مذكرة رقم :22	السنة الدراسية : 2024-2025	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة–   **ميدان التعلم :** التحليل

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية   **المحور :** النهايات

المدة : 2ساعة   **الموضوع :** عمليات على النهايات

المكتسبات القبلية : عمليات على النهايات و طرق إزالة حالة عدم التعيين

المكتسبات المستهدفة : حساب النهايات بإستعمال المقارنة أو الحصر و مركب دالتين

المراجع : الكتاب المدرسي

المراحل	عناصر الدرس	المدة
الانطلاق : بناء المفاهيم:	**تهيئة نفسية** تذكير بطرائق إزالة حالة التعيين **نهاية مركب دالتين:** **مبرهنة1:** نعتبر u ، v و f ثلاث دوال حيث $f = v \circ u$ ، و لتكن a، b و c أعداد حقيقية إما منتهية أو $+\infty$ أو $-\infty$. إذا كانت $\lim\limits_{x \to a} u(x) = b$ و $\lim\limits_{x \to b} v(x) = c$ فإن $\lim\limits_{x \to a} f(x) = c$ **مثال:** f دالة معرفة على مجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{x}}$ الدالة f مركب الدالتين $u(x) = \dfrac{1}{x}$ و $v(x) = \sqrt{x}$ حيث $f = v \circ u$ لنحسب نهاية f عند أطراف مجموعة التعريف: لدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} u(x) = \lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} \left(\dfrac{1}{x}\right) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to +\infty} v(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \sqrt{x} = +\infty \end{cases}$ و منه: $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x) = +\infty$ لدينا: $\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} u(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{1}{x}\right) = 0 \\ \lim\limits_{x \to 0} v(x) = \lim\limits_{x \to 0} \sqrt{x} = 0 \end{cases}$ و منه: $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$	

النهايات بالمقارنة:

مبرهنة2:

f و g دالتان معرفتان على D من $\mathbb{R}$

إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ و كان $f(x)\geq g(x)$ من أجل x كبير جدا بالقدر الكافي

فإن $\lim_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

مثال: لتكن f دالة معرفة من أجل كل $x>3$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x+3}}$

1 بين أنه إذا كان $x>3$ فإن $\dfrac{1}{\sqrt{x+3}}>\dfrac{1}{\sqrt{2x}}$

2 استنتج نهاية f عند $+\infty$

مبرهنة3:

f و g دالتان معرفتان على D من $\mathbb{R}$

إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ و $f(x)\leq g(x)$ من أجل x كبير جدا بالقدر الكافي فإن

$\lim_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$

مثال: أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x أن $-x-\cos x\leq 1-x$ ، ثم استنتج

$\lim_{x\to+\infty}[-x-\cos x]$

مبرهنة4:

f و g و h دوال معرفة على D من $\mathbb{R}$ ، و ليكن a و l عددان حقيقيان إما منتهيان أو $+\infty$ أو $-\infty$. إذا كان $g(x)\leq f(x)\leq h(x)$ حيث $\lim_{x\to a} g(x)=l$ و $\lim_{x\to a} h(x)=l$

فإن $\lim_{x\to a} f(x)=l$

تمرين: f دالة معرفة على $\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x+\sin x}{2x+1}$

1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>-\dfrac{1}{2}$ فإن $\dfrac{x-1}{2x+1}\leq f(x)\leq\dfrac{x+1}{2x+1}$

استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

تقويم :