المسألة رقم 01

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $f(x)=\frac{3x-2}{x+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أوجد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$:

$$f(x)=a+\frac{b}{x+1}$$

2) فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما .

3) استنتج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;+\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها .

4) أثبت أن النقطة $\Omega(-1;3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $g(x)=|f(x)|$

أ- أكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة .

ب- إشرح كيف يمكن إنشاء التمثيل البياني (C_g) للدالة g إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) .

6) نعتبر الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=\frac{3|x|-2}{|x|+1}$

أ- عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .

ب- أثبت أن الدالة h زوجية .

جـ- إشرح كيف يمكن إستنتاج التمثيل البياني (C_h) للدالة h إنطلاقا من (C_f) .

حل مقترح :

1) إيجاد العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -1$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x+1}$$

من أجل كل $x \neq -1$ لدينا : $f(x) = a + \frac{b}{x+1}$ و منه $f(x) = \frac{ax+a+b}{x+1}$ ، إذن بالمطابقة

مع العبارة $f(x) = \frac{3x-2}{x+1}$ ينتج :

$\begin{cases} a = 3 \\ a+b = -2 \end{cases}$ و منه $\begin{cases} a = 3 \\ b = -5 \end{cases}$ و بالتالي يكون : $\boxed{f(x) = 3 - \frac{5}{x+1}}$

2) تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما :

باتباع المخطط التالي : $x \xrightarrow{u} x+1 \xrightarrow{v} 3 - \frac{5}{x+1}$ فإن :

$f = v \circ u$ حيث : $\boxed{u(x) = x+1}$ و $\boxed{v(x) = 3 - \frac{5}{x}}$

3) إستنتاج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;-1[$ و $]-1;+\infty[$:

• على المجال $]-\infty;-1[$: الدالة u تآلفية متزايدة تماما على $]-\infty;-1[$ بحيث من أجل

كل $x \in]-\infty;-1[$ فإن $x < -1$ و منه $x+1 < 0$ معناه $u(x) < 0$ أي $\boxed{u(x) \in]-\infty;0[}$

الدالة $x \mapsto -\frac{5}{x}$ متزايدة تماما على $]-\infty;0[$ (لأن الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما

على المجال $]-\infty;0[$ و $-5 \prec 0$) و منه فالدالة $v : x \mapsto 3 - \frac{5}{x}$ متزايدة تماما على

المجال $]-\infty;0[$ لأن للدالتين $x \mapsto -\frac{5}{x}$ و v نفس إتجاه التغير .

نتيجة : للدالتين u و v نفس إتجاه التغير ، إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-\infty;-1[$.

• على المجال $]-1;+\infty[$: الدالة u تآلفية متزايدة تماما على المجال $]-1;+\infty[$ حيث من أجل كل $x\in]-1;+\infty[$ فإن $x>-1$ و منه $x+1>0$ معناه $u(x)>0$ أي $\boxed{u(x)\in]0;+\infty[}$

الدالة $x\mapsto -\frac{5}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ (لأن الدالة "مقلوب" $x\mapsto \frac{1}{x}$ متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و $-5\prec 0$) و منه فالدالة $v:x\mapsto 3-\frac{5}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0;+\infty[$ لأن للدالتين $x\mapsto -\frac{5}{x}$ و v نفس إتجاه التغير .

نتيجة : للدالتين u و v نفس إتجاه التغير ، إذن الدالة f متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f :

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\Vert$	$\nearrow$

4) إثبات أن النقطة $\Omega(-1;3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

من أجل كل $x\in D_f$ فإن $x\neq -1$ و منه $-x\neq 1$ و منه $-2-x\neq -1$ إذن $\boxed{-2-x\in D_f}$

و من أجل كل $x\in D_f$ لدينا : $f(-2-x)+f(x)=\frac{3(-2-x)-2}{(-2-x)+1}+\frac{3x-2}{x+1}$ معناه

$f(-2-x)+f(x)=\frac{-8-3x}{-1-x}+\frac{3x-2}{x+1}$ معناه $f(-2-x)+f(x)=\frac{8+3x}{x+1}+\frac{3x-2}{x+1}$

معناه $f(-2-x)+f(x)=\frac{8+3x+3x-2}{x+1}$ معناه $f(-2-x)+f(x)=\frac{6x+6}{x+1}$ أي

من الشكل $\boxed{f(-2-x)+f(x)=6=2\times3}$: و منه $f(-2-x)+f(x)=\dfrac{6(x+1)}{x+1}$

$f(2a-x)+f(x)=2b$ ، إذن النقطة $\Omega(-1;3)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

5) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ بـ : $g(x)=|f(x)|$

أ- كتابة عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة :

لدينا : $\begin{cases} g(x)=f(x) & si\ f(x)\geq 0 \\ g(x)=-f(x) & si\ f(x)\leq 0 \end{cases}$

$\boxed{g(x)=|f(x)|=\left|\dfrac{3x-2}{x+1}\right|}$ و حتى نجد كتابة g دون رمز القيمة المطلقة ندرس إشارة

المقدار $\dfrac{3x-2}{x+1}$:

x	$-\infty$		-1		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$3x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$+$	||	$-$	0	$+$	

إذن $f(x)\geq 0$ على كل

من المجالين $]-\infty,-1[$ و $\left[\dfrac{2}{3};+\infty\right[$ و $f(x)\leq 0$ على المجال $\left]-1;\dfrac{2}{3}\right]$.

و نكتب : $\begin{cases} g(x)=\dfrac{3x-2}{x+1} & si\quad x\in\left]-\infty,-1\right[\cup\left[\dfrac{2}{3},+\infty\right[\\ g(x)=\dfrac{2-3x}{x+1} & si\quad x\in\left]-1,\dfrac{2}{3}\right] \end{cases}$

ب- شرح كيفية إستنتاج التمثيل البياني (C_g) للدالة g إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f)

للدالة f :

إذا كان $x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ فإن $\boxed{g(x)=f(x)}$ و منه (C_g) ينطبق على (C_f) .

إذا كان $x\in\left]-1;\frac{2}{3}\right]$ فإن $\boxed{g(x)=-f(x)}$ و منه (C_g) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .

6) نعتبر الدالة h المعرفة بـــ : $h(x)=\frac{3|x|-2}{|x|+1}$ و منه $\boxed{h(x)=f(|x|)}$

أ- تعيين مجموعة تعريف الدالة h :

تكون الدالة h معرفة إذا و فقط إذا كان $\boxed{|x|\in D_f}$ معناه إذا و فقط إذا كان $|x|\neq -1$ و هذا الأمر محقق دوما لأن $|x|\geq 0$ و منه $\boxed{D_h=\mathbb{R}}$

ب- إثبات أن الدالة h زوجية :

من أجل كل $x\in D_h$ فإن $-x\in D_h$ ($D_h=\mathbb{R}$ متناظرة بالنسبة إلى 0)

و من أجل كل $x\in D_h$ لدينا : $\boxed{h(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=h(x)}$ لأن من خواص القيمة المطلقة لعدد حقيقي x : $|-x|=|x|$ و منه فالدالة h زوجية .

جــ- شرح كيفية إستنتاج التمثيل البياني (C_h) للدالة h إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f :

- إذا كان $x\in[0;+\infty[$ فإن $|x|=x$ و منه يكون $\boxed{h(x)=f(x)}$ و بالتالي فالتمثيل البياني (C_h) للدالة h ينطبق على التمثيل البياني (C_f) للدالة f .
- و بما أن الدالة h زوجية فإنه لما $x\in]-\infty;0]$ يكون (C_h) هو نظير (C_f) (الواقع في المجال $[0;+\infty[$) بالنسبة لمحور التراتيب .

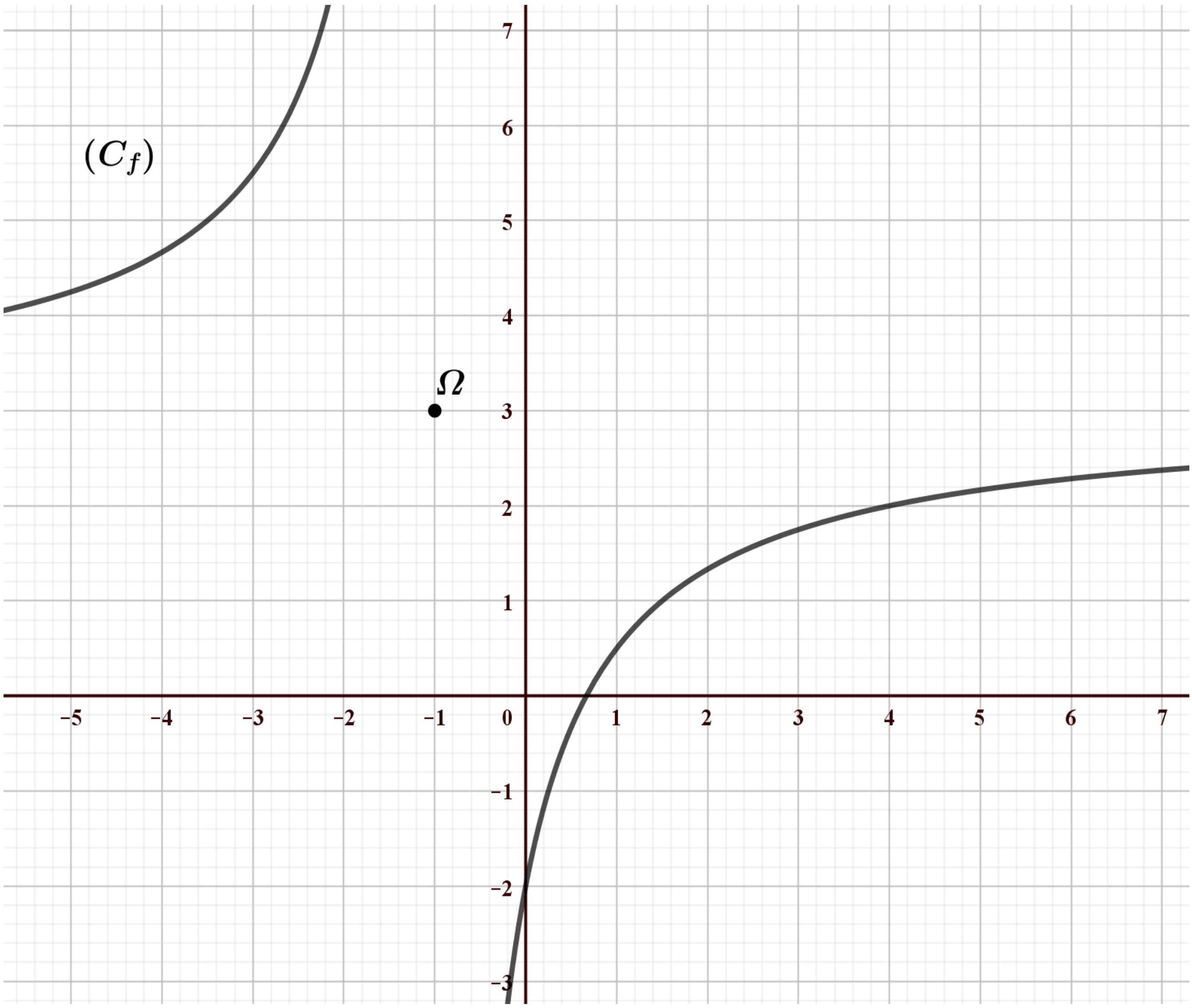
التمثيلات البيانية (C_f) ، (C_g) **و** (C_h) **:**

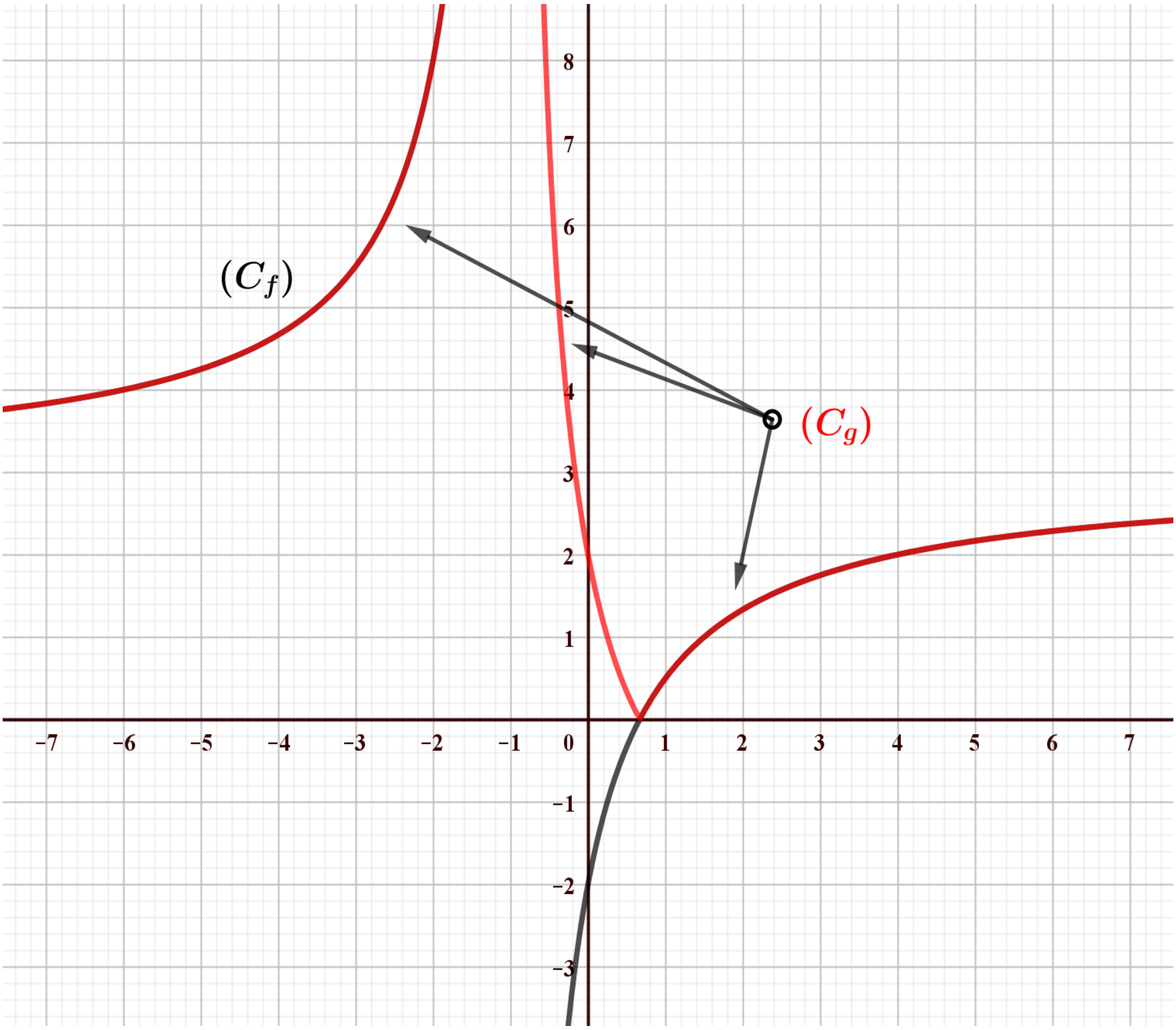
لدينا من أجل كل $x \neq -1$ **:** $f(x) = 3 - \dfrac{5}{x+1}$ **من الشكل** $f(x) = k(x+a)+b$ **حيث**

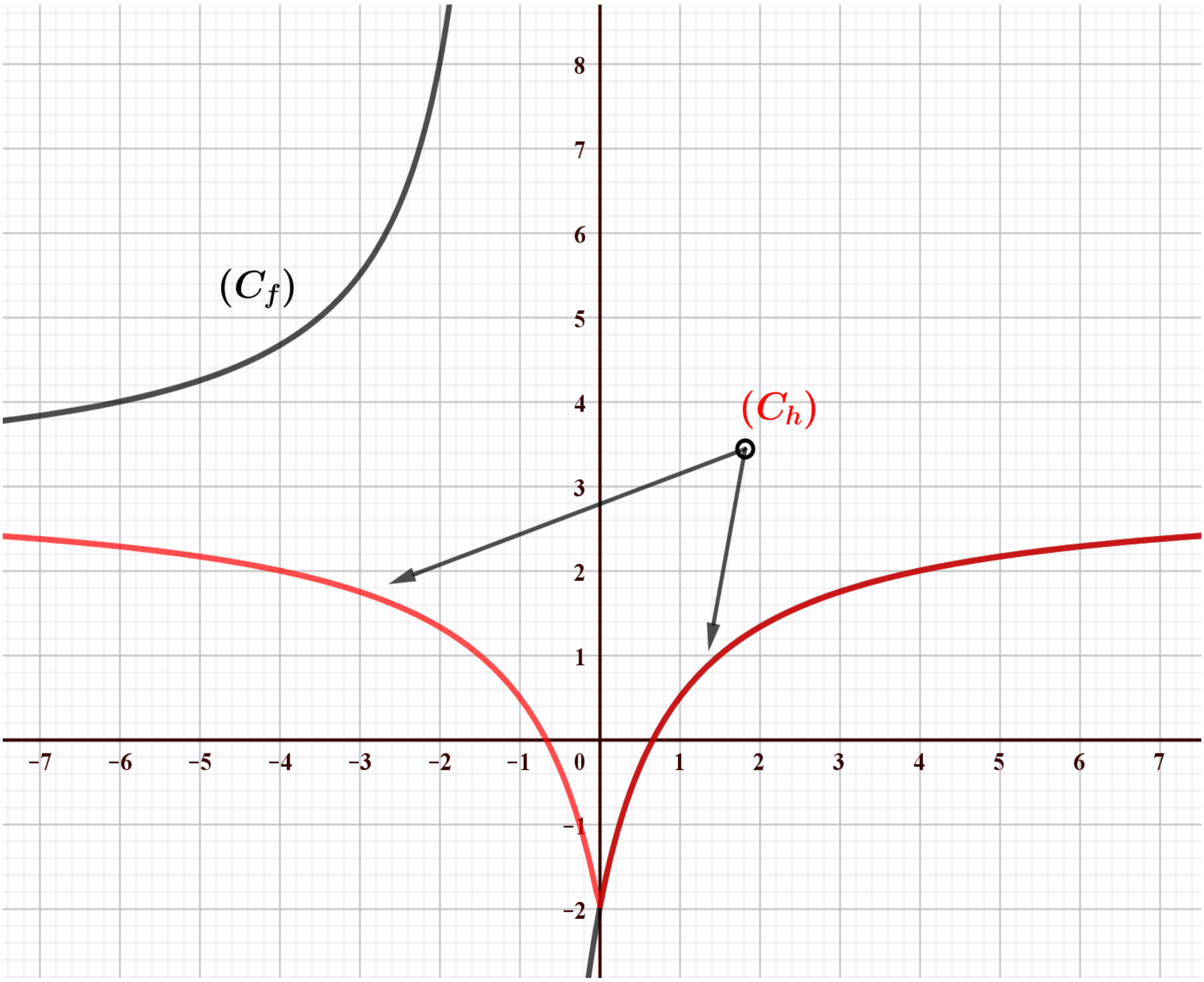
$k(x) = -\dfrac{5}{x}$ **و** $a = 1$ **و** $b = 3$ **و منه** (C_f) **صورة** (C_k) **بالإنسحاب الذي شعاعه** $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}}$

و لإنشاء المنحنى (C_k) **نعتمد على التمثيل البياني للدالة "مقلوب" بضرب ترتيب كل**

نقطة في العدد $\lambda = -5$ **.**




(C_f)
(C_g)


(C_f)
(C_h)
-7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7
8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -2

المسألة رقم 02 :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1;+\infty[$ بـ : $f(x)=-2+\sqrt{x-1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) تحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تحديد عبارتيهما .

2) إعتمادا على إتجاه تغير كل من الدالتين u و v ، استنتج إتجاه تغير الدالة f .

3) حل في المجال $[1;+\infty[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

4) إشرح كيف يمكن إنشاء (C_f) إنطلاقا من التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " .

5) لتكن الدالة g المعرفة على $[1;+\infty[$ بـ : $g(x)=|f(x)|$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

- أكتب عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة .
- إشرح كيف يمكن إنشاء (C_g) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f ثم أنشئ (C_g) .

6) h الدالة المعرفة بـ : $h(x)=\sqrt{|x|-1}-2$

- عين D_h مجموعة تعريف الدالة h .
- إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f ثم أنشئ (C_h) .

حل مقترح :

1) التحقق أن الدالة f هي مركب دالتين u و v يطلب تحديد عبارتيهما :

باتباع المخطط التالي $x \xrightarrow{u} x-1 \xrightarrow{v} -2+\sqrt{x-1}$ نجد :

$f = v \circ u$ بحيث : $u : x \mapsto x-1$ و $v : x \mapsto -2+\sqrt{x}$

2) إعتمادا على إتجاه تغير كل من الدالتين u و v إستنتاج إتجاه تغير الدالة f :

u دالة تآلفية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ (لأن $1 \succ 0$) و بصفة خاصة فهي <u>متزايدة تماما</u> على المجال $[1;+\infty[$.

من أجل كل $x \in [1;+\infty[$ فإن $x \geq 1$ و منه يكون $x-1 \geq 0$ أي من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[1;+\infty[$ فإن : $u(x) \geq 0$ معناه $\boxed{u(x) \in [0;+\infty[}$

الدالة v إتجاه تغيرها على المجال $[0;+\infty[$ من إتجاه تغير الدالة المرجعية : $x \mapsto \sqrt{x}$ بحيث دالة الجذر التربيعي متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ و منه فالدالة v <u>متزايدة تماما</u> على $[0;+\infty[$.

<u>**نتيجة**</u> **:** للدالتين u و v $\boxed{\text{نفس إتجاه التغير}}$ و منه نستنتج أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$.

3) نحل في المجال $[1;+\infty[$ المعادلة : $f(x)=0$ ثم نفسر النتيجة هندسيا :

$f(x)=0$ تكافئ : $\sqrt{x-1}-2=0$ معناه $\sqrt{x-1}=2$ أي $x-1=2^2$ و منه نجد :

$\boxed{x=5}$

<u>**التفسير الهندسي**</u> **:** (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقطع $\boxed{\text{محور الفواصل}}$ في النقطة التي فاصلتها $x_0=5$

4) شرح كيفية إنشاء (C_f) إنطلاقا من التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " :

$f(x)=\sqrt{x-1}-2$ من الشكل $\boxed{f(x)=k(x+a)+b}$ بحيث $\boxed{k(x)=\sqrt{x}}$ و $\begin{cases} a=-1 \\ b=-2 \end{cases}$

<u>**نتيجة**</u> **:** (C_f) التمثيل البياني للدالة f صورة (C_k) التمثيل البياني لدالة " الجذر التربيعي " بالإنسحاب الذي

شعاعه $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}}$.

5) لتكن الدالة g المعرفة بـــ : $g(x)=|f(x)|$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني .

◦ كتابة عبارة الدالة g دون رمز القيمة المطلقة :

نعلم أن : $\begin{cases}|f(x)|=f(x) & si \quad f(x)\geq 0\\ |f(x)|=-f(x) & si \quad f(x)\leq 0\end{cases}$ ، إذن ندرس إشارة المقدار $\sqrt{x-1}-2$:

من السؤال 3/ نعلم أن $\boxed{\sqrt{x-1}-2=0}$ من أجل $\boxed{x=5}$.

لنعين قيم x بحيث $\sqrt{x-1}-2\succ 0$: $\sqrt{x-1}-2\succ 0$ معناه $\sqrt{x-1}\succ 2$ و منه $x-1\succ 4$ أي $x\succ 5$ و بالتالي يكون جدول إشارة العبارة $f(x)$ كما يلي :

x	1		5		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

• إذا كان $\boxed{x\in[5;+\infty[}$ فإن $f(x)\geq 0$ و منه $|f(x)|=f(x)$ ، إذن :

$$\boxed{g(x)=f(x)=-2+\sqrt{x-1}}$$

• إذا كان $\boxed{x\in[1;5]}$ فإن $f(x)\leq 0$ و منه $|f(x)|=-f(x)$ و منه يكون :

$$\boxed{g(x)=-f(x)=2-\sqrt{x-1}}$$

◦ شرح كيفية إنشاء (C_g) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f :

• إذا كان $x\in[5;+\infty[$ فإن $g(x)=f(x)$ و منه التمثيل البياني (C_g) للدالة g ينطبق على التمثيل البياني (C_f) للدالة f .

- إذا كان $x\in[1;5]$ فإن $g(x)=-f(x)$ و منه التمثيل البياني (C_g) للدالة g هو نظير التمثيل (C_f) البياني للدالة f بالنسبة لمحور الفواصل .

6) h الدالة المعرفة بـــ : $h(x)=\sqrt{|x|-1}-2$

تذكير :

- من أجل $a\geq 0$ فإن : $|x|\geq a$ يكافئ : $x\in]-\infty,-a]\cup[a,+\infty[$

- من أجل $a\geq 0$ فإن : $|x|\leq a$ يكافئ : $x\in[-a,a]$

◦ تعيين D_h مجموعة تعريف الدالة h :

نلاحظ أن : $h(x)=f(|x|)$ ،

تكون الدالة h معرفة إذا و فقط إذا كان $|x|-1\geq 0$ أي $|x|\geq 1$ و منه نجد :

$\boxed{x\in]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[}$

إذن : $\boxed{D_h=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[}$

◦ شرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f :

h هي دالة زوجية لأن : $D_h=]-\infty;-1]\cup[1;+\infty[$ متناظرة بالنسبة إلى 0 :

من أجل كل $x\in D_h$ فإن $x\in]-\infty;-1]$ أو $x\in[1;+\infty[$:

➢ إذا كان $x\in]-\infty;-1]$ فإن $x\leq -1$ و منه $-x\geq 1$ أي $-x\in[1;+\infty[$ و منه يكون $-x\in D_h$

➢ إذا كان $x\in[1;+\infty[$ فإن $x\geq 1$ و منه $-x\leq -1$ أي $-x\in]-\infty;-1]$ و منه يكون $-x\in D_h$

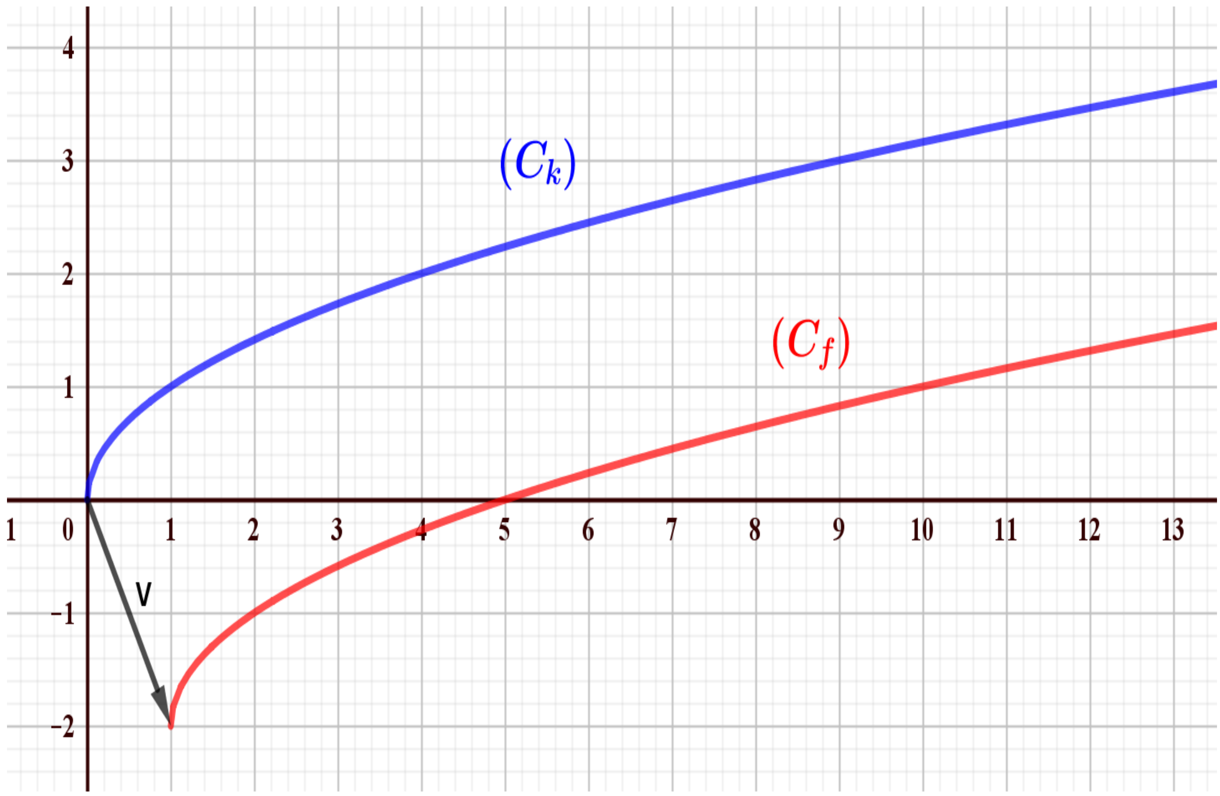
و من أجل كل $x \in D_h$: $h(-x)=\sqrt{|-x|-1}=\sqrt{|x|-1}-2=h(x)$ (لأن $|-x|=|x|$)

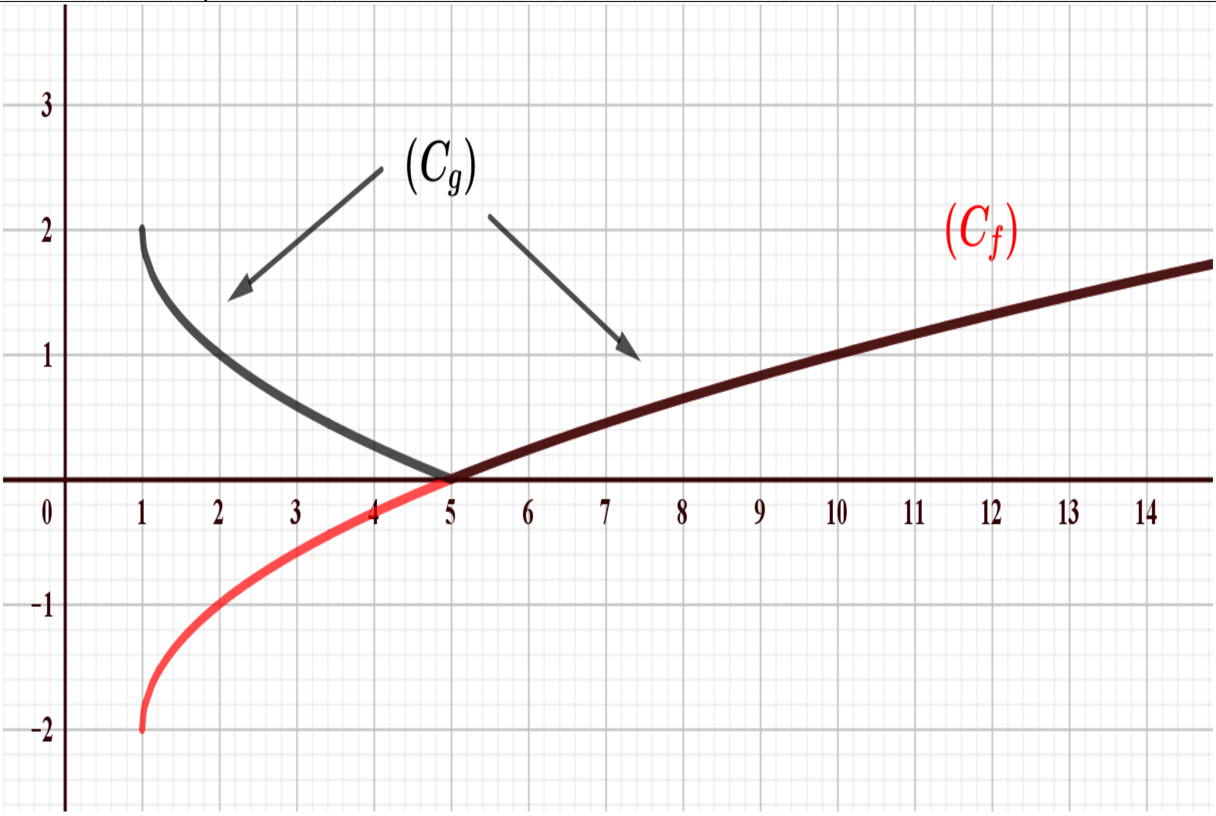
نتيجة : الدالة h زوجية و منه يكون تمثيلها البياني $\boxed{\text{متناظرا بالنسبة لمحور التراتيب}}$.

• إذا كان $x \in [1;+\infty[$ فإن : $|x|=x$ و منه يكون $h(x)=f(x)$ ؛ إذن (C_h) ينطبق على (C_f) .

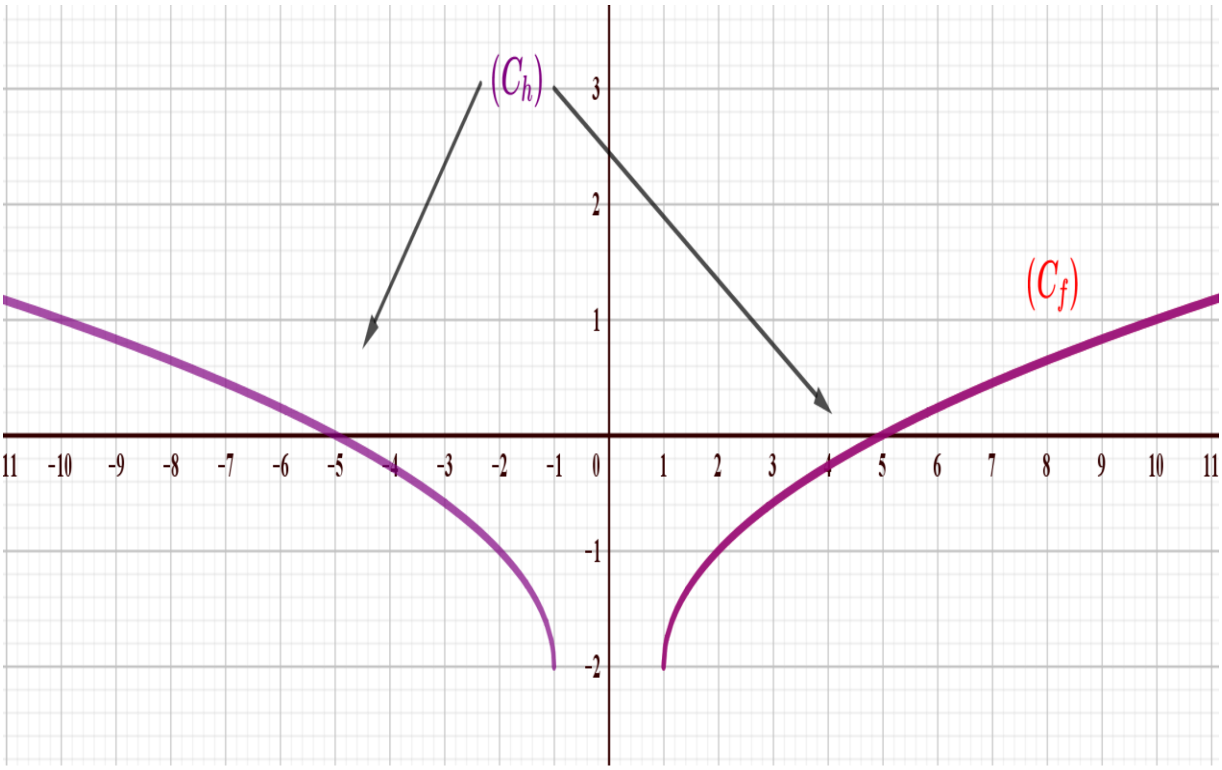
• إذا كان $x \in]-\infty;-1]$ فإن : $|x|=-x$ و منه يكون $h(x)=f(-x)$ ؛ إذن (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لمحور التراتيب .

التمثيلات البيانية : من أجل أن تتضح الأشياء ، ننشئ كل منحنى في على حدى :





(C_g)
(C_f)
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14
3 2 1 -1 -2



(C_h)
(C_f)
-11 -10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
3 2 1 -1 -2

المسألة رقم 03

لتكن الدالتين f و g المعرفتين على D_f و D_g على الترتيب كما يلي :

$$f(x)=\frac{-x+3}{x-2} \quad \text{و} \quad g(x)=-1+\sqrt{x-2}$$

و ليكن (C_f) التمثيل البياني للدالة f و (C_g) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين كلا من D_f و D_g مجموعتي تعريف الدالتين f و g على الترتيب .

2) أ- عين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد من D_f :

$$f(x)=a+\frac{b}{x-2}$$

ب- فكك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما .

جــ- حدد إتجاه تغير كلا من u و v ثم إستنتج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$.

د- بين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى البياني (H) الممثل للدالة "مقلوب" بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم أنشئ المنحنى (C_f) .

هــ- لتكن $\Omega(2;-1)$ نقطة من المستوي .

عين دساتير تغيير المعلم ثم أوجد معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$. ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

3) أ- فكك الدالة g إلى مركب دالتين φ و ψ يطلب تعيينهما .

ب- عين إتجاه تغير الدالة g على المجال $[2;+\infty[$.

جـ- بين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_g) إنطلاقا المنحنى البياني الممثل لدالة "الجذر التربيعي" بتحويل نقطي يطلب تعيينه ثم أنشئ المنحنى (C_g) .

4) حل بيانيا المعادلة : $f(x)=g(x)$

حل مقترح :

1) تعيين كلا من D_f و D_g مجموعتي تعريف كلا من الدالتين f و g على الترتيب :

f معرفة إذا و فقط إذا كان $x-2\neq 0$ أي $x\neq 2$ و منه نجد : $\boxed{D_f=\mathbb{R}-\{2\}}$

g معرفة إذا و فقط إذا كان $x-2\geq 0$ أي $x\geq 2$ و منه نجد : $\boxed{D_g=[2;+\infty[}$

2) أ- تعيين العددين الحقيقيين a و b بحيث يكون من أجل كل عدد من D_f :

$$f(x)=a+\frac{b}{x-2}$$

طريقة (1) : من أجل كل $x\neq 2$ لدينا : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-2}$ ومنه $f(x)=\dfrac{ax-2a+b}{x-2}$ و

بالمطابقة مع العبارة $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}$ نتحصل على : $\begin{cases}a=-1\\-2a+b=3\end{cases}$ و منه نجد :

$\begin{cases}a=-1\\b=1\end{cases}$ ؛ إذن : $\boxed{f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}}$

طريقة (2) : من أجل كل $x\neq 2$ نكتب $f(x)=\dfrac{-x+3}{x-2}=\dfrac{-x+2+1}{x-2}$ أي :

$f(x)=\dfrac{-x+2}{x-2}+\dfrac{1}{x-2}$ أي $f(x)=\dfrac{-(x-2)}{x-2}+\dfrac{1}{x-2}$ و منه ينتج : $\boxed{f(x)=-1+\dfrac{1}{x-2}}$

ب- تفكيك الدالة f إلى مركب دالتين u و v يطلب تعيينهما :

من أجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}-\{2\}$ لدينا :

$$\begin{tikzcd} x \arrow[r, "u"] \arrow[rr, bend right, "f"'] & x-2 \arrow[r, "v"] & -1+\frac{1}{x-2} \end{tikzcd}$$

$f = v \circ u$ بحيث : $u(x) = x-2$ و $v(x) = -1+\frac{1}{x}$

جـ- تحديد إتجاه تغير كلا من u و v ثم إستنتاج إتجاه تغير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty;2[$ و $]2;+\infty[$:

• **على المجال $]-\infty;2[$:**

u دالة تآلفية متزايدة تماما $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماما على المجال $]-\infty;2[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty,2[$ فإن : $x \prec 2$ و منه $x-2 \prec 0$ و منه $u(x) \prec 0$ معناه $\boxed{u(x) \in]-\infty;0[}$.

للدالتين v و الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ نفس إتجاه التغير على $]-\infty;0[$ و بما أن الدالة "مقلوب" متناقصة تماما على $]-\infty;0[$ فإن v متناقصة تماما على المجال $]-\infty;0[$.

نتيجة : للدالتين u و v إتجاها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty;2[$.

• **على المجال $]2;+\infty[$:**

u دالة تآلفية متزايدة تماما $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماما على المجال $]2;+\infty[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]2;+\infty[$ فإن : $x \succ 2$ و منه $x-2 \succ 0$ و منه $u(x) \succ 0$ معناه $\boxed{u(x) \in]0;+\infty[}$.

للدالتين v و الدالة "مقلوب" $x \mapsto \frac{1}{x}$ نفس إتجاه التغير على المجال $]0;+\infty[$ و بما أن

الدالة "مقلوب" متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ فإن v متناقصة تماما على المجال

$]0;+\infty[$.

نتيجة : للدالتين u و v إتجاها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماما على

المجال $]2;+\infty[$.

د- نبين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_f) إنطلاقا من المنحنى البياني (H) الممثل

للدالة "مقلوب" بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ثم إنشاء المنحنى (C_f) :

لدينا من أجل كل $x \neq 2$: $f(x) = -1 + \frac{1}{x-2}$ و منه $f(x) = k(x-2) - 1$ حيث k هي

الدالة "مقلوب" $k : x \mapsto \frac{1}{x}$ ، إذن (C_f) صورة (H) التمثيل البياني للدالة "مقلوب"

بالإنسحاب الذي شعاعه $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}}$.

هـ- لتكن $\Omega(2;-1)$ نقطة من المستوي .

تعيين دساتير تغيير المعلم ثم إيجاد معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$. ماذا تستنتج

بالنسبة للمنحنى (C_f) ؟

لدينا $\Omega(2;-1)$ و منه : $\begin{cases} x = X + 2 \\ y = Y - 1 \end{cases}$ **دساتير تغيير المعلم**

كتابة معادلة (C_f) في المعلم $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$:

معادلة (C_f) في المعلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ هي : $y = -1 + \frac{1}{x-2}$ و منه نتحصل على :

أي $Y-1=-1+\frac{1}{X+2-2}$ أي $\boxed{Y=\frac{1}{X}}$ و هي معادلة (C_f) في المعلم الجديد $(\Omega;\vec{i},\vec{j})$

نضع : من أجل كل عدد حقيقي $X\in\mathbb{R}^*$: $\boxed{g(X)=\frac{1}{X}}$ و نبين أن g دالة فردية .

من أجل كل $X\in D_g$ فإن $X\neq 0$ و منه $-X\neq 0$ أي $-X\in\mathbb{R}^*$ معناه $-X\in D_g$

و من أجل كل $X\in D_g$ لدينا : $g(-X)=\frac{1}{-X}=-\frac{1}{X}=-g(X)$ و منه g دالة فردية .

الإستنتاج : (C_f) يقبل مركز تناظر و هو النقطة $\Omega(2;-1)$.

3) أ- تفكيك الدالة g إلى مركب دالتين φ و ψ يطلب تعيينهما :

بإتباع المخطط التالي : $x\xrightarrow{\varphi}x-2\xrightarrow{\psi}-1+\sqrt{x-2}$ فإن :

$g=\psi\circ\varphi$ حيث : $\varphi(x)=x-2$ و $\psi(x)=-2+\sqrt{x}$

ب- تعيين إتجاه تغير الدالة g على المجال $[2;+\infty[$:

φ دالة تآلفية متزايدة تماما $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماما على المجال $[2;+\infty[$

و من أجل كل عدد حقيقي x من $[2,+\infty[$ فإن : $x\geq 2$ و منه $x-2\geq 0$ أي $\varphi(x)\geq 0$

معناه $\boxed{\varphi(x)\in[0;+\infty[}$.

للدالة ψ و دالة "الجذر التربيعي" $x\mapsto\sqrt{x}$ نفس إتجاه التغير و بما أن الدالة $x\mapsto\sqrt{x}$

متزايدة تماما على $[0;+\infty[$ فإن ψ متزايدة تماما على $[0;+\infty[$.

نتيجة : للدالتين φ و ψ نفس إتجاه التغير و منه فالدالة g متزايدة تماما على المجال

$[2;+\infty[$.

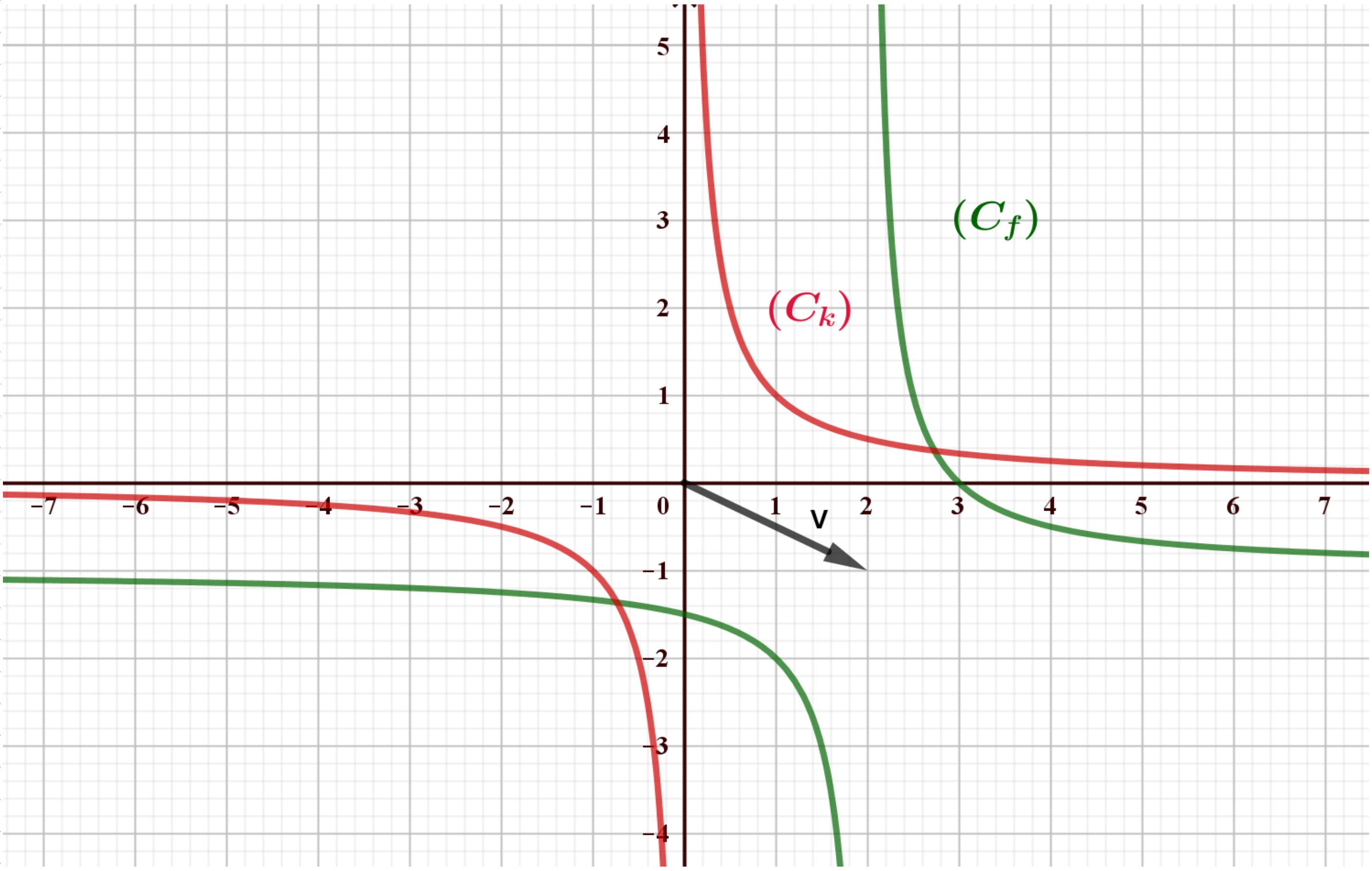
جـ- نبين أنه يمكن الحصول على المنحنى (C_g) إنطلاقا المنحنى البياني الممثل لدالة

"الجذر التربيعي" بتحويل نقطي يطلب تعيينه ثم إنشاء المنحنى (C_g) :

من أجل كل $x \in [2;+\infty[$ لدينا : $g(x) = -1+\sqrt{x-2}$ و منه $g(x) = h(x-2)-1$ حيث :

$h(x) = \sqrt{x}$ ، إذن (C_g) صورة (C_h) التمثيل البياني لدالة "الجذر التربيعي" بالإنسحاب

الذي شعاعه $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}}$.

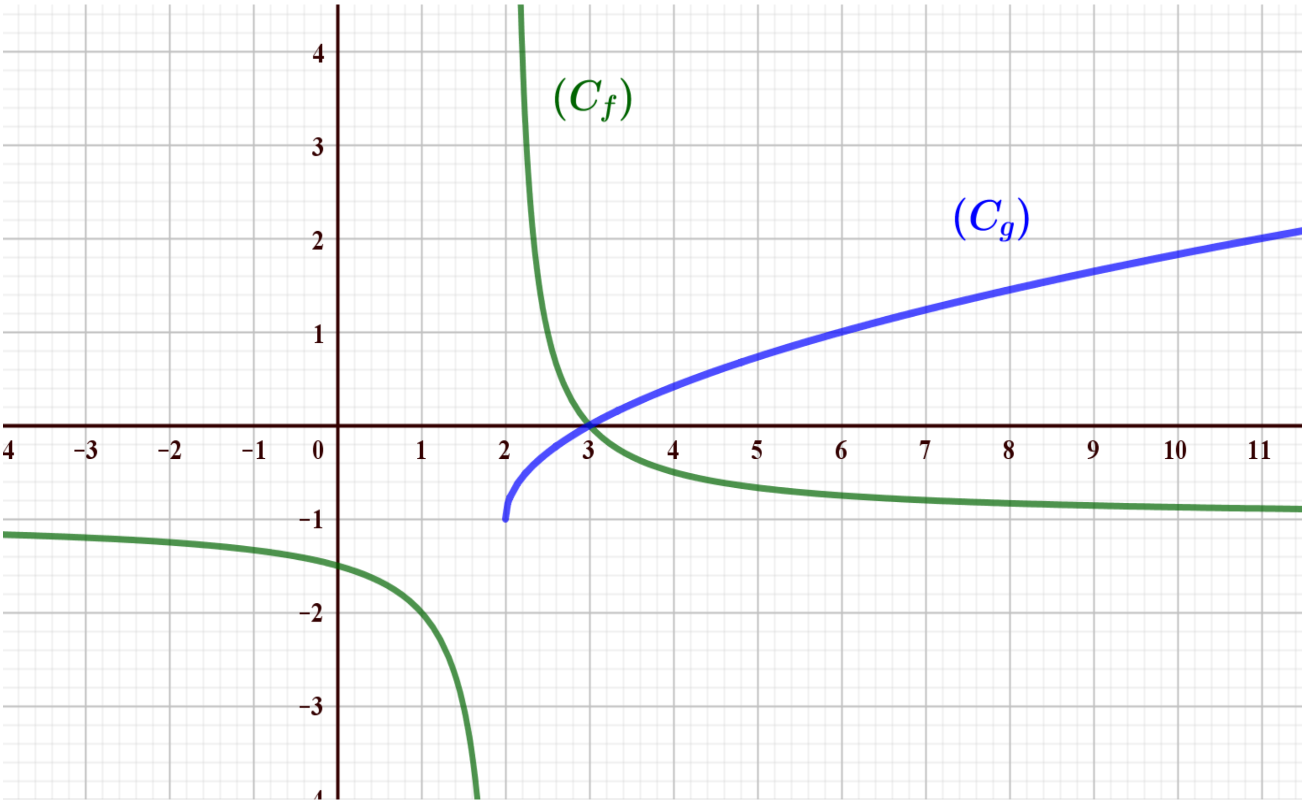


✓ حل بيانيا المعادلة : $f(x) = g(x)$

حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ بيانيا تمثل فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع

المنحنى (C_g) ، ومن الشكل أدناه نلاحظ أن المنحنيين يتقاطعان في نقطة وحيدة

فاصلتها هي 3 ، إذن مجموعة حلول المعادلة $f(x) = g(x)$ هي $\boxed{S = \{3\}}$.


(C_f)
(C_g)
4
3
2
1
0
-1
-2
-3
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11

المسألة رقم 04

الجزء 1-

ليكن كثير الحدود $h(x)$ المعرف بـ : $h(x)=x^3+x^2-7x+2$

1) أحسب $h(2)$ و أعط تحليلا لكثير الحدود $h(x)$.

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $h(x)=0$

الجزء 2-

نعتبر الدالتين g و f المعرفتين على $\mathbb{R}$ و $\mathbb{R}-\{1\}$ على الترتيب بـ :

$g(x)=x^2+2x-3$ و $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ و ليكن (C_g) و (C_f) تمثيليهما البيانيين في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) عين فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) .

2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=(x+\alpha)^2+\beta$ حيث α و β عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إستنتج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_g) إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة "مربع" .

3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ بحيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إستنتج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_f) إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة "مقلوب" .

4) أ- بين أن المستقيم $x=-1$ محور تناظر للمنحنى (C_g) .

ب- بين أن النقطة $\omega(1;2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

الجزء 3-

نعتبر الدالتين f_1 و f_2 المعرفتين بـ : $f_1(x)=\left|f(x)\right|$ و $f_2(x)=f\left(\left|x\right|\right)$

1) عين مجموعة تعريف الدالة f_1 ثم أكتب الدالة f_1 دون رمز القيمة المطلقة .

2) إستنتج كيفية إنشاء $\left(C_{f_1}\right)$ التمثيل البياني للدالة f_1 .

3) أ- عين مجموعة تعريف الدالة f_2 ثم بين أن f_2 دالة زوجية .

ب- إستنتج كيفية إنشاء $\left(C_{f_2}\right)$ التمثيل البياني للدالة f_2 .

حل مقترح :

1) حساب $h(2)$ و إعطاء تحليلا لكثير الحدود $h(x)$:

$h(2)=2^3+2^2-7\times2+2=0$ و منه نستنتج أن 2 جذر لكثير الحدود $h(x)$.

بما أن 2 جذر لكثير الحدود $h(x)$ فإنه يوجد كثير حدود $g(x)$ من الدرجة الثانية يحقق :

$h(x)=(x-2)g(x)$.

نضع : $g(x)=ax^2+bx+c$ و نعين الأعداد الحقيقية a ، b و c :

أ- طريقة النشر و المطابقة :

$h(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)=ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$ و منه نجد :

$h(x)=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$ ؛ إذن بالمطابقة نتحصل على :

$\begin{cases}a=1\\b-2a=1\\c-2b=-7\\-2c=2\end{cases}$ و منه $\begin{cases}a=1\\b=3\\c=-1\end{cases}$ ، إذن : $\boxed{g(x)=x^2+3x-1}$

نتيجة : $\boxed{h(x)=(x-2)(x^2+3x-1)}$

ب- طريقة القسمة الإقليدية :

$$\begin{array}{r|l} x^3+x^2-7x+2 & x-2 \\ \cline{2-2} -x^3+2x^2 & x^2+3x-1 \\ \cline{1-1} 3x^2-7x+2 & \\ -3x^2+6x & \\ \cline{1-1} -x+2 & \\ x-2 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

و منه نجد : $\boxed{g(x)=x^2+3x-1}$ و بالتالي يكون : $\boxed{h(x)=(x-2)(x^2+3x-1)}$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $h(x)=0$

$h(x)=0$ يكافئ : $(x-2)(x^2+3x-1)=0$ يكافئ : $x-2=0$ أو $x^2+3x-1=0$

يكافئ $\boxed{x=2}$ أو $x^2+3x-1=0$ ، و لإيجاد حلول المعادلة $x^2+3x-1=0$ نحسب المميز

Δ : $\Delta=3^2-4\times1\times(-1)$ و منه $\boxed{\Delta=13>0}$

إذن للمعادلة حلان متمايزان هما : $\boxed{x_1=\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}}$ ؛ $\boxed{x_2=\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}}$

نتيجة : حلول المعادلة $h(x)=0$ هي : $S=\left\{2\,,\dfrac{-3+\sqrt{13}}{2}\,,\dfrac{-3-\sqrt{13}}{2}\right\}$

الجزء 2-

1) تعيين فواصل نقط تقاطع (C_f) و (C_g) :

جبريا تمثل حلول المعادلة $f(x)=g(x)$:

من أجل كل $x\neq 1$: $\frac{2x+1}{x-1}=x^2+2x-3$ تكافئ : $2x+1=(x-1)(x^2+2x-3)$ أي

$2x+1=x^3+2x^2-3x-x^2-2x+3$ أي $\boxed{x^3+x^2-7x+2=0}$ معناه $\boxed{h(x)=0}$.

إذن نستنتج أن (C_f) و (C_g) يتقاطعان في ثلاث نقط فواصلها هي :

$\boxed{2}$ و $\boxed{\frac{-3+\sqrt{13}}{2}}$ و $\boxed{\frac{-3-\sqrt{13}}{2}}$.

2) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $g(x)=(x+\alpha)^2+\beta$ حيث α و β عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إستنتاج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_g) إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة "مربع" :

طريقة (1)

من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $g(x)=x^2+2\alpha x+\alpha^2+\beta$ و منه بالمطابقة مع العبارة $g(x)=x^2+2x-3$ نتحصل على : $\begin{cases}2\alpha=2\\ \alpha^2+\beta=-3\end{cases}$ و منه $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=-4\end{cases}$

إذن : $\boxed{g(x)=(x+1)^2-4}$

طريقة (2) : نستعمل الشكل النموذجي لثلاثي الحدود x^2+2x-3 :

$\Delta=2^2-4\times1\times(-3)$ أي $\boxed{\Delta=16}$ و منه فالشكل النموذجي لثلاثي الحدود x^2+2x-3

هو : $x^2+2x-3=1\left[\left(x+\frac{2}{2\times1}\right)^2-\frac{16}{4\times1^2}\right]$ أي $x^2+2x-3=(x+1)^2-4$ و منه يكون :

$\boxed{g(x)=(x+1)^2-4}$ ، إذن نجد : $\begin{cases}\alpha=1\\ \beta=-4\end{cases}$.

من الكتابة $g(x)=(x+1)^2-4$ نستنتج أن (C_g) صورة (P) التمثيل البياني للدالة "مربع"

بالإنسحاب الذي شعاعه $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix}-1\\-4\end{pmatrix}}$.

3) نبين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن 1 فإن : $f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ بحيث a

و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما ثم إستنتاج كيفية إنشاء التمثيل البياني (C_f)

إنطلاقا من المنحنى الممثل للدالة مقلوب :

طريقة (1) :

من أجل كل $x \neq 1$ لدينا : $\dfrac{ax-a+b}{x-1}=f(x)=a+\dfrac{b}{x-1}$ و منه بالمطابقة مع العبارة

$f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$ فإنه من أجل كل $x \neq 1$: $ax-a+b=2x+1$ ؛ إذن :

$\begin{cases}a=2\\-a+b=1\end{cases}$ و منه $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$ و بالتالي فإن : $\boxed{f(x)=2+\dfrac{3}{x-1}}$

طريقة (2) :

من أجل كل $x \neq 1$ لدينا : $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}=\dfrac{2x-2+2+1}{x-1}=\dfrac{2x-2}{x-1}+\dfrac{3}{x-1}$ و منه

$f(x)=\dfrac{2(x-1)}{x-1}+\dfrac{3}{x-1}$ و منه $\boxed{f(x)=2+\dfrac{3}{x-1}}$ ؛ إذن : $\begin{cases}a=2\\b=3\end{cases}$

$f(x)$ نكتب من الشكل $f(x)=u(x+a)+b$ حيث : $u(x)=\dfrac{3}{x}$ و $\begin{cases}a=-1\\b=2\end{cases}$ ؛ إذن :

(C_f) صورة (C_u) التمثيل البياني للدالة u بالإنسحاب الذي شعاعه $\boxed{\vec{w}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}}$.

4) أ- نبين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له هو محور تناظر للمنحنى (C_g) :

من أجل كل $x \in D_g$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن : $2\times(-1)-x=-2-x \in \mathbb{R}$ معناه

$\boxed{2\times(-1)-x \in D_g}$ و من أجل كل $x \in D_g$ فإن :

$g(-2-x)=(-2-x)^2+2(-2-x)-3$ معناه $g(-2-x)=x^2+4+4x-4-2x-3$

معناه $g(-2-x)=x^2+2x-3$ معناه $\boxed{g(-2-x)=g(x)}$

نتيجة : المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له محور تناظر للمنحنى (C_g) .

ب- نبين أن النقطة $\omega(1;2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) :

من أجل كل $x \in D_f$ فإن $x \neq 1$ و منه $-x \neq -1$ و منه $2\times(1)-x \neq 2-1$ أي :

$2\times(1)-x \neq 1$ و منه $\boxed{2\times(1)-x \in D_f}$

و من أجل كل $x \in D_f$ لدينا : $f(2-x)+f(x)=2+\dfrac{3}{2-x-1}+2+\dfrac{3}{x-1}$ معناه

$f(2-x)+f(x)=4+\dfrac{3}{1-x}+\dfrac{3}{x-1}$ معناه $f(2-x)+f(x)=4-\dfrac{3}{x-1}+\dfrac{3}{x-1}$

و منه : $\boxed{f(2-x)+f(x)=4=2\times 2}$ من الشكل $f(2a-x)+f(x)=2b$.

نتيجة : النقطة $\omega(1;2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

طريقة 2 : يمكن إستعمال دساتير تغيير المعلم للإجابة على السؤالين السابقين .

الجزء 3-

1) $D_{f_1}=D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ ثم كتابة الدالة f_1 دون رمز القيمة المطلقة :

$f_1(x)=|f(x)|$ معناه : $\begin{cases} f_1(x)=f(x) & si \quad f(x)\geq 0 \\ f_1(x)=-f(x) & si \quad f(x)\leq 0 \end{cases}$

لندرس إشارة الدالة f من أجل كل عدد حقيقي $x\neq 1$:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{2x+1}{x-1}$		$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

إذا كان $x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup]1;+\infty[$ فإن $f(x)\geq 0$

و إذا كان $x\in\left[-\frac{1}{2};1\right[$ فإن $f(x)\leq 0$

و منه ينتج : $\begin{cases} f_1(x)=\dfrac{2x+1}{x-1} & si \quad x\in\left]-\infty,-\frac{1}{2}\right]\cup]1,+\infty[\\ f_1(x)=-\dfrac{2x+1}{x-1} & si \quad x\in\left[-\frac{1}{2},1\right[\end{cases}$

2) إستنتاج كيفية إنشاء (C_{f_1}) التمثيل البياني للدالة f_1 :

- لما $x\in\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup]1;+\infty[$ فإن $\boxed{f_1(x)=f(x)}$ و منه (C_{f_1}) ينطبق على (C_f) .
- لما $x\in\left[-\frac{1}{2};1\right[$ فإن $\boxed{f_1(x)=-f(x)}$ و منه (C_{f_1}) متناظر مع (C_f) بالنسبة لمحور الفواصل .

3) أ- تكون الدالة f_2 معرفة من أجل $|x| \in D_f$ أي $|x| \neq 1$ معناه $x \neq -1$ و $x \neq 1$ و منه نجد $\boxed{D_{f_2} = \mathbb{R} - \{-1,1\}}$.

نبين أن f_2 دالة زوجية :

من أجل كل $x \in D_{f_2}$ أي $x \in \mathbb{R}$ فإن $-x \in \mathbb{R}$ و منه $-x \in D_{f_2}$

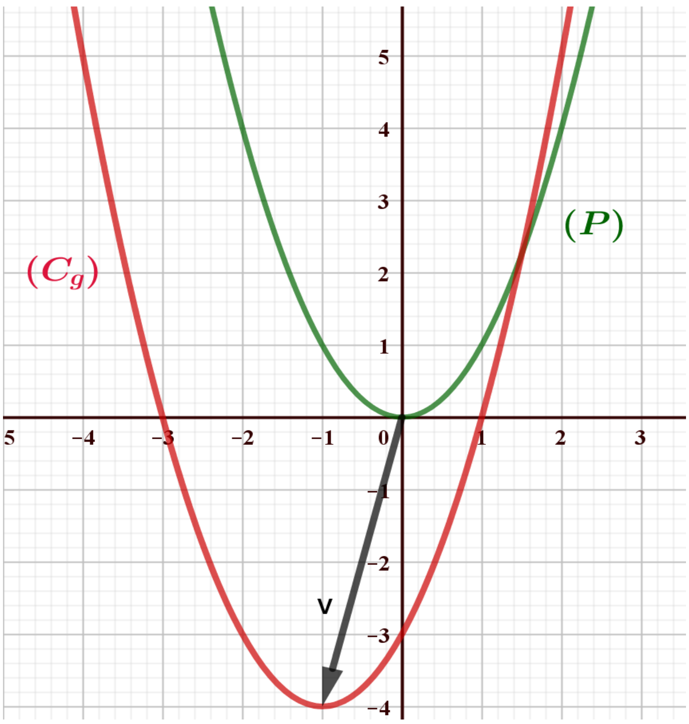
و من أجل كل $x \in D_{f_2}$ لدينا : $\boxed{f_2(-x) = f(|-x|) = f(|x|) = f_2(x)}$ (لأنه من خواص القيمة المطلقة لعدد حقيقي x فإن : $|-x| = |x|$)

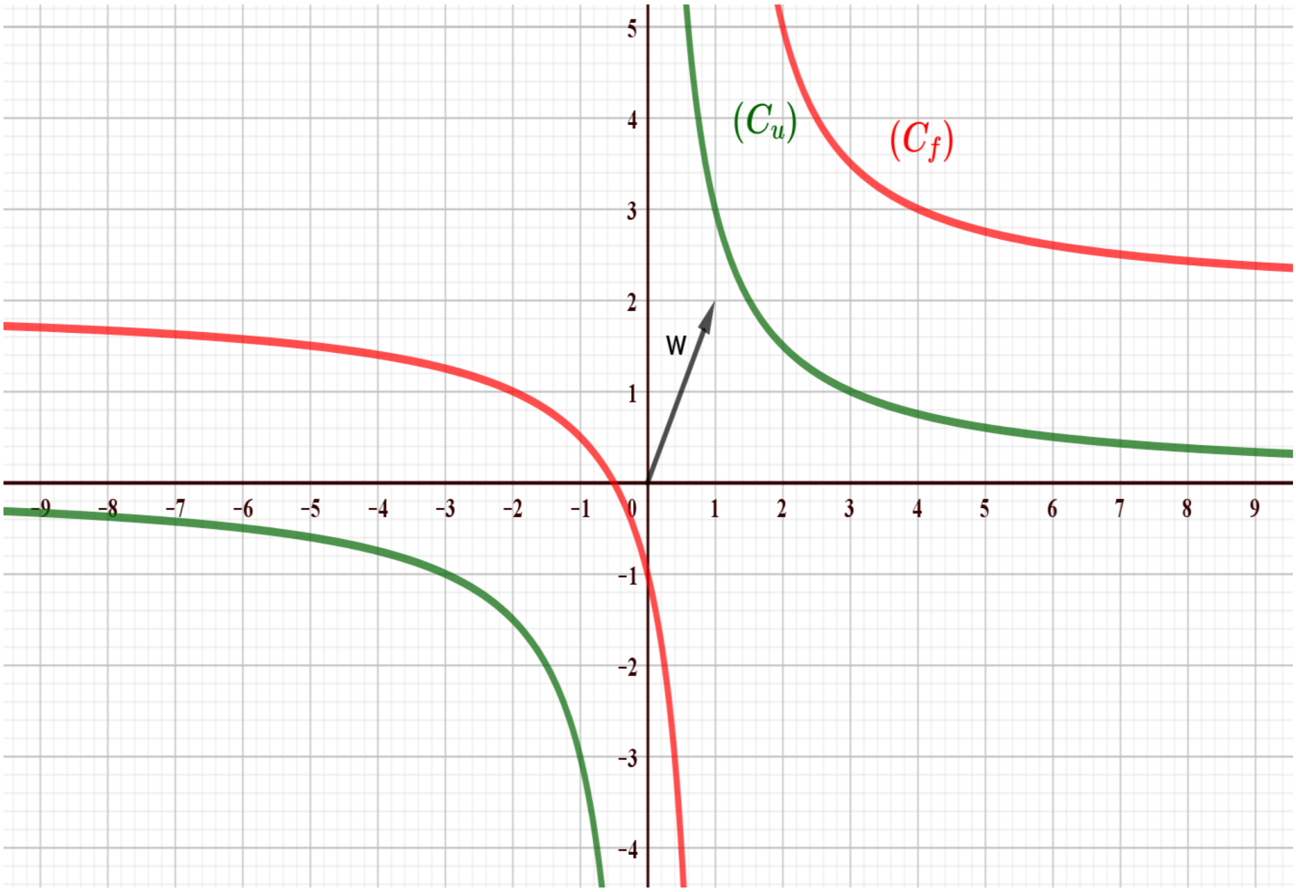
نتيجة : f_2 دالة زوجية .

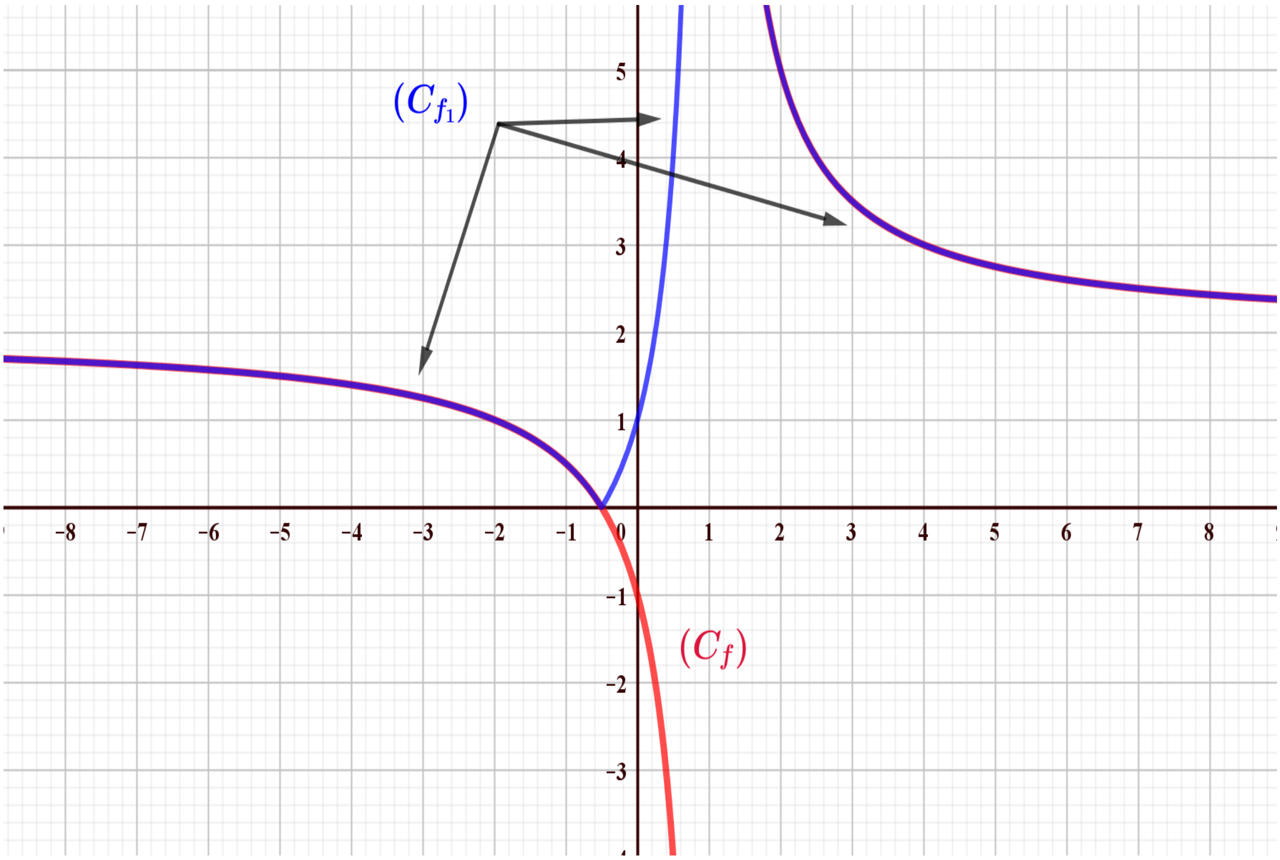
ب- إستنتاج كيفية إنشاء (C_{f_2}) التمثيل البياني للدالة f_2 :

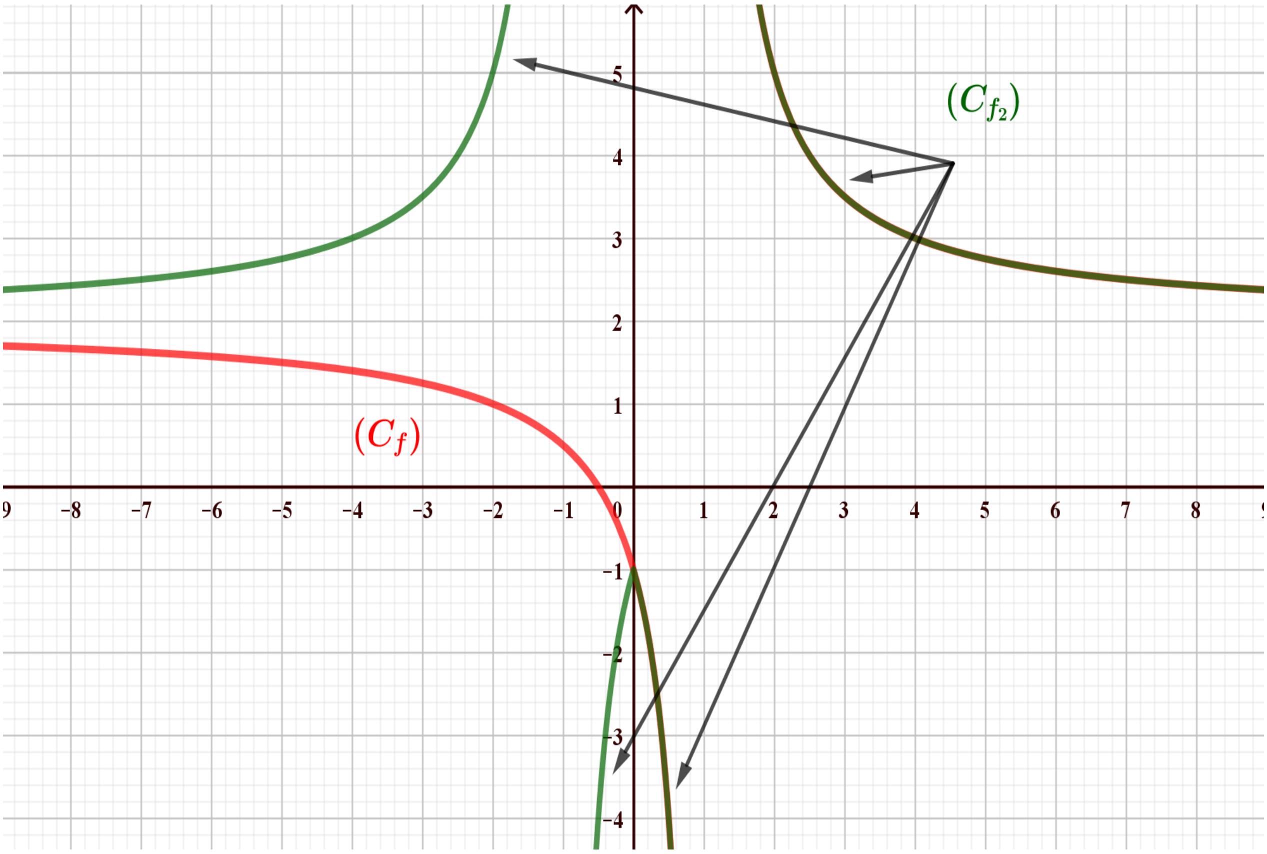
• إذا كان $x \geq 0$ فإن : $|x| = x$ و منه يكون $\boxed{f_2(x) = f(x)}$ ؛ إذن (C_{f_2}) ينطبق على (C_f) في المجال $[0;+\infty[$.

• و بما أن f_2 دالة زوجية فإنه لما $x \in]-\infty;0]$ يكون (C_{f_2}) هو نظير (C_f) (الواقع في المجال $[0;+\infty[$) بالنسبة إلى محور التراتيب .




(C_u)
(C_f)
W


(C_{f_1})
(C_f)


(C_{f_2})
(C_f)
-8
-7
-6
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4
5
6
7
8
5
4
3
2
1
-1
-2
-3
-4

مسألة رقم 89 ص 59 من الكتاب المدرسي :

f ، g و h ثلاث دوال معرفة على $\mathbb{R}$ بـ :

$$f(x)=x^2-2x+3 \quad ، \quad g(x)=f(|x|) \quad ، \quad h(x)=|f(x)|$$

ليكن (C_f) ، (C_g) ، (C_h) منحنيات الدوال f ، g ، h على الترتيب الممثلة في مستو منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن g زوجية . كيف يمكن إستنتاج (C_g) إنطلاقا من (C_f) ؟

2) أدرس تغيرات الدالة f (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل النموذجي)

3) إستنتج تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

4) أثبت أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني (C_f) .

5) عين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x .

6) أكتب $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .

7) أنشئ المنحنيات (C_f) ، (C_g) ، (C_h) في نفس المعلم .

حل مقترح :

1) نبين أن g زوجية . كيف يمكن إستنتاج (C_g) إنطلاقا من (C_f) ؟

من أجل كل $x\in D_g$ أي $x\in\mathbb{R}$ فإن $-x\in\mathbb{R}$ و منه $-x\in D_g$ ($\mathbb{R}$ متناظرة)

و من أجل كل عدد حقيقي x لدينا :

$g(-x)=f(|-x|)=f(|x|)=g(x)$ لأن من خواص القيمة المطلقة لعدد حقيقي x :

$|-x|=|x|$ و منه نستنتج أن g دالة زوجية .

إستنتاج (C_g) إنطلاقا من (C_f) : لما $x\geq 0$ يكون $|x|=x$ و منه ينتج :

$g(x)=f(x)$ ، إذن على المجال $[0;+\infty[$ فإن (C_g) ينطبق على (C_f) .

و بما أن g زوجية فإن (C_g) هو نظير (C_f) (الواقع في المجال $[0;+\infty[$) بالنسبة لمحور التراتيب على المجال $]-\infty;0]$.

2) دراسة تغيرات الدالة f (يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل النموذجي)

نكتب ثلاثي الحدود x^2-2x+3 على الشكل النموذجي (المميز هو -8) فنجد :

$x^2-2x+3=1\times\left(x+\frac{-2}{2\times 1}\right)^2-\frac{-8}{4\times 1^2}$ أي $\boxed{x^2-2x+3=(x-1)^2+2}$

نفكك الدالة f إلى مركب دالتين بسيطتين u و v :

$$x\xrightarrow{u}x-1\xrightarrow{v}(x-1)^2+2$$

f

إذن يكون : $\boxed{u:x\mapsto x-1}$ و $\boxed{v:x\mapsto x^2+2}$ و $\boxed{f=v\circ u}$

دراسة إتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty,1]$:

من أجل كل $x\in]-\infty,1]$ فإن $x\leq 1$ و منه $x-1\leq 0$ أي $u(x)\leq 0$ و منه

$\boxed{u(x)\in]-\infty,0]}$ ، الدالة u تآلفية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماما على المجال $]-\infty,1]$.

الدالة v لها نفس إتجاه تغير الدالة مربع $x\mapsto x^2$ و بما أن الدالة مربع متناقصة تماما على

المجال $]-\infty,0]$ فإن الدالة v متناقصة تماما على المجال $]-\infty,0]$.

للدالتين u و v إتجاها تغير متعاكسين و منه فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty,1]$.

على المجال $[1,+\infty[$: من أجل كل $x\in[1,+\infty[$ فإن $x\geq 1$ و منه $x-1\geq 0$ أي $u(x)\geq 0$ و منه $\boxed{u(x)\in[0,+\infty[}$.

الدالة u تآلفية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$ و بالأخص فهي متزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$

الدالة v لها نفس إتجاه تغير الدالة مربع $x\mapsto x^2$ و بما أن الدالة مربع متزايدة تماما على المجال $[0,+\infty[$ فإن الدالة v متناقصة تماما على المجال $[0,+\infty[$.

للدالتين u و v نفس إتجاه التغير و منه فالدالة f متزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$.

3) إستنتاج تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$:

إذا كان $x\in[1;+\infty[$ فإن $|x|=x$ و منه $\boxed{g(x)=f(x)}$ و بما أن f متزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$ فإن g متزايدة تماما على المجال $[1,+\infty[$.

و إذا كان $x\in[0;1]$ فإن $|x|=x$ و منه $\boxed{g(x)=f(x)}$ و بما أن f متناقصة تماما على المجال $[0;1]$ (لأنها متناقصة تماما على $]-\infty;1]$) فإن g متناقصة تماما على المجال $[0;1]$.

و بما أن g $\boxed{\text{دالة زوجية}}$ فإن (C_g) متناظر بالنسبة لمحور التراتيب : و منه إذا كان $x\in]-\infty;-1]$ فإن g متناقصة تماما و إذا كان $x\in[-1;0]$ فإن g متزايدة تماما على هذا المجال . (يمكن ملاحظة منحنى الدالة g)

4) إثبات أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني (C_f) :

من أجل كل عدد حقيقي $x\in D_f$ أي $x\in\mathbb{R}$ فإن $2\times(1)-x=2-x\in\mathbb{R}$ أي

$2\times(1)-x\in D_f$ ؛ و من جهة أخرى : $f(2-x)=(2-x)^2-2(2-x)+3$ و منه نجد

$f(2-x)=x^2+4-4x-4+2x+3$ أي $f(2-x)=x^2-2x+3$ و منه يكون :

$\boxed{f(2\times(1)-x)=f(x)}$ ؛ إذن نستنتج أن المستقيم ذو المعادلة $x=1$ هو محور تناظر

للمنحنى (C_f) .

5) تعيين إشارة $f(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x :

معناه ندرس إشارة ثلاثي الحدود x^2-2x+3 : لدينا $\Delta=-8$ عدد سالب و منه إشارة

ثلاثي الحدود $f(x)$ من إشارة $a=1>0$:

x	$-\infty$ $+\infty$
$f(x)$	$+$

أو يمكن ملاحظة أن : $f(x)=(x-1)^2+2$ بحيث من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن :

$(x-1)^2+2\succ0$ و عليه فإن $f(x)\succ0$ من أجل كل عدد حقيقي x .

6) كتابة $h(x)$ دون رمز القيمة المطلقة :

حسب السؤال السابق لدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)\succ0$ و منه ينتج :

$\boxed{|f(x)|=f(x)}$ إذن : من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $\boxed{h(x)=f(x)}$

نتيجة : (الدالتان متساويتان و منه (C_h) ينطبق على (C_f))

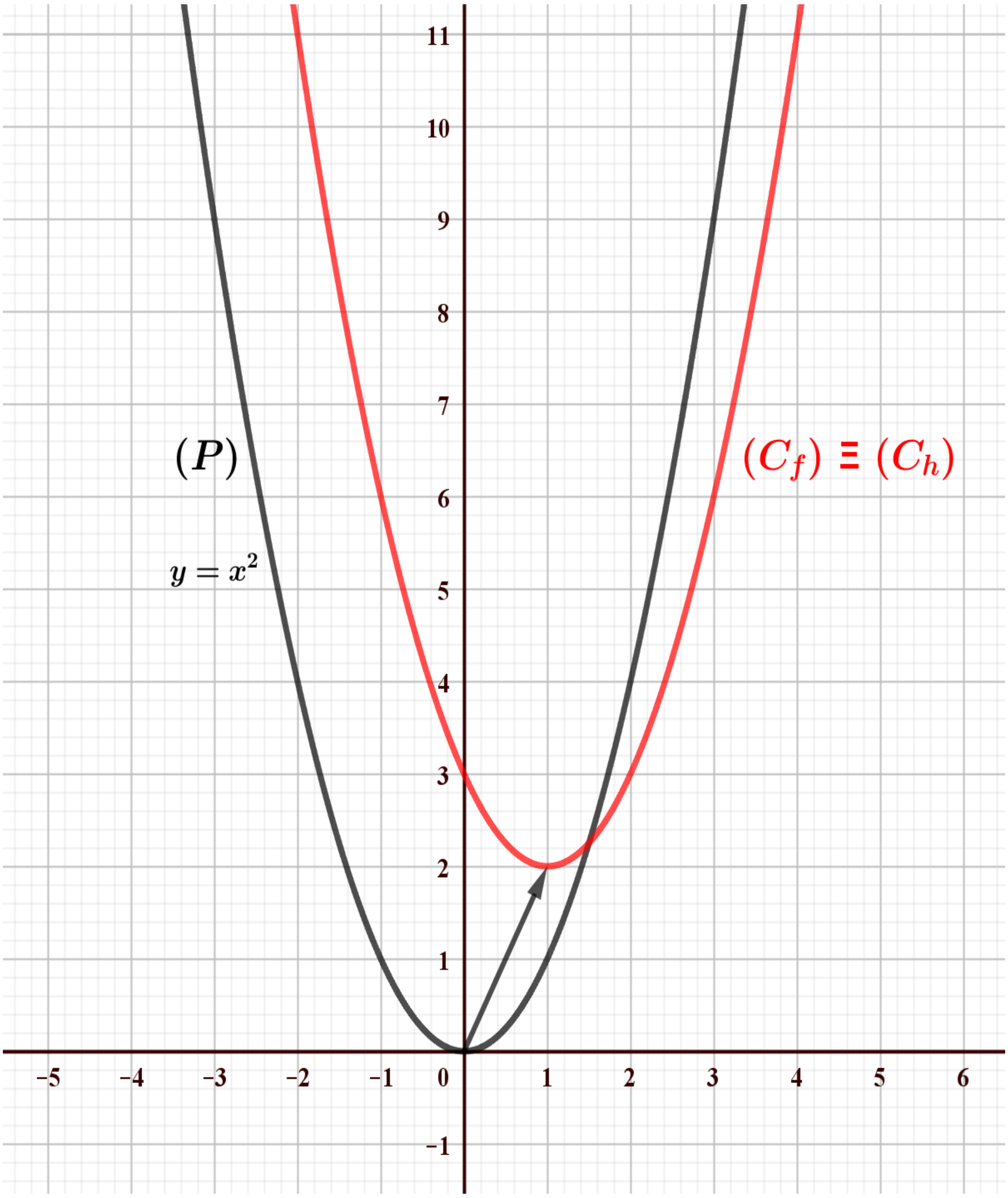
7) إنشاء المنحنيات (C_f) ، (C_g) ، (C_h) :

كيفية إنشاء (C_f) : نعلم من الشكل النموذجي أن : $f(x)=(x-1)^2+2$ أي أن

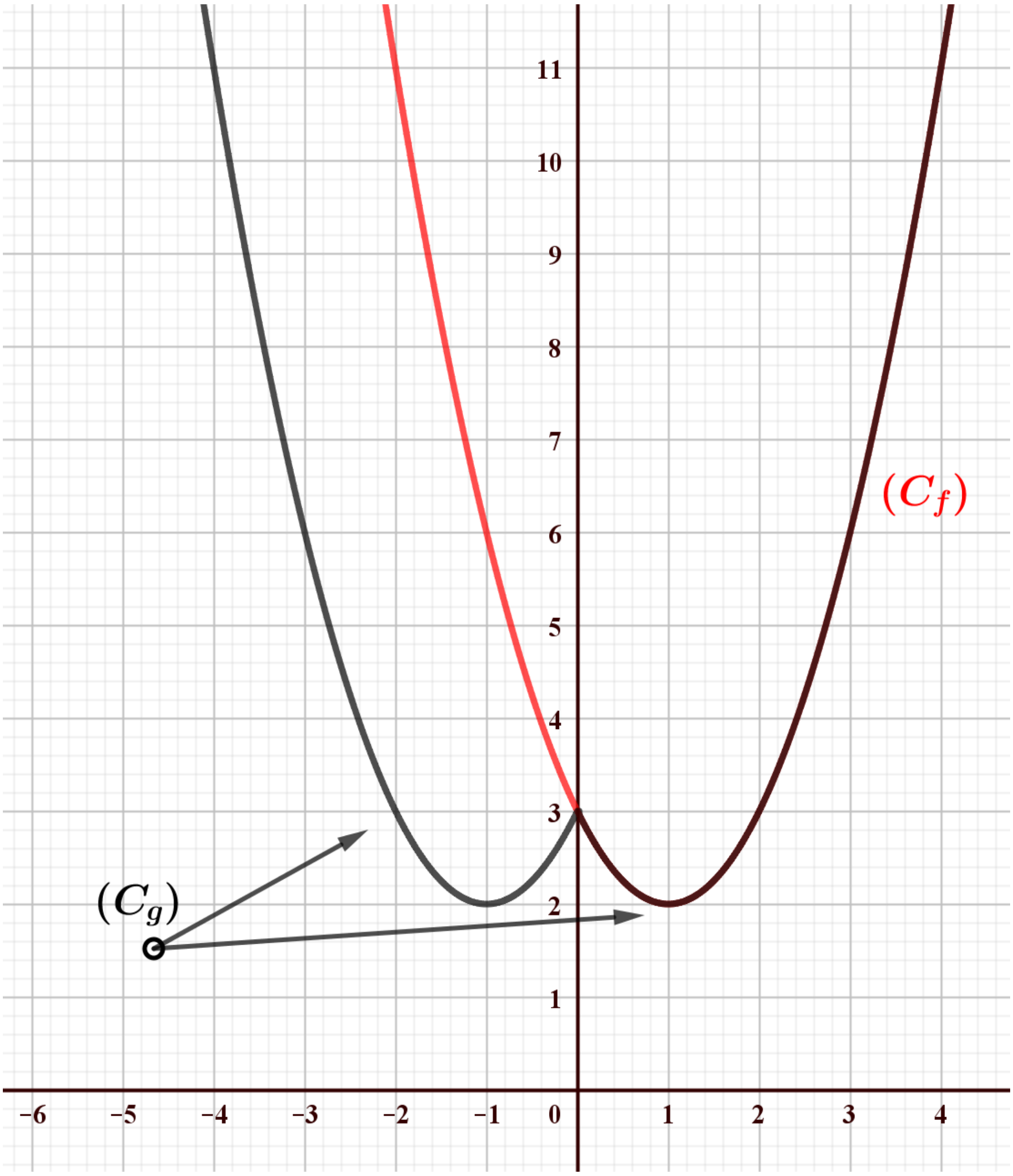
$f(x)$ من الشكل :

$\boxed{k(x+a)+b}$ بحيث : $\boxed{k(x)=x^2}$ (الدالة مربع) و $\begin{cases} a=-1 \\ b=2 \end{cases}$ و منه يكون : $\boxed{\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}}$

إذن : (C_f) صورة (P) التمثيل البياني للدالة مربع بالإنسحاب الذي شعاعه $\vec{v}\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$



ننشئ المنحني $\left(C_g\right)$ في معلم مستقل حتى تتضح الأشياء بشكل أفضل :



لا تنسونا من صالح دعائكم ....