مذكرة رقم :21	السنة الدراسية : 2024-2025	الأستاذة : جلام جميلة

ثانوية : محمد حسين بن زيان –واد الجمعة– **ميدان التعلم :** التحليل

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية **المحور :** النهايات

المدة : 2ساعة **الموضوع :** العمليات على النهايات

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية ، و الدوال المشتقة

المكتسبات المستهدفة : عمليات على النهايات و طرق إزالة حالة عد التعيين

المراجع : الكتاب المدرسي

<table>
<tr><th>المراحل</th><th>عناصر الدرس</th><th>المدة</th></tr>
<tr><td>الانطلاق :

بناء المفاهيم:</td><td>

تهيئة نفسية :

ملاحظات:

- يتم حساب نهاية دالة عند الحدود المفتوحة لمجموعة التعريف
- إذا كانت دالة قابلة للاشتقاق عند عدد حقيقي a من مجموعة تعريفها فإن $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$
- إذا قبلت دالة f عند عدد حقيقي a فإن هذه النهاية وحيدة
- يمكن لدالة أن لا تقبل نهاية عند حد من حدود مجموعة تعريفها، فمثلا الدالة $x \mapsto \sin x$ لا تقبل نهاية عند $+\infty$

مبرهنات أولية على النهايات:

f و g دالتان و α يمثل إما عدد حقيقي أو $+\infty$ أو $-\infty$ و L و L' أعداد حقيقية

نهاية مجموع دالتين:

$\lim_{x\to\alpha} f(x)$	L	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to\alpha} g(x)$	L'	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim_{x\to\alpha} [f(x)+g(x)]$	$L+L'$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	$-\infty$

</td><td></td></tr>
</table>

نهاية جداء دالتين:

$\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$	L	$L \succ 0$	$L \succ 0$	$L \prec 0$	$L \prec 0$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	0	0
$\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$	L'	∞	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to\alpha} [f(x)\times g(x)]$	$L\times L'$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت

نهاية حاصل قسمة دالتين:

$\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)$	L	L	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	0	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)$	$L' \neq 0$	$\pm\infty$	$L' \succ 0$	$L' \succ 0$	$L' \prec 0$	$L' \prec 0$	0	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to\alpha} \dfrac{f(x)}{g(x)}$	$\dfrac{L}{L'}$	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت	ح ع ت

ملاحظات:

- تسمى الحالات التي لا تسمح فيها النظريات السابقة من استنتاج النهاية بحالات عدم التعيين (ح ع ت)
- توجد أربع حالات عد التعيين و هي من الشكل :

$$\frac{\infty}{\infty};\frac{0}{0};0\times\infty;+\infty-\infty$$

إزالة حالات عدم التعيين:

لإزالة حالات عدم التعيين عند وجودها نتبع مايلي:

- بالنسبة لدوال كثيرات الحدود عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى درجة .

مثال: أحسب النهايات التالية:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(3x^2-2x+3\right)$ 2- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-3x^3+4x+6\right)$

- بالنسبة للدوال الناطقة عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ نأخذ نهاية الحد الأعلى درجة في البسط و المقام.

مثال: أحسب النهايات التالية:

1- $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+x-x^2}{x^3-1}$ 2- $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-x^2+2x}{x^3+6}$

- بالنسبة للدوال الجذرية عندما x يؤول إلى $+\infty$ أو $-\infty$ أو x_0 في معظم الحالات نضرب و نقسم في المرافق أو نقوم باستخراج عامل مشترك.

تطبيق: أحسب النهايات التالية:

1- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)$ 2- $\lim\limits_{x\to5}\dfrac{x-5}{\sqrt{2x-1}-3}$ 3- $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{2x^2-3}}{x+2}$

	$\lim\limits_{x \to -\infty}\left(\sqrt{4x^2-3}-\sqrt{9x^2-2}\right)$ -4 $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}}\frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1}$ -5 • يمكن كذلك استعمال التحليل و الاختزال ، و كذا العدد المشتق **مثال:** $\lim\limits_{x \to 1}\frac{x^2-2x+1}{x-1}$ ، $\lim\limits_{x \to 0}\frac{\sin x}{x}$ **تطبيق:** تمرين 18 و 19 صفحة 26	تقويم :