التاريخ: 2024/11/05

القسم: 1 ع ت 1

المدة: 1 ساعة

الفرض المحروس الأول في مادة الفيزياء

1) بسط الأعداد الآتية إلى أبسط شكل ممكن مع ذكر أصغر مجموعة عددية ينتمي إليها كل عدد.

$\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ ؛ $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ؛ $\frac{\pi^5-1}{\pi-1}$

2) هل العدد 1271 اولي؟ برر اجابتك.

3) أ) حلل العددين 4410 ؛ 990 إلى جداء عوامل أولية.

ب) باستعمال تحليل العددين 4410، 990 إلى جداء عوامل أولية، أحسب PGCD(4410; 990).

ج) أكتب الكسر $\frac{4410}{990}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

4) نعتبر العدد A حيث: $A = 4,\overline{45}$

- انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية للعدد A، أكتب العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال.

5) برهن بالخلف أن العدد $\frac{1}{3}$ ليس عشريا.

6) نعتبر العددين: $B = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$ ؛ $C = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

- بين أن: $B = C$ دون استعمال الآلة الحاسبة.

7) ليكن العدد الحقيقي y حيث: $-3 \leq -3y+7 \leq 5$

- عين حصرا للعدد y موضحا كل المراحل.

بالتوفيق

الحل النموذجي للفرض (1) في مادة الرياضيات

3.ع1

2024/11/05

1) تبسيط الأعداد مع ذكر المجموعة التي ينتمي إليها العدد:

- $\frac{\pi^2-1}{\pi-1} = \frac{\pi^2-1^2}{\pi-1} = \frac{(\pi-1)(\pi+1)}{\pi-1} = \pi+1$ 01

بما أن $(\pi+1) \in \mathbb{R}$ إذن $\left(\frac{\pi^2-1}{\pi-1}\right) \in \mathbb{R}$ 01

- $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^2 \times 1^3}{4^2 \times 2^3}$

$= \frac{3^2}{(2^2)^2 \times 2^3}$ 01

$= \frac{3^2}{2^7}$

بما أن: $\frac{3^2}{2^7} \in \mathbb{D}$ إذن $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \in \mathbb{D}$ 01

- $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$ 01

بما أن: $1 \in \mathbb{N}$ إذن $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{N}$ 01

2) العدد 1271 ليس أولي لأنه يقبل القسمة على 31 ونجد: 01

$1271 = 31 \times 41$ 01

3) أ) تحليل العددين 4410، 990 إلى جداء عوامل أولية

990	2
495	3
165	3
55	5
11	11
1	

4410	2
2205	3
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

$4410 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$ 01

$990 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 01

ب) حساب $PGCD(4410; 990)$

$PGCD(4410; 990) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$ 01

ج) اختزال الكسر:

$\frac{4410}{990} = \frac{4410 \div 90}{990 \div 90} = \frac{49}{11}$ 01

4) كتابة العدد A على شكل كسر غير قابل للإختزال انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية

$A = 4,454545\ldots$ .....(1)

$100A = 445,454545\ldots$ .....(2)

بطرح (2) من (1) نجد:

$100A - A = 445 - 4$ 01

$99A = 441$

$A = \frac{441}{99} = \frac{4410}{990}$ إذن 01

أي $\boxed{A = \frac{49}{11}}$ 01

5) اثبات بالخلف أن $\frac{1}{3}$ ليس عشريا:

نفرض أن $\frac{1}{3}$ عددا عشريا أي يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $n \in \mathbb{N}; a \in \mathbb{Z}$

لدينا $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ ومنه $a = \frac{10^n}{3}$ 01

بما أن $a \in \mathbb{Z}$ إذن 3 قاسم لـ 10^n

لكن هذا تناقض لأن 3 لا يقسم 10 وبالتالي حسب مبدأ البرهان بالخلف العدد $\frac{1}{3}$ ليس عددا عشريا. 01

6) $C = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $B = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

اثبات ان: $B = C$

1b

لدينا: $C = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{3^2-(\sqrt{5})^2}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{9-5}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{4}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

2b

اذن: $\boxed{C = B}$

2b: $B = \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$

$= \frac{2(3-\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2}$

$= \frac{2(3-\sqrt{5})}{4}$

$= \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$\boxed{B = C}$

3b

$C - B = \frac{3-\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{3+\sqrt{5}} = 0$

(بعد توحيد المقامات, التبسيط نجد $C-B=0$)

اذن $\boxed{C = B}$

7) حصر y مع ذكر كل المراحل:

$-3 \leq -3y + 7 \leq 5$

1c (اضافة -7) $-10 \leq -3y \leq -2$

2c ($\times -\frac{1}{3}$ الضرب في) $\boxed{\frac{10}{3} \geq y \geq \frac{2}{3}}$

الحل النموذجي للفرض (1) في مادة الرياضيات

3 ع 1

2024/11/05

1) تبسيط الأعداد مع ذكر المجموعة التي ينتمي إليها العدد:

$\frac{\pi^2-1}{\pi-1} = \frac{\pi^2-1^2}{\pi-1} = \frac{(\pi-1)(\pi+1)}{\pi-1} = \pi+1$

بما أن $(\pi+1) \in \mathbb{R}$ إذن $\left(\frac{\pi^2-1}{\pi-1}\right) \in \mathbb{R}$

- $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{(-3)^2 \times 1^3}{4^2 \times 2^3}$

$= \frac{3^2}{(2^2)^2 \times 2^3}$

$= \frac{3^2}{2^7}$

بما أن: $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^3 \in \mathbb{D}$ إذن $\frac{3^2}{2^7} \in \mathbb{D}$

- $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 1$

بما أن: $1 \in \mathbb{N}$ إذن $\frac{\sqrt{18}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{N}$

2) العدد 1271 ليس أوليا لأنه يقبل القسمة على 31 ونجد:

$1271 = 31 \times 41$

3) أ) تحليل العددين 4410، 990 إلى جداء عوامل أولية

990	2
495	3
165	3
55	5
11	11
1	

4410	2
2205	3
735	3
245	5
49	7
7	7
1	

$4410 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^2$

$990 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 11$

ب) حساب $PGCD(4410; 990)$

$PGCD(4410; 990) = 2 \times 3^2 \times 5 = 90$

ج) اختزال الكسر:

$\frac{4410}{990} = \frac{4410 \div 90}{990 \div 90} = \frac{49}{11}$

4) كتابة العدد A على شكل كسر غير قابل للاختزال انطلاقا من الكتابة العشرية الدورية

$A = 4,454545\ldots$ ..... (1)

$100A = 445,454545\ldots$ ..... (2)

بطرح (2) من (1) نجد:

$100A - A = 445 - 4$

$99A = 441$

$A = \frac{441}{99} = \frac{4410}{990}$ اذن

أي $A = \frac{49}{11}$

5) اثبات بالخلف أن $\frac{1}{3}$ ليس عشريا:

نفرض أن $\frac{1}{3}$ عددا عشريا أي يمكن كتابته على الشكل $\frac{a}{10^n}$ حيث $n \in \mathbb{N}$ و $a \in \mathbb{Z}$

لدينا $\frac{1}{3} = \frac{a}{10^n}$ ومنه $a = \frac{10^n}{3}$

بما أن $a \in \mathbb{Z}$ اذن 10^n قاسم لـ 3

لكن هذا تناقض لأن 3 لا يقسم 10 وبالتالي حسب مبدأ البرهان بالخلف العدد $\frac{1}{3}$ ليس عددا عشريا.

6) $C = \frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $B = \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

اثبات أن: $B = C$

1b

لدينا: $C = \frac{3-\sqrt{5}}{2} = \frac{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{3^2-(\sqrt{5})^2}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{9-5}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{4}{2(3+\sqrt{5})}$

$= \frac{2}{3+\sqrt{5}}$

اذن: $\boxed{C = B}$

2b

$B = \frac{2}{3+\sqrt{5}} = \frac{2(3-\sqrt{5})}{(3+\sqrt{5})(3-\sqrt{5})}$

$= \frac{2(3-\sqrt{5})}{3^2-(\sqrt{5})^2}$

$= \frac{2(3-\sqrt{5})}{4}$

$= \frac{3-\sqrt{5}}{2}$

$\boxed{B = C}$

3b

$C - B = \frac{3-\sqrt{5}}{2} - \frac{2}{3+\sqrt{5}} = 0$

(بعد توحيد المقامات والتبسيط نجد $C-B=0$)

اذن $\boxed{C = B}$

7) حصر y مع ذكر كل المراحل:

$-3 \leq -3y + 7 \leq 5$ (المتباينة -7)

$-10 \leq -3y \leq -2$ (المتباينة $\times \frac{1}{3}$)

$\boxed{\frac{10}{3} \geq y \geq \frac{2}{3}}$