الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية باتنة — ثانوية الإخوة عباس -باتنة-

المستوى: ثانية رياضيات — السنة الدراسية 2024 / 2025

الفرض الأول للثلاثي الأول في مادة: الرياضيات — المدة:1:30 سا — الأستاذ: حليم مقلاتي

التمرين الأول:

a و b عددان حقيقيان و $P(x)$ كثير حدود حيث: $P(x) = 2x^3 + ax^2 + 7x + b$

I) عين a و b بحيث يكون 2 جذرا لـ $P(x)$ و $P(0) = -2$

II) نفرض أن $a = -7$ و $b = -2$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يوجد كثير حدود $g(x)$ حيث: $P(x) = (x-2)\,g(x)$ يطلب تعيينه.

2) بين أنه اذا كان α جذرا غير معدوم لـ $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذر لـ $P(x)$.

3) ا) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2x^2 - 3x + 1 = 0$ ثم استنتج حلول المعادلة $P(x) = 0$

ب) استنتج حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$

4) ادرس اشارة $P(x)$ ثم إستنتج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$.

التمرين الثاني:

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x+3}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) فكك الدالة f الى مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما.

2) اعتمادا على اتجاه تغير مركب دالتين، ادرس اتجاه غير الدالة f على كل من المجالين $]-3;+\infty[$ و $]-\infty;-3[$

3) اشرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاق من منحنى دالة مرجعية ثم انشئه.

II) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ بـ: $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$. (C_g) تمثيلها البياني.

1) من أجل كل عدد حقيقي $x \neq -3$; عين العددين الحقيقين a و b حيث: $g(x) = a + \frac{b}{x+3}$

2) تحقق أن من أجل كل $x \neq -3$; $g(x) = 1 - 2f(x)$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيرتها.

4) بين أن النقطة $\Omega(-3;1)$ مركز تناظر لـ (C_g).

5) انشىء في نفس المعلم منحنى الدالة $h : x \longmapsto -\frac{2}{x}$

6) تحقق أن من أجل كل $x \neq -3$: $g(x) = h(x+3) + 1$

7) استنتج كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_h) ثم انشئه.

8) انشىء في نفس المعلم منحنى الدوال التالية: $S(x) = -g(-x)$; $D(x) = |g(x)|$

التمرين الأول

a و b عددان حقيقيان و $P(x)$ كثير حدود حيث: $P(x) = 2x^3 + ax^2 + 7x + b$

I) تعيين a و b بحيث يكون 2 جذرا لـ $P(x)$ و $P(0) = -2$:

2 جذر لـ $P(x)$ معناه $P(2) = 0$ معناه $2(2)^3 + a(2)^2 + 7(2) + b = 0$ معناه $4a + b = -30$.

ومن جهة اخرى لدينا $P(0) = -2$ معناه $2(0)^3 + a(0)^2 + 7(0) + b = -2$ ومنه $b = -2$

اذن $4a = -28$ ومنه $a = -7$

II) 1) تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x يوجد كثير حدود $g(x)$ حيث: $P(x) = (x-2)\,g(x)$ و تعيينه.

$$\begin{array}{r|l} 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 & x - 2 \\ \hline -2x^3 + 4x^2 & 2x^2 - 3x + 1 \\ \hline -3x^2 + 7x & \\ 3x^2 - 6x & \\ \hline x - 2 & \\ -x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

ومنه $P(x) = (x-2)(2x^2 - 3x + 1)$ اي $g(x) = 2x^2 - 3x + 1$

2) تبيان أنه اذا كان α جذرا غير معدوم لـ $P(x)$ فإن $\frac{1}{\alpha}$ جذر لـ $P(x)$:

$$P\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 2\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 - 7\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 7\left(\frac{1}{\alpha}\right) - 2 = \frac{2 - 7\alpha + 7\alpha^2 - 2\alpha^3}{\alpha^3} = \frac{-P(\alpha)}{\alpha^3} = \frac{0}{\alpha^3}$$

3) I) الحل في $\mathbb{R}$ المعادلة: $2x^2 - 3x + 1 = 0$:

بما أن $2 + 1 - 3 = 0$ فإن $x_1 = 1$ و $x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة هي: $S = \left\{1; \frac{1}{2}\right\}$

استنتاج حلول المعادلة $P(x) = 0$:

$P(x) = 0$ معناه $P(x) = (x-2)(2x^2 - 3x + 1) = 0$ معناه $\begin{cases} x - 2 = 0 \cdots (1) \\ 2x^2 - 3x + 1 = 0 \cdots (2) \end{cases}$

من (1) نجد $x = 2$ ومن (2) نجد مما سبق $x_1 = 1;\ x_2 = \frac{1}{2}$ ومنه حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي:

$$S = \left\{\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$$

ب) استنتاج حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$:

مما سبق لدينا حلول المعادلة $P(x) = 0$ هي $S = \left\{\frac{1}{2}; 1; 2\right\}$ ومنه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي

ومنه حلول المعادلة $P(\sqrt{x}) = 0$ هي: $\begin{cases} \sqrt{x} = 1 & \text{معناه} \quad x = 1 \\ \sqrt{x} = \frac{1}{2} & \text{معناه} \quad x = \frac{1}{4} \\ \sqrt{x} = 2 & \text{معناه} \quad x = 4 \end{cases}$ $S = \left\{\frac{1}{4}; 1; 4\right\}$

4) دراسة اشارة $P(x)$ ثم إستنتاج حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		2		$+\infty$
$(x-2)$		$-$		$-$		$-$	0	$+$	
$2x^2-3x+1$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

ومنه حلول المتراجحة $P(x) \leq 0$ هي: $S = \left]-\infty; \frac{1}{2}\right] \cup [1; 2]$

التمرين الثاني

I) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ كما يلي: $f(x) = \frac{1}{x+3}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) تفكيك الدالة f الى مركب دالتين مرجعيتين u و v يطلب تعيينهما.

$$\begin{cases} u(x) = x+3 \\ v(x) = \frac{1}{x} \end{cases}$$

ومنه

$$x \xrightarrow{\ u\ } x+3 \xrightarrow{\ v\ } \frac{1}{x+3}$$

$$f = v \circ u$$

2) دراسة اتجاه غير الدالة f على كل من المجالين $]-\infty; -3[$ و $]-3; +\infty[$:

✓ على المجال $]-\infty; -3[$:

الدالة u متزايدة تماما على المجال $]-\infty; -3[$ ولدينا $u(x) \in]-\infty; 0[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 0[$ ومنه حسب مبرهنةاتجاه تغير مركب دالتين فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-\infty; -3[$.

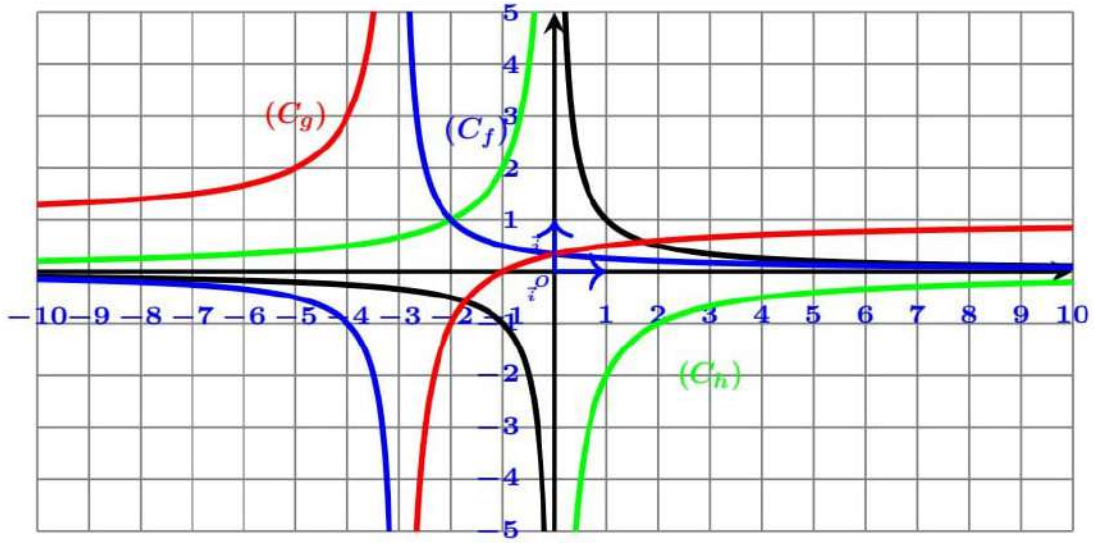
✓ على المجال $]-3; +\infty[$:

الدالة u متزايدة تماما على المجال $]-3; +\infty[$ ولدينا $u(x) \in]0; +\infty[$ والدالة v متناقصة تماما على المجال $]0; +\infty[$ ومنه حسب مبرهنةاتجاه تغير مركب دالتين فالدالة f متناقصة تماما على المجال $]-3; +\infty[$.

3) شرح كيف يمكن رسم (C_f) انطلاق من منحنى دالة مرجعية ثم الإنشاء:

(C_f) صور منحنى الدالة مقلوب بإنسحاب شعاعه $-3\vec{i}$.

الإنشاء:



II) g الدالة المعرفة على $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ بـ: $g(x)=\dfrac{x+1}{x+3}$. (C_g) تمثيلها البياني.

1) من أجل كل عدد حقيقي $x\neq -3$; تعيين العددين الحقيقين a و b حيث: $g(x)=a+\dfrac{b}{x+3}$:

$$\frac{x+1}{x+3}=\frac{x+3-3+1}{x+3}=1-\frac{2}{x+3}=a+\frac{b}{x+3}$$

بالمطابقة نجد: $a=1$ و $b=-2$. ومنه $g(x)=1-\dfrac{2}{x+3}$

2) التحقق أن من أجل كل $x\neq -3$; $g(x)=1-2f(x)$:

$$1-2f(x)=1-2\left(\frac{1}{x+3}\right)=1-\frac{2}{x+3}=g(x)$$

3) استنتاج اتجاه تغير الدالة g ثم تشكيل جدول تغيراتها:
بما أن f متناقصة على كل من المجالين $]-3;+\infty[$ و $]-\infty;-3[$ فإن الدالة $-2f$ متزايدة تماما على كل من المجالين $]-3;+\infty[$ و $]-\infty;-3[$ ومنه فالدالة $1-2f$ متزايدة كذلك على نفس المجال إذن الدالة g متزايدة تماما على كل من المجالين $]-3;+\infty[$ و $]-\infty;-3[$.

✔ جدول التغيرات:

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
g(x)	↗	‖ ↗	

4) تبيان أن النقطة $\Omega(-3;1)$ مركز تناظر لـ (C_g):
يكفي اثبات أن من أجل كل $x\in D_g$ فإن $(-6-x)\in D_g$. و $f(-6-x)+f(x)=2\times 1$
بما أن $x\neq -3$ فإن $(-6-x)\neq -3$ ومن جهة اخرى لدينا:

$$f(-6-x)+f(x)=1-\frac{2}{-6-x+3}+1-\frac{2}{x+3}=2+\frac{2}{x+3}-\frac{2}{x+3}=2\times 1$$

ومنه النقطة $\Omega(-3;1)$ مركز تناظر لـ (C_g).

5) انشاء في نفس المعلم منحنى الدالة $h:x\longmapsto -\dfrac{2}{x}$. (انظر الشكل السابق)

6) التحقق من أجل كل $x\neq -3$; $g(x)=h(x+3)+1$:

$$h(x+3)+1=-\frac{2}{x+3}+1=1-\frac{2}{x+3}=g(x)$$

7) استنتاج كيفية رسم (C_g) انطلاقا من (C_h) ثم الإنشاء: (C_g) نظير (C_h) بإنسحاب شعاعه $\vec{v}\binom{-3}{1}$.
الإنشاء: أنظر الشكل السابق.

8) انشاء في نفس المعلم منحنى الدوال التالية: $S(x)=-g(-x)$; $D(x)=|g(x)|$.