الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

ثانوية الحسن ابن الهيثم النزلة | المستوى : 3 ثانوي

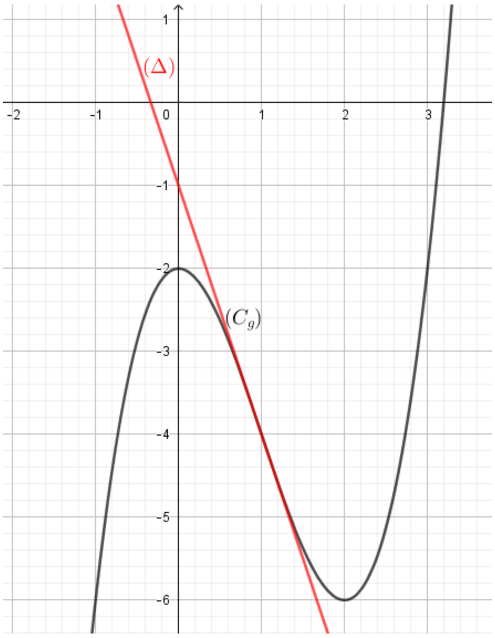
الأستاذ: بوقفة عبد الفتاح | شعبة : رياضيات / تقني ر

إختبار رقم 02 : Bac 2025

الرياضيات ليست إبرة تحقن في جسمك في بداية السنة لتصبح ممتازا فيها

الرياضيات = حبها + التركيز + المرافقة اليومية

التمرين



I- g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = x^3 - 3x^2 - 2$.

(C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل

المستقيم (D) هو مماس للمنحني (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1

بقراءة بيانية :

❶ أحسب كل من : $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ و $g''(1)$.

❷ شكل جدول تغيرات الدالة g .

❸ حدد إشارة $g(3)$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)$ ثم إستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد من المجال $\left]3;\frac{7}{2}\right[$ بحيث $g(\alpha) = 0$ ثم تحقق أن : $3{,}1 < \alpha < 3{,}2$

❹ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II- f هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \frac{x^3+1}{(x-1)^2}$ ، (C_f) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ، ثم فسر النتائج هندسيا .

❷ أ/ بين أنه من أجل كل $x \in \mathbb{R} - \{1\}$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^3}$.

ب/ إستنتج إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

❸ أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty} [f(x) - x]$ ، ثم إستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

ب/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .

❹ عين دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ وفسر النتيجة بيانيا .

❺ بين أن : $f(\alpha) = 3 + \frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$ ، ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2}

❻ أكتب معادلة مماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $\frac{-1}{3}$

❼ جد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات .

❽ أنشئ كلا من المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

❾ ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة : $f(x) = x + m$

عندما يمنحك الله بداية
جديدة لا تكرر أخطائك

III- نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $h(x) = \frac{|x^3+1|}{(x-1)^2}$، (C_h) تمثيلها البياني في معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$

❶ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

❷ أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عند القيمة -1 ، ثم فسر النتيجة هندسيا .

❸ إستنتج رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f) .

قال سفيان الثوري رحمه الله : "من لعب بعمره ضيع أيام حرثه ، ومن ضيع أيام حرثه ندم أيام حصاده

بالتوفيق إن شاء الله

الحل المفصل للإختبار التجريبي رقم 02

❶ حساب : $g'(0)$ ، $g'(2)$ ، $g'(1)$ و $g''(1)$

$g'(2)=g'(0)=0$ (قيم حدية محلية)

$g'(1)$ هو ميل المماس (D) ، إذن نختار نقطتين كيفيتين من المماس $A(1;-4)$ و $B(0;-1)$ ومنه :

$$g'(1)=\frac{-1-(-4)}{0-1}=-3$$

$g''(1)=0$ ، المماس (D) يغير وضعيته عند نقطة التماس وبالتالي فهو يخترق (C_g) في النقطة ذات الفاصلة 1 التي تعتبر نقطة إنعطاف .

❷ شكل جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

❸ حدد إشارة $g(3)$ و $g(\frac{7}{2})$

من البيان نلاحظ أن : $g(3)<0$ و $g\left(\frac{7}{2}\right)>0$

إستنتج وجود عدد حقيقي α وحيد يحق $g(\alpha)=0$

الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $\left[3;\frac{7}{2}\right]$ وبما أن : $g\left(\frac{7}{2}\right)\times g(3)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $3<\alpha<\frac{7}{2}$

تحقق أن : $3,1<\alpha<3,2$

لدينا $]3,1;3,2[\subset\left]3;\frac{7}{2}\right[$ ، إذن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[3,1;3,2]$ و

$g(3,1)=-1,039$ و $g(3,2)=0,048$ اي أن

$g(3,1)\times g(3,2)<0$ ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $3,1<\alpha<3,2$ يحقق $g(\alpha)=0$

❹ إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II- ❶ أحسب نهايات الدالة f، وفسر النتائج

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x^3}{x^2}\right)=\lim_{x\to-\infty}(x)=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3}{x^2}\right)=\lim_{x\to+\infty}(x)=+\infty$$

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\<}} f(x)=+\infty$ لأن $\begin{cases}\text{البسط}\to 2\\ \text{المقام}\to 0^+\end{cases}$

$\lim\limits_{\substack{x\to1\\>}} f(x)=+\infty$ لأن $\begin{cases}\text{البسط}\to 2\\ \text{المقام}\to 0^+\end{cases}$

ومنه $x=1$ مستقيم مقارب عمودي لـ (C_f)

❷ أ/ بين أنه من أجل $x\neq1$: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x-1)^3}$

$$f'(x)=\frac{3x^2(x-1)^2-2(x-1)(x^3+1)}{(x-1)^4}$$

$$\frac{3x^2(x-1)-2(x^3+1)}{(x-1)^3}=\frac{3x^3-3x^2-2x^3-2}{(x-1)^3}$$

$$=\frac{x^3-3x^2-2}{(x-1)^3}=\frac{g(x)}{(x-1)^3}=f'(x)$$

وهو المطلوب

ب/ إستنتج إتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

إشارة المشتق من إشارة $g(x)$ و $(x-1)$

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	$\vert$	$-$	0	$+$	
$(x-1)^3$		$-$	$\Vert$	$+$	$\vert$	$+$	
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

الدالة f متزايدة تماما على المجالين $]-\infty;1[$ و $[\alpha;+\infty[$

ومتناقصة تماما على المجال $]1;\alpha]$

x	$-\infty$		1		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty \Vert +\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

❸ أ/ أحسب $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-x]$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^3+1}{(x-1)^2}-x\right]=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^3+1-x(x-1)^2}{(x-1)^2}\right]$$

$$\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{x^3+1-x^3-x+2x^2}{(x-1)^2}\right]=\lim_{x\to\pm\infty}\left[\frac{2x^2-x+1}{(x-1)^2}\right]$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2x^2}{x^2}=2$$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-x]=2$ أي $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-x-2]=0$

أي $\lim_{x\to\pm\infty}[f(x)-(x+2)]=0$ ومنه نستنتج أن المستقيم $(\Delta): y=x+2$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ب/ أدرس وضعية المنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

ندرس إشارة الفرق : $f(x)-(x+2)=$

$$\frac{x^3+1}{(x-1)^2}-(x+2)=\frac{x^3+1-(x+2)(x-1)^2}{(x-1)^2}$$

$$\frac{x^3+1-(x^3-2x^2+x+2x^2-4x+2)}{(x-1)^2}=\frac{3x-1}{(x-1)^2}$$

ومنه إشارة الفرق من إشارة البسط لأن $(x-1)^2>0$

$3x-1=0$ أي $x=\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$f(x)-y$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$+$	
الوضع النسبي		(C_f) تحت (Δ)	(C_f) يقطع (Δ)	(C_f) فوق (Δ)	$\Vert$	(C_f) فوق (Δ)	

❹ عين دون حساب $\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$

حسب تعريف العدد المشتق

$$\lim_{x\to\alpha}\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}=f'(\alpha)=\frac{g(\alpha)}{(\alpha-1)^3}=0$$

من النتيجة السابقة نستنتج أن (C_f) مماسا يوازي حامل محور الفواصل (أفقيا) معادلته : $y=f(\alpha)$

❺ بين أن : $f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}$

$$f(\alpha)=3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}=\frac{\alpha^3+1}{(\alpha-1)^2}-\left(3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}\right)$$

$$\frac{\alpha^3+1-3(\alpha-1)^2+6\alpha}{(\alpha-1)^2}=\frac{\alpha^3-3\alpha^2-2}{(\alpha-1)^2}=\frac{g(\alpha)}{(\alpha-1)^2}=0$$

وهو المطلوب .

أعط حصرا لـ $f(\alpha)$ تدور النتائج إلى 10^{-2}

$3,1<\alpha<3,2$ أي $4,41<(\alpha-1)^2<4,84$

أي $0,2<\frac{1}{(\alpha-1)^2}<0,23 \dots\dots (1)$

ولدينا $18,6<6\alpha<19,2 \dots\dots (2)$

بضرب (1) في (2) نجد $3,72<\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}<4,42$

ومنه $6,72<3+\frac{6\alpha}{(\alpha-1)^2}<7,42$

ومنه $6,72<f(\alpha)<7,42$

❻ معادلة مماس (T) للمنحني (C_f) عند $x_0=\frac{-1}{3}$

$$(T): y=f'\left(\frac{-1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)+f\left(\frac{-1}{3}\right)=x+\frac{7}{8}$$

❼ جد نقاط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات

مع محور التراتيب : نحسب $f(0)$

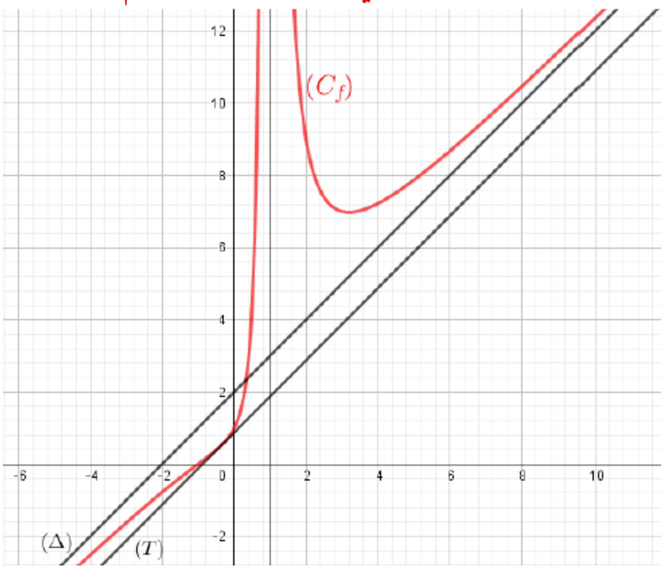
أي $f(0)=\frac{0^3+1}{(0-1)^2}=1$ ومنه (C_f) يقطع محور التراتيب في النقطة $A(0;1)$

مع محور الفواصل : نحل المعادلة : $f(x)=0$

أي $\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=0$ أي $x^3+1=0$ أي $x=-1$

ومنه (C_f) يقطع محور الفواصل في النقطة $B(-1;0)$

❽ أنشئ كلا من المنحني (C_f) و المستقيم (Δ)



❾ ناقش بيانيا عدد وإشارة المعادلة $f(x)=x+m$

حلول المعادلة بيانيا هي فواصل نقاط تقاطع (C_f) مع المستقيم ذو المعادلة : $y=x+m$

$m<\frac{7}{8}$ لا توجد حلول

$m=\frac{7}{8}$ حل سالب

$m=1$ حلين أحدهما معدوم والآخر معدوم

$1<m<2$ حلين مختلفين في الإشارة

$m=2$ حل وحيد موجب

$m>2$ حلين موجبين

III- ❶ أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة

$$h(x)=\begin{cases}\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=f(x) \ ; x\in[-1;1[\cup]1;+\infty[\\ -\frac{x^3+1}{(x-1)^2}=-f(x) \ ; x\in]-\infty;-1]\end{cases}$$

2 أدرس قابلية إشتقاق الدالة h عند القيمة -1

من اليمين :

$$\lim_{\substack{> \\ x\to -1}} \frac{h(x)-h(-1)}{x-(-1)} = \lim_{\substack{> \\ x\to -1}} \frac{\frac{x^3+1}{(x-1)^2}-0}{x+1} =$$

$$\lim_{\substack{> \\ x\to -1}} \frac{x^3+1}{(x+1)(x-1)^2} = \lim_{\substack{> \\ x\to -1}} \frac{(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)^2} = \frac{3}{4}$$

ومنه الدالة h تقبل الإشتقاق عند (-1) من اليمين

من اليسار :

$$\lim_{\substack{< \\ x\to -1}} \frac{h(x)-h(-1)}{x-(-1)} = \lim_{\substack{< \\ x\to -1}} \frac{-\frac{x^3+1}{(x-1)^2}-0}{x+1} =$$

$$\lim_{\substack{< \\ x\to -1}} \frac{-(x^3+1)}{(x+1)(x-1)^2} = \lim_{\substack{< \\ x\to -1}} \frac{-(x+1)(x^2-x+1)}{(x+1)(x-1)^2} = -\frac{3}{4}$$

ومنه الدالة h تقبل الإشتقاق عند (-1) من اليسار

بما أن $h_g'(-1) \neq h_d'(-1)$ فإن الدالة h غير قابلة للإشتقاق عند $x_0 = -1$

أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

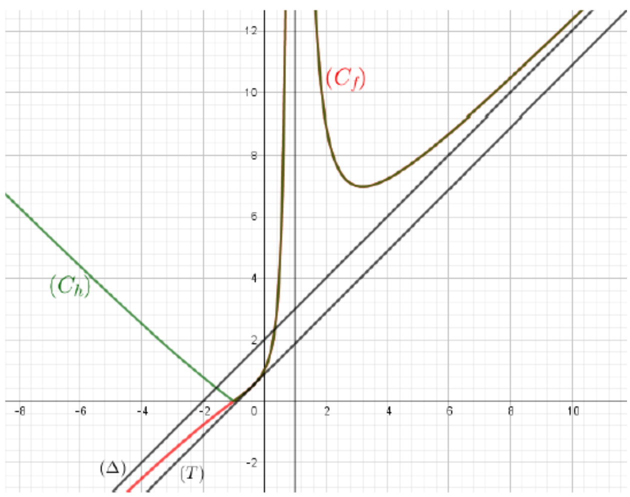
الدالة h قابلة للإشتقاق على يسار ويمين $x_0 = -1$

ومنه المنحنى (C_h) يقبل نصفي مماسين معامل توجيه كل منهما $\frac{3}{4}$ و $-\frac{3}{4}$، ومنه النقطة $(-1;0)$ هي نقطة زاوية لـ (C_h)

3 إستنتج رسم (C_h) إنطلاقا من (C_f)

(C_h) ينطبق على (C_f) في المجال $[-1;1[\cup]1;+\infty[$

(C_h) نظير (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل في $]-\infty;-1]$



نصائح جد هامة لطلاب البكالوريا

- ❖ التوكل على الله وحده أول خطوة نحو النجاح ، إذن من واجب الطالب المسلم بذل الأسباب لذلك وكن على يقين أن التوفيق من الله وحده
- ❖ تجنب المراجعة لفترات طويلة لأنها ستجعلك مرهقا ذهنيا وتتعرض لضغطات نفسية قد تؤدي بك إلى ترك المراجعة نهائيا ، لذلك حاول أن تنظم وقتك لفترات حين تراجع ساعة ونصف ، ثم قم بترويح النفس قليلا لمدة نصف ساعة ، بعدها ستكون قادرا على إستيعاب الدروس
- ❖ تلخييص الدروس قبل المراجعة وحبذا أن يكون الملخص على شكل مخطط لكي يساعدك على تذكره بسهولة
- ❖ وضع جدول تنظيم المراجعة للبكالوريا في المنزل والإلتزام به (كلما كان الجدول أبسط كلما كان بمقدورك تطبيقه)
- ❖ التعود على حل التمارين بأسرع طريقة ممكنة ففي فترة الإمتحانات ستجد نفسك في سباق مع الوقت
- ❖ متى أحفظ مواد الحفظ ؟ كلنا يعلم أن الفترات الصباحية بعد الإستيقاظ من النوم مباشرة هو الوقت الأنسب للحفظ .
- ❖ لا تضيع وقتك في شيئ تعسر عليك حفظه
- ❖ تجنب مواقع التواصل الإجتماعي أثناء المراجعة
- ❖ حل مواضيع بكالوريا السابقة
- ❖ الدعاء في وقت التحضير للبكالوريا ، الصلاة والدعاء ليست مجرد نصيحة بل هيا واجبة على كل مسلم ، لأن الله يحب إلحاحك له ، فأكثر من طرق بابه حتى يفتح لك .