة $(a+b)^2$، $(a-b)^2$، $(a-b)(a+b)$ كما يتواصل من خلال معالجة الأنشطة إلى نشر كل جداء و إعطاء المتطابقة الشهيرة المستهدفة.

بعض الوضعيات توظف مكتسبات حول الحساب الحرفي والحساب العددي والبعض الآخر يستعمل فيها معارف وإجراءات مكتسبة في ميدان الهندسة.

2. تحليل عبارة باستعمال عامل مشترك

يهدف هذا النشاط إلى جعل التلميذ يلاحظ وجود عامل مشترك بين حدي مجموع وبذلك بكتابة كل حد على شكل جداء، ومن ثم استخراج هذا العامل المشترك بتوظيف خاصية توزيعية الضرب على الجمع.

3. تحليل عبارة باستعمال متطابقة شهيرة

يهدف هذا النشاط إلى جعل التلميذ يجند كل المعارف و الإجراءات التي اكتسبها حول التحليل مثل، استخراج عامل مشترك (توزيعية الضرب على الجمع) ، إبراز عامل مشترك ثم استخراجه في عبارة جبرية ثم يجنّد في الأخير وفي بعض الوضعيات المتطابقات الشهيرة و ذلك بعد التعرّف و التحقق من و جودها.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
قراءة نص المشكلة - عمّ يتحدّث النص؟ - نظّم المعطيات ثم حدد التعليمات. **تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها** - ما هي المعطيات المفيدة؟ - ما هي العلاقة الموجودة بينها؟ - ماذا نحسب في بداية الأمر؟ **تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل** نمذج الوضعية باستعمال المتطابقات الشهيرة. **تنفيذ الخطة** - حساب مساحة الحوض - التعبير عن مساحة المربع الكبير بدلالة x. - التعبير عن مساحة الشريط بدلالة x. - إنجاز الحسابات. **تبليغ الحل** حرر الحل.	مساحة الحوض تساوي: 100 m2. طول الشريط: $10+2x$، عرض الشريط x. العلاقة بين طول الشريط وضلع الحوض: $2x+10$ الوحدة المناسبة هي المتر المربع. مساحة الشريط= مساحة المربع الكبير – مساحة الحوض. مساحة الشريط: $s=(10+2x)^2-10^2$ $=(10+2x+10)(10+2x-10)$ $=2x(20+2x)m^2$ قيمة x التي تجعل مساحة الشريط تساوي $44\ m^2$ هي $x=1$.

دوري الآن (ص35)

1) $(3x-2)(7x-4)=21x^2-26x+8$

$(8-3x)(x+\sqrt{7})+(8+3x)(x-\sqrt{7})=16x-6\sqrt{7}x$؛

2) $A=(x-1)(6x+7)$ ، $B=(x+2)(x-3)$

دوري الآن (ص36)

1) $A=37x^2+20x-8$ ، $B=728x^3+164x^2+8x$

2) $E=(12x-1)^2$ ؛ $F=(2x-1)(8x+1)$

أوظف تعلماتي

6 عند نشر التلميذ الأول للعبارة P لم ينتبه إلى تأثير الإشارة، يمكن تنبيه التلاميذ إلى : تأثير الإشارة (-).

لإثبات خطأ التلميذ الأول يمكن اختبار ناتجي العبارتين من أجل القيمة $x = 0$ مثلا).

21 يستغل الأستاذ التمرين لتنبيه التلاميذ إلى الحالة التي يكون فيها معامل أحد الحدود منفردا مساويا الواحد ، فكثيرا ما يعتبر التلاميذ هذا المعامل معدوما.(التمرين رقم 22 فرصة للتكفّل بهذا التصوّر الخاطئ).

34 $\frac{1}{2} \times 4x \times (x+4) = 2x^2 + 8x$

من أجل $x = 2$ فإنّ $AC = 10$

أؤكّد تعلّماتي

1) $2x^2 + 2x$؛

2) $x^2 - x$

3) $4 - 3x - x^2$ ؛

4) $(a+1)b$

5) $\sqrt{2}(x+\sqrt{2})$ ؛

6) $a(1-b)$

7) $3 + 2\sqrt{3}x + x^2$ ؛ 8) $1 - 2\sqrt{2}x + 2x^2$

9) لا يقبل تحليلا؛

10) $(x+5)^2$

11) $(x-5)(x+5)$؛

12) $(x-5)^2$

13) 399

أتعمق

37 37 $0 \leq x \leq 6$

$EF = 10 - (x+4)$ ؛

$GH = 10 - (x+4)$

$EF = GH = 6 - x$

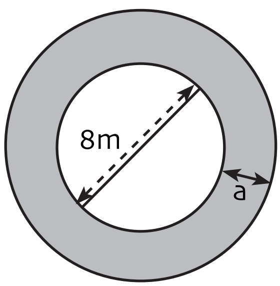
$A = 10^2 - (x^2 + 4x + 10 \times 4)$

وضعيّة للتّقويم

تدرب درّاج حول مسلك دائري عرضه a.

ما هي مساحة هذا المسلك إذا علمت أنّ قطر القرص الداخلي هو 8m ؟

ما هو عرض الشّريط الأحمر إذا كانت مساحة هذ الشّريط $(20\pi)m^2$ ؟



4- المعادلات والمتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
يحلّ مشكلات متعلقة بالأعداد والحساب الحرفي ومعادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد).	- حل معادلة يؤول حلها إلى حل «معادلة جداء معدوم». - حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد وتمثيل مجموعة حلولها على مستقيم مدرج. - حل مشكلات بتوظيف معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

II تقديم

يتواصل العمل في هذه السنة على حل معادلات من الدرجة الأولى لمجهول واحد مع إدخال «معادلة الجداء المعدوم». إنّ الهدف ليس توظيف خوارزمية (تقنية) حل معادلات فقط بل هو معالجة مشكلات من المادة (هندسة، حساب) ومن المحيط الاجتماعي للتلميذ. كما كان الأمر في السنة الثالثة، نحرص على مراحل معالجة هذه المشكلات (اختيار المجهول أو المجهولين، ترييض المشكلة، المعالجة الرياضياتية للمشكلة وأخيرا مراقبة وتفسير النتائج المحصل عليها).
بالنسبة إلى المتراجحات، فإن طريقة حلها قريبة جدا من طريقة حلّ معادلات مع الانتباه إلى اتجاه المتباينة عندما نضرب (أو نقسم) طرفيها في (على)عدد موجب تماما أو سالب تماما.
اعتمدنا في هذا الباب على إدخال هذه العناصر ضمن حلّ مشكلات من المادة أو من المواد الأخرى أو من الحياة اليومية للتلميذ، بغرض جعل المتعلّم يدرك فائدة هذه المفاهيم وفعاليتها في معالجة هذه المشكلات.

III. أنشطة

1. المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

الأهداف: استعمال معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد في حل مشكل

المكتسبات القبلية: تقنيات حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

معالجة

1)
$(3 \times 2 + 2) \times 3 - 5 = 19$
2) $(3x + 2) \times 3 = 9x + 1$
3) نحل المعادلة $9x + 1 = -26$
نجد $x = -3$
4) نحل المعادلة $9x + 1 = 2x$
نجد $x = \frac{-1}{7}$

إرشادات

إن الهدف هو نمذجة الوضعية بواسطة معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد ثم حلّها باستعمال المعارف المكتسبة وهي خواص المساويات والعمليات (الجمع؛ الضرب).
يمكن في السؤال 3) من إيجاد العدد المختار دون المرور على المعادلة (يستعمل التجريب)
لكن في المرحلة الأخيرة يجد صعوبة في ذلك مما يجعل وضع المعادلة هي الوسيلة الأنسب.
تعمدنا في إعطاء المشكل انطلاقا من برنامج حساب حيث نشير إلى أنّ برنامج حسا ب يمنح للتلميذ ترجمة العبارة الحرفية على مراحل مما يسمح له بفهم التركيب الوارد فيها.

2. خاصية جداء معدوم

الأهداف: حل معادلات جداء معوم أو يؤول إليها

المكتسبات القبلية: حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد-النشر والتحليل

عناصر الإجابة

الجداءالمعدوم
1) في كل مساواة العامل غير الظاهر هو صفر
2)إذا كان $ab = 0$ فإنّ $a = 0$ أو $b = 0$
3)أنظر فقرة معارف

تطبيق

أ) 1) أمين استعمل خاصية الجداء المعدوم،
أمّا إلياس فإنّه استعمل النشر.
2) حل المعادلة $0,9$
3) للمعادلة حلان هما 2 و-5
ب) 1) نتحقق بتحليل العبارة
$(1 - 4x)(x + 3) + 7(x + 3)$
2) حل المعادلة E يؤول إلى حل المعادلة
$(x + 3)(8 - 4x)$ وتقبل حلين هما -3
و 2

إرشادات

في بداية الأمر، نُلفت انتباه التلميذ إلى ملاحظة طبيعة عاملي جداء معدوم وهذا ما يسمح فيما بعد من الانتقال من حل المعادلة
$(ax + b)(cx + d) = 0$ إلى حل المعادلتين
$ax + b = 0$ و $cx + d = 0$.
حل المعادلة $(ax + b)(cx + d) = 0$ يؤول
إلى حل كلا من المعادتين $ax + b = 0$ و
$cx + d = 0$.

3. المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

الأهداف: يتعرّف ويستعمل متراجحة في حل مشكل

المكتسبات القبلية: المتباينات والعمليات عليها

عناصر الإجابة

1) يمكن لـ 20 رسالة و16 رسالة.

2) أ) $2,5x + 100 \leq 150$

جـ) 2 حل للمتراجحة لكن 21 ليس حل لها.

حل متراجحة

1) حل المتراجحة $-3x + 5 \leq 20$

نطرح 5 من الطرفين فنحصل على

$-3x \leq 15$ ثم نقسم الطرفين على العدد

السالب (3-) فتتغير إشارة المتراجحة

ونحصل على المتراجحة $x \geq -5$

إرشادات

يعتمد مفهوم حل متراجحة على مفاهيم المساويات والمتباينات وخواصها حيث يوظف التلميذ الحساب الحرفي والعمليات للبحث عن حلول متراجحة أو ترجمة مجموعة حلول متراجحة بتمثيلها على مستقيم مدرج.

الوضعيات المقترحة في هذا النشاط مرتبطة مباشرة بالمعارف والإجراءات المذكورة سابقا وهذا ما يسمح للتلميذ بإدراك أهمية تجنيدها لحل هذه الوضعيات.

IV. طرائق

• حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

الأهداف: التحكّم في تقنيات حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

ملاحظات: نقل المجاهيل إلى طرف والمعالم إلى الطرف الآخر ما هي إلاّ نتيجة الطرح من الطرفين أو الإضافة إلى الطرفين نفس العدد.

• حل معادلة من الشكل $(ax + b)(cx + d) = 0$

الأهداف: حل معادلة تؤول إلى حل معادلة جداء معدوم

ملاحظات: نلاحظ في هذا النشاط وفي هذا المستوى التعليمي ضرورة المرور على تحليل العبارة لذلك ينبغي أن يكون التلميذ يتحكم في هذه الآلية.

• حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد

الأهداف: التحكّم في تقنيات حل متراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد.

ملاحظات: - نقل المجاهيل إلى طرف والمعالم إلى الطرف الآخر ما هي إلاّ نتيجة الطرح من الطرفين أو الإضافة إلى الطرفين نفس العدد.

- ضرورة لفت انتباه التلميذ في حالة ضرب الطرفين (أو قسمة الطرفين) في نفس العدد السالب تماما (على نفس العدد السالب تماما) فإنّ إشارة المتراجحة تتغيّر.

• ترييض مشكلة

الأهداف: استعمال معادلة في حل مشكل من الحياة

ملاحظات : التركيز على مراحل الحل: اختيار المجهول-وضع المعادلة – حل المعادلة – التحقق – الإجابة على المشكل المطروح.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
توجيهات	**حل مختصر**
قراءة وتحليل الوضعية	نسمي x عدد الحصص المطلوب.
• إختيار المجهول وهو x.	• بالصيغة الأولى، يدفع مشترك واحد مبلغا
• ترجمة كل صيغة بعبارة بدلالة المجهول.	قدره $(75 \times x)$ دينارا.
تحليل التعليمة وإختيار إستراتيجية حل	• بالصيغة الثانية المبلغ الذي يدفع المشترك
• كتابة المتراجحة بدلالة المجهول x.	الواحد هو $(560 + 5x)$ دينارا.
• تبسيط المتراجحة على الشكل $ax < b$.	• تكون الصيغة الثانية أفضل إذا كان:
• الإنتباه لإشارة a أثناء حل المتراجحة.	$560 + 5x < 75x$
تنفيذ إستراتيجية الحل المختارة	أي $560 < 70x$.
• تفسير نتيجة الحل المحصل عليه.	بالتالي $x > 8$.
• تحرير الحل.	ينتج أن الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداءً
	من تسع حصص.

أوظف تعلماتي

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

1 ، 2 ، 3 تمارين مباشرة لتفعيل المكتسبات".

4 حلول المعادلات على الترتيب هي:

1 ؛ -4 ؛ $\frac{3}{2}$ ؛ 1 .

5 حلول المعادلات على الترتيب هي:

2 ؛ 3 ؛ 4 ؛ 10 .

6 ، 7 ، 8 تمارين مباشرة لتفعيل المكتسبات".

9 حلول المعادلات، على الترتيب، هي:

2 لا يوجد أي حل، $\frac{1}{5}$ ؛ 2.

10 العدد المطلوب هو حل المعادلة

$6x + 7 = 31$ أي 4

11 $3x - 21 = 2x$ أي $x = 21$

12 $43 + x = 2(4 + 7 + 2x)$

إذن $x = 7$

التحقيق: بعد 7 سنوات عمر الأب هو 50 وعمر الولدان هما 11 و 14.

المعادلات من الشكل $(ax+b)(cx+d)$

14 حلول المعادلات، على الترتيب هي:

-2 ؛ 2 و -5 ؛ 0 و 4 ؛ 2 و $\frac{5}{3}$

15 1) $6x^2 - 3x = 3x(2x - 1)$

2) الحلان هما 0 و $\frac{1}{2}$.

16 1) $5(x+3) + (x-1)(x+3)$
$= (x+3)(x+4)$

2) الحلان هما -3 و -4.

17 تمرين مباشر لتفعيل المكتسبات".

18 2) $9x^2 - 1 = (3x-1)(3x+1)$

3) $p = (3x-1)(5x+4)$

4) الحلان هما $-\frac{4}{5}$ و $\frac{1}{3}$.

19 1) $A = (x+5)^2$

و $B = (x-5)(x+5)$.

2) $P = 5(x+5)$

3) $x = -5$

20 2) $A = 4x^2 - 4x - 80$

$A = (2x-1)^2 - 81$

$A = (2x+8)(2x-10)$

$A = 4(x+4)(x-5)$

3) $x = -4$ ، $x = 5$.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

21 1) $-1,8 > -1,84$

2) $3,49 \times 10^3 < 3,5 \times 10^3$

3) $1 + \frac{3}{2} > \frac{7}{3}$

22 $2x > 3$ ؛ $-4x < -6$ ؛ $2x + 5 > 8$

23 $5x < -10$ ؛ $-2x > 4$ ؛ $3x + 1 < -5$

24 $3x \geq -2$ معناه $x > -\frac{2}{3}$

$-2x<4$ معناه $x>-2$

$\frac{5}{3}x>10$ معناه $x>6$

25 تمرين مباشر لتفعيل المكتسبات".

26 حلول المتراجحة هي الأعداد x

حيث $x\le 3$

27 حلول المتراجحة $\frac{5}{2}x-\frac{1}{3}>0$ هي

الأعداد x حيث $x>\frac{2}{15}$

حلول المتراجحة $1,2x-0,6\le 3$ هي

الأعداد x حيث $x\le 3$.

حلول المتراجحة $\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\ge 1$ هي الأعداد

x حيث $x\ge\frac{7}{2}$

حلول المتراجحة $\frac{x+1}{2}<3x-1$ هي

الأعداد x حيث $x>\frac{3}{5}$

28 1) حلول المتراجحة $2x-1\le 6$ هي

الأعداد x حيث $x\le\frac{7}{2}$

2) تمثيل الحلول

29 1) $P=-15x+1$

2) $R=-4(2x+1)$

3) $P\le R$ معناه $-15x+1\le -8x-4$

أي $x\ge\frac{5}{7}$

30 محيط المستطيل: $2(6+x)$

أي $2x+12$ محيط المثلث: $3x$

نحل المتراجحة $2x+12>3x$

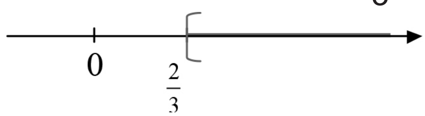
و نجد $x<12$.

يكون محيط المستطيل أكبر من محيط المثلث عندما $x<12$.

31 1) حلول المتراجحة هي الأعداد x

حيث $x\ge\frac{2}{3}$

2)



32 حلول المتراجحة الأولى هي الأعداد x

حيث $x\ge\frac{45}{22}$

حلول المتراجحة الثانية هي الأعداد x

حيث $x<\frac{63}{25}$

33 1) $p=2(x+3)$

2) $P\ge 40$ معناه $2(x+3)\ge 40$

أي $x\ge 17$

يكون محيط المستطيل أكبر من أو يساوي 40cm إذا كان x أكبر من أو يساوي 17cm.

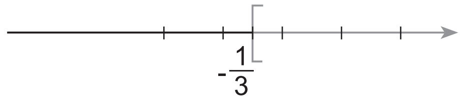
أتعمق

34 تمرين للتدريب، لتحضير امتحان".

35 2) $A=(3x+4)(-17x+17)$

3) $x = 1$ ؛ $x = -\frac{4}{3}$

4) $x \geq -\frac{1}{3}$.



36 1) $A = 10x + 16$ ؛ $B = 12x - 5$

2) $x \geq \frac{21}{2}$

37 1) $3x + 5$

2) $3x + 5 = 32$ إذن $x = 9$

3) $3x + 5 = 2x$ إذن $x = -5$

38 محصور بين 2 و 12.

40 1) مساحة AEFG هي $2x^2 - 16x + 64$

2) $2x^2 - 16x + 64 = 34$

معناه $2x^2 - 16x + 34 = 0$

ومعناه $(2x - 10)(x - 3) = 0$

أي $x = 5$ أو $x = 3$

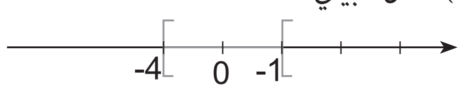
42 الجملة تبسط على الشكل $\begin{cases} x \geq -4 \\ x < -1 \end{cases}$

بالتالي x محصور بين 4- و 1-

حلول الجملة هي الأعداد المحصورة بين

4- و 1-

2) الحل البياني



وضعية للتقويم

طلبت الأم مريم من إبنها سمير الذهاب إلى مخبزة الحي لشراء

4 خبزات و 4 هلاليات علما أن سعر الرغيف الواحد هو 10 دنانير.
أعطت لإبنها مبلغ 100 دينار لشراء هذه الحاجيات.
ماهو أقصى سعر للهلالية الواحدة حتى يتمكن سمير من شراء هذه الحاجيات ؟

معالجة الوضعية الادماجية

حل مختصر

نسمي x عدد الحصص المطلوب.

- بالصيغة الأولى، يدفع مشترك واحد مبلغا قدره $(75 \times x)$ دينارا.
- بالصيغة الثانية المبلغ الذي يدفع المشترك الواحد هو $(560 + 5x)$ دينارا.
- تكون الصيغة الثانية أفضل إذا كان:

$560 + 5x < 75x$ أي $560 < 70x$.

بالتالي $x > 8$.

ينتج أن الصيغة الثانية هي الأفضل ابتداءً من تسع حصص.

5 – جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.	- حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين. - حل مشكلات بتوظيف جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

II تقديم

تتواصل تعلمات الحساب الحرفي في السنة الرابعة للتعليم المتوسط بهدف الوصول إلى التحكّم في بعض أدوات (الجبر): الحروف، العبارات الجبرية، المعادلات، المتراجحات، ... من جهة، ومن جهة أخرى، أن نجعل من هذه الأنشطة أداة فعالة للنشاط الرياضياتي وحل المشكلات.

تنظّم تعلمات هذا الباب حول دراسة طرق حل جمل معادلتين من الدرجة الأولى وحل مشكلات باستعمال جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين لحل مشكلات وذلك باختيار حرفين يمثلان كميتين مجهولتين ثمّ ترجمة العلاقات الموصوفة في نصّ المشكلة بمعادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

III. أنشطة

1. جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

الأهداف: التعرف على مفهوم جملة معادلتين وحلّها كحل لمكشلة من الحياة اليومية.

المكتسبات القبلية: الحساب الحرفي، x بمعنى المجهول، حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول.

عناصر الإجابة

قراءة وتحليل مشكلة يتطلب حلها تعيين جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

أ) التحقق من أنّه لا يكون عدد الرجال 24 وعدد النساء 8.

ب) أنّ الوضعية السابقة تُترجم بالمعادلتين الآتيتين معا: $x + y = 32 ...(1)$ و $2(x - 5) = y - 3 ...(2)$.

جـ) التحقّق أنّ المعادلتين محققتان من أجل $x = 13$ و $y = 19$.

د) استنتج أن عدد الرجال 13 وعدد النساء 19 بهذه المؤسسة قبل الإحالة على التقاعد.

إرشادات

كما هو مصرح به في الهدف فإنّ الغرض من هذا النشاط هو أن يتعرف التلميذ على جملة معادلتين كحل لمكشلة من الحياة اليومية، ومن ناحية أخرى يدرك أنّ استعمال إجراءات الحساب التي ألفها في التعليم الابتدائي وبداية التعليم المتوسط غير كافية لحل مثل هذه الوضعيات، وأنّه في حاجة إلى الانتقال إلى ميدان آخر هو التمثيل باستعمال المجهول والترميز بالحرف لهذا المجهول والعبير عن معلومات بمعادلات.

2. حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

الأهداف: حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

المكتسبات القبلية: حل معادلة من الدرجة الأولى بمجهول.

عناصر الإجابة

أ) التحقق من أنّ الثنائيّة $(2;3)$ حل للمعادلة (1). وليست حلا لجملة المعادلتين.

ب) اقترح ثنائية أخرى حلا للمعادلة (1)، والتحقق إن كانت هذه الثنائية حلا لجملة المعادلتين.

جـ)1) شرح الطريقتين: تعتمد الأولى على التعبير عن أحد المجهولين(y مثلا) بدلالة الآخر x من إحدى المعادلتين((1) في هذه الحالة)، والتعويض في المعادلة (2) فالحصول على معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد، نحلّها، فنجد $x = 2,6$ ، ونعوض في إحدى المعادلتين فنجد قيمة المجهول الآخر $y = 1,8$.

أما الثانية فتعتمد على التخلص من أحد (y مثلا) المجهولين باستعمال خواص المساواة والضرب والمساواة والجمع، والحصول على $7x = 18,2$ نحلّها، فنجد $x = 2,6$ ، ونعوض في إحدى المعادلتين فنجد قيمة المجهول الآخر $y = 1,8$.

2) يستعمل التلميذ الطريقتين السّابقتين جملة المعادلتين، ويجد $x = -1$ و $y = 2$.

إرشادات

إنّ اختيار الجملة مقصود بحيث يصعب على التلميذ الحصول على حلها بالمحاولة أو التخمين، كما أنّ التلاميذ عادة ما يستعملون الأعداد الطبيعية في البحث عن جواب للسؤال (ب)، وبعض التلاميذ قد يستعملون الأعداد الصحيحة النسبية ولكنها لا تمكنهم من الحصول حل الجملة.

وهذه الوضعية تجعل التلاميذ متحفزين لمعرفة كيفية الحصول على حل جملة معادلتين، وهو يقدّمه بقية النشاط.

في الجزء الثاني يطبق التلميذ ما استوعبه كطريقة لحل جملة معادلتين.

3. حل مشكلات بتوظيف جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

الأهداف: حل مشكلات بتوظيف جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

المكتسبات القبلية: ترجمة مشكلة بجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين؛ حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

عناصر الإجابة وإرشادات

المراحل	المهمات	حل
1.اختيار لمجاهيل.	ما هي المجاهيل في هذه المشكلة؟	x عدد البالغين و y عدد الصّغار.
2. ترجمة المشكلة بجملة معادلتين.	·معلومة أولى: ما هو عدد زائري المتحف؟	$x + y = 140$
	·معلومة ثانية: ما هي مداخيل المتحف؟	$300x + 150y = 30300$
	ما هي الجملة التي تترجم معطيات المشكلة؟	$\begin{cases} x + y = 140 \\ 300x + 150y = 30300 \end{cases}$
3. حل الجملة	حل الجملة باختيار طريقة مناسبة.	$(62;78)$
4. تحقيق	تحقق من صحة النتيجة.	$62 + 78 = 140$ و $300\times62+150\times78=30300$
5. الإجابة.	ترجم النتيجة وأجب على السؤال.	زوار المتحف: 62 بالغا و 78 صغيرا.

IV. طرائق

• حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

الأهداف: حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين.

ملاحظات: لحل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين، يمكن أن نستعمل إحدى الطريقتين: طريقة التعويض أو طريقة الجمع والتعويض.
في الحالتين، يكون التركيز على الرجوع إلى معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد وحلها.
اختيار الطريقة الأنسب يكون حسب طبيعة الجملة.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
· قراءة نص المشكلة عمّ يتحدّث النص؟ نظّم المعطيات ثم حدد المعطيات والمطلوب. · تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها ما هي المهمة المطلوب إنجازها؟ كيف يمكن أن يتمّ ذلك؟ · تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل ماذا يلزمك لترييض الوضعية؟ ما هي الموارد المعرفية والإجرائية التي تسمح بحل هذه الوضعية؟ · تنفيذ الخطة ترجم معطيات الوضعية باختيار المجاهيل المناسبة واكتب جملة المعادلتين التي تعبّر عن معطيات الوضعية. اختر طريق لحل الجملة وطبقها. تحقق من صحة الحل. · تبليغ الحل حرر إجابة مناسبة للمشكلة.	نسمي x سعر علبة عصير و y سعر قطعة حلوى. نترجم المشكلة بالجملة: $(E)\cdots\begin{cases}150(x+y)=11250\\24x+30y=2100\end{cases}$ الجملة (E) تكافئ $(E')\cdots\begin{cases}x+y=75\\4x+5y=350\end{cases}$ نحل الجملة (E′) ونجد: $x=25$ و $y=50$. منه: سعر علبة عصير هو $25DA$ و سعر قطعة حلوى هو $50DA$.

أوظف تعلماتي

المعادلات من الدرجة الأولى بمجهولين

1 ، 2 ، 3 ، 4 تمارين مباشرة لتفعيل المكتسبات".

5 أ) $(1;3)$ ب) $(-16;24)$

6 تمرين لتدريب التلاميذ على حل جمل"

7 أ) $(1;1)$ ب) $\left(2;\frac{3}{2}\right)$

8 تمرين لتدريب التلاميذ على حل جمل"

9 أ) $(4;8)$ ب) $\left(3;\frac{3}{2}\right)$

10 تمرين لتدريب التلاميذ على حل جمل"

13 تمرين لتدريب التلاميذ على حل جمل"

15 نجد $\begin{cases} a = -14 \\ b = -4 \end{cases}$

16 $\begin{cases} a > b \\ a + b = 206 \\ a = 4b + 1 \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} a = 165 \\ b = 41 \end{cases}$

17 $\begin{cases} a > b \\ a - b = 26 \\ a + 8 = 3(b + 8) \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} a = 28 \\ b = 4 \end{cases}$

18 نسمي a الطول و b العرض

$\begin{cases} 2(a + b) = 220 \\ (a - 2)(b + 2) = ab + 16 \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} a = 60 \\ b = 50 \end{cases}$

19 $\begin{cases} x + 2y = 180 \\ x = \frac{y}{2} \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} x = 36 \\ y = 72 \end{cases}$

20 نسمي x عدد الأرانب و y عدد الدجاج.

$\begin{cases} x + y = 36 \\ 4x + 2y = 90 \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} x = 9 \\ y = 27 \end{cases}$

21 $\begin{cases} \frac{10}{40} = \frac{x}{y} \\ 4 + x + y + 5 = 13,8 \end{cases}$

ونجد $\begin{cases} x = 3,84 \\ y = 0,96 \end{cases}$

أتعمق

23 تمرين لتدريب التلاميذ على حل جمل"

24 $a = 1022$ و $b = 997$

25 نسمي a طول المستطيل و b عرضه..

$\begin{cases} 2(a + b) = 60 \\ (a + 5)(b - 2) = ab \end{cases}$ ونجد $\begin{cases} a = 20 \\ b = 10 \end{cases}$

26 عمر أمين: 24 سنة وعمر حمزة 10 سنوات.

27 وزن تفاحة: 150g

وزن إجاصة: 100g

28 علامة الفرض المحروس: 9

علامة الواجب المنزلي: 15

29 $x = 58$ و $y = 198$

31 1) x : سعر علبة حليب

y : سعر قارورة عصير.

2) أ) إذا كان ثمن مشتريات $P\ DA$

فعند تطبيق تخفيض بـ 20% يصبح

الثمن $P' = P - \frac{20 \times P}{100}$ ، أي

$$P - \frac{20 \times P}{100} = P \times \left(1 - \frac{20}{100}\right)$$

أي $P' = 0,8 \times P$

ب) $5x + 5y = 1080$ منه $x + y = 216$

3) حل الجملة: $(90;180)$

ثمن علبة حليب: 90 DA وثمن علبة عصير:

.180 DA

وضعية للتقويم

للدخول إلى حديقة التسلية خصصت تذاكر للصغار وأخرى للكبار.

فريق من 3 أطفال وشخص كبير يكلف 290DA وفريق من 5 أطفال و 4 أشخاص كبار يكلف 705DA.

جد سعر تذكرة كل فرد.

معالجة الوضعية الادماجية

حل مختصر

نضع x سعر قارورة العصير و y سعر قطعة حلويات.

- لدينا $150x + 150y = 11250$ و $24x + 30y = 2100$.

- نحل الجملة $\begin{cases} 150x + 150y = 11250 \\ 24x + 30y = 2100 \end{cases}$

- من المعادلة $24x + 30y = 2100$

ينتج أن $y = 70 - \frac{4}{5}x$.

إذن $150x + 150\left(70 - \frac{4}{5}x\right) = 11250$

ينتج أن $x = 25$.

إذن $y = 50$.

التحقق: لدينا

$$\begin{cases} 150(25) + 150(50) = 11250 \\ 24(25) + 30(50) = 2100 \end{cases} .$$

إذن الجملة تقبل حلا واحدا هو $(25\ ;\ 50)$

بالتالي 25 دينارا هو سعر قارورة العصير

و 30 دينارا هو سعر قطعة حلويات.

6- الدالّة الخطيّة و التناسبية

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الدالة الخطية والتناسبية.	- معرفة الترميز $x \longmapsto ax$ و تعيين صورة عدد بدالة خطية. - تعيين عدد علمت صورته بدالة خطية. - تعيين دالة خطية انطلاقا من عدد غير معدوم و صورته. - تمثيل دالة خطية بيانيا. - قراءة التمثيل البياني لدالة خطية و حساب معامل دالة خطية انطلاقا من تمثيلها البياني. - تمثيل و قراءة و ترجمة وضعية يتدخل فيها مقدار معطى بدلالة مقدار آخر. حل مشكلات تتدخل فيها النسب المئوية أو المقادير المركبة

II. تقديم

إن مفهوم الدالّة متناول هنا من خلال الدوال الخطيّة فقط، وكلّ دراسة نظرية لمفهوم الدالّة خارج البرنامج.

تطرق التلاميذ في السنوات السّابقة إلى وضعيات تناسبية من الحياة اليومية واستخراج معامل التناسبية. وفي هذه السنة توظف هذه الوضعيات لمقاربة مفهوم الدالّة الخطيّة.

في هذا الباب، نجعل التلميذ يلاحظ أنّ الدالّة الخطيّة تترجم وضعية تناسبية من خلال وضعيات يتدخل فيها مقداران متناسبان (معامل الدالّة الخطيّة هو معامل التناسبية)

كما يستنتج التلميذ أنّ الدالّة الخطيّة ذات المعاملa تعبّر عن البرنامج « أضرب في a ».

فيما يتعلق بتمثيل وقراءة وترجمة وضعيات يتدّخل فيها مقدار بدلالة مقدار أخر:

تعلّم التلميذ، في السنة الثالثة متوسط، أن يُمثل وضعية تناسبية(غالبا ما تعطى في شكل جدول أعداد)

بنقط تكون على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم. يمكن إذن للتلميذ التمييز بين وضعية تناسبية

ووضعية لا تناسبية.

أما المشكلات المتعلقة بالنسب المئوية فهي تشكل وضعيات تعطي معنى لمفهوم الدالّة الخطيّة.

III. أنشطة

1. تعيين دالة خطية

الأهداف: تعيين دالة خطية انطلاقا من وضعية من الواقع وبارتباط مع التناسبية.

المكتسبات القبلية: الحساب الحرفي: x بمعنى متغيّر- التناسبية.

معالجة

1)

السعر قبل التخفيض	50	100	150	200
السعر بعد التخفيض	49	147	98	196

2) $f(x)=0,98x$

$f(120)=117,6$

$f(x)=6$ إذن $x=\frac{300}{49}$

$f(x)=1,4$ إذن $x=\frac{10}{7}$

إرشادات

- إبراز علاقة خطية بين متغيرين.

- يمكن أن يشكّل الرمز $f(x)$ صعوبة للتلاميذ، كونه لا يوافق الترميز المألوف في الحساب الحرفي واستعمال الأقواس، لذا ينبغي التأكيد على شرح استعماله وتمييزه عن الترميز الآخر ، فبعد ملء الجدول يلفت الأستاذ انتباه التلاميذ إلى أنّه يمكن إعادة كتابته على النحو الآتي:

x	50	100	150
$f(x)$	...	...	...

2. تمييز دالة خطية

الأهداف: تمييز الدوال تآلفية عن غيرها من الدوال.

المكتسبات القبلية: عبارات حرفية متنوعة.

معالجة 1) الجدول (1) : جـ)

الجدول (2) : ب)

الجدول (3) : أ)

3) ب)

إرشادات - نقترح أمثلة لوضعيات غير تناسبية كي يدرك التلميذ وجود دوال من نوع آخر يدرسها مستقبلا.

- نركز على أن إذا كانت الدّالة f من الشكل $f(x)=ax$ فهي دالة تآلفية و إذا كانت f دالة تآلفية فإنها حتما من الشكل $f(x)=ax$.

3. تمثيل دالة خطية بيانيا

الأهداف: - الوصول بالتلميذ إلى أنّ التمثيل البياني لدالة خطية هو مستقيم.

- إنشاء المستقيم الممثل لدالة خطية.

المكتسبات القبلية: تمثيل وضعية تناسبية بنقط على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم.

عناصر الإجابة

1) أ) نقل وإكمال الجدول

x	0	1	4
$f(x)$	0	0,5	2

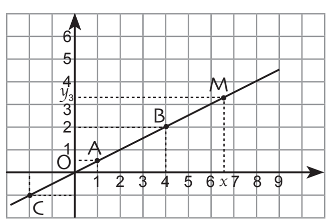
ب) النقط O، A، B هي في استقامية

2) أ) ترتيب النقطة C هو -1

و $f(-2)=-1$

ب) يمكن استعمال مبرهنة طالس،

ونجد $y=0,5x$



إرشادات

مثّل التلميذ، في السنة الثالثة متوسط، وضعية تناسبية بنقط على استقامة واحدة مع مبدأ المعلم. يلاحظ في هذا النشاط أنّ التمثيل البياني لدالّة خطيّة مستقيم يمّر من المبدأ، وهي الخاصية التي يمكن البرهان عليها باستعمال خاصيّة طالس.

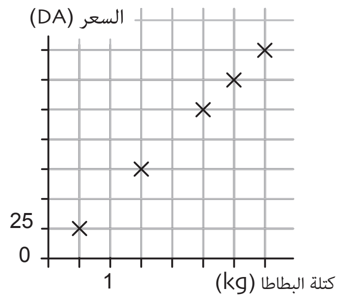
4. تمثيل و قراءة و ترجمة وضعية يعطى فيها مقدارا بدلالة مقدار آخر

الأهداف: - التعرف عن وضعية تناسبية (و قراءة معامل التناسبية) أو غير تناسبية.

المكتسبات القبلية: المقداران المتناسبان، تمثيل وضعية تناسبية بيانيا، معامل التناسبية.

عناصر الإجابة

وضعية تناسبة و احدة هي:



إرشادات

هدف هذا النشاط إلى تمثيل و قراءة و ترجمة وضعية تناسبية أو غير تناسبية يعطى فيها مقدار y بدلال مقدار x مثل مساحة مربع بدلالة ضلعه أو سعر منتوج بدلالة كتلته...

في التمثلات البيانية، يمكن قراءة y إذا أعطي x كما يمكن قراءة x إذا أعطي y.

و إذا كانت الوضعية وضعية تناسبية يمكن إيجاد معامل التناسبية بيانيا.

5. استعمال النسب المئوية

الأهداف: إعطاء معنى لمفهوم الدالّة الخطيّة. ترجمة مشكلات حول النسبة المئوية بدوال خطيّة

المكتسبات القبلية: النسب المئوية.

عناصر الإجابة

الوضعية الأولى: حوالي 55%

الوضعية الثانية: حوالي 9%

الوضعية الثالثة: أ) $1260da$

ب) $y = 1,05x$

إرشادات

يمكن إدخال مفهوم الدالّة الخطيّة انطلاقا من:

- أخذ t% من x يعني ضرب x في $\frac{t}{100}$.
- زيادة x بـ $\frac{t}{100}$ « يعني « ضرب x في $1 + \frac{t}{100}$.
- خفض x بـ t% «يعني ضرب x في $1 - \frac{t}{100}$.

6. المقادير المركبة

الأهداف: فهم، تفسير و استعمال المقادير المركبة.

المكتسبات القبلية: التناسبية .

عناصر الإجابة

-الوضعية الأولى: 25m/s معناه 90km/h

إذن السائق ارتكب مخالفة

- الوضعية الثانية:

-لوضعية الثالثة: نحسب الكتلة الحجمية في كل حالة.

المعدن الأثقل هو الذهب.

إرشادات

يهدف هذا النشاط إلى اقتراح أمثلة عن مقادير حاصل القسمة المدروسة في السنة الثالثة مثل السرعة ونجعل التلميذ يلاحظ في الحالتين أنّ المقادير من طبيعتين مختلفتين ويتم إدخال الوحدات المختلفة.

IV. طرائق

• تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومة

الأهداف: تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومة بدالة خطية.

ملاحظات: في الحل، نصل بالتلميذ إلى حساب صور الأعداد بالتعويض في عبارة الدالة بالأعداد المعتبرة ولحساب عدد صورته معطاة نحل معادلة من الدرجة الأولى بالمجهول x .

• قراءة التمثيل البياني لدالة خطية

الأهداف: قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية.

ملاحظات: لضمان قراءة سليمة للفاصلة أو الترتيب، يحرص الأستاذ على أن تكون الرسومات دقيقة وواضحة.

• تمثيل دالة خطية بيانيا

الأهداف: إنشاء التمثيل البياني لدالة تآلفية.

ملاحظات: نصل بالتلميذ إلى أنّه لإنشاء المستقيم الممثل لدالة خطية في المستوي المزود بمعلم متعامد، يكفي تعيين نقطة من هذا المستقيم لأنه يمر بمبدأ المعلم.

• مثيل و قراءة و ترجمة وضعية يعطى فيها مقدارا بدلالة مقدار آخر

الأهداف: حساب مقدار بدلالة مقدار أخر في وضعية تناسبية.

ملاحظات: يمكن استعمال جدول تناسبية لحساب مقدار بدلالة مقدار أخر (في وضعية تناسبية).

• ستعمال النسب المئوية

الأهداف: توظيف النسب المئوية

ملاحظات: تخفيض a بـ $t_1\%$ متبوع بزيادة الناتج بـ $t_2\%$ يعني ضرب a

في $1 - \frac{t_1}{100} = 1 + \frac{t_2}{100}$

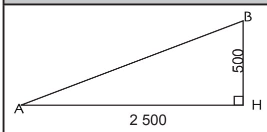
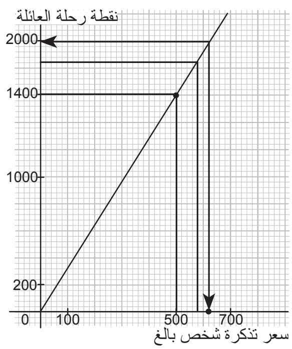
يمكن نمذجة هذه الوضعية بالدّالة الخطية التي معاملها $1 - \frac{t_1}{100} = 1 + \frac{t_2}{100}$.

• المقادير المركبة

الأهداف: استعمال مقادير مركبة.

ملاحظات:لحساب الكثافة السكانية في منطقة، نقسم عدد سكان هذه المنطقة على مساحتها(km^2).

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
توجيهات **قراءة نصّ المشكل بتمعّن** قراءة نصّ المشكلة وفهم معاني المفردات الواردة فيه. فهم الوضعية وتشكيل صورة ذهنية لها. فهم التعليمات وإدراك المهمة المركبة: التعبير عن تكلفة الرحلة بدلالة المتغيّر (سعر تذكرة الشخص البالغ) تعيين طبيعة الدالة. **تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها** يتعلق الجزء الأول من المشكل بتعيين المدة الزمنية التي يستغرقها المصعد للانتقال من A إلى B. لذلك، نحتاج إلى تعيين المسافة AB. استغلال الفرق في الارتفاعين A و B والمعلومات الواردة على الرسم التخطيطي للمكان. في الجزء الثاني، يتعلق الأمر بتعيين عبارة تكلفة الرحلة بالنسبة إلى كلّ العائلة بدلالة سعر تذكرة شخص بالغ. عدة متغيرات يجب اعتبارها، منها تشكيل العائلة، تخفيض سعر التذكرة بالنسبة لكل طفل، حدود إمكانيات العائلة.	 1) $AB \simeq 2550m$ $t \simeq 7,73min$ 2) الدالة الخطية التي تمثّل تكلفة الرحلة بدلالة x $P(x) = 3,8x$ تمثيلها البياني في معلم مناسب: • أكبر قيمة لسعر التذكرة x التي تسمح للعائلة بدفع ثمن الرحلة في حدود المبلغ المخصص : $526DA$ 

أوظف تعلماتي

التعرف عن وضعية تناسبية

1 تمرين حول تعبير عن وضعية بدالة خطية و ربط معاملها بنسبة مئوية."

2 ملاحظة: يمكن أن يُلفت الأستاذ انتباه التلاميذ أنّ صورة العدد 1 بدالة خطيّة يُمثّل معامل هذه الدّالة الخطية.

3 تمرين حول ربط خفض مقدار بدالة خطية"

تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومة

8 ملاحظة: التمرين فرصة سانحة للعمل على توضيح الكتابات والقراءات المتكافئة والتمييز بين المختلفة منها.

9 الجدول يسمح بلفت انتباه التلاميذ إلى علاقة التناسبية بالدّالة الخطيّة ومن ثمة تنويع تقنيات الحل التي تؤدي جميعها إلى النتائج نفسها.

10 الجدول يمثل جدول تناسبية، لإتمامه يكفي حساب معامل التناسب (تعيين معامل الدالة الخطيّة) $-\frac{7}{6} = \frac{2}{7} \div \frac{-1}{3}$

ملاحظة: على الأستاذ التركيز على إعطاء معنى لانتماء النقطة $M\left(\frac{2}{7}; -\frac{1}{3}\right)$

إلى المستقيم الذي يمثّل الدّالة الخطيّة f.

تمثيل دالة تمثيل بياني.

11 التمثيل البياني للدالة f، فالدّالة f دالة خطية.

1) معامل الدّالة الخطيّة $\frac{80}{400} = \frac{1}{5}$

$\left(f : x \longmapsto \frac{1}{5}x\right)$

2) $f(1954) = \frac{1954}{5}$

3) $f(2018) = \frac{2018}{5}$

ملاحظة: الأعداد المستعملة لا تسمح بقراءة بيانية للصور أو السوابق لذلك فاللجوء إلى الصيغ الجبرية ضروري.

12 يُفضّل حل هذا التمرين بقراءة بيانية وأخرى جبرية والربط بينهما.

13 ينبغي لفت انتباه التلاميذ إلى حسن اختيار فاصلة النقطة التي نعتمد عليها في رسم المستقيم الممثل للدالة الخطيّة وذلك تفاديا لتعقيد الحسابات والقيم التقريبية.

التعرّف على وضعيّة تناسبية

17

r(m)	2,5	3	8	9,5
P(m)	5π	5π	5π	5π
A(m)	6,25π	9π	64π	90,25π

A و P غير متناسبين. A و r غير متناسبين

ملاحظة: التمرين فرصة للتعرف على وضعيات غير تناسبية (وجود دوال ليست خطيّة)

19 ، 20 ، 21 ، 22 تمارين تهدف إلى ترجمة «أخذ من « بدالة خطية، حساب سعر منتوج بعد خفض أو زيادة بنسبة مئوية معيّنة»

23 لدينا $\frac{8}{100} = 0,08 = \frac{4500 - 4140}{4500}$

إذن نسبة التخفيف هي 8%.

المقادير المركبة

25 1) لدينا $63 \times \frac{75}{100} = 47,25$ إذن الكتلة المطلوبة هي 47,25kg .

الكتلة الحجمية للماء هي $1g/cm^3$ أي 1kg/L إذن الحجم المطلوب هو 47,25L .

2) لدينا $\frac{63 \times 47}{47,25}$;62,67 إذن الكتلة المطلوبة هي تقريبا 62,67kg (رابع متناسب).

26 نسمي x حجم كيلوغرام من الزئبق (بـ cm^3).

13600kg	1kg
$1000000cm^3$	x

نجد $x \simeq 73,53cm^3$

27 تمرين للتدريب.

أتعمق

28 أ) المسافة المقطوعة هي 170km.

ب) الوقت الذي يستغرقه الدّراج لتغطية 100km الأولى هو 2h30min.

جـ) المسافة المقطوعة خلال نصف الساعة الأخيرة هي 20km.

د) الدّراج في المرحلة الأولى:

$\frac{20}{0,5} = 40$ إذن السرعة المطلوبة هي: 40km/h

29 $y = \left(1 + \frac{t}{100}\right)\left(1 - \frac{t}{100}\right)x$

أي $y = \left(1 - \frac{t^2}{10000}\right)x$

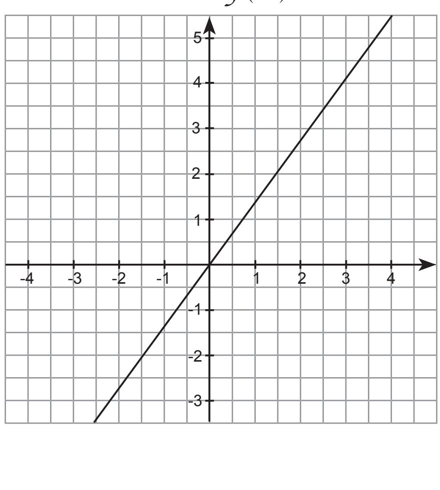
30 f دالّة خطيّة إذن $f(x) = ax$

معناه $f(x+\sqrt{2}) - f(x-\sqrt{2})$

$a(x+\sqrt{2}) - a(x-\sqrt{2}) = 4...(*)$.

نحل المعادلة (*) و نجد $a = \sqrt{2}$

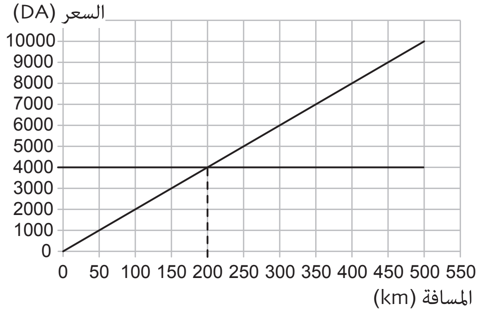
و منه $f(x) = x\sqrt{2}$.



31 ننمذج التسعيرة الأولى بالمستقيم (D) الذي معادلته $y = 20x$.

في التسعيرة الثانية، المبلغ y ثابت ($y = 4000$)

مهما تكن المسافة إذن يمكن نمذجتها بمجموعة النقط $M(x ; 4000)$ التي تشكل المستقيم (D’).



إذا كانت المسافة المقطوعة أصغر من 200km التسعيرة الأولى أفضل.
إذا كانت المسافة المقطوعة أكبر من 200km التسعيرة الثانية أفضل.

32 تمرينيهدف إلى تمييز الدّالة الخطية و تجنيد مكتسبات التليميذ حول الحساب و خاصة استعمال الجذور التربيعية.

33 1) حل المعادلة $-\frac{5}{2}x = 4...(*)$

بيانيا: يؤول إلى قراءة فاصلة النقطة ذات الترتيب 4 من المستقيم (D) ذي المعادلة $y = -\frac{5}{2}x$ نجد $x = -1,6$.

حل المعادلة $-\frac{5}{2}x = 4...(*)$

جبريا: نجد $x = -\frac{8}{5}$ أي $x = -1,6$.

2) حل المتراجحة $-\frac{5}{2}x \leq 3...(*)$ بيانيا:

يؤول إلى قراءة فواصل النقط من المستقيم

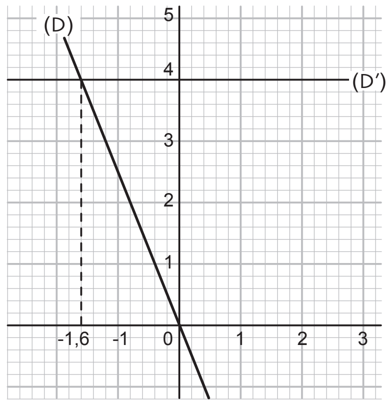
(D_1) ذي المعادلة $y = -\frac{5}{2}x$ التي ترتيب

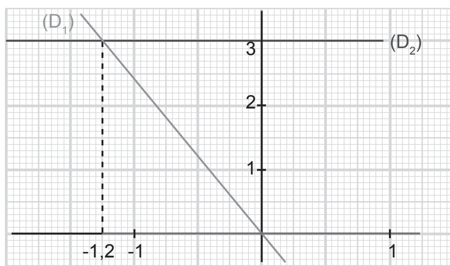
كل منها يقل عن أو يساوي 3

نجد كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $-1,2$

حل المتراجحة $(*)...3 \leq -\frac{5}{2}x$ جبريا:

نجد $x \geq \frac{-6}{5}$ أي $x \geq -1,2$.





35 حجم المياه المخزنة في 2017 هو:

$.20240000m^3$

36 عدد التلاميذ الذين يدرسون الإنجليزية

ويمارسون كرة القدم هو 12.

عدد التلاميذ الذين يدرسون الألمانية

ويمارسون كرة القدم هو 7.

عدد التلاميذ الذين يمارسون كرة القدم هو 19.

النسبة المئوية للتلاميذ الذين يمارسون كرة

القدم هي 63,33% تقريبا.

37 45mg/L معناه 0,45mg/cL

و لاحظ أن $\frac{8}{13} > 0,6$ إذن هذا الماء غير

صالح للشراب.

38 سدس الناخبين لم يصوّت إذن النسبة

المئوية للذين صوّتوا تفوق 80% لأن

$\frac{5}{6} > 0,80$.

39 تركيز السكر في الشراب الجديد هي

بالتقريب 0,74mg/mL.

وضعية للتقويم

تريد مدرسة شراء برمجية لتسيير مكتبتها فقررت تحميل صيغة التجريب للبرمجية عبر الأنترنيت.

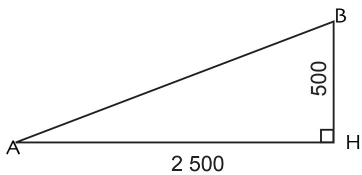
1) مقاس الملف هو 3,5Mo ومدة التحميل 7s. ما هو تدفق الأنترنيت (الوحدة : ميغا أوكتي في الثانية Mo /s)

2) بعد التجريب لمدّة شهر، قررت المدرسة شراء البرمجية ودفع الحقوق باختيار إحدى الكيفيات : أ) 20€ ب) 10 سنتيم لكلّ تلميذ جـ) 20€ زائد 5 سنتيم لكلّ تلميذ

- ما هي أفضل كيفية للدفع إذا علمت أنّ عدد تلاميذ المدرسة هو 210 تلميذ؟
- ما هي القيمة التي ستحوّلها المدرسة بالدينار إذا علمت أنّ الدينار الجزائري متناسب مع الأورو وأنّ : $1€ = 136,57DA$ ؟

معالجة الوضعية الادماجية

حل مختصر



1) $AB \simeq 2550m$

$t \simeq 7,73min$

2) الدالة الخطية التي تمثّل تكلفة الرحلة بدلالة x : $P(x) = 3,8x$ تمثيلها البياني في معلم مناسب:

- أكبر قيمة لسعر التذكرة x التي تسمح للعائلة بدفع ثمن الرحلة في حدود المبلغ المخصص : 526DA

7 - الدالة التآلفية

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الدالة التآلفية.	- معرفة الترميز $x \mapsto ax + b$ - تعيين صورة عدد بدالة تألفية. - تعيين عدد صورته بدالة تألفية معلومة. - تعيين دالة تألفية انطلاقا من عددين وصورتيهما. - تمثيل دالة تآلفية بيانيا. - قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية. - تعيين العاملين a و b انطلاقا من التمثيل البياني لدالة تآلفية. - إنجاز تمثيل بياني لوضعية يتدخل فيها مقدران أحدهما معطى بدلالة الآخر، قراءته وتفسيره. - تفسير حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين بيانيا.

II تقديم

يقدّم مفهوم الدالة التآلفية كما هو الشأن بالنشبة للدالة الخطية انطلاقا من وضعيات ملموسة وبارتباط وثيق مع التناسبية (تناسبية قيم المقدارين في حالة الدالة الخطية وتناسبية التزايدات في حالة الدالة التآلفية). ينبغي أن تكون هذه الوضعيات متنوعة ومن ميادين مختلفة.

كما ينص المنهاج، تكون دراسة الدالة التآلفية كأداة لحل مشكلات. ينبغي تجنب إيّ توسع في الدراسة النظرية لها.

III. أنشطة

1. تعيين دالة تآلفية

الأهداف: تعيين دالة تآلفية انطلاقا من وضعية من الواقع وبارتباط مع التناسبية.

وصف عبارة دالة تآلفية كبرنامج حساب.

المكتسبات القبلية: الحساب الحرفي: x بمعنى متغيّر.

معالجة

1) $35000+185\times10= 36850$

2) أ)

عدد الساعات الإضافية	5	8	10	12	15
الأجرة الشهرية بالدنانير	35925	35680	36850	37220	37775

• الموارد

مراحل العمل:

- تطبيق برنامج الحساب لحساب أجرة عامل عندما يكون له 5، 8، 10، 12 و15 ساعة إضافية.
- بالتمعّن في الجدول، يتضح أنّه لا يمثل جدول تناسبية مع الشرح.
- التعبير عن أجرة العامل بدلالة x.
- تعريف دالة تآلفية.

الصعوبات الممكنة: تمييز جداول التناسبية، بمعنى متغيّر. x استعمال الحرف

ب) الجدول ليس جدول تناسبية.

3) $S(x) = 185x + 35000$

4) أ) نعم الوضعية المقترحة تعرف دالة تآلفية (عد إلى (3))

ب) «أضرب x في 185 ، أضيف 35000».

2. التعرّف على دوال تآلفية

الأهداف: تمييز الدوال تآلفية عن غيرها من الدوال.

المكتسبات القبلية: عبارات حرفية متنوعة، عبارة دالة خطية ، عبارة دالة تآلفية.

عناصر الإجابة

1) أ)

الدالة التآلفية	a	b
$x \longmapsto -2x+1$	-2	1
$x \longmapsto 5x$	5	0
$x \longmapsto \frac{x}{2}-1$	$\frac{1}{2}$	-1
$x \longmapsto 2+3x$	3	2

إرشادات

يكون التأكيد على عبارة دالة تآلفية ودرجة المتغيّر.

يمكن أن تكمن الصعوبة في تعيين a و b حسب موقعيهما في العبارة.

2) « الدالة الخطية هي أيضا دالة تآلفية

»عبارة صحيحة. في هذه الحالة $b = 0$.

كما يمكن أن يطرح السؤال الحالة العكسية على التلاميذ: هل كل دالة تآلفية هي دالة خطية؟

3. تمثيل دالة تآلفية

الأهداف: - الوصول بالتلميذ إلى أنّ التمثيل البياني لدالة تآلفية هو مستقيم.

- إنشاء المستقيم الممثل لدالة تآلفية.

المكتسبات القبلية: التمثيل البياني لدالة خطية.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) أ) ترتيب النقطة من (d) التي فاصلتها 2 هو 3. منه ترتيب النقطة من (d') التي فاصلتها 2 هو 4. ب) يكفي إضافة المعامل b أي 1، وبصفة عامة نستنتج أنه يمكن الحصول على التمثيل البياني لدالة تآلفية بانسحاب شعاعه $\vec{u}\begin{pmatrix}0\\b\end{pmatrix}$ انطلاقا من التمثيل البياني للدالة الخطية المرفقة. 2) أ) $\frac{3}{2}\times 0 + 1 = 1$ أي أنّ النقطة $(0;1)$ من (d'). ب) النقطة $(0;b)$ تنتمي إلى المستقيم الممثل للدالة f، حيث $a\times 0 + b = b$. تسمية الترتيب عند المبدأ.	الغرض هو الوصول بالتلميذ إلى استنتاج التمثيل البياني لدالة تآلفية انطلاقا من التمثيل البياني للدالة الخطية المرفقة. الصعوبات: مفهوم انسحاب. ربط ترتيب النقطة من (d') و ترتيب النقطة من (d) التي لها نفس الفاصلة.

4. تناسب التزايدات

الأهداف: الوصول بالتلميذ إلى أنّ تزايدات الدالة التآلفية متناسبة مع تزايدات المتغيّر.

المكتسبات القبلية: المقداران المتناسبان، معامل التناسبية، تمثيل دالة تآلفية.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) المتابع 7 مقبلات يدفع 3400DA الذي يدفع 4800DA يتابع 14 مقابلة. 2) $f(x) = 200x + 2000$ • $f(1) = 2200$ ؛ $f(4) = 2800$ ؛ $f(6) = 3200$ $f(9) = 3800$ • $f(11) = 4200$ و $f(15) = 5000$ $f(0) = 2000$ • $\frac{f(4)-f(1)}{4-1} = \frac{2800-2200}{4-1} = \frac{600}{3} = 200$ • $\frac{f(6)-f(4)}{6-4} = 200 = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = 200$ معامل التناسبية هو a أي 200.	بعد ترييض الوضعية، نعيّن عبارة الدالة التآلفية. يؤكد الأستاذ أن في حالة دالة تآلفية نجد التناسبية بين تزايدات الدالة وتزايدات المتغيّر. ينقل التمثيل البياني للدالة بعناية ليتمّ إكمال الفراغات بالأعداد المناسبة.

5. التفسير البياني لحل جملة معادلتين

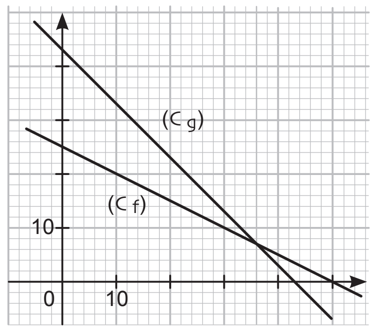
الأهداف: تفسير حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين بيانيا.

المكتسبات القبلية: حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين جبريا. - تمثيل دالة تآلفية بمستقيم.

عناصر الإجابة

أ) كل من الدالتين تآلفية.

ب)



جـ) المستقيمان يتقاطعان في نقطة، إحداثياها $(36;7)$ يحققان المعادلتين معا.

د) عدد القطع من فئة $100DA$ هو 36 وعدد القطع من فئة $200DA$ هو 7.

إرشادات

بعد ترجمة الوضعية بجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين x لعدد القطع من فئة $100DA$ و y لعدد القطع من فئة $200DA$، نرفق كل مستقيم في التمثيل الباني بالمعادلة الموافقة له من الجملة ونعيّن إحداثيي نقطة تقاطعهما. نفسّر ذلك بحل الجملة المعتبرة.

IV. طرائق

• تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومة

الأهداف: تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومة بدالة تآلفية.

ملاحظات: في الحل، نصل بالتلميذ إلى حساب صور الأعداد بالتعويض في عبارة الدالة بالأعداد المعتبرة ولحساب عدد صورته معطاة نحل معادلة من الدرجة الأولى بالمجهول x.

• إنشاء التمثيل البياني لدالة تآلفية

الأهداف: إنشاء التمثيل البياني لدالة تآلفية.

ملاحظات: نصل بالتلميذ إلى أنّه لإنشاء المستقيم الممثل لدالة تآلفية في المستوي المزود بمعلم متعامد، يكفي تعيين نقطتين من هذا المستقيم.

• قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية

الأهداف: قراءة التمثيل البياني لدالة تآلفية.

ملاحظات: لضمان قراءة سليمة للفاصلة أو الترتيب، يحرص الأستاذ على أن تكون الرسومات دقيقة وواضحة.

• تعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين وصورتيهما

الأهداف: تعيين دالة تآلفية انطلاقا من عددين وصورتيهما.

ملاحظات: لحساب معامل التناسبية، نستعمل نسبة التزايدات.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

• تعيين دالة تآلفية انطلاقا من تمثيلها البياني

الأهداف: تعيين دالة تآلفية انطلاقا من تمثيلها البياني وكتابة دستورها.

فرصة لتدريب التلاميذ على القراءة البيانية لمعامل توجيه مستقيم.

• تفسير حل جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين بيانيا

الأهداف: استغلال التمثيل البياني لدالة ونقطة تقاطع مستقيمن لتفسير حل جملة معادلتن بيانيا.

يمكن استغلال مثل هذه الوضعيات لتدريب التلاميذ على العمل أثناء المعالجة في أطُرٍ متنوعة: حسابية، بيانية، ... إلخ.

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• قراءة نص المشكلة عمّ يتحدّث النص؟ نظّم المعطيات ثم حدد التعليمات. **• تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها** ما هي المعطيات المفيدة؟ ما هي العلاقة الموجودة بينها؟ ماذا نحسب في بداية الأمر؟ **• تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل** نمذج الوضعية بدالة خطية ودالة تآلفية. مثّل الدالتين في معلم منسوب إلى معلم مناسب. **• تنفيذ الخطة** عبّر عن $f(x)$ و $g(x)$ بدلالة x . باستعمال الحركة المستقيمة المنتظمة و تناسبية قيم $g(x)$ وقيم x، استنتج المطلوب بالاستعانة بالتمثيل البياني. **• تبليغ الحل** حرر الحل.	1) $f(t)=50t$ و $g(t) = 30t + 60$. 2) نحل المعادلة $50t = 30t + 60$ و نجد $t = 3$ و $f(3) = g(3) = 150$. السيارة تلتحق بالدراجة النارية على 13h أي بعد 3h من انطلاقها و 5h عن انطلاق الدراجة النارية. تكون المسافة المقطوعة عندئذ 150km.

أوظف تعلماتي

التعرف على دالة تآلفية

حساب صورة أو تعيين عدد صورته معلومة

6 يتدرب بالتلميذ على وضع معادلة وحلها.

التمثيل البياني لدلة تآلفية

8 نجعل التلاميذ يتوصلون من خلال مقارنة أعمالهم أنّه مع استعمال نقطة مختلف إلا أن التمثيل الناتج واحد.

9 جـ) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 1$

11 أ) (d_2) بـ) (d_3) جـ) (d_1)

تعيين دالة تآلفية

12 $f(x) = -3x + 5$

17 أ) $a = \frac{f(-1)-f(2)}{2+1} = \frac{8+3}{3} = \frac{11}{3}$

بـ) $f(x) = -\frac{11}{3}x + \frac{31}{3}$

تناسب التزايدات

20 أ) لدينا: من أجل x_1 و x_2 حيث $x_1 \neq x_2$

$f(x_2)-f(x_1)=ax_2+b-ax_1-b=ax_2-ax_1$

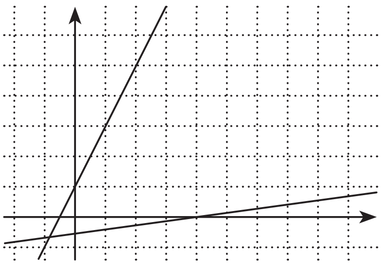
بـ) $ax_2 - ax_1 = a(x_2 - x_1)$

جـ) $a = \frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2 - x_1}$

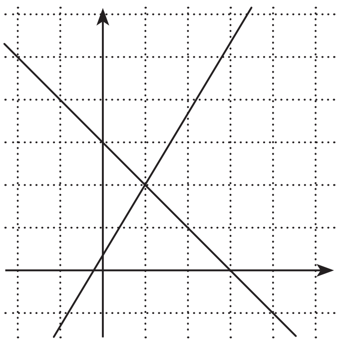
د) خاصية نسبة تزايد دالة تآلفية.

الحل البياني لجملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

22 أ) حل الجملة: $\left(\frac{3}{13}; -\frac{7}{13}\right)$



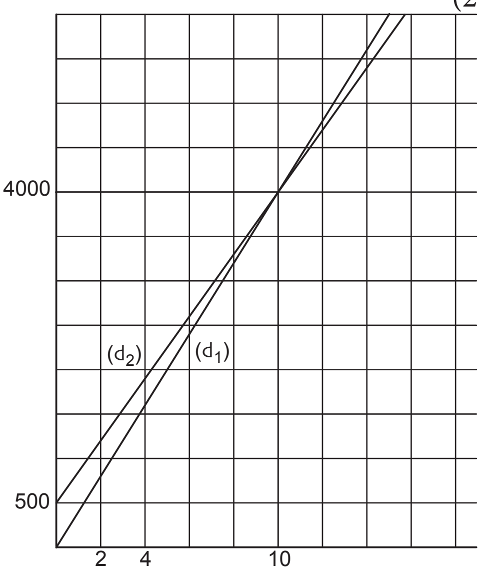
بـ) حل الجملة: $(1;2)$



أتعمق

23 1) $P_1(x) = 400x$ و
$P_2(x) = 350x + 500$

2)



4) أ) الصيغة الأولى. بـ) 10

24 أ) عدد صفحات الكتاب هو 220.

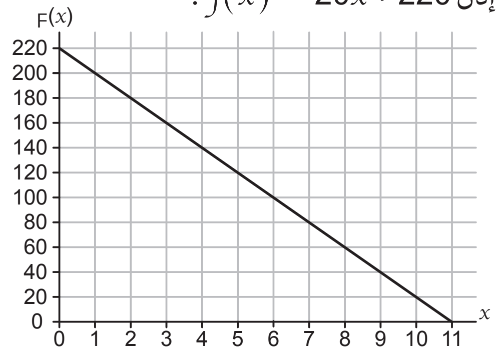
ب) لنعيّن $f(x)$ بدلالة x:

تزايد الصور متناسب مع تزايد المتغير إذن f دالة تآلفية ، تكتب عندئذ على الشكل

$f(x) = ax + b$ حيث $a = -20$ و

$f(0) = 220$ أي $b = 220$

إذن $f(x) = -20x + 220$.



جـ) لنمثل الدّالة f بيانيا:

25 1) نعم الجدول المعطى جدول تناسبية

لأن $\frac{12}{1} = \frac{24}{2} = \frac{48}{4}$.

2) كمية الماء المعبئة خلال

دقيقة هي 7,5L/min لأن

$$\frac{1,5}{12} = \frac{1,5 \times 5}{12 \times 5} = \frac{7,5}{60}$$

3) لدينا:

المدة $t:(s)$	12	24	48
عدد القارورات	1	2	4
حجم الماء $v(t):(L)$	1,5	3	6

$v(t) = \frac{t}{8}$.

4) نعم ساعة كافية لملئه.

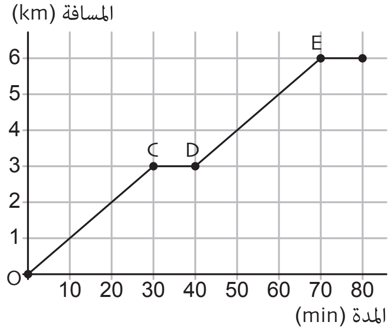
26 تترك الحرية للتلاميذ لاختيار طريقة

حل مناسبة، وإذا لم تظهر معادلة المستقيم

كإحدى الطرائق، يمكن للأستاذ التدخل

واقتراحها.

27 أ) حركة الراجل



- على الساعة 16h يكون الراجل في A

(المبدأ O(0;0) للمعلم)

- على الساعة 16h30min يكون قد

قطع 3km ويكون في النقطة M_1 (النقطة

C(30;3) في المعلم).

- على الساعة 16h30min يتوقف لمدة

10 دقائق ويكون على بعد 3km من M_1

(النقطة D(40;3) في المعلم)

- يستأنف على الساعة 16h40min ويقطع

3km ثم يتوقف مرة أخرى على الساعة

17h10min يكون عندئذ في النقطة M_2

(النقطة E(70;6) في المعلم) ويستمر بهذه

الطريقة رحلته ...

ب) حركة الدراج

- على الساعة 16h45min يكون الدراج في

B (النقط F(45;10) في المعلم).

- على الساعة 17h15min مثلا، يكون

الدراج في N (المبدأ G(75;0) في المعلم).

ننمذج حركة الدراج بالدّالة التآلفية

$f : x \longmapsto ax + b$ علما أن $f(45) = 10$

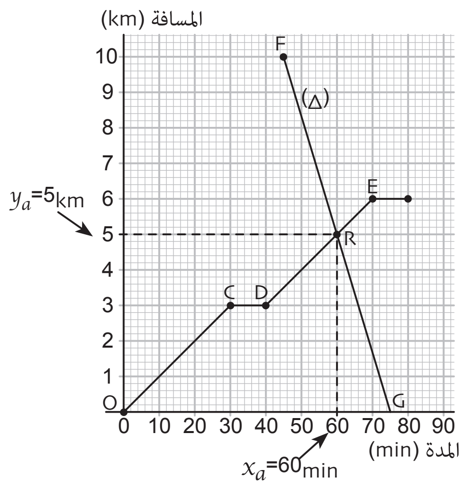
و $f(75) = 0$.

نسمي (Δ) المستقيم الذي يمثل الدّالة f.

نقط الالتقاء المطلوبة هي النقطة

$R(x_0\ ;\ y_0)$ تقاطع المستقيم (Δ) والخط

المنكسر أعلاه.



إذن ساعة الالتقاء هي 17h. $x_0 = 60\text{min} = 1\text{h}$

المسافة من نقطة لانطلاق إلى $y_0 = 5\text{km}$

هي: 5km.

وضعية للتقويم

لتسليم منتوجاتها، تقترح مؤسسة نقل البضائع لزبائنها التسعيرة التالية: 600 دينار إضافة إلى 15 دينار للكيلومتر الواحد. أما منافسه فإنه يقترح 400 دينارا إضافة إلى 20 دينار للكيلومتر الواحد.

عيّن حسب المسافة، المؤسسة الأكثر إثارة للزبون.

8 - الإحصاء

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية متعلقة بالإحصاء (مؤشرات الموقع).	- حساب تكرارات مجمعة و تتواترات مجمعة. - تعيين الوسيط و المتوسط و المدى لسلسلة إحصائية و ترجمتها. - استعمال المجدولات لمعالجة معطيات إحصائية و تمثيلها

II. تقديم

تعتبر محتويات الإحصاء للسنة الرابعة من التعليم المتوسط امتدادا لبرامج السنوات السابقة وتبقى الأهداف الأساسية لهذا الميدان متمثلة في التدريب على قراءة واستعمال تمثيلات وبيانات واكتساب بعض مفردات الإحصاء الوصفي والعمل بالتكنولوجيات الجديدة للإعلام والاتصال.

شُرع في السنة الثالثة، في تناول مؤشرات الموقع بإدخال مفهوم المتوسط المتوازن لسلسلة إحصائية ويزود التلميذ في السنة الرابعة بمؤشر آخر يتمّثل في الوسيط ، حيث يمكن أن نلاحظ في بعض الحالات لسلاسل إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، أن الوسط الحسابي لا يقسم السلسلة إلى جزأين لهما نفس عدد العناصر، و هو الأمر الذي يمكن تحقيقه بحساب الوسيط.

كما نشير أن برنامج السنة الرابعة، الذي يمثّل حلقة وصل بين المرحلة المتوسطة والمرحلة الثانوية، يدقق بعض المفردات بما يضمن الانسجام بين المرحلتين.

III. أنشطة

1. التكرار المجمع- التكرارات النسبية المجمعة

الأهداف: تعيين تكرارات مجمعة انطلاقا من جدول أو مخطط بأعمدة.

المكتسبات القبلية: حساب تكرارات - قراءة مخطط.

عناصر معالجة

النشاط1: · 2)13 3)17

· التكرار المجمع الصاعد الموافق للقيمة 12 هو 90.

التكرار المجمع النازل الموافق للقيمة 13 هو 110.

النشاط2: - التكرارالنسبي للتلاميذ الذين علاماتهم أصغر من أو تساوي 10 هو $\frac{7+3}{30}$ أي $\frac{10}{30}$.

- التكرار النسبي للتلاميذ الذين علاماتهم أصغر من أو تساوي 13 هو $\frac{7+3+8+5}{30}$ أي $\frac{23}{30}$.

إرشادات

- يكتشف التلميذ من خلال هذه الأنشطة معنى التكرار المجمع و معنى التكرار النسبي المجمع و نسجل الفائدة في استعمال الكلمات « على الأقل »،«على الأكثر» لتحقيق الهدف.
- لضمان الانسجام بين المرحلتين المتوسط و الثانوي سنستعمل «تواتر» بدل «التكرار النسبي»، بينما في التعليم الثانوي سنتطرق إلى «المقاربة التواترية للاحتمال».
- بعد إدراك معنى المفهوم، يمكن استعمال وسائل التذّكر من النوع التالي:

العمر	التكرار	التكرار المجمع النازل
11	40	200
12	50	200-40=160
13	80	160-50=110
14	30	110-80=30
المجموع	200	

العمر	التكرار	التكرار المجمع الصاعد
11	40	40
12	50	40+50=90
13	80	90+80=170
14	30	170+30=200
المجموع	200	

2. المدى و المتوسط لسلسلة إحصائية

الأهداف: - مقارنة بين سلسلتين إحصائيتين بحساب المتوسط و المدى.

المكتسبات القبلية: حساب متوسط سلسلة إحصائية.

عناصر الإجابة

1) المدى : 45000

2) أ)مدى السلسلة (أ): 5

مدى السلسلة (ب): 10

ب) للسلسلتين نفس المتوسط : حوالي 16°

إرشادات

- نسجل أن المدى يعطي فكرة على تشتت السلسلة الإحصائية.

- لضمان الانسجام بين المرحلتين المتوسط والثانوي يمكن أن نقول «الوسط الحسابي» عوضا عن «المتوسط».

3. وسيط سلسلة إحصائية

الأهداف: - تفسير و حساب وسيط سلسلة إحصائية.

المكتسبات القبلية: ترتيب سلسلة إحصائية.

عناصر الإجابة

الوضعية 1 : 2) 50000

الوضعية 2 : 1) المدى: 14،

المتوسط: 39,5

الوضعية 3 : الفئة الوسيطية:

$42 \leq p < 46$

إرشادات

- يجب أن يميّز التلميذ بين المتوسط و الوسيط، يمكن أن يكون للسلسلتين نفس الوسيط و متوسطين مختلفين كما يمكن أن يكون للسلسلتين نفس المتوسط و وسيطين مختلفين.

- يجب تسجيل ما يلي:

أ) لايعطي الوسيط و المتوسط أي معلومة حول تشتت السلسلة.

ب) لمقارنة سلاسل إحصائية، نحسب مؤشراتها (المتوسط، الوسيط و المدى)

جـ) وجوب ترتيب سلسلة قبل حساب متوسطها.

د) يجب أن يميّز التلميذ بين قيمة و رتبتها في السلسلة.

هـ) إذا كان عدد القيّم زوجيا ، يمكن أن لا يكون الوسيط قيمة من قيّم السلسلة.

IV. طرائق

• حساب التكرار و التواتر المجمعين

الأهداف: تعيين التكرار المجمع الصاعد والتكرار المجمع النازل لكل قيمة من قيم سلسلة.

ملاحظات: لحساب التكرار المجمع أو التواتر المجمع،يجب أولا ترتيب السلسلة ترتيبا تصاعديا.

متوسط ووسيط ومدى سلسلة إحصائية

• حساب التكرار و التواتر المجمعين

الأهداف: تعيين وتفسير وسيط ومدى سلسلة إحصائية.

ملاحظات: لتعيين وسيط سلسلة إحصائية ، يجب أولا و قبل كل شيء ترتيبها ترتيبا تصاعديا أو ترتيبا تنازليا.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• قراءة وفهم الوضعية فهم وتحليل النص المكتوب عمّ يتحدث النص -رتّب المعطيات ثمّ حدّد التعليمة(أو التعليمات.) **• تحليل الوضعية واختيار استراتيجية حل مناسبة** - ما هي المعطيات التي تساعدني في البحث عن القيم المخفية في الجدول؟ - ما هو الإجراء المناسب الذي استعمله؟ **• تنفيذ استراتيجية حل مناسبة:** - استعمال الوسيط - استعمال الوسط الحسابي وحل معادلة. - استعمال « أخذ نسبة من عدد» وحل معادلة. - تحرير الحل والشرح بجمل واضحة.	1) 3 و تكراراها 2، 28 و تكرارها 1. 2) نحل المعادلة $0,69x = 30$ و نجد $x = \frac{30}{0,69}$. لدينا $x \simeq 43$. نستنتج و جود حوالي 43 دولة فائزة بميداليات. 13 = 30 - 43 إذن 13 هو عدد الدّول التي تحصلت فقط على ميداليات فضية أو برونزية.

VI . أوظف تعلماتي

1 ، 2 تمرينان مباشران. يستخرج التلميذ معلومات من جدول.

3 نقل و إتمام الجدول

السبب	العنصر البشري	المركبة	الطريق و المحيط
النسبة المئوية	97,97%	0,95%	1,08%
التواتر المجمع الصاعد	97,97%	98,92%	100%
التواتر المجمع النازل	100%	2,03%	1,08%

4 تمرين يهدف إلى استخراج معلومات من مخطط دائري.

5 التكرار المجمع لكل فئة

المدة t	$5\le t<10$	$10\le t<15$	$15\le t<20$	$20\le t\le25$
التكرار	180	150	50	20
التكرار المجمع الصاعد	180	330	380	400
التكرار المجمع النازل	400	220	70	20

6 تمرين يهدف إلى استخراج معلومات من مدرج تكراري.

7 المدى: 7، الوسيط:4، المتوسط:5

8 سلسلة إحصائية تكرارها الكلّي 7 و متوسطها 7:

2,9	3	5,1	7,3	9	9,7	12

9 سلسلة إحصائية تكرارها الكلّي 7 و وسيطها 7 :

4	5	6	7	8	9	10

10 سلسلة إحصائية متوسطها 9 و مداها 16:

1	6	10	11	17

11 سلسلة إحصائية وسيطها 20 و متوسطتها 17:

7	10	20	22	24

12 نرتب السلسلة المعطاة و ضرب قيمها في 3 و نجد:

36	30	20	24	12	8	6

13 توجد سلسلتان

9	13	17

و

17	13	9

14 تمرين يهدف إلى استخراج معلومات من جدول."

VII. أتعمق

17 سلسلة مرتبة (مثلا ترتيبا تصاعديا) $\boxed{a \mid b \mid c}$ لدينا $\begin{cases} c-a=b \\ \dfrac{a+b+c}{3}=b \end{cases}$ أي $\begin{cases} c-a=b \\ c+a=2b \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=\dfrac{b}{2} \\ c=\dfrac{3}{2}b \end{cases}$

كل سلسلة مرتبة من الشكل

$\frac{b}{2}$	b	$\frac{3b}{2}$

تحقق شروط النص

18 يوظف التلميذ مكتسباته في الحساب لتعيين مؤشرات سلسلة إحصائية."

20 التكرار الكلّي هو 10 إذن: 3+a+b+4=10 أي a+b=3.

الوسيط هو 6 إذن 3+a=b+4 أي a-b=1 .

أي $\begin{cases} a+b=3 \\ a-b=1 \end{cases}$ أي $\begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases}$.

22 نسمي S مجموع العلامات و n عددها.

لدينا $\frac{S}{n} = 11,5$ أي $S = 11,5n$.

أ)لا يتغير الوسيط عندما نحذف القيمتين 19 و 4 والمتوسط يصبح $\frac{S-23}{n-2}$.

بما أن $S = 11,5n$ فإن

$$\frac{S-23}{n-2}=\frac{11,5n-23}{n-2}=\frac{11,5(n-2)}{n-2}=11,5$$

إذن المتوسط لا يتغير أيضا.

ب) لدينا $S = 11,5n$

و $\frac{S-19}{n-1} = 11,25$.

نحل المعادلة $\frac{S-19}{n-1} = 11,25$ و نجد $n = 31$. عدد التلاميذ هو إذن 31.

23 نضع $s = 2 \times 10 + 3 \times 100 + 7 \times 50$، المتوسط يساوي

- نحجز 97×2 ثم = و M+ و CE/C
- نحجز 104×3 ثم = و M+ و CE/C
- نحجز 99×5 ثم = و M- و CE/C
- نضغط على MR و تظهر النتيجة: $s = 1001$

إذن $\overline{X} = 100,1$.

VIII . وضعية للتقويم

أجرت طاوس سلسلة قياسات و تحصّلت أخيرا على 8cm كقيمة متوسطة لهذه القياسات. لكنها نسيت إدراج قيمة من القياسات التي أجرتها و التي إن أدخلتها في حسابها صار متوسط القياسات هو 9,5cm .

و لحسن الحظ، تذكّرت أنّ كل القياسات هي أصغر من 20cm.

ما هي قيمة القياس الذي نسيته طاوس؟

أعط كل الحلول الممكنة.

9- خاصية طالـــــس

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات متعلقة بالأشكال الهندسية المستوية.	- معرفة خاصية طالس واستعمالها في حساب أطوال وإنجاز براهين وإنشاءات هندسية بسيطة.

II. تقديم

لقد سبق للتلميذ أن تعرّف على خاصية طالس في الحالة التي يكون فيها المثلثين معينين بمستقيمين متوازيين يقطعان نصفي مستقيمين لهما نفس المبدأ. كما سمح هذا المفهوم بحساب بعد مجهول (طول أحد الأضلاع في أحد المثلثين) بتوظيف الرابع المتناسب وحلّ معادلات.

في هذه السنة يتم دراسة كل الحالات المتعلقة بخاصية طالس والخاصية العكسية لها، كما يسمح هذا الباب باستثمار وتوظيف مفهوم التناسبية ويسمح أيضا بالتطرّق إلى مفهوم التكبير والتصغير.

III. أنشطة

1. خاصية طالس

الأهداف: تمديد خاصية طالس إلى الحالة التي يكون فيها المثلثان معينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمين متقاطعين

· المكتسبات القبلية: معرفة واستعمال تناسبية الأطوال لأضلاع المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما نصفا مستقيمين لهما نفس المبدأ-خواص متوازي الأضلاع.

عناصر الإجابة

الحالة 1: تحصل على:

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \cdots (1)$$

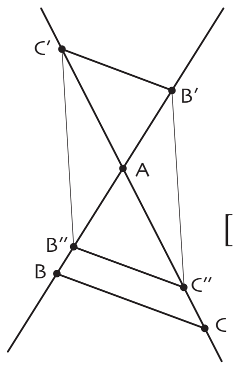
تطبيق عددي:

1)من (1) نكتب $\frac{3,2}{6} = \frac{AC'}{7}$ ومنه

$$AC' = \frac{11,2}{3}cm$$

2)من(1) نكتب $\frac{3,2}{6} = \frac{B'C'}{6,1}$

ومنه $B'C' = \frac{9,76}{3}$



الحالة 2 : أ) إنشاء

ب) الرباعي $B'C'B''C''$ متوازي أضلاع لأن $[B'B'']$ و$[C'C'']$ لهما نفس المنتصف A

ومنه $(B''C'') \mathbin{/\!/} (B'C')$ لكن $(B'C') \mathbin{/\!/} (BC)$

إذن$(B''C'') \mathbin{/\!/} (BC)$

جـ) المثلثان $AB''C''$ و ABC معينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما نصفا مستقيمين لهما نفس المبدأ A ومنه نكتب $\frac{B''C''}{BC} = \frac{AC''}{AC} = \frac{AB''}{AB}$

وبما أنّ $AB' = AB''$ و $AC' = AC''$ يكون

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$

تطبيق عددي: نجد $AC' = 2,25cm$

و $B'C' = 1,5cm$

3) «A، B، B′ تقع في استقامية والنقط A، C، C′ تقع في استقامية. إذا كان المستقيمين (BC) و (B′C′) متوازيان فإنّ $\frac{B'C'}{BC} = \frac{AC'}{AC} = \frac{AB'}{AB}$ ».

إرشادات

في الأخير من الضروري أن يكون التلميذ قادرا على التعرّف على مثلثين في وضعية طالس هذا من جهة ومن جهة أخرى أن يكون قادرا على كتابة تساوي النسب بكل سهولة.

ملاحظة1: تسمح خاصية طالس بوجود تساوي نسب والذي يسمح بدوره في حساب أطوال.

ملاحظة2: عدم تساوي نسبتين هو شرط كاف لعدم توازي المستقيمين.

2. الخاصية العكسية لخاصية طالس

الأهداف: التعرّف على الخاصية العكسية لطالس.

المكتسبات القبلية: خاصية طالس

عناصر الإجابة

1)أ) الأشكال الثلاثة توافق الشروط السابقة من حيث:

- انتماء النقطة B' إلى (d) وانتماء النقطة C' إلى(d')

- $AB = 3u$ ، $AB' = 1u$ ، $AC = 3u'$ ، $AC' = 1u'$

ب) في الشكل (3) لا يتحقق شرط التوازي.

2) «النقط A، B،B' في استقامية والنقط A، C، C' في استقامية. والنقط A، B، B' مرتبة بنفس ترتيب A، C، C'.

إذا كان $\frac{AC'}{AB} = \frac{AB'}{AB}$ فإنّ المستقيمين (BC) و$(B'C')$ متوازيان».

إرشادات

يُركّز النشاط على أهميّة ترتيب النقاط ضمن شروط الخاصية لتبرير توازي مستقيمين، إذ أنّ تساوي نسبتين غير كافية للقول أنّ المستقيمين متوازيان.

ملاحظة: الخاصية العكسية تسمح بتبرير توازي مستقيمين.

IV. طرائق

• حساب أطوال - تكبير أو تصغير مثلث

الأهداف: تحديد مثلثان في وضعية طالس وتوظيف خاصية طالس لحساب أطوال

ملاحظات: - نبحث في الشكل على المثلث الذي أحد أطوال أضلاعه هو الطول المجهول ثم نبحث عن مثلث آخر مرتبط بالمثلث الأول بوضعية طالس.

- بالنسبة لمعامل التكبير (أو معامل التصغير) ما هو إلاّ النسبة المشتركة بين تساوي النسب في نتيجة خاصية طالس.

• تقسيم ضلع مثلث

الأهداف: تقسيم قطعة مستقيم إلى قطع متقايسة باستعمال مسطرة غير مدرجة ومدور فقط.

ملاحظات: يقترح النشاط طريقة مستمدة من خاصية طالس وفي الأخير يُبررها بتوظيف خاصية طالس.

• إثبات توازي مستقيمين

الأهداف: القدرة على توظيف الخاصية المناسبة لتبرير توازي مستقيمين

ملاحظات: - الشكل يوحي بوجود مثلثين في وضعية طالس.

- نختار من بين النسب الثلاثة، نسبتين حديها معلومين ثم نتأكد من تساوي هاتين النسبتين.

• إنشاء النقطة التي تقسم قطعة مستقيم بنسبة معلومة.

الأهداف: إنشاء النقطة التي تُقسّم قطعة مستقيم إلى نسبة معينة باستعمال مدور ومسطرة غير مدرجة.

ملاحظات: تعتمد الخاصية على إنشاء مثلثين في وضعية طالس وعلى تدريج المستقيمين المتوازيين.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

<table>
<tr>
<td>

قراءة وفهم الوضعية

- ما المطلوب في النص؟
- أي شكل هندسي يمكن ربطه بالصورة المعطاة ؟
- ماهي الموارد المعرفية التي لها علاقة بهذه الوضعية؟

تحليل وإختيار إستراتيجية حل مناسبة

- اختار أجزاء الصورة التي اعتمد عليها لانجاز الشكل المطلوب.
- اختار الخواص الهندسية المناسبة لحساب r.

تنفيذ إستراتيجية الحل المختار

- تفسير الشكل بمثلثين يشتركان في النقطة O.
- تطبيق خاصية طالس وحل المعادلة لإيجاد r.

</td>
<td>تحليل الوضعية</td>
</tr>
<tr>
<td>

المثلثان AMD و ABE في وضعية طالس إذن $\frac{r}{6} = \frac{18 - h}{18}$

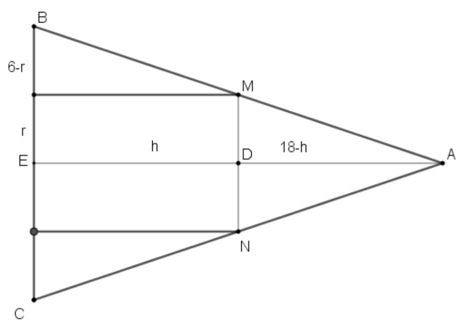
ومنه نجد $h = 18 - 3r ...(*)$

من أجل $h = r$ تُكتب المعادلة $(*)$ $h = 18 - 3h$.

نجد عندئذ $h = r = \frac{9}{2}$

وفي هذه الوضعية الحجم V لهذه الاسطوانة

يكون $\mathcal{V} = \pi r^2 h = \pi h^3 = \frac{729\pi}{8} cm^3$



</td>
<td>عناصر الإجابة</td>
</tr>
</table>

VI. أوظف تعلماتي

خاصية طالس

2 نجد $BC = 5$.

4 1) المثلثان OAB وODC في وضعية طالس.

إذن $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

أي $\frac{3}{5} = \frac{2}{OD} = \frac{4}{CD}$

بالتالي $CD = \frac{20}{3}$ و $OD = \frac{10}{3}$

2) مدور CD هو $3,7$ ومدور OD هو $3,3$.

5 OGH هو تكبير لـ OFE ومعامل التكبير

هو 3.

6 معامل التصغير هو $\frac{2}{3}$

و محيط BKL يساوي 18cm

7 لدينا $AI = 3cm$ و $AJ = 4cm$

إذن $\frac{AI}{AB} = \frac{3}{4}$ و $\frac{AJ}{AC} = \frac{4}{5}$

بما أن $\frac{AJ}{AC} \neq \frac{AI}{AB}$ فإن (IJ) لا يوازي (BC)

8 لدينا $\frac{AM}{AN} = \frac{AL}{AP}$

أي $\frac{AM}{AN} = \frac{AL}{AL + LP}$

إذن $\frac{6}{6 + LP} = \frac{9}{15} ...(*)$

نحل المعادلة $(*)$ و نجد $LP = 4$.

9 يمكن التحقق من أن $AD^2 = AB^2 + BD^2$

ومنه المثلث ABD قائم في B وبالتالي فإنّ

(AF) و (DB) متوازيان ومنه المثلثان EDB

و EAF في وضعية طالس إذن $\frac{BD}{AF} = \frac{ED}{EA}$

أي $\frac{4,5}{AF} = \frac{2}{3,3}$ نجد $AF = 7,425$.

الخاصية العكسية لخاصية طالس

12 لدينا $\frac{2}{3} = \frac{1,2}{1,8} = \frac{EA}{EC}$

و $\frac{2}{3} = \frac{3,2}{4,8} = \frac{ED}{EB}$

بما أن $\frac{ED}{EB} = \frac{EA}{EC}$ فإن (BC) يوازي (AD)

حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس.

15 لدينا $\frac{1}{5} = \frac{3}{15} = \frac{AN}{AD}$

و $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = \frac{AM}{DC} = \frac{AM}{AB}$

بما أن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AD}$ فإن (MN) يوازي (BD)

وضع نقط على مستقيم

16 إيناس على صواب.

استدلال يونس غير صحيح لأنه لا يمكن

استنتاج $a = b$ انطلاقا من قيم مقربة لـ a و b .

$(a \approx 1,7)$ و $b \approx 1,7$

17 أ) نرسم القطعة $[AB]$.

ب) نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ يختلف

عن $[AB)$

جـ)باستعمال مدور، نعيّن 7 قطع متقايسة

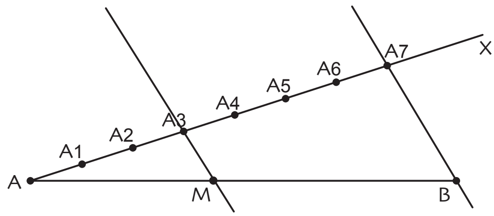
على $(Ax]$. (انظر الشكل)

د)نرسم المستقيم (A_7B) .

هـ) المستقيم الذي يشمل A_3 الموازي لـ

(A_7B)، يقطع $[AB]$ في النقطة M

و $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{7}$.



19 أ)نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ يختلف

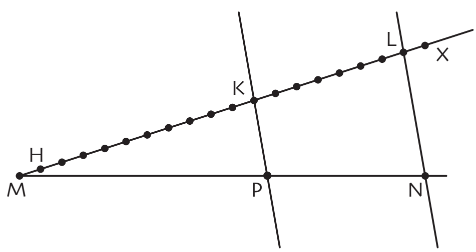
عن $[MN)$

ب) باستعمال مدور، نعين قطع متقايسة

على $[MX)$ (انظر الشكل)

بـ)باستعمال مدور، نعيّن قطع متقايسة على

$[Mx)$ (انظر الشكل).



جـ)نعيّن على $[Mx)$ النقطتين K و L حيث

$AK = 11MH$ و $KL = 7$.

د)نرسم المستقيم (NL) .

المستقيم الذي يشمل K الموازي لـ (NL)،

يقطع $[NM]$ في النقطة P و $\frac{PM}{PN} = \frac{11}{7}$

VII. أتعمق

20 2)المثلثان EGF وBCG في وضعية طالس.

لدينا $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{EF}{BC}$

بما أن $EF = \frac{1}{2}BC$ أي $\frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$

فإن $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GB} = \frac{1}{2}$

3) المثلثان AEF و ABC في وضعية طالس.

لدينا $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{1}{2}$

$\frac{AE}{AB} = \frac{1}{2}$ معناه $AB = 2AE$ إذن E

منتصف $[AB]$.

$\frac{AF}{AC} = \frac{1}{2}$ معناه $AC = 2AF$ إذن F

منتصف $[AC]$.

4) (BF) و(EG) متوسطان في المثلث ABC

إذن متقاطعان في مركز ثقل G لـ ABC .

(AG) هو المتوسط الثالث، يقطع $[BC]$

في منتصفها L .

21 1) $A_1 = \frac{1}{2} \times EF \times EG = 6$.

2) يمكن إنشاء L و P باستعمال التمرينين

17 و19.

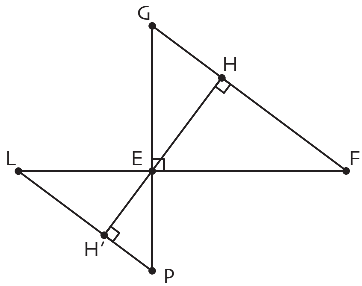
لدينا $\frac{EL}{EF}=\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$

النقط L ، E ، F و النقط G ، E ، P

في نفس الترتيب إذن $(GF)//(LP)$.

3) أ) نجد $GF=5$ باستعمال مبرهنة

فيتاغورس.



بما أن $\frac{EL}{EF}=\frac{EP}{EG}=\frac{LP}{GF}=\frac{2}{3}$ فإن

$\frac{LP}{GF}=\frac{2}{3}$ أي $LP=\frac{2}{3}\times GF$ أي

$LP=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}$.

ب) لدينا $A_1=\frac{1}{2}\times GF\times AH=6$

إذن $\frac{1}{2}\times 5\times AH=6$ و منه $AH=\frac{12}{5}$

المثلثان $EH'P$ و EHF في وضعية

طالس إذن $\frac{EH'}{EH}=\frac{EP}{EG}=\frac{2}{3}$ و منه

$EH'=\frac{2}{3}\times EH=\frac{2}{3}\times\frac{12}{5}=\frac{8}{5}$.

4) $A_2=\frac{1}{2}\times LP\times EH'=\frac{8}{3}$ إذن

$A_2=\frac{8}{3}=\frac{24}{9}=\frac{4}{9}\times 6$

أي $A_2=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times 6=\left(\frac{2}{3}\right)^2\times A_1$

22 المثلثان OCD و OAB في

وضعية طالس إذن $\frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OD}$ أي

$\frac{AB}{CD}=\frac{OB}{OB+BD}$ أي $\frac{OB}{OB+6}=\frac{2}{5}$

أي $\frac{OB+6}{OB}=\frac{5}{2}$ و منه $1+\frac{6}{OB}=\frac{5}{2}$

أي $\frac{6}{OB}=\frac{3}{2}$ و منه $OB=4$.

23 أ) المثلثان ALK و ACB في وضعية

طالس إذن $\frac{KL}{CB}=\frac{AK}{AB}=\frac{AL}{AC}$ أي

$\frac{KL}{CB}=\frac{AK}{AB}=\frac{AL}{AL+LC}$

و منه $\frac{KL}{30}=\frac{30}{50}=\frac{20}{20+LC}$

نستنتج أن $KL=18$ و $LC=\frac{40}{3}$.

ب) لدينا $\begin{cases}\frac{LK}{LD}=\frac{18}{13{,}5}=\frac{180}{135}=\frac{4}{3}\\ \frac{LC}{LA}=\frac{\frac{40}{3}}{20}=\frac{40}{3}\times\frac{1}{20}=\frac{2}{3}\end{cases}$

إذن $\frac{LC}{LA}\neq\frac{LK}{LD}$ ومنه (CK) لايوازي (DA)

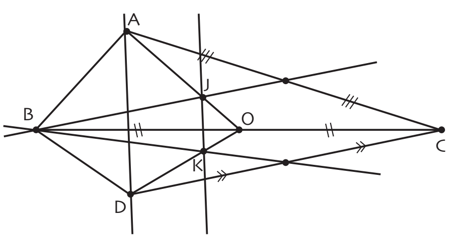
24 ملاحظة: مركز ثقل مثلث هو نقطة

تقاطع متوسطاته.

باستعمال المساوتين $OA = 3OJ$

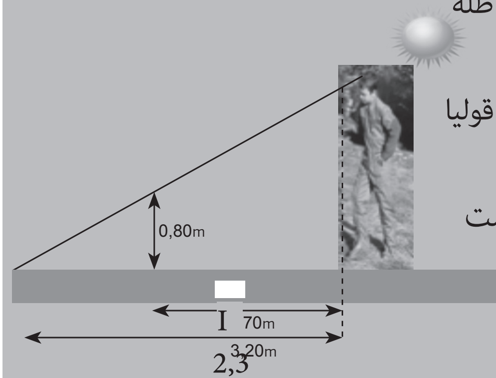
و $OD = 3OK$ والخاصية العكسية لطالس

نبرهن أن $(AD) // (JK)$.



VIII. وضعية للتقويم

وقف مزيان تحت أشعة الشمس فلاحظ أن ظلّه على الأرض يبدو أطول من قامته.
طلب من زميله وضع عصا طولها 0,80m شاقوليا في الظل وعلى بُعد 0,70m منه.
ساعد مزيان على حساب طول قامته إذا علمت أن طول ظله هو 3,2cm.



معالجة الوضعية الادماجية

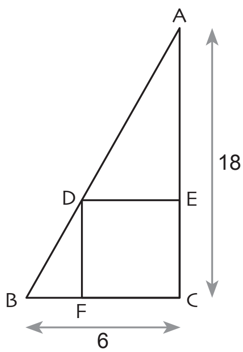
نمثل الوضعية بالشكل المقابل، ونطبق خاصية طالس فنجد في حالة h = r

أن: $DE = EC = \text{r}$ و $AE = 18 - \text{r}$

و $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{AE}{AC} = \dfrac{DE}{BC}$ أي $\dfrac{AD}{AB} = \dfrac{18 - \text{r}}{18} = \dfrac{\text{r}}{6}$

ومنه $\text{r} = \dfrac{9}{2}cm$

وحجم الأسطوانة هو $\mathcal{V} = \pi\left(\dfrac{9}{2}\right)^3 cm^3$.



10- حساب المثلثات في المثلث القائم

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف حساب المثلثات.	- تعريف جيب وظل زاوية حادّة في مثلث قائم. - استعمال الحاسبة لتعيين قيمة مقرّبة (أو القيمة المضبوطة) لكل من: جيب وظل زاوية حادّة أو لتعيين قيس زاوية بمعرفة الجيب أو الظل. - حساب زوايا أو أطوال بتوظيف الجيب أو جيب التمام أو الظل. - إنشاء زاوية هندسيّا (بالمسطرة غير المدرّجة أو المدور) معرفة القيمة المضبوطة لإحدى نسبها المثلثية. - معرفة واستعمال العلاقتين: $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ ، $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

II. تقديم

تطرق التلاميذ في السنة الثالثة من التعليم المتوسط، إلى مفهوم جيب التمام لزاوية حادة في مثلث قائم وعالج العديد من الوضعيات في سياقات مختلفة تمكّن من توظيف هذا المفهوم في كثير من المناسبات.

في هذه السنة، يتوسع العمل إلى دراسة مفاهيم جيب وظل زاوية حادة في مثلث قائم، يحسب التلميذ بعض النسب المثلثية لزوايا مألوفة ($30°$؛ $45°$؛ $60°$) دون حفظها حيث يقترح الأستاذ وضعيات يطلب فيها حساب النّسب المثلثية لهذه الزوايا. لا يتم التوسع في اكتشافها أو توظيفها، بل يقتصر توظيفها في وضعيات حساب أطوال.

إن بعض النتائج تستدعي استعمال حاسبة للحصول على قيم مضبوطة أو قيم تقريبية. يطلب من الأستاذ اختيار الحاسبة المناسبة وتدريب التلاميذ على استغلالها.

III. أنشطة

1. جيب تمام زاوية حادّة في مثلث قائم

الأهداف:

- تمييز التعابير: الضلع المجاور، الضلع المقابل لزاوية حادّة في مثلث قائم.

- تعزيز مكتسبات التلاميذ حول النسبة المثلثية « جيب التمام».
- التمييز بين القيمة المضبوطة لجيب تمام زاوية حادّة والقيم التقريبية لها.

المكتسبات القبلية: جيب تمام زاوية حادّة.

عناصر الإجابة

2) القيمة المضبوطة للعدد $\cos 75°$ يعطى على شكل كسر بعد قياس كل من الطولين AB و AC

$\cos 25° = 0,91$ ، $\cos 75° = 0,26$

إرشادات

إضافة أسهم وألوان لربط الزاوية الحادّة بالضلع المقابل، المجاور، الوتر.

- لفت انتباه التلاميذ إلى ضرورة التمييز بين القيمة المضبوطة والقيم التقريبية لزاوية حادّة.

2. جيب وظل زاوية حادّة في مثلث

الأهداف: التعرّف على النسبتين « جيب» و « ظل» زاوية حادّة

المكتسبات القبلية: تناسبية الأطوال.

عناصر الإجابة

1) **التخمين:** إمكانية تساوي النسبتين.

إرشادات

يمكن تنظيم إجابات اقتراحات التلاميذ في جدول

...	اقتراح 1	اقتراح 2	اقتراح 3	
				$\frac{AC}{BC}$
				$\frac{AC}{AB}$

لا ينبغي فرض تساوي النسبتين في هذه المرحلة، فالاختلاف هو الذي سيعطى البرهان معنى.

قد تكون هناك صعوبة في فهم السؤال 2) ، يمكن للأستاذ أن يقترح نقطة أخرى على نصف المستقيم [Bx) كموضع جديد للنقطة A ويستفسر التلاميذ حول تساوي النسب

3. في مثلث قائم

الأهداف: - الوصول بالتلميذ إلى أنّه مهما تكن الزاوية الحادّة x : $0 < \cos x < 1$ و $0 < \sin x < 1$

المكتسبات القبلية: جيب وجيب تمام زاوية حادّة في مثلث قائم.

عناصر الإجابة

- التعامل مع أعداد موجبة
- الوتر هو أطول ضلع في المثلث قائم

إرشادات

يُفضل مطالبة التلاميذ بقراءة للعبارة
$0 < \cos x < 1$ (هناك فئة معتبر ة تقرأ صفر
أصغر من $\cos x$ أصغر من واحد)
$0 < \cos x < 1$ معناه $\cos x > 0$ و $\cos x < 1$

4. استعمال حاسبة في حساب نسب مثلثيّة

- **الأهـداف:** - استعمال الحاسبة لتعيين قيمة مقرّبة (أو القيمة المضبوطة) لكل من: جيب التمام ، جيب وظل زاوية حادّة أو لتعيين قيس زاوية بمعرفة جيب التمام أو الجيب أو الظل.

المكتسبات القبلية: سبق وأن استعمل التلاميذ الآلة الحاسبة في السنة الثالثة متوسط لحساب قيمة مقرّبة (أو القيمة المضبوطة) جيب التمام زاوية حادّة أو لتعيين قيس زاوية بمعرفة جيب التمام.

عناصر الإجابة

ملء الجدول 1

ملء الجدول 2

إرشادات

النشاط فرصة لاكتساب مهارة استعمال الآلة الحاسبة لذا يفضّل أن يكون العمل فرديا.
على الأستاذ أن يراقب محاولات التلاميذ الفرديّة ويولي اهتماما بالتلاميذ الذين يجدون صعوبات في استعمال الآلة الحاسبة.
أخذ بعين الاعتبار نوعيّة الآلة الحاسبة في ترتيب مراحل الحساب.

- بعد ملء الجدول الأول يمكن لفت انتباه التلاميذ إلى: ملاحظة الخاصيتين $0 < \cos x < 1$ و $0 < \sin x < 1$ ، وإثارة تساؤل حول $\tan x$.
- اتجاه تغير الدّالتين $\cos$ ، $\sin$ (لكن باستعمال تعابير مناسبة لمكتسبات التلاميذ)

5. العلاقات المثلثيّة

الأهداف: اكتشاف العلاقتين $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ ، $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

المكتسبات القبلية: خاصيّة فيتاغورس ، الاستعمال السليم للآلة الحاسبة لحساب نسب مثلثيّة

عناصر الإجابة

أ) النتائج تكون تبعا للجدول.

إرشادات

• ينبغي ترك الفرصة للاختلافات والحسابات التقريبية ($\cos^2 x + \sin^2 x = 1$، $\cos^2 x + \sin^2 x \simeq 1$ ، ....) حتى يستغلّها الأستاذ فيما بعد للاحتكام إلى البرهان.

• تفاديا الالتباس بين التخمينات الخاطئة والنتائج المتوصل إليها عن طريق البرهان ، يطلب الأستاذ حساب $\cos^2 x + \sin^2 x$ من أجل قيم x المختلف حولها ولكن هذه المرّة في خطوة واحدة وليس بحسابات جزئية ($\boxed{=}$ $\boxed{x^2}$ 30 $\boxed{\sin}$ $\boxed{+}$ $\boxed{x^2}$ 30 $\boxed{\cos}$)، سنلاحظ أنّ النتيجة 1.

IV. طرائق

• حساب طول ضلع في مثلث قائم باستعمال إحدى النسب المثلثية

الأهداف: • توظيف النسب المثلثيّة « الجيب» ، « جيب التمام» و « الظل» في حساب طول ضلع في مثلث قائم .

• التمييز بين القيمة المضبوطة والقيم التقريبية لنسبة مثلثيّة.

ملاحظات: بعد معالجة فقرة دوري الآن صفحة 119 يمكن توجيه التلاميذ إلى صفحات وأرقام التمارين ذات الهدف نفسه في فقرة أوظّف تعلّماتي.

• استعمال العلاقات المثلثية

الأهداف: استعمال الحاسبة لتعيين قيس زاوية بمعرفة الجيب أو الظل

ملاحظات: يستغل الأستاذ هذه الوضعيّة للفت انتباه التلميذ إلى ضرورة الاستعمال السليم للآلة الحاسبة والتمييز بين القيمة المضبوطة والقيم التقريبية لزاوية حادّة.

• الإنشاء الهندسي لزاوية حادة علمت القيمة المضبوطة لإحدى نسبها المثلثية

الأهداف: الإنشاء الهندسي لزاوية حادّة عُلمت القيمة المضبوطة لإحدى نسبها المثلثيّة باستعمال المدور ومسطرة غير مدرّجة

ملاحظات: • يمكن في مرحلة أولى إنشاء رسم بيد حرّة تتضح من خلاله فكرة الحل وتسلسل مراحل الإنشاء قبل المرور إلى استعمال الوسائل الهندسيّة.

• بعد معالجة فقرة دوري الآن صفحة 121 يمكن توجيه التلاميذ إلى صفحات وأرقام التمارين ذات الهدف نفسه في فقرة أوظّف تعلّماتي.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية

- **قراءة نص المشكلة**

ربط الوضعية بمفاهيم رياضيّة مدروسة

- **تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها**

نمذجة الوضعيّة (إنجاز شكل هندسي بحت)

تمييز المعطيات المفيدة.

- **تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل**

تميز التناسبات المفيدة

اختيار النسبة المثلثيّة المناسبة لحساب x

- **تنفيذ الخطة**

بعد كتابة التناسب الصحيح، نعوّض الكتابات الحرفية بالأعداد المناسبة.

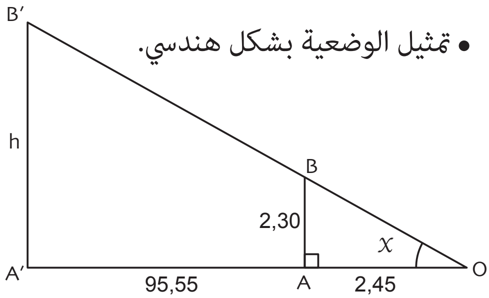
نعبّر عن الارتفاع h بدلالة الأعداد الأخرى ثمّ نجري الحسابات الموافقة.

نراقب مدى معقوليّة النتائج

- **تبليغ الحل:** تحريرالحل.

عناصر الإجابة

- تمثيل الوضعية بشكل هندسي.



المثلثان OAB و OA′B′ في وضعيّة طالس.

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OB}{OB'} = \frac{AB}{h}$$ ،

نكتب $\frac{2,45}{98} = \frac{2,30}{h}$

إذن $h = \frac{2,30 \times 98}{2,45}$ ، $h = 92$ (ارتفاع مقام الشهيد 92m)

في المثلث OAB القائم في O،

$$\tan x = \frac{OA}{OB} = \frac{2,30}{2,45}$$

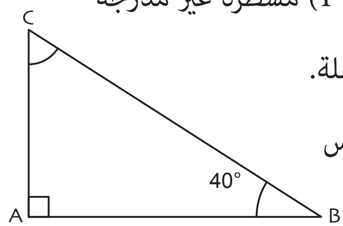
باستعمال آلة حاسبة نجد $x \simeq 43^{\circ}$

أوظف تعلماتي (ص 122)

3 1) مسطرة غير مدرجة

-منقلة.

-كوس.



2) $\tan 40^\circ = \dfrac{AC}{AB}$

$\tan 40^\circ \simeq 0,84$

$\cos 40^\circ \simeq 0,77$ ؛ $\sin 40^\circ \simeq 0,64$

(استعمال حاسبة علمية).

4 لدينا $BC^2 = AB^2 - AC^2$

إذن المثلث ABC قائم في C

$\cos \hat{A} = \dfrac{35}{37}$

$\sin \hat{A} = \dfrac{12}{37}$

$\tan \hat{A} = \dfrac{12}{35}$

5 $\tan \widehat{CKB} = \dfrac{17}{14}$.

1) $\sin \widehat{CKB} = \dfrac{17\sqrt{485}}{485} = 0,77$

2) $\cos \widehat{CKB} = \dfrac{14\sqrt{485}}{485} = 0,64$.

6 $\cos\widehat{K} = \dfrac{SK}{10}$ إذن $SK = 10 \times \cos 55^\circ$

2) $SK \simeq 5,74$

7 يستغل هذا النوع من التمارين لشد انتباه التلاميذ على التمييز بين القيمة المضبوطة، وقيمة مقربة لمقدار، وأنّ العمل بهذه الأخيرة لا يمكن إلاّ عندما يُطلب ذلك.

9 $\sin \widehat{ABC} = \dfrac{AC}{5,2}$

أي $\sin 23^\circ = \dfrac{AC}{5,2}$

إذن $AC = 5,2 \times \sin 23^\circ$

بالتالي $AC = 2cm$ بالتدوير إلى $\dfrac{1}{10}$

10 $\cos \hat{A} = 1,5$ هذه النتيجة خاطئة لأن

$\cos \widehat{A} < 1$

12 1) المثلث ABC قائم في A لأن:

$AB^2 + AC^2 = BC^2$

$\tan B = \dfrac{3}{4} ; \sin B = \dfrac{3}{5} ; \cos B = \dfrac{4}{5}$.

$\tan C = \dfrac{4}{3} ; \sin C = \dfrac{4}{5} ; \cos C = \dfrac{3}{5}$

13 المثلث CDA قائم في D. (يمكن التحقق باستعمال عكسية فيثاغورس)

ولدينا: $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{AE}{AD}$ ومنه $(BE) \mathbin{/\mkern-6mu/} (CD)$

ولدينا $\cos \widehat{A} = 0,8$

إذن، قيس الزاوية $\widehat{A} \simeq 37°$.

14 1) $\dfrac{AB}{OB} = \dfrac{OF}{OE} = \sin \widehat{O}$

2) $\dfrac{AB}{OA} = \dfrac{EF}{OF} = \tan \widehat{O}$

15 $\sin \hat{A} = \dfrac{8,4}{10,5}$ ؛ $\cos \widehat{A} = \dfrac{AB}{10,5}$ ؛

$\tan \widehat{A} = \dfrac{8,4}{AB}$

ليلى هي التي أحسنت الاختيار لأن بإمكانها حساب $\sin \widehat{A}$ مباشرة، أما عمر و رضا،

فيجب حساب AB .

16 لدينا $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ ونعلم أن:

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x = 1 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

ومنه $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

وعليه يكون: $\tan x = 1$

20 ننشئ زاوية قائمة $\widehat{MON}$ رأسها O .

- نعيّن على أحد ضلعيها النقطة M حيث $OM = 9cm$.

- نرسم الدائرة التي مركزها M ونصف قطرها $50cm$.

- تقطع هذه الدائرة الضلع الثاني للزاوية القائمة في N .

- الزاوية $\hat{M}$ هي الحل

(لأن $\cos \hat{M} = \frac{9}{50} = 0,18$).

بالحاسبة: $\hat{M} = 79,63°$

بالمنقلة: $\hat{M} = 80°$

21 $\tan \hat{O} = 5,4$

بالحاسبة نجد: $\hat{O} = 79,5°$

بالمنقلة نجد: $\hat{O} = 80°$

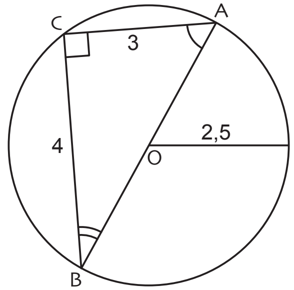
22 $\sin x = \frac{3}{5}$ ؛

بالحاسبة نجد: $x = 36,86°$

بالمنقلة نجد: $x = 37°$

أتعمق

24



1) $[AB]$ هو قطر الدائرة و C تقع على الدائرة. إذن المثلث ABC قائم في C .

2) $\widehat{C} = 90°$ ؛ $BC = 4$

$\sin \widehat{A} = \frac{4}{5}$ ؛ $\sin \widehat{B} = \frac{3}{5}$

إذن $\widehat{A} \simeq 53,13°$ $\widehat{B} \simeq 36,87°$

25 1) $\widehat{AOB} = 150°$

إذن $\widehat{OAB} = \widehat{OBA} = 15°$

2) $AC = BD = 10cm$

$A\hat{B}D = 15°$ و $BD = 10$

إذن $\sin \hat{B} = \frac{AD}{BD}$ و $\cos \hat{B} = \frac{AB}{BD}$

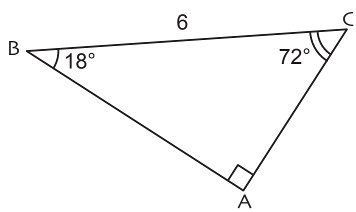
أي $\sin 15° = \frac{AD}{10}$ و $\cos 15° = \frac{AB}{10}$

بالتالي $AD = 10 \times \sin 15°$

و $AB = 10 \times \cos 15°$

أي $AD \simeq 2,59cm$ $AB \simeq 9,66cm$

26



1) $\sin \hat{B} = \dfrac{AC}{BC}$ أي $AC = 6 \times \sin 18^\circ$

إذن $AC \simeq 1,9cm$

2) $\cos \hat{B} = \dfrac{AB}{6}$ إذن

$AB = 6 \times \cos 18^\circ \simeq 5,7cm$

أي $AB^2 = 36 - 36 \times \sin^2 18^\circ$

$AB^2 \simeq 32,6$

إذن $AB \simeq 5,7cm$

أي $\tan 18^\circ = \dfrac{6 \times \sin 18^\circ}{AB}$

$AB = 6 \times \cos 18^\circ$

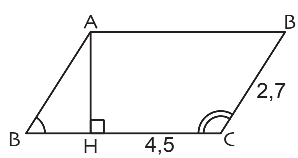
إذن $AB \simeq 5,7cm$

$\widehat{C} = 72°$ ؛ $\sin \widehat{C} = \dfrac{AB}{6}$ أي

$AB = 6 \times \sin 72°$

إذن $AB \simeq 5,7cm$

28



2) $AH \times CD = 10,35$ إذن

$AH = 2,3cm$

3) $\sin A\hat{D}C = \dfrac{2,3}{2,7}$ إذن $A\hat{D}C \simeq 58^\circ$

$B\hat{C}D \simeq 180^\circ - 58^\circ$ أي $B\hat{C}D \simeq 122^\circ$

29 $\tan 36^\circ = \dfrac{h}{19}$ إذن

$h = 19 \times \tan 36^\circ$ أي $h \simeq 13,8cm$

30 $AC^2 = BC^2 + CD^2 = 2$

إذن $AC = \sqrt{2}$

$\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ؛ $\sin 45^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ؛

$\tan 45^\circ = 1$

32 حساب ارتفاع الهرم.

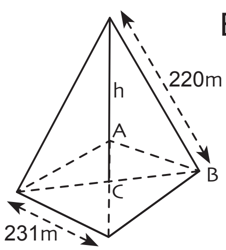
في المثلث ABC القائم

في C لدينا:

$BC = 231 \times \cos \widehat{ABC}$

$= 231 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= 163,34$



ومنه ارتفاع الهرم :

$220^2 - (163,34)^2 = 21720,04$

$h = \sqrt{21750,04} = 147,37m$

وضعية للتقويم

توجد ساحة الساعات الثلاث بباب الوادي بالجزائر العاصمة.

يسكن رضا في إحدى العمارات المقابلة لهذه الساحة.

و يريد معرفة ارتفاع العمود، لذلك طلب من صديقه سمير

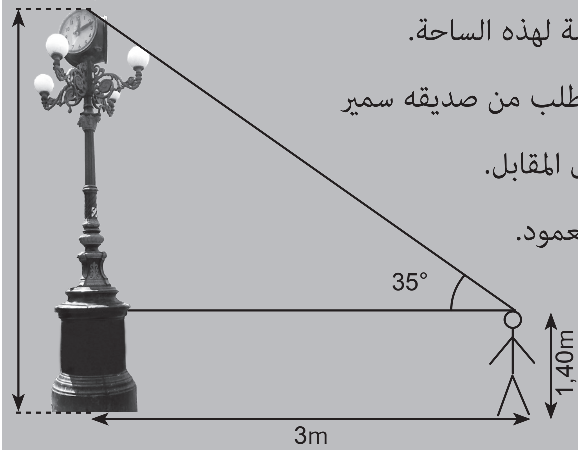
تسجيل بعض المعلومات على الشكل المقابل.

ساعد الولدين على حساب ارتفاع العمود.

(من أدنى نقطة)

إلى أعلى نقطة في الساعات الثلاث.

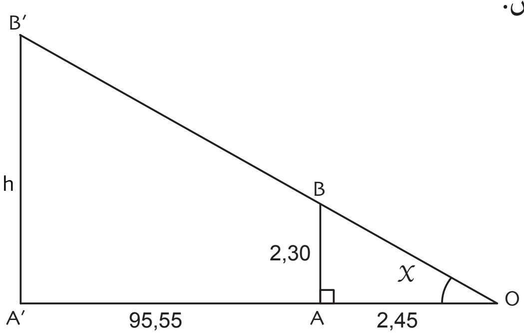
أعطي المدّور إلى $\frac{1}{100}$ لهذا الإرتفاع.



معالجة الوضعية الادماجية

حل مختصر

• تمثيل الوضعية بشكل هندسي.



المثلثان DAB و OA'B' في وضعية طالس.

إذن $\frac{AB}{h} = \frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'}$.

نكتب $\frac{2,30}{h} = \frac{2,45}{98}$.

إذن $h = \frac{2,30 \times 98}{2,45}$ أي $h = 92$.

بالتالي إرتفاع مقام الشهيد هو 92m.

• في المثلث OAB القائم في O لدينا $\tan x = \frac{AB}{OA}$ أي $\tan x = \frac{2,30}{2,45}$.

باستعمال حاسبة، نجد أن $x \simeq 43°$.

11- الأشعة و الانسحاب

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف الأشعّة والانسحاب.	- تعريف شعاع انطلاقا من انسحاب. - معرفة شروط تساوي شعاعين واستعمالها. - معرفة علاقة شال واستعمالها لإنشاء مجموع شعاعين أو لإنشاء شعاع يحقق علاقة شعاعيّة معيّنة أو لإنجاز براهين.

II. تقديم

يتواصل العمل الذي شُرع فيه في السنة الثالثة من التعليم المتوسط حول الانسحاب لإدخال مفهوم الشعاع وتُقتصر دراسة الأشعة على مفهوم الشعاع انطلاقا من الانسحاب وعلى الجمع الشعاعي انطلاقا من مُركب انسحابين.

III. أنشطة

1. الانسحاب ومفهوم الشعاع

الأهداف:

- مقاربة مفهوم الشعاع انطلاقا من الانسحاب.
- تعيين شعاع بإعطاء منحى واتجاه وطول
- إدخال الترميز الجديد $\overline{AB}$
- مفهوم تساوي شعاعين

المكتسبات القبلية: مفهوم الانسحاب وخواصه.

عناصر الإجابة	إرشادات
1. أ) صور المثلث ABC بالانسحاب المعرّف في النشاط هي على التوالي المثلثات GDE، DRP، MNB.	- في السؤال 1) أ) نجعل التلميذ يَعي أثناء تعيين صورة نقطة وكذا شكل هندسي بانسحاب عُلمت نقطة وصورتها به أن هذا مرتبط بالمنحى والاتجاه والطول. كل هذا مرتبط بالأسئلة ب) جـ) د) - في السؤال2) ب) نجعله يُدرك أنّ تطابق الانسحابات متعلق بمقارنة أطوال 'AA، KH و CD وتوازي ('AA)، (KH) و (DC) واتجاهات ['AA]، [KH] و [CD].
2. أ) المثلث 'A'DC هو صورة المثلث ABC بكل انسحاب من الانسحابات المذكورة	- أخيرا نجعل التلميذ يُدرك أنّ الثنائية المرتبة ('AA) تُعيّن شعاعا يرمز إليه بـ $\overrightarrow{AA'}$ وأنّ كل الثنائيات التي نهايتها هي صورة بدايتها بنفس الانسحاب تُعيّن نفس الشعاع.

2. تساوي شعاعين

الأهداف: التعرّف على الشروط اللازمة والكافيّة لتساوي شعاعين

المكتسبات القبلية: خواص متوازي الأضلاع.

عناصر الإجابة	إرشادات
2) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.	توظّف خواص متوازي الأضلاع لإثبات تساوي الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$

3. مجموع شعاعين

الأهداف: - إنشاء ممثل لمجموع شعاعين.

المكتسبات القبلية: خواص متوازي الأضلاع - تساوي شعاعين.

عناصر الإجابة	إرشادات
• $AMM'B$ متوازي أضلاع • $BM'M''C$ متوازي أضلاع • $ACM''M$ متوازي أضلاع ، ينتج $\overrightarrow{MM''} = \overrightarrow{AC}$	الاستنتاجات تعتمد على العلاقة بين تساوي شعاعين وخواص متوازي الأضلاع. يجب أخذ بالاعتبار صعوبة الاستدلالات

4. إنشاء ممثّلا لمجموع شعاعين

الأهداف: - إنشاء ممثلا لمجموع شعاعيّن لهما نفس المبدأ.

المكتسبات القبلية: مجموع شعاعين.

عناصر الإجابة	إرشادات
$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$	• يجب التركيز على أنّ D هي الرأس الرابع لمتوازي الأضلاع نجعل التلميذ يُلاحظ أنه عند جمع شعاعين أحدهما نهايته هي بداية الآخر وبدايته هي نهاية الآخر نجد شعاعا بدايته هي نهايته حيث يُصطلح على تسميته بالشعاع المعدوم ونطلق على الشعاعين تسمية «الشعاعان المتعاكسان»

IV. طرائق

• إنشاء صورة نقطة بانسحاب عُلم شعاعه

الأهداف: إنشاء صورة نقطة بانسحاب عُلم شعاعه في وضعيات متنوّعة

الربط بين تساوي شعاعين وخواص متوازي الأضلاع

ملاحظات: إجراءات الحل تعتمد على توظيف خاصية متوازي الأضلاع وشروط تساوي شعاعين.

• اثبات تساوي شعاعين

الأهداف: توظيف الأشعة في إنجاز براهين

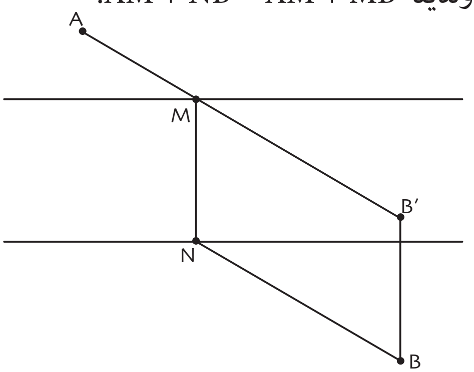
ملاحظات: يمكن التنوّع في طرق الاستدلال.

بعد معالجة فقرة دوري الآن صفحة 131 يمكن توجيه التلاميذ إلى صفحات وأرقام التمارين ذات الهدف نفسه في فقرة أوظّف تعلّماتي.

• إنشاء ممثل لمجموع شعاعين

الأهداف: إنشاء نقطة معرّفة بمجموع شعاعين لهما نفس المبدأ

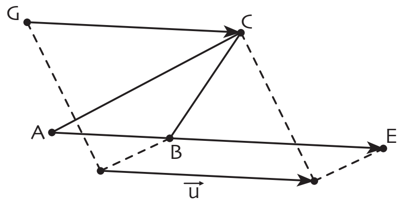
V. معالجة الوضعية الادماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• قراءة نص المشكلة ما معنى طول المسلك $AM + MN + NB$ أقصر ما يمكن؟ ما هي المفاهيم الرياضية التي لها علاقة بالموضوع؟ • تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها إنجاز شكل ينمذج الوضعيّة. تعويض المسلك المعطى بمسلك له نفس الطول. • تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل طول المسلك AM + MB′ أقصر ما يمكن لأن النقط A، M، B′ في استقاميّة و M بين A وB′.	نلاحظ أن المسلك [MN] ثابت وأن المستقيم (MN) عموديا على حافتي الطريق. يكون المسلك من A إلى B مرورا بالممر [MN] أقصر ما يمكن إذا كان المسلك من A إلى M ثم من N إلى B أقصر ما يمكن. نسمي B′ صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$. لدينا MN = B′B و MB′ = NB. ولدينا AM + NB = AM + MB′.  بالتالي يكون المسلك AM + NB أقصر ما يمكن إذا كان المسلك AM + MB′ أقصر ما يمكن. إذن النقط A، M، B′ تقع على استقامة واحدة و M بين A و B′. ينتج أن النقطة M هي نقطة تقاطع (AB′) مع حافة الطريق حيث B′ صورة B بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$.

أوظف تعلماتي

الأشعة و المساواة الشعاعية

1

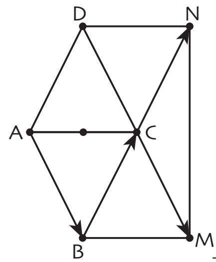


4 1) النقطة N.

2) $\overrightarrow{QM}$ ، $\overrightarrow{FQ}$ ، $\overrightarrow{DN}$.

3) $\overrightarrow{CM}$ ، $\overrightarrow{EP}$ ، $\overrightarrow{SD}$ ، $\overrightarrow{QB}$ ، $\overrightarrow{PN}$ ، $\overrightarrow{RQ}$

5 1)

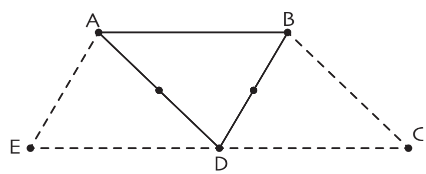


2) متوازي أضلاع.

3) $\overrightarrow{CN} = \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{DA}$.

الأشعة و متوازي أضلاع

7 1) 2) 3)



4)الشعاعان متعاكسان.

5) $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EA}$.

9 لدينا $\begin{cases}(AB)//(DC)\\(DC)//(EF)\end{cases}$ إذن

$(AB)//(EF)...(*)$

لدينا $\begin{cases}AB = DC\\DC = EF\end{cases}$ إذن

$AB = EF...(**)$

من $(*)$ و $(**)$ نستنتج أن $ABFE$ متوازي أضلاع.

مجموع شعاعين- علاقة شال

10 1) $\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{EC}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BF}$

$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA}$

$\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CB} = \vec{0}$

13 1) $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{A'B} = \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB'}$

$\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA} = \overrightarrow{AA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{AC'} + \overrightarrow{AB'} = \overrightarrow{AA'}$

$\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GC} = \overrightarrow{GB''}$ و B'' هي نظيرة G بالنسبة إلى B' .

$\overrightarrow{BG} + \overrightarrow{CG} = \overrightarrow{GA}$

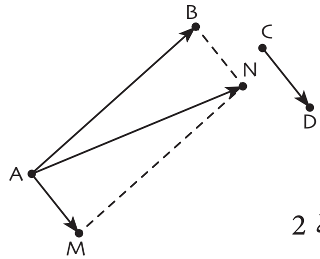
15 1) $\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC}$

2) $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$

3) الطريقة 1

M هي النقطة حيث $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AM}$ إذن

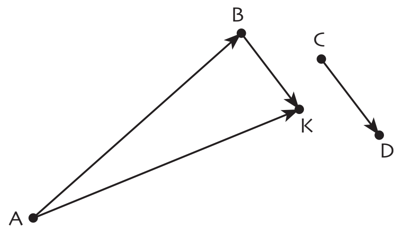
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AN}$



الطريقة 2

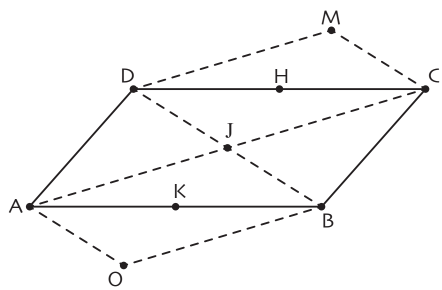
K هي النقطة حيث $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BK}$

إذن $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK}=\overrightarrow{AK}$



أتعمق

17 1) الإنشاء



2)لدينا $\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$

و بما أن $\begin{cases}\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{DJ}=\overrightarrow{JB}\\ \overrightarrow{MD}=\overrightarrow{JC}=\overrightarrow{JA}\end{cases}$

فإن $\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}=\overrightarrow{JO}$

و $\overrightarrow{MJ}=\overrightarrow{JO}$ معناه J منتصف $[MO]$

3) لدينا $\overrightarrow{HJ}=\overrightarrow{JK}=\overrightarrow{KO}$ إذن

$\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{KO}$

$\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{JK}+\overrightarrow{HJ}$

$\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{HJ}+\overrightarrow{JK}$

$\overrightarrow{JO}=\overrightarrow{HK}=\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$

18 2) أ- لدينا $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CK}$

$\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{CK}$ إذن $AHKC$ متوازي أضلاع

و منه $\overrightarrow{KH}=\overrightarrow{AC}$.

ب- لدينا $\overrightarrow{OL}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CL}$

و بما أن $\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{CL}$ فإن

$\overrightarrow{OL}=\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AC}$

3) $OHKL$ متوازي أضلاع.

4) $OHKL$ متوازي أضلاع ، (LH) و (OK) متقاطعان في منتصفهما و منه

(LM) و (CK) متوسطان في المثلث OKL.

(LM) و (CK) متقاطعان في G إذن G مركز ثقل المثلث OKL.

20 1) $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ لأن $ABCD$

متوازي أضلاع

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DE}$ لأن D منتصف $[AE]$ إذن

$\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{DE}$.

2) $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{DE}$

21 لدينا $\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{LA} + \overrightarrow{LK}$

$\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{BL} + \overrightarrow{DB}$

$\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BL} = \overrightarrow{DL}$

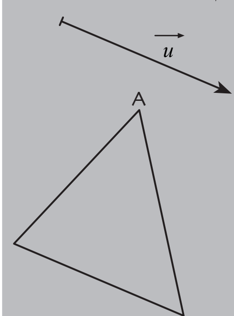
$\overrightarrow{LE} = \overrightarrow{DL}$ معناه L منتصف $[DE]$.

وضعية للتقويم

ABC مثلث و $\vec{u}$ شعاع. (الشكل)

1) انقل هذا الشكل ثم أنشئ النقط ’C‘، ’B‘، ’A

صور النقط A، B، C



على الترتيب بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{u}$.

2) بيّن أن $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB'}$.

12- الأشعة في معلم

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة اليومية بتوظيف المعالم.	- قراءة مركبتي شعاع في معلم. - تمثيل شعاع بمعرفة مركبتيه. - حساب مركبتي شعاع بمعرفة إحداثيتي مبدإ ونهاية ممثله. - حساب إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم بمعرفة إحداثيتي كل من طرفيها. - حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس.

II. تقديم

في هذا الباب، يشرع التلميذ في الهندسة التحليلية. تكون نشاطات التلميذ مرتكزة أساسا على الخواص الهندسية المكتسبة من قبل والتي تثرى في ميدان الهندسة التحليلية. يسمح هذا الإطار بإمكانية ترجمة خواص هندسية عدديا، كما يسمح بحل بعض المشكلات بتوظيف علاقات شعاعية بسيطة وتكون معالجتها في معلم متعامد ومتجانس.

III. أنشطة

1. قراءة مركبتي شعاع

الأهداف: قراءة مركبتي شعاع.

معالجة

1) و 2) مراجعة مفاهيم متعلقة بإحداثيتي نقطة وبالأشعة.

3) تعريف مركبتي شعاع بالارتباط بإزاحتين متتاليين تسمحان بالمرور من مبدإ الشعاع إلى نهايته.

4) $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-3\\-4\end{pmatrix}$

5) $\overrightarrow{OA}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ ؛ $\overrightarrow{OB}\begin{pmatrix}6\\2\end{pmatrix}$ ؛ $\overrightarrow{OC}\begin{pmatrix}6\\4\end{pmatrix}$ ؛ $\overrightarrow{OD}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$.

إذا كانت M نقطة إحداثيتاها $(x\,;\,y)$ في معلم من المستوي مبدؤه O، فإنّ مركبتي الشعاع $\overrightarrow{OM}$ هما x و y.

إرشادات

يتمّ إدخال مفهوم **مركبتي** شعاع انطلاقا من مُركب انسحابين.

نجعل التلميذ من خلال وضعية بسيطة (استعمال معلم متعامد ومتجانس مرصوف) يربط مركبتي شعاع بالإزاحتين المتتاليتين اللّتين تسمحان بالمرور من مبدإ الشعاع إلى نهايته.

2. مركبتا شعاع علمت إحداثيات مبدئه ونهايته

الأهداف: تعيين مركبتي شعاع علمت إحداثيات مبدئه ونهايته.
المكتسبات القبلية: تعيين مركبتي شعاع مبدؤه مبدأ المعلم ونهايته معلومة.

عناصر الإجابة

أ) 1) $C(3;1)$ و $D(2;-5)$.

2) $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-1\\-6\end{pmatrix}$

3) $E(5;-1)$

ب) 1) $a = x_B - x_A$ و $b = y_B - y_A$

2) $F(6;5)$

$\overrightarrow{CF}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DE}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$

إرشادات

نصطلح أن نمثل بالاحداثية الأولى إزاحة بالتوازي مع محور الفواصل (موجب، عندما ننتقل نحو اليمين وسالب عندما ننتقل نحو اليسار) ونمثل بالإحداثية الثانية إزاحة بالتوازي مع محور التراتيب (موجب عندما ننتقل نحو الأعلى وسالب عندما ننتقل نحو الأسفل). نمثل ذلك بإحداثيتي نقطة في المستوي المزود بمعلم.

نجعل التلميذ يلاحظ أنّه ليس من السهل دائما قراءة مركبتي شعاع في معلم (عندما لا تكون إحداثيتا مبدأ الشعاع أو نهايته عددين صحيحين أو تكونان عددين كبيرين) وهو ما يتطلب اتباع إجراء صارم لتعيين المركبتين. ويكون إدخال قواعد الحساب المترتبة عن ذلك انطلاقا من أمثلة عددية وتقبل في الحالة العامة.

3. احداثيتا منتصف قطعة مستقيم

الأهداف: تعيين إحداثيتي منتصف قطعة مستقيم.
المكتسبات القبلية: مركبتا شعاع.

عناصر الإجابة

3) إذا كان $(x_A\,;\,y_A)$ إحداثيتي النقطة A و $(x_B\,;\,y_B)$ إحداثيتي النقطة B، فإنّ إحداثيتي I منتصف القطعة [AB] هما $x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ و $y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2}$.

إرشادات

نجعل التلميذ يستنتج، انطلاقا من وضعيات بسيطة (مثل رسم شعاعين متساويين وقراءة مركبتي كلّ منهما)، الخاصية التالية: « يكون شعاعان متساويين إذا وفقط إذا كان مركبتاهما متساويين ».

يتم إدخال القاعدة التي تسمح بحساب إحداثيتي منتصف قطعة بمعرفة إحداثيتي كلّ من طرفيها.

4. المسافة بين نقطتين

الأهداف: حساب المسافة بين نقطتين باستعمال إحداثيتي كل منهما.
المكتسبات القبلية: إحداثيتا نقطة، مركبتا شعاع.

إرشادات	عناصر الإجابة
يتم إدخال القاعدة التي تسمح بحساب المسافة بين نقطتين A و B بمعرفة إحداثيتي كلّ من النقطتين وتقبل هذه القاعدة في الحالة العامة. نشير إلى ضرورة تزويد المستوي بمعلم متعامد ومتجانس (لاستعمال خاصية فيتاغورس).	إذا كانت A و B نقطتين بحيث $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$، فإنّ $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

IV. طرائق

• تمثيل شعاع عُلمت مركبتاه

الأهداف: تمثيل شعاع علمت مركبتاه.

ملاحظات: لتمثيل شعاع عُلمت مُركبتاه، نختار نقطة كمبدإ لهذا الممثل ثمّ نحوّلها بالانسحاب الذي منحاه محور الفواصل فنتحصّل على نقطة نحوّلها بدورها بالانسحاب الذي منحاه محور التراتيب للحصول على نهاية مُمثل الشعاع المعطى.

• حساب مركبتي شعاع علمت إحداثيات مبدئه ونهايته

الأهداف: حساب مركبتي شعاع علمت إحداثيات مبدئه ونهايته.

ملاحظات

للتحقق من تساوي شعاعين، يمكن التحقق من تساوي مركبتي أحدهما مع مركبتي الشعاع الآخر

• إنجاز برهان

الأهداف: إنجاز برهان في إطار الهندسة التحليلية.

ملاحظات

كما ورد في تقديم الباب، النشاط مناسب لممارسة البرهنة في إطار جديد هو الهندسة التحليلية. يترجم التلميذ خواصا هندسية معروفة من قبل ويثريها في المجال الجديد.

• حساب مسافات

الأهداف: حساب مسافات.

ملاحظات

يشير الأستاذ إلى اختيار معلم متعامد ومتجانس.

لتعيين y حتى يكون المستقيمان (AB) و (BC) متعامدين، نعيّن y حتى يكون المثلث ABC قائما في B. أي نعيّن y بحيث $AB^2+BC^2=AC^2$.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

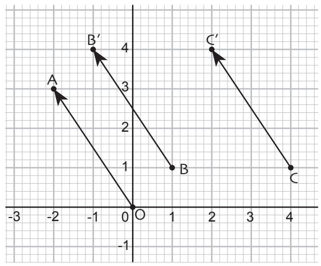
تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• **قراءة نص المشكلة** عمّ يتحدّث النص؟ نظّم المعطيات ثم حدد التعليمات. • **تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها** كيف تفسّر التمثيلين البيانيين 1 و2؟ • **تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل** ما هي الموارد التي يجب تجنيدها لحل المشكلة؟ • **تنفيذ الخطة** احداثيتا كل نقطة من نقاط المسار 1 مع حامل محور الفواصل. التعبير عن طول المسار 1 بمحيط 3 أنصاف دوائر. أبحث عن احداثيتي كل طرف من قطع المسار 2. • **تبليغ الحل** تحرير الحل.	• المسار (1) يتكوّن من ثلاثة أنصاف دوائر، نصف قطر كل واحدة هو 1cm. طول المسار (1) هو $(3\pi)cm$ • المسار (2) يتكوّن من ثلاث قطع مستقيم. نسمي P الطرف الثاني للقطعة التي بدايتها M، ونسمي Q الطرف الأول للقطعة التي نهايتها هي N. لدينا $M(-2;3)$ ؛ $P(1;1)$ ؛ $Q(3;2)$ و $N(4;-2)$. إذن $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix}3\\-2\end{pmatrix}$ ؛ $\overrightarrow{QN}\begin{pmatrix}1\\-4\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{PQ}\begin{pmatrix}2\\1\end{pmatrix}$. بالتالي $MP=\sqrt{13}$ ؛ $PQ=\sqrt{5}$ و $QN=\sqrt{17}$ إذن المسار (2) هو $(\sqrt{13}+\sqrt{5}+\sqrt{17})cm$ • نعيّن المدّور إلى $\frac{1}{100}$ للعدد 3π، نجد 9,42. المدور للعدد $(\sqrt{13}+\sqrt{5}+\sqrt{17})$ إلى $\frac{1}{100}$، نجد 9,96. ينتج أن المسار (1) هو الأقصر.

VI. أوظف تعلماتي

احداثيتا نقطة - مركبتا شعاع

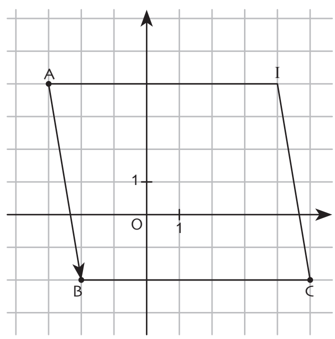
3 نجعل التلميذ يقف على العلاقة بين إحداثيتي النقطة وصورتها.

4 نجعل التلميذ يدرك أنّ هنالك عدّة حلول.



5 $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-1\end{pmatrix}$

الرباعي $AICB$ متوازي أضلاع

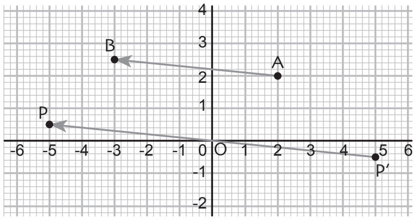


6 تعيين مركبتي شعاع علمت إحداثيات مبدأ ونهاية ممثل له.

8 يمكن الحل بعدّة طرائق، واستعمال التمثيل البياني للتحقّق.

9 بعد الحساب يمكن التمثيل للتحقق.

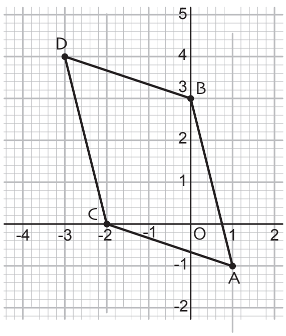
P' في الحالة الثانية.



احداثيتا منتصف قطعة - المسافة بين نقطتين

10 1) $I\left(-\frac{11}{2};-\frac{1}{2}\right)$ 2) $J\left(-3;-\frac{3}{2}\right)$

12 $D(-4;4)$

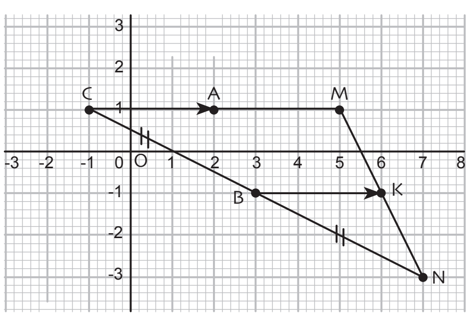


16 نحسب كلا من OA و OB ونقارنه بنصف قطر للدائرة، نجد A تنتمي للدائرة و B لا تنتمي إليها.

19 1) قارن بين الأطوال AB ، BC ، AC

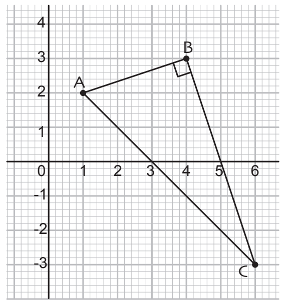
2) قارن بين الأطوال OB ، OC ، OA

20 يمكن التحقق باستعمال خاصية مستقيم المنتصفين.

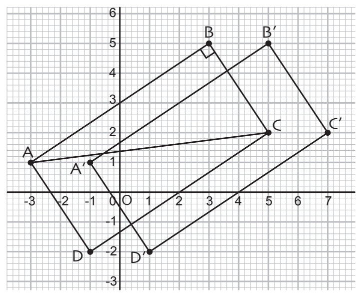


أتعمق

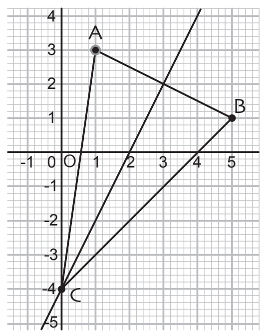
21 ABC مثلث قائم في B.



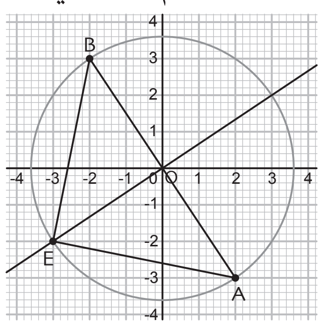
23 $ABCD$ مستطيل.



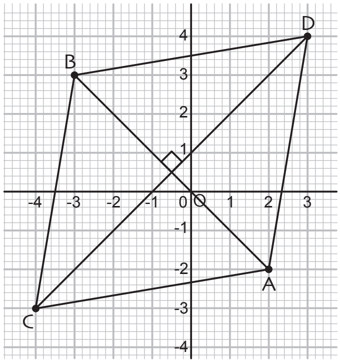
24



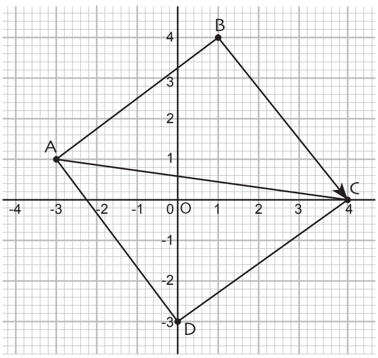
25 ABE مثلث قائم ومتساوي الساقين.



26 $\frac{1}{2} \times AB \times CD$ هي مساحة الرباعي $ABCD$.

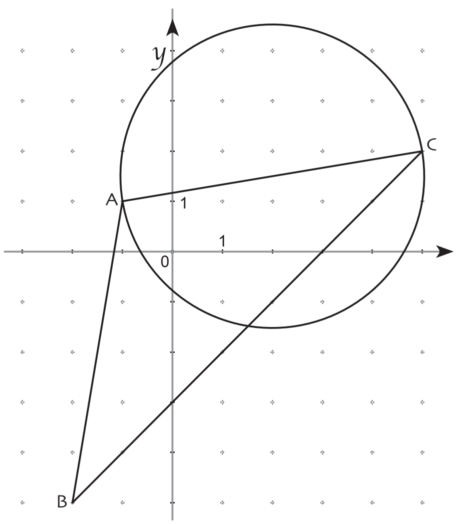


27 $ABCD$ مربع.



وضعية للتقويم

نقارن مساحتي المثلث ABC والقرص الذي قطره AC.



13- الدوران والمضلّعات المنتظمة

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات من المادة ومن الحياة تتعلّق بالدوران.	- إنشاء صورة كل من: نقطة، قطعة مستقيم، مستقيم نصف مستقيم ودائرة دوران. - معرفة خواص الدوران وتوظيفها. - التعرّف على الزاويّة المركزيّة والزاوية المحيطيّة. - معرفة العلاقة بين الزاويّة المركزيّة والزاويّة المحيطيّة اللتان تحصران نفس القوس واستعمالها. - إنشاء مضلّعات منتظمة (مثلّث متقايس الأضلاع ، مربّع ، سداسي منتظم)

II. تقديم

تعـرّف التلميـذ في السـنوات السـابقة مـن التعليـم المتوسـط، عـلى تحويـلات نقطية واكتشـفها مـن خـلال وضعيـات مناسـبة، كـما وظـف خواصهـا لحـل بعـض المشـكلات مـن المـادة أو مـن المـواد التعليميـة الأخـرى أو مـن الحيـاة اليوميـة، هـذا مـا جعلـه يـدرك أهميتهـا ونجاعتهـا واللجـوء إليهـا والاعتـماد عليهـا في عـدة مناسـبات.

في هـذه السـنة، يتـم إدخـال مفهـوم الـدوران انطلاقـا مـن أنشـطة ملموسـة وذلـك للوصـول إلى إنجـاز مقاربـة تجريبيـة لهـذا المفهـوم وخواصـه.

يتـم التركيـز عـلى إنشـاء صـور بعـض الأشـكال الهندسـية المقـررة بهـذا التحويـل النقطـي واسـتثمار الخـواص المختلفـة لإنجـاز بعـض البراهـين. (حفـظ الاسـتقامية، الأطـوال، المسـاحات، الزوايـا،...)

لإنشـاء المضلعـات المنتظمـة المقترحـة للدراسـة، يعتمـد التلميـذ ويسـتغل مفاهيـم الزاويـة المركزيـة والزاويـة المحيطيـة والـدوران الـذي عُلـم مركـزه، زاويتـه واتجاهـه. هـذه العنـاصر ضروريـة، والتحكـم فيهـا أمـر أسـاسي لأنّهـا تمكّـن التلميـذ مـن اكتسـاب الكفـاءات الرياضيـة المسـتهدفة في هـذه السـنة.

III. أنشطة

1. مقاربة تجريبية للدوران

الأهداف:

- مقاربة مفهوم الدوران اعتمادا على التناظر المحوري.

المكتسبات القبلية: خواص التناظر المحوري.

عناصر الإجابة

1) الشكل (F_1) صورة الشكل (F) بتناظر محوري.

الشكل (F') صورة الشكل (F_1) بتناظر محوري

إرشادات

عندما يتقدم التلميذ في الإجابة عن الأسئلة المطروحة، يدرك أن الانتقال من الشكل (F) إلى الشكل (F') يتّم بواسطة دوران حول نقطة معينة محوري التناظرين المستعملين.

2. إنشاء صورة نقطة بدوران

الأهداف: توظيف خواص الدوران لإنشاء صورة نقطة.

التحكّم في تقنيّة الإنشاء

المكتسبات القبلية: خواص الدوران.

عناصر الإجابة

1) وصف مراحل الإنشاء، تنفيذ البرنامج.

2) إنشاء صورة النقطة B

إرشادات

ينبغي إبراز الخواص المستعملة في الإنشاء وعدم الاكتفاء بتلقين الطريقة.

مناقشة ترتيب مراحل الإنشاء.

التأكّد من الاتقان الفردي للتقنيّة.

3. صورة بعض الأشكال الهندسيّة بدوران

الأهداف: - اكتشاف طبيعة صور بعض الأشكال الهندسية البسيطة وطريقة إنشائها.

المكتسبات القبلية: إنشاء صورة نقطة بدوران.

عناصر الإجابة

- إنشاء صور الأشكال المُعطاة

إرشادات

يمكن البدء بمطالبة التلاميذ بتصوّر طبيعة الصورة (رسم بيد حرّة) ثمّ استعمال الأدوات الهندسيّة في مرحلة مواليّة.

لا نكتفي بتعين صورتي طرفي القطعة، يجب تعيين صور نقط أخرى واقعة بين الطرفين لتتضح طبيعة الصورة.(نفس الشيء مع باقي الأشكال)

4. الزاويّة المركزيّة والزاويّة المحيطيّة

الأهداف: - التعرّف على مفهومي الزاوية المركزية والزاويّة المحيطيّة والعلاقة بينهما.

المكتسبات القبلية: المثلث القائم والدائرة ، مجموع أقياس زوايا مثلث.

عناصر الإجابة

مواقع مختلفة للنقطة D

القيام باستدلالات مختلفة.

إرشادات

ترك فرصة لتعيين مواقع مختلفة للنقطة D بما في ذلك الحالة أين يكون [AD] قطرا للدائرة، بما يسمح فيما بعد باستنتاج أن كل زاوية مركزية توافقها عدّة زوايا محيطية.

تذليل الصعوبات المتعلّقة بالبرهان عند الضرورة

5. المضلّعات المنتظمة

الأهداف: إنشاء مثلث متقايس الأضلاع بتوظيف الدوران.

المكتسبات القبلية: خواص المثلث المتقايس الأضلاع ، الزاوية المركزية والزاوية المحيطية اللّتان تحصران نفس القوس في دائرة والعلاقة بينهما.

عناصر الإجابة	إرشادات
1) رسم الزوايا المطلوبة 2) الدوران الذي مركزة O وزايته °120 في اتجاه عكس اتجاه عقارب السّاعة يُحوّل P إلى M	ينبغي لفت انتباه التلاميذ، إلى الدائرة المحيطية بالمثلث، حتى يدرك تفضيل استعمال مفهوم الدوران لإنشاء المثلث (نفس الملاحظة من أجل باقي المضلّعات المنتظمة).

IV. طرائق

• إنشاء صور أشكال هندسيّة

الأهداف: • التمرّن على إنشاء صورة نقطة، قطعة مستقيم بدوران.

• توظيف خواص الدوران

ملاحظات: الوضعيّة فرصّة للتذكير بالخواص التي تبرّر طريقة الإنشاء

• استعمال خواص الدوران في الإنشاء

الأهداف: • تبرير إنشاء هندسي.

• توظيف خواص الدوران للقيام باستدلالات منطقيّة وبراهين

ملاحظات: يستغل الأستاذ هذه الوضعيّة لإبراز فائدة التحويلات النقطية (الدوران في تسهيل الوصول إلى نتائج)

• حساب قيس زاويّة مضلّع منتظم

الأهداف: حساب قيس الزاوية الداخليّة في خماسي منتظم

ملاحظات:

.يمكن مطالبة التلاميذ بشرح طريقة حساب أقياس زويا داخليّة لمضلعات منتظمة أخرى ولو بصورة سريعة، ترسيخا وتعزيزا لخواص الدوران.

• إنشاء مضلّع منتظم عُلم ضلعه

الأهداف: إنشاء مضلّع منتظم عُلم طول ضلعه

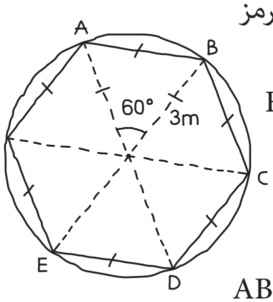
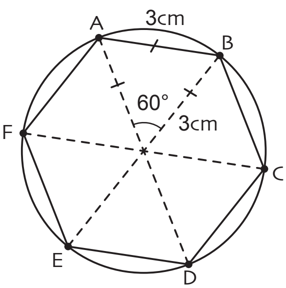
ملاحظات: البدء بتحليل المسألة ورسم شكل توضيحي بيد حرّة يترجم الأفكار التي تسمح بالإنشاء فيما بعد.

• حساب طول ضلع مضلّع منتظم عُلم نصف قطر الدائرة المحيطة به

الأهداف: حساب طول ضلع مثلّث متقايس الأضلاع عُلم نصف قطر الدائرة المحيطة به.

ملاحظات: البدء بتحليل المسألة ورسم شكل توضيحي بيد حرّة يترجم الأفكار التي تسمح بالإنشاء فيما بعد.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• قراءة نص المشكلة ما هو شكل الجزء المخصص لغرس الأزهار؟ شروط وضع الأعمدة الكهربائية **• تحليل المعطيات وإيجاد ترابطات بينها** نمذجة الوضعيّة برسم توضيحي ماذا يلزم لاختيار مواقع الأعمدة؟ **• تجنيد الموارد وإعداد خطة للحل** حساب زوايا معيّنة، توظيف «جيب التمام» **• تنفيذ الخطة** إجراء الحسابات اللازمة نراقب مدى معقوليّة النتائج **• تبليغ الحل:** تحرير الحل.	**حل مختصر** • نرسم شكلا باليد الحرّة، نرمز بالأحرف A، B، C، D، E، F لأماكن الأعمدة الكهربائية.  • نلاحظ أنّ المضلّع ABCDEF هو سدادي منتظم. • ننشئ السداسي المنتظم ABCDEF (بالمقياس $\frac{1}{100}$) 

أوظف تعلماتي (ص 158)

2 1) صورة (2) هي (3).

صورة (4) هي (1).

2) $(1) \leftarrow (4)$ بدوران مركزه O وزاويته $90°$ في الاتجاه المعاكس لحركة عقارب ساعة.

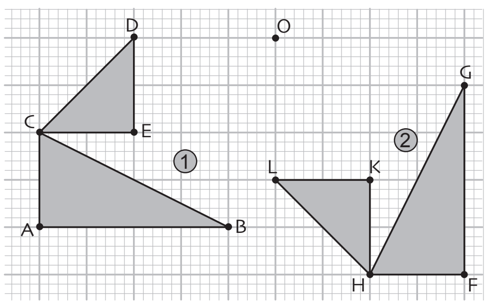
3 قيس الزاوية $\widehat{CAD}$:

$\widehat{CAD} = \widehat{BAD} - \widehat{BAC} = 139° - 50° = 89°$

5 1) ارسم دائرة مركزها A ونصف قطرها AD ثم حدّد في كل مرة دوران مناسب مُحدّدا مركزه وزاويته وإتجاه الدوران.

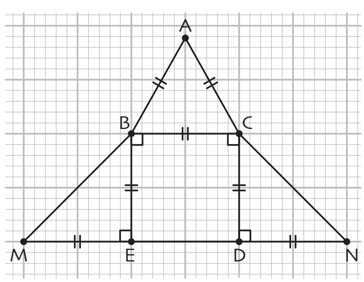
6 وظّف حالات تقايس مثلثين قائمين و تعريف الدوران

7 زاوية الدوران هي $90°$ ، يكفي ملاحظة أن صورة النقطة D هي L.

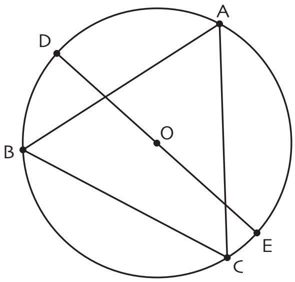


8 1) B هي صورة C بالدوران الذي مركزه A وزاويته $60°$ في الاتجاه المباشر.

2)



10



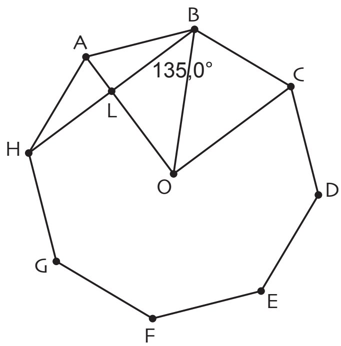
$\widehat{BOC} = 120°$ زاوية مركزية تساوي ضعف الزاوية $\widehat{BAC}$.

$\widehat{BDC} = 60°$ لأنها تحصر نفس القوس مع $\widehat{BAC}$.

11 يُمكنك أن تُفكّر في إثبات أنّ $\widehat{DOB} = 90°$. وعليه يكون قيس الزاوية

13 $\widehat{AOB} = 36°$ و $\widehat{ABC} = 144°$

14



1) قيس الزاوية $\widehat{ABC}$ يساوي $135°$.

2) (BH) يعامد (OA) لأن [BH] وتر في الدائرة و [OA] نصف قطر لها.

3) النسبتان متساويتان لأن $LB = OL$

ومنه: $\sin 45° = \cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$

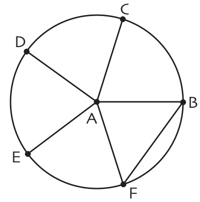
4) $LB = OL = 2cm$.

5) مساحة المضلع المنتظم تعطى بالعلاقة:

$4\sin 45° \times r^2$ حيث r نصف قطر الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم (ثماني الأضلاع).

أتعمق

15 1) و 2)

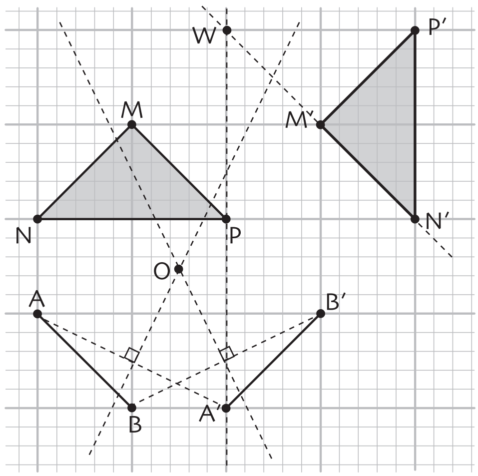


FB هو ضلع الخماسي المنتظم الذي مركزه A لأن كل رؤوسه هي صور بنفس الدوران.

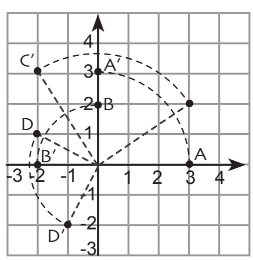
2) مساحة الدائرة المحيطة بالمضلع المنتظم : $2\pi r^2 = 32\pi cm^2$.

18 O هي نقطة تقاطع محوري القطعتين [AA′] و [BB′] w هي نقطة تقاطع محوري القطعتين [MM′] و [PP′]

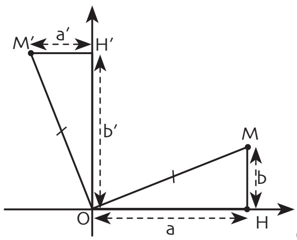
(محور القطعة [MM′] هو نفسه محور القطعة [NN′])



20 1) لدينا بالدوران الذي مركزه O وزاويته 90° في الاتجاه المباشر صور النقط A(3 ;0) ، B(0 ; 2) ، C(3 ; 2) ، D(-2 ; 1) هي A′(0;3) ، B′(-2;0) ، C′(-2;3) ، D′(-1;-2) على الترتيب (الشكل مرفق).



2) نجد من تقايس المثلثين OHM و OH′M′ أنّ $a' = -b$ و $b' = a$ (الشكل مرفق).



وضعية للتقويم

الهدف: إنجاز نموذج لبلاطة ذات 8 أضلاع قصد صناعة بلاطات خشبية.

على ورق غير مرصوف و مربعة الشكل طول ضلعه 30cm، أنشئ مربعا طول ضلعه 20cm. نسمي O مركز هذا المربع و A، B، C، D رؤوسه. باستعمال الدوران الذي مركزه O و زاويته 45° ، أنشئ النقط E، F، G، H حيث E صورة A، F صورة B، G صورة C و H صورة D بهذا الدوران.

أنشئ القطع [AE]،[BF]،[CG]، [DH]

ماهي طبيعة المضلع AEBFCGDH؟ حدد مركزه. احسب طول ضلعه.

معالجة الوضعية الادماجية

حل مختصر

- نرسم شكلا باليد الحرّة، نرمز بالأحرف A، B، C، D، E، F لأماكن الأعمدة الكهربائية.
- نلاحظ أنّ المضلّع ABCDEF هو سداسي منتظم.
- ننشئ السداسي المنتظم ABCDEF (بالمقياس $\frac{1}{100}$)

14- الهندسة في الفضاء

I. ما جاء في المنهاج

• مستوى الكفاءة المستهدف.	• الموارد
حلّ مشكلات متعلقة بالأشكال الهندسية المستوية والمجسمات المألوفة	- التعرّف على الكرة والجلة. - تمثيل الكرة. - حساب مساحة الكرة وحجم الجلة. - معرفة واستعمال المقاطع المستوية للمجسمات المألوفة. - معرفة الآثار على مساحة وحجم مجسم عند تكبير أو تصغير أبعاد هذا المجسم.

II. تقديم

لقد سبق للتلميذ أن تعرّف على كثير من المجسمات والمفردات المتعلقة بها، إضافة إلى قواعد حساب حجومها من خلال الملاحظة والممارسة اليدوية. يتواصل العمل في هذه السنة مع إدخال الكرة والجُلّة ثم الشروع في البحث على مقاطع مستوية لمجسمات مألوفة في حالات بسيطة (مستو مواز لوجه أو لحرف أو لمحور...) وتمثيلها على ورقة (أي في مستو).

لحساب أبعاد هذه المقاطع المستوية، يوظف ويستثمر التلميذ بعض نظريات الهندسة المستوية.

كما يتطرّق البرنامج أيضا إلى دراسة آثار عمليّتي التّكبير والتّصغير على مساحة وحجم مجسّم من هذه المجسّمات.

III. أنشطة

1. الكرة- الجُلّة

الأهداف: مقاربة مفهوم الكرة والجلة انطلاقا من مُجسّمات كروية موجودة في محيط التلميذ.

المكتسبات القبلية: خاصية نقاط كل من دائرة وقرص

عناصر الإجابة

1) إذا كانت M نقطة من دائرة مركزها O ونصف قطرها R فإنّ

$OM = R$

إذا كانت M نقطة من قرص مركزه O ونصف قطره R

فإنّ $MO \leq R$

2) مُجسمات كرة: كرة الطائرة، فقاعات الماء...

مجسمات جُلّة: كرية اللعب بالأصابع، جُلّة الرمي ....

3) مجموعة النقط من الفضاء التي تبعد بمسافة ثابتة تُساوي r عن نقطة ثابتة O هي كرة ذات المركز O ونصف القطر r.

مجموعة النقط من الفضاء التي تبعد بمسافة أصغر من أو تُساوي r عن نقطة ثابتة O هي جلة ذات المركز O ونصف القطر r

إرشادات

ننتقل من شكل مستو إلى مجسم في الفضاء، تتميّز نقاطهم بنفس الخاصية وهذا بُغية تقريب الملاحظة وإن كان فيما بعد نجعل التلميذ يُدرك أنّ دوران دائرة حول أحد أقطارها يُولّد كرة نصف قطرها هو نصف قطر الدائرة ومركزها هو نفس مركز الدائرة.

وتدوير قرص حول أحد أقطارها يُولّد جُلّة. كما نحتاج إلى توضيحات ملموسة تُقارب كل مُجسّم.

يُواصل الأستاذ مع تلاميذه العمل على حوصلة النشاط وإضافة بعض التمديدات

الحوصلة: تعاريف، تمثيل كرة أوجلّة (حيث نبرز للتلميذ أن الكرة مشّكلة من مجموعة دوائر والدائرة التي مركزها مركز الكرة هي دائرة كبرى) انتماء أو عدم انتماء نقطة إلى كرة أو جلة وربط هذا بمسافتها عن المركز وتمثيل موضع نقطة على كرة أوجلّة باستعمال دوائر كبرى.

كما يُعطى دستوري حساب مساحة كرة وحساب حجم جُلّة ويُدعّم بأمثلة كما يُمكن إرشاد التلميذ إلى محاولة إيجاد الصيغتين الحرفيتين لهذين الدستورين انطلاقا من العمل على مسألة النص التاريخي لأرخميدس صفحة 163

2. مقطع كُرة بمستو

الأهداف: يتعرّف على طبيعة مقطع كرة بمستو ويُحدّد عناصره.

المكتسبات القبلية: تمثيل كرة، خاصية فيثاغورس

عناصر الإجابة

1)بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث OIM القائم في I، نجد

$IM^2 = 9 - x^2$

2) $x = 2,8$ نحصل على دائرة مركزها نقطة من القطر [NS] ونصف قطرها $\sqrt{1,16}$

$x = 2$ نحصل على دائرة مركزها نقطة من القطر [NS] ونصف قطرها $\sqrt{5}$

$x = 1,25$ نحصل على دائرة مركزها نقطة من القطر [NS] ونصف قطرها $\sqrt{7,4375}$

$x = 0$ نحصل على دائرة مركزها نقطة من القطر [NS] ونصف قطرها 3 (هي دائرة كبرى)

3)حالة $x = 3$ يكون $IM = 0$ أي تنطبق النقطة M على النقطة I وفي هذه الحالة تكون M على N أو على S

النقط المشتركة بين المستوي والكرة هي نقطة واحدة هي نقطة تماس المستوي مع هذه الكرة.

إرشادات

ينبغي جعل التلميذ في البداية يُدرك مقطع كرة مركزها O ونصف قطرها R بمستو، إذ أنّه يتشكّل من النقط المشتركة بين الدائرة والمستوي القاطع لها. إضافة إلى هذا نجعل التلميذ يفهم مصطلح ''بُعد نقطة Oعن مستو (P) إذ أنّه يُمثل المسافة بين النقطة O والنقطة I حيث (OI) يكون عمودي على المستوي (P) ومن أجل كل نقطة M من المستوي (P) يكون $(IM) \perp (OI)$

يلاحظ أنّ المستوي (P) يقطع الكرة (S) وفق دائرة صغرى مركزها I ونصف قطرها IM في حالة $OI < R$ وإذا كان $OI = 0$ أي في حالة ما إذا انطبقت النقطة I على النقطة O فإنّ الدائرة الناتجة من التقاطع هي دائرة كبرى. وفي حالة $OI = R$ فإنّ المقطع الناتج يؤول إلى نقطة تُسمى نقطة التماس بين المستوي (P) والكرة ونقول في هذا الوضع إنّ المستوي (P) مملس للكرة في هذه النقطة.

توظف خاصية فيثاغورس في تعيين أحد الأطوال OI ; OM ; MI عُلم طولين منها.

قد يُلاحظ التلميذ الحالة التي يكون فيها $OI > R$ حيث لا توجد نقط مشتركة بين المستوي (P) والكرة

الصعوبات المتوقعة: قُصر التصور لرؤية الأشكال في الفضاء لذلك ننصح بالاستعانة بمجسم أو برمجية وأن يكون التلميذ متمكن من تمثيل كرة في المستوي

ملحوظة: يُمثّل المستوي بمتوازي الأضلاع مع احترام تقطع الخطوط المخفية.

3. مقطع بلاطة قائم بمستو

الأهداف: التعرّف على مقطع بلاطة قائمة بمستو يوازي أحد أوجهها أو أحد أحرفها وتحديد بعداه

المكتسبات القبلية: متوازي المستطيلات-خاصية فيثاغورس

عناصر الإجابة

1)الشكل (1) وهو عبارة عن مستطيل يُطابق الوجه الذي يوازيه

مساحته $120cm^2$

2)الشكل (2) وهو عبارة عن مستطيل أحد بعدية هو طول الحرف الذي يوازيه

$OM = CG = 6cm$

لحساب البُعد الآخر نوظف خاصية فيثاغورس في المثلث OGP القائم في G نجد $OP = 5cm$

إرشادات

في هذا النّشاط، يتطرّق التّلميذ إلى البحث عن المقاطع المستوية لبلاطة قائمة بدراسة الوضع النّسبي للمستوي. مرة مع أحد أوجهه ومرة مع أحد أحرفه. نجعل التلميذ في هذا النشاط محل الملاحظة والتخمين ويُمكنه أن يستعين بمجسّم مصنوع وورقة. بالنسبة لحساب مساحة الرباعي الناتج والذي هو عبارة عن مستطيل يبقى تحديد بُعديه (في الحالة الأولى واضح أمّا في الحالة الثانية يستغل خاصية فيثاغورس في أحد المثلثين القائمين.

4. مقطع أسطوانة دوران بمستو

لأهداف: التعرّف على مقطع أسطوانة بمستو يُوازي قاعدتها أو يُوازي محورها وتحديد عناصره أو بُعديه

المكتسبات القبلية: الأسطوانة – بُعد نقطة عن مستقيم

عناصر الإجابة

الشكل(1): المقطع الناتج هو مستطيل أحد بُعديه يُساوي ارتفاع الأسطوانة أي $6cm$. لحساب البعد الآخر نوظف خاصية فيثاغورس في المثلث IHO القائم في H فيكون

$IH^2 = 1,7^2 - 0,8^2 = 2,25$

ومنه $IH = 1,5cm$

وبما أنّ المثلث IOK متقايس الساقين و OH ارتفاع متعلق بالضلع [IK] فإنّ H منتصف [IK] وعليه $IK = 2 \times 1,5cm = 3cm$.

الشكل(2): المقطع الناتج هو دائرة مركزها نقطة من محور الأسطوانة ونصف قطرها هو نفسه نصف قطر قاعدة الأسطوانة أي $1,7cm$

إرشادات

يلاحظ التّلميذ أنّه في حالة المستوي (P) يُوازي قاعدة الأسطوانة فإنّه يقطع الأسطوانة وفق دائرة نصف قطرها هو نصف قطر قاعدة الأسطوانة ومركزها يقع على محور الأسطوانة.

أمّا في حالة المستوي (P) يوازي محور الأسطوانة فإنّه يقطع الأسطوانة وفق مستطيل، طوله ثابت وهو ارتفاع الأسطوانة (أي $6cm$) وعرضه محصور بين 0 و $1,7cm$

إذا كان هذا العرض هو $0cm$، فإنّ (P) مماس للأسطوانة.

وإذا كان هذا العرض يساوي $1,7cm$، فإنّ المستوي (P) يقطع الأسطوانة وفق محورها.

الصعوبات المتوقعة: ربما تكون في حالة المستوي يوازي محور الأسطوانة وفي هذه الحالة على الأستاذ أن يتناول في البداية حالة المستوي القاطع يشمل محور الأسطوانة ويكون هكذا بالتدرج.

5. مقطع هرم بمستو

الأهداف: التعرّف على مقطع هرم بمستو مُواز لقاعدته وتحديد طبيعته.

المكتسبات القبلية: الهرم والهرم المنتظم –خواص الرباعيات – خاصية طالس وخاصية فيثاغورس.

عناصر الإجابة

1)في المثلث SDA لدينا $(EH)//(AD)$

حسب خاصية طالس نكتب

$\frac{SE}{SA}=\frac{SH}{SD}=\frac{EH}{AD}$ لكن $\frac{3}{4}=\frac{SE}{SA}$ و

$AD=4$ ومنه $\frac{EH}{4}=\frac{3}{4}$ أي $EH=3cm$

وبنفس الكيفية نحصل على

$HG=FG=EF=4cm$

2)نوظف خاصية فيثاغورس في المثلث ABC

القائم في B نجد $AC=4\sqrt{2}\,cm$

بتوظيف خاصية طالس في المثلث SAC باعتبار

أنّ $(AC)//(EG)$ يكون $\frac{EG}{AC}=\frac{3}{4}$

أي $\frac{3}{4}=\frac{EG}{4\sqrt{2}}$ ومنه $EG=3\sqrt{2}\,cm$

3)نتحقق من أنّ في المثلث EFG لدينا

$EG^2=EF^2+FG^2$ وحسب الخاصية

العكسية لفيثاغورس فإنّ المثلث EFG قائم في F

بما أنّ $EH=HG=FG=EF=4cm$ فإنّ

الرباعي $EFGH$ معيّن وبما أنّ $\widehat{EFG}=90^\circ$

فإنّ الرباعي $EFGH$ مربع.

إرشادات

في المرحلة (1)، يهدف النّشاط إلى دراسة طبيعة

المقطع النّاتج عن تقاطع المستوي (P) والهرم

المنتظم $SABCD$. بداية نجعل التلميذ يُحدّد المقطع

الناتج دون الولوج في طبيعته. الإجابة المتوقّعة

هو الرباعي $EFGH$.

نجعله يُدرك أنّ من نتائج توازي

المستوي على قاعدة الهرم يكون

$(AD)//(EH)$ و $(BC)//(FG)$

و $(DC)//(HG)$ و $(AB)//(EF)$

و $(EG)//(AC)$.

يلي ذلك نستدرجه عبر أسئلة مرحلية

للوصول إلى أنّ طبيعة المقطع هو مربع

وبصفة عامة هو مضلع يأخذ نفس طبيعة

القاعدة وبأبعاد مُصغّرة

6. التكبير-التصغير

الأهداف: يتعرّف على أثار التكبير والتصغير على مساحات الأشكال المستوية وسطوح المجسمات وعلى حجومها

المكتسبات القبلية: حساب مساحات أشكال مستوية وحجوم مجسمات-وحدات المساحات والحجوم-المقياس

عناصر الإجابة

1) $\mathcal{A} = 94cm^2$ و $\mathcal{A} = 60cm^3$

2) أ) $A'B' = 5 \times \frac{3}{5} = 3cm$ ،

$B'C' = 4 \times \frac{3}{5} = 2,4cm$

$A'E' = 3 \times \frac{3}{5} = 1,8cm$

ب) $\mathcal{A}' = 33,84cm^2$ و $\mathcal{V}' = 12,96cm^3$

$\left(\frac{3}{5}\right)^2 \times 94 = 33,84$

و $\left(\frac{3}{5}\right)^3 \times 60 = 12,96$

ومنه $\mathcal{V}' = \left(\frac{3}{5}\right)^3 \mathcal{V}$ و $\mathcal{A}' = \left(\frac{3}{5}\right)^2 \mathcal{V}$

إرشادات

لقد رأى التّلميذ في السنوات السابقة أنّه عند تكبير أو تصغير شكل في المستوي في النّسبة k (المقياس)، فإنّ أبعاد هذا الشّكل تضرب في k ولا تتأثّر طبيعة الشكل المُكبّر (أو المُصغر) ولا الزوايا، لكن في هذه السنة نتطرق من خلال هذا النّشاط إلى إدراك آثار التّكبير والتصغير على المساحات والحجوم حيث تضرب مساحته في k^2، وحجمه في k^3.

IV. طرائق

• تمثيل كرة

الأهداف: يُمثّل كرة أوجلّة في المستوي

ملاحظات: كما هو الشأن في تمثيل المجسمات (متوازي المستطيلات، الأسطوانة، الهرم، المخروط...) يتواصل العمل على تمثيل كرة أو جلة حيث تُمثّل بدائرة كبرى بأبعادها الحقيقية ودائرة كبرى أخرى بيضاوية الشكل

• تمثيل نقطة من كرة أو من جلة

الأهداف: تمثيل نقطة من كرة أو من جلّة

ملاحظات: نصل بالتلميذ إلى تمثيل نقطة سواء كانت من كرة أو من جلة بالاعتماد على رسم دوائر كبرى (قد تكون كلها بيضاوية التمثيل)

• حساب نصف قطر مقطع كرة بمستو

الأهداف: تحديد عناصر المقطع بتوظيف بعض خواص الهندسة المستوية

ملاحظات: الشطر الأول من السؤال يُعتبر فرصة لتأكيد كفاءة التلميذ على تمثيل الوضعية في المستوي، أمّا الشطر الثاني فهو يستهدف استخراج شكل في الفضاء ورسمه في المستوي بأبعاده الحقيقية وتوظيف خاصي فيثاغورس لحساب نصف القطر.

• حساب واستعمال نسبة تكبير أو تصغير في المستوي

الأهداف: حساب واستعمال نسبة تكبير أو تصغير في المستوي

ملاحظات: لحساب نسبة التصغير نوظف خاصية طالس بعدما نتأكّد من أنّ المثلثين في

وضعية طالس ثم نستغل خاصية تأثير التصغير (أو التكبير) على مساحة الأشكال.

الأهداف: حساب واستعمال نسبة تكبير أو تصغير في الفضاء.

ملاحظات: نستخرج شكل مستو من الفضاء ورسمه في المستوي (المثلثان SMO و SNI) لحساب نسبة التصغير نوظف خاصية طالس بعدما نتأكّد من أنّ المثلثين في وضعية طالس ثم نستغل خاصية تأثير التصغير (أو التكبير) على حجوم الأشكال.

V. معالجة الوضعية الإدماجية

تحليل الوضعية	عناصر الإجابة
• قراءة وتحليل الوضعية - عمّ يتحدث النص ؟ - رتب المعطيات ثم حدّد التعليمة (أو التعليمات) **• تحليل الوضعية وإختيار إستراتيجية حل مناسبة** - ماهي المعطيات المفيدة في النص ؟ - ماهي العلاقة الموجودة بين هذه المعطيات والتعليمة؟ **• تنفيذ إستراتيجية الحل المختارة** - ابحث عن نصف قطر دائرة كبرى بمعرفة طولها. - استعمل دستور مساحة كرة علم نصف قطرها. - استعمل دستور حجم جلة علم نصف قطرها. - استعمل حاسبة لإيجاد المدوّر إلى الوحدة لكل مقدار	**حل مختصر** نسمي ℓ طول دائرة كبرى و R نصف قطر الكرة. لدينا $\ell = 2\pi R$ إذن $R = \frac{\ell}{2\pi} = \frac{70}{2\pi} = \frac{35}{\pi}$ حيث $R = \frac{35}{\pi}$ أي $\frac{35}{\pi} \simeq 11,14084602$. القيمة المضبوطة لنصف القطر هي $\left(\frac{35}{\pi}\right)cm$. المدوّر إلى الوحدة لنصف القطر هو $11cm$ نسمي $\mathcal{A}$ مساحة الكرة. $\mathcal{A} = 4\pi R^2$ أي $\mathcal{A} = \frac{4 \times 35^2}{\pi}$. إذن $\mathcal{A} = \left(\frac{4900}{\pi}\right)cm^2$. لدينا $\frac{4900}{\pi} \simeq 1559,718422$. بالتالي مساحة الكرة هي $\left(\frac{4900}{\pi}\right)cm^2$. المدوّر إلى الوحدة لهذه المساحة هو $1560cm^2$. نسمي $\mathcal{V}$ حجم الكرة. $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$ إذن $\mathcal{V} = \frac{171500}{3\pi^2}$. $\frac{171500}{3\pi^2} \simeq 5792,194332$ القيمة المضبوطة لحجم الكرة هي $\left(\frac{171500}{3\pi^2}\right)cm^3$. المدوّر إلى الوحدة لحجم الكرة هو $5792cm^3$.

VI. أوظف تعلماتي

تمثيل الكرة والجلة

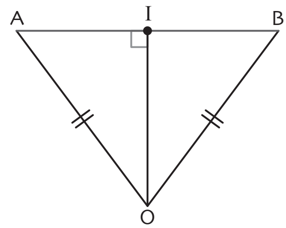
1 يمكن أن يكون:

$AB = 3,5cm$

$AB = 7cm$ ([AB] قطر للكرة)

لا يمكن أن يكون $AB = 7,5cm$.

2 (1



2) لاحظ أنّ $OA = OB$ (لأنّ كل من الطولين يُمثّل نصف قطر الكرة).

3) استعمل خاصية المتوسط المتعلق بقاعدة المثلث المتساوي الساقين وخاصية فيثاغورس.

مساحة كرة-حجم جلة

3 لتكن $\mathcal{A}$ مساحة الكرة و $\mathcal{V}$ حجم الجُلّة.

$\mathcal{A} = 4\pi(1,5)^2$ $\quad$ $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi(1,5)^3$

$\mathcal{A} = 4\pi(1,5)^2$ $\quad$ $\mathcal{V} \simeq 14,13cm^3$

4 ليكن R نصف قطر الكرة و $\mathcal{V}$ حجم الجُلّة الناتجة عنها.

ينتج $R = 3,1cm$ ، $\mathcal{V} = 116,4cm^3$.

5 حجم الحديد هو حجم غلاف الجُلّة.

$\mathcal{V} = 636,7cm^3$.

المقاطع المستوية لمجسمات مألوفة

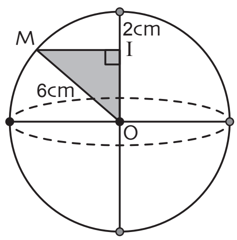
6 1) تُمثّل النقطة B مركز الدائرة الناتجة من تقاطع المستوي بالكرة.

2) OM يُمثّل نصف قطر الكرة و OB يُمثّل بُعد النقطة O عن المستوي (P)

3) $MB = 2\sqrt{2}\,cm$

7 1) بُعد المستوي عن مركز الكرة هو $OI = 4cm$

نجد $IM = 2\sqrt{5}\,cm$



8 1) كل من ADC و EFG هو مثلث متقايس الساقين وقائم. الرباعي $ACGE$ مستطيل.

2) $AC = 5\sqrt{2}\,cm$ ، $AG = 5\sqrt{3}\,cm$

3) مساحة المستطيل $ACGE$ هي $25\sqrt{2}\,cm^2$

9 حالة: المستوي القاطع يشمل منتصفي حرفين متقابلين من المكعّب: المقطع هو مربع طول ضلعه $3cm$.

مساحته $9cm^2$

حالة: المستوي القاطع يشمل رأسين متقابلين

من المكعّب: المقطع هو مستطيل بُعداه $3cm$ و $3\sqrt{2}cm$ مساحته $6\sqrt{2}\,cm^2$

حالة: المستوي القاطع يشمل منتصفي حرفين متتالين من المكعّب: المقطع هو مستطيل بُعداه $3cm$ و $\frac{3}{2}\sqrt{2}\,cm$.

مساحته $\frac{9}{2}\sqrt{2}\,cm^2$

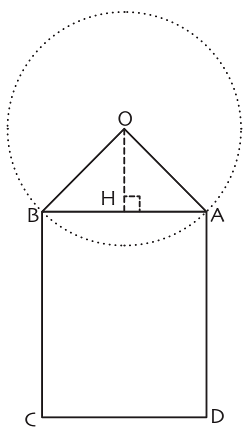
10 الشكل 2: المقطع الناتج من تقاطع أسطوانة دوران بمستو يشمل محورها هو مستطيل بُعداه 3cm و 2cm

مساحته $6cm^2$

الشكل 1: المقطع الناتج من تقاطع أسطوانة دوران بمستو مواز لقاعدتها هو دائرة قطرها 2cm ومركزها نقطة من محورها.

مساحته $4\pi cm^2$.

11



1) قارن OA و OB

2) استعمل خاصية فيثاغورس

12 نسبة التصغير هي $\frac{SO'}{SO} = \frac{1}{3}$

VII. أتعمق

15 أنجز شكل مستو وفكّر في استعمل خاصية طالس.

16 1) تعيين يؤول إلى حل المعادلة ذات المجهول d الآتية

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\right) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \times 2,5$$

نرفض القيمة $d = 0$ ونأخذ $d = \frac{5}{2}$.

نجد بالتقريب 1,63cl

تعيين d يؤول إلى حل المعادلة ذات المجهول d الآتية

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^3\right) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 \times 2,5$$

ومنه $\frac{1}{2}d^3 = \frac{5}{4}d$ أي $\frac{1}{2}d^2\left(d - \frac{5}{2}\right) = 0$

وعليه $d = 0$ أو $d = \frac{5}{2}$.

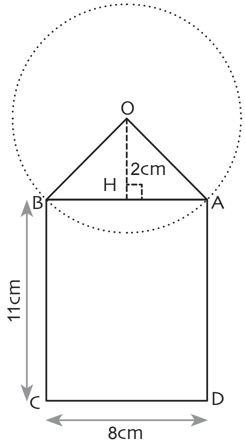
نرفض القيمة $d = 0$ ونأخذ $d = \frac{5}{2}$.

2) نجد بالتقريب $1,63cl$

17 نستعين برسم شكل مناسب.

بتطبيق خاصية فيثاغورس في المثلث OBH

القائم في H



18 (1 $OS = 3cm$

(2 $\mathcal{V} = 16\pi cm^3$

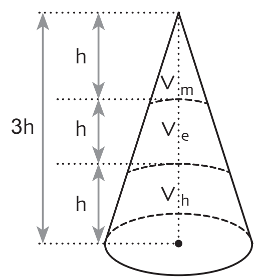
3) حجم المخروط المصغّر $2\pi cm^3$

19 حجم الماء الذي يخرج من الإناء

$$8^2 - \frac{4}{3}\pi \times (3)^3 = 512 - 36\pi$$

أي بالتقريب $398,9cm^3$

23



1) $\mathcal{V}_m$ حجم مخروط ناتج من تصغير

المخروط الوِعاء بنسبة $\frac{1}{3}$ (لأن السوائل لها

نفس الارتفاع داخل المخروط)

ومنه $(1)...\mathcal{V}_m = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \pi r^2 h$

$\mathcal{V}_e + \mathcal{V}_m$ هو حجم السائلين (الزئبق والماء)

المحتويين داخل المخروط الناتج من تصغير

المخروط الوِعاء في النسبة $\frac{2}{3}$

$\mathcal{V}_e + \mathcal{V}_m + \mathcal{V}_h$ يُمثّل حجم المخروط الوِعاء

2) عبّر عن كل من $\mathcal{V}_e + \mathcal{V}_m + \mathcal{V}_h$

و $\mathcal{V}_e + \mathcal{V}_m$ بدلالة $\mathcal{V}_m$.

VIII. وضعية للتقويم

تسمى مدينة واد سوف، الواقعة في ولاية الوادي بجنوب الجزائر «مدينة ألف قبة».

كل بيت من هذه البيوت يتكون من جزئين: جزءه السفلي شكله مكعب

وجزءه العلوي هو نصف كرة، قطرها هو ضلع المكعب.

إذا فرضنا أن ضلع قاعدة أحد البيوت هو 3cm

فماهي المساحة الجانبية لهذا البيت؟ احسب حجم هذا البيت.

حل مختصر

نسمي ℓ طول دائرة كبرى و R نصف قطر الكرة.

لدينا $\ell = 2\pi R$ إذن $\frac{35}{\pi} = \frac{70}{2\pi} = \frac{\ell}{2\pi} = R$ حيث $R = \frac{35}{\pi}$

أي $11,14084602 \simeq \frac{35}{\pi}$.

القيمة المضبوطة لنصف القطر هي $\left(\frac{35}{\pi}\right)\text{cm}$.

المدوّر إلى الوحدة لنصف القطر هو 11cm نسمي $\mathcal{A}$ مساحة الكرة. $\mathcal{A} = 4\pi R^2$

أي $\mathcal{A} = \frac{4 \times 35^2}{\pi}$. إذن $\mathcal{A} = \left(\frac{4900}{\pi}\right)\text{cm}^2$.

لدينا $1559,718422 \simeq \frac{4900}{\pi}$.

بالتالي مساحة الكرة هي $\left(\frac{4900}{\pi}\right)\text{cm}^2$.

المدوّر إلى الوحدة لهذه المساحة هو 1560cm^2.

نسمي $\mathcal{V}$ حجم الكرة. $\mathcal{V} = \frac{4}{3}\pi R^3$ إذن $\mathcal{V} = \frac{171500}{3\pi^2}$.

$5792,194332 \simeq \frac{171500}{3\pi^2}$

القيمة المضبوطة لحجم الكرة هي $\left(\frac{171500}{3\pi^2}\right)\text{cm}^3$.

المدوّر إلى الوحدة لحجم الكرة هو 5792cm^3.