

ميدان التعلم : التحليل

ثانوية : محمد حسين بن زيان - واد الجمعة-

المحور : النهايات

المستوى : السنة الثالثة علوم تجريبية

الموضوع : نهاية المنتهية أو غير منتهية

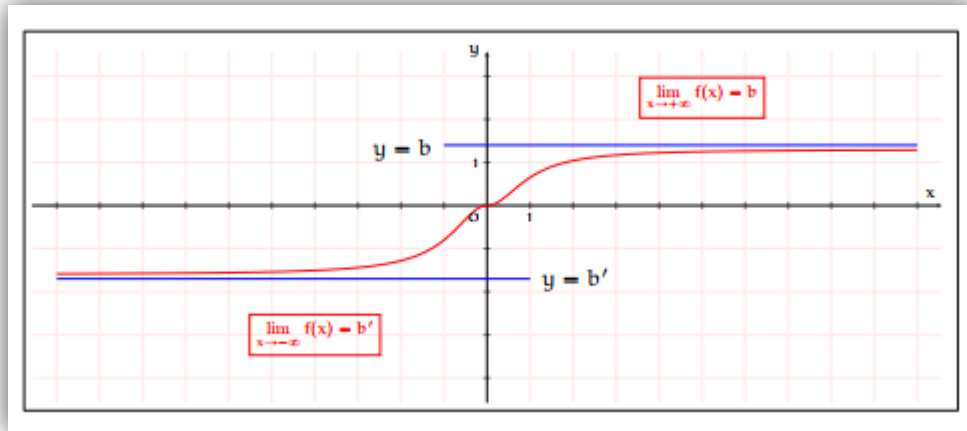
المدة : 2 ساعة

المكتسبات القبلية : مفاهيم أولية حول الدوال العددية

المكتسبات المستهدفة : نهاية المنتهيو أو غير المنتهية و التفسير البياني لها

المراجع : الكتاب المدرسي

المدة	عناصر الدرس	المراحل
	<p><b>التهيئة النفسية :</b> التذكير بمفهوم النهاية</p> <p><b>نهاية منتهية لدالة عند <math>+\infty</math> أو <math>-\infty</math></b></p> <p><b>تعريف:</b> <math>f</math> دالة معرفة على مجال من الشكل <math>[x_0; +\infty[</math> و <math>l</math> عدد حقيقي . القول ان نهاية <math>f</math> عند <math>+\infty</math> هي <math>l</math> يعني ان كل مجال مفتوح شامل للعدد <math>l</math> يشمل أيضا كل القيم <math>f(x)</math> من اجل <math>x</math> كبير بالقدر الكافي و نكتب <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l</math> و نقرأ "<math>f(x)</math> يؤول الى <math>l</math> لما <math>x</math> يؤول الى <math>+\infty</math>"</p> <p><b>ملاحظة :</b> نحصل على نفس التعريف ونتيجة مماثلتين عند <math>-\infty</math></p> <p><b>أمثلة:</b> <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x} = 0</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0</math></p> <p><b>تطبيق:</b> لتكن الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>[2; +\infty[</math> كما يلي: <math>f(x) = \frac{3}{x-2}</math> أثبت <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0</math></p> <p><b>المستقيم المقارب الأفقي</b></p> <p><b>نتيجة:</b> نقول ان المستقيم ذو المعادلة <math>y = l</math> هو مستقيم مقارب للمنحنى <math>(C_f)</math> الممثل للدالة <math>f</math> عند <math>+\infty</math> أو عند <math>-\infty</math></p>	<p>الانطلاق :</p> <p>بناء المفاهيم:</p>



نهاية غير منتهية لدالة عند  $+\infty$  او  $-\infty$

**تعريف(1):**  $f$  دالة معرفة على مجال من الشكل  $[x_0; +\infty[$ .

القول ان نهاية  $f$  عند  $+\infty$  هي  $+\infty$  يعني ان كل مجال من الشكل  $[A; +\infty[$  حيث  $A \in \mathbb{R}$  يشمل أيضا كل القيم  $f(x)$  من اجل  $x$  كبير بالقدر الكافي و نكتب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

**تعريف 2:**  $f$  دالة معرفة على مجال من الشكل  $[x_0; +\infty[$ .

القول أن نهاية  $f$  عند  $+\infty$  هي  $-\infty$  يعني أن كل مجال من الشكل  $]-\infty; B]$  ( $B \in \mathbb{R}$ ) يشمل كل القيم  $f(x)$  من أجل  $x$  كبير بالقدر الكافي. نكتب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$  و نقرأ  $f(x)$  يؤول إلى  $-\infty$  لما يؤول  $x$  إلى  $+\infty$ .

**ملاحظة:** نحصل على تعريفين مماثلين عند  $-\infty$ .

**تطبيق:** لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $[4; +\infty[$  بـ  $f(x) = \sqrt{x-4}$  أثبت باستعمال التعريف

أن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

نهاية منتهية أو غير منتهية لدالة عند عدد حقيقي

نهاية منتهية عند عدد حقيقي

**تعريف:**  $f$  دالة معرفة على مجموعة من الشكل  $]x_0; b[$  او  $]a; x_0[$  و  $l$  عدد حقيقي. القول أن نهاية  $f$  عند  $x_0$  هي  $l$  يعني أن كل مجال مفتوح شامل للعدد  $l$  يشمل كل القيم  $f(x)$  من أجل  $x$  قريب بالقدر الكافي من  $x_0$ . نكتب  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$  و نقرأ  $f(x)$  يؤول إلى  $l$  لما يؤول  $x$  إلى  $x_0$ .

نهاية غير منتهية عند عدد حقيقي

**تعريف(1):**  $f$  دالة معرفة على مجموعة من

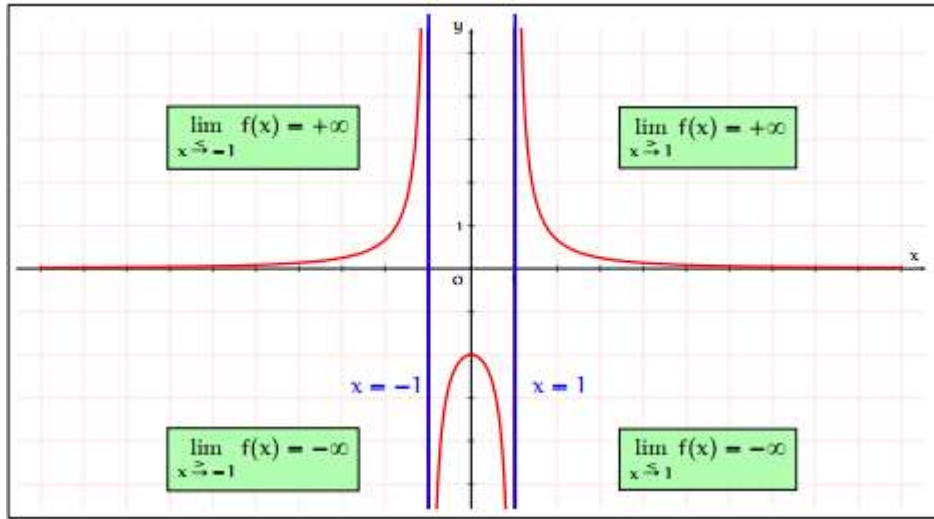
الشكل  $]a; x_0[$  او  $]x_0; b[$ . القول أن نهاية  $f$  عند  $x_0$  هي  $+\infty$  يعني أن كل مجال من الشكل  $[A; +\infty[$  ( $A \in \mathbb{R}$ ) يشمل كل القيم  $f(x)$  من أجل  $x$  قريب بالقدر الكافي من  $x_0$ . نكتب

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$  و نقراً  $f(x)$  يؤول إلى  $+\infty$  لما يؤول  $x$  إلى  $x_0$ .

**أمثلة:** (1)  $f(x) = \frac{1}{(x-1)^2}$  ..... (2)  $f(x) = \frac{1}{x}$  (النهاية من اليمين و اليسار لـ  $f$  عند 0)

**المستقيم المقارب العمودي**

**نتيجة:** ليكن  $(C_f)$  التمثيل البياني للدالة  $f$  في معلم ، و ليكن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x=a$  القول أن المستقيم  $(\Delta)$  مستقيم مقارب للمنحنى  $(C_f)$  يعني أن نهاية الدالة  $f$  عند  $a$  (من يسار  $a$  أو من اليمين  $a$ ) هي  $+\infty$  أو  $-\infty$



**تطبيق:** نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $]-\infty; 1[ \cup ]1; +\infty[$  بـ:  $f(x) = -1 + \frac{1}{x+1}$  و ليكن  $(C_f)$

تقويم :

تمثيلها البياني في معلم.

(1) أدرس نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجموعة تعريفها، ماذا تستنتج؟

(2) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع محور الفواصل ثم مع محور الترتيب ثم أرسم المنحنى  $(C_f)$ .

تمرين : 12.13.14.16.صفحة 27