من إعداد الأستاذ: نصري عبد الرحمان
والأستاذة: قاتل -هـ
جذع مشترك علوم و تكنولوجيا

2

المتباينات والحصر

الحصر والمجالات

التمرين الأول

ليكن x عدد حقيقي حيث : $x > 1$ قارن بين كل عددين فيما يلي:

❀ $(x+2)^2$ و $(x+1)^2$ ❀ $(2-3x)^2$ و $(1-x)^2$

❀ $\sqrt{x+8}$ و $\sqrt{x+9}$ ❀ $\sqrt{x+\pi}$ و $\sqrt{x+\frac{157}{50}}$

التمرين الثاني

x عدد حقيقي حيث: $\frac{3}{2} < x < 2$ رتب الاعداد في كل حالة:

✍ الحالة الاولى : $2x-3$ و $(2x-3)^2$ و $(2x-3)^3$

✍ الحالة الثانية: $4x+1$ و $(4x+1)^2$ و $(4x+1)^3$.

التمرين الثالث

دون استعمال الآلة الحاسبة قارن مع التبرير كل عددين فيما يلي:

❶ $\frac{3}{72}$ و $\frac{5}{72}$ ❷ $\frac{-56}{15}$ و $\frac{-8}{15}$ ❸ $-\frac{105}{47}$ و $\frac{151}{68}$

❹ $\frac{13}{28}$ و $\frac{13}{17}$ ❺ $-\frac{2}{5}$ و $-\frac{2}{27}$ ❻ 10^{-2} و 10^{-3}

❼ -10^{-2} و -10^{-1} .

التمرين 4

نفس سؤال التمرين السابق:

❶ $\frac{1}{5\sqrt{3}}$ و $\frac{1}{3\sqrt{5}}$ ❷ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ و $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

❸ $\sqrt{3}+\sqrt{2}$ و $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

❹ $2\sqrt{5}+3\sqrt{2}$ و $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}-3}$ ❺ $2+\sqrt{3}$ و $\sqrt{4\sqrt{3}+9}$

❻ $3+\sqrt{2}$ و $\sqrt{10+6\sqrt{2}}$

❼ $12+2\sqrt{35}$ و $\sqrt{11+2\sqrt{35}}$

❽ $\sqrt{1-10^{-19}}$ و $\sqrt{1-10^{-18}}$

التمرين 5

ليكن x عدد حقيقي حيث: $-2 < x < 3$

أوجد حصرا لكل من العبارات التالية:

❶ $3x+2$ ❷ $7x-4$ ❸ $-x+\sqrt{2}$ ❹ $3-2x$.

❺ $\frac{1}{2x+6}$ ❻ $\frac{4}{3x-16}$ ❼ $\frac{1}{7-x}$

التمرين 6

y عدد حقيقي حيث: $2 \leq y \leq 6$ ، استنتج حصرا لكل من:

❶ y^2 ❷ y^2-4 ❸ y^3+84 ❹ $10-y^2$.

❺ $\sqrt{y+2}$ ❻ $\frac{1}{y^2+1}$ ❼ $\frac{3}{2-y^2}$.

التمرين 7

x و y عددان حقيقيان حيث: $\begin{cases} -1 < x < 1 \\ 1 < y < 2 \end{cases}$

أوجد حصرا للعبارات التالية:

✫ $x+y$ ✫ $8x+y$ ✫ $x+8y$ ✫ $-x-y$.

✫ $x-y$ ✫ $y-x$ ✫ $2x-3y$ ✫ $x+2y^2$.

التمرين 8

x و y عددان حقيقيان حيث: $1 < x < 5$ و $1 < y < 4$.

أوجد حصرا لكل من:

❖ $N = 3x - \sqrt{y}$ ❖ $\frac{x^2-x}{4}$.

❖ $\frac{(x-6)^2}{1-\sqrt{x+y}}$ ❖ $\frac{-y^2+x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}$.

التمرين 9

في كل حالة من الحالات الآتية عيّن تقاطع واتحاد كل مجالين:

❶ $[-1;3]$ و $[1;5]$ ❷ $]3;8]$ و $[-5;4]$.

❸ $[-2;+\infty[$ و $]-\infty;\frac{1}{2}]$ ❹ $[\sqrt{2};+\infty[$ و $]-2;\frac{3}{2}]$.

❺ $]-4;1]$ و $[\sqrt{2};+\infty[$ ❻ $[4;+\infty[$ و $]-\infty;4]$.

❼ $]3;+\infty[$ و $]-\infty;3]$ ❽ $]-\infty;+\infty[$ و $]-4;5]$.

التمرين10

أكتب كل من المتباينات على شكل مجال:

❶ $x > 2$ و $x \geq 5$ ❷ $x \geq 2$ و $x < 4$. ❸ $x > 1$ و $x < 0$

❹ $x > 0$ و $x \leq 0$. ❺ $x > 3$ و $x > -1$ ❻ $x \leq \sqrt{3}$ و $x > \frac{3}{2}$

القيــمة المطلقة والمجـالات

✍ **تذكير:** a و b عددان حقيقيان حيث $a \neq 0$ إشارة ثنائي الحد $ax+b$ هي:

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
إشارة $ax+b$	عكس إشارة a	0	نفس إشارة a

التمرين الأول

حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية:

❀ $|-x| \leq \frac{1}{2}$ ❀ $|x| > 1$ ❀ $|x| > \sqrt{3}$ ❀ $|x+2| < 2$

❀ $|x-3| > 2$ ❀ $|x-1| < 4$ ❀ $|3+x| > 2$ ❀ $|1-x| > 1$ ❀ $|5-x| < \frac{1}{3}$

التمرين الثاني

✍ x عدد حقيقي علما أن $|x-2| < 3$، قم بحصر كل من : x، $2x+1$، $4-5x$

✍ إذا كان $|2-x| < 3$ ، هل يتغير حصر العبارات السابقة؟مع التعليل.

التمرين الثالث

x عدد حقيقي، أتم الجدول التالي:

القيمة المطلقة	المسافة	المجال	الحصر
$\lvert ... \rvert \leq ...$	$d(..;..) \leq ...$	$x \in ....$	$1 \leq x \leq 5$
......	....	......	$0 < x < 3$
......	....	....	$-2 < x < 2$
......	$d(x;3) < 2$	......	.....
......	$d(1;x) > 1$	......	.....
......	$d(x;-2) < 3$	.....	.....
$\lvert x \rvert < \sqrt{2}$	.....	......	......
$\lvert x-1 \rvert \geq 1$	......	......	......
$\left\lvert x+\frac{3}{2} \right\rvert < \frac{1}{2}$	......	......	......

التمرين الرابع

✍ أكتب كل من العبارات التالية دون استعمال رمز القيمة المطلقة:

❶ $A = |x+4| + |x-2|$

❷ $B = |x-1| - |x-3|$

❸ $C = |x-3| + 2|x-4|$

✍ استنتج حلول المعادلات:

❶ $|x+4| + |x-2| = 6$

❷ $B = |x-1| = |x-3| + 2$

❸ $C = |x-3| + 2|x-4| = 5$

التمرين الخامس

x عدد حقيقي نعتبر العبارة: $p(x) = |2x-3| - 5$

❶ أحسب $P(\frac{1}{2})$ ، $P(-2)$ ، $P(0)$ و $P(\sqrt{5})$

❷ عين قيم x بحيث: $P(x) = x$

❸ عين قيم x بحيث: $x \leq \frac{3}{2}$ و $P(x) = 2$

❹ $P(x) \leq 2x - 5$

❹ عين قيم x بحيث: $x \geq \frac{3}{2}$ و $P(x) \leq 10^{-3}$

التمرين السادس

x عدد حقيقي نعتبر العبارة: $A(x) = 3|x+2| - 3|x-3|$

❶ أحسب $A(2-\sqrt{5})$ و $A(\sqrt{3}+5)$

❷ عين قيم x بحيث: $-2 \leq x \leq 3$ و $P(x) = x+2$

❸ عين قيم xبحيث: $-2 \leq x \leq 3$ و $P(x) > 3$

التمرين السابع

x عدد حقيقي

❶ بسط العبارة التالية: $P(x) = |x-2| \times |x+3|$

❷ عين قيم x بحيث: $-3 \leq x \leq 2$ و $P(x) = -x^2$

❸ أحسب $P(1-\sqrt{2})$ و $P\left(\frac{\sqrt{3}+5}{3}\right)$

النجاح قمة لا يرتقي سلمها إلا أصحاب الهمم العلية لأن همتهم تقودهم للمواصلة وإن تعثرت خطاهم

❤❤❤

الحصر والمجالات

حل التمرين الأول

المقارنة بين كل عددين مما يلي

❀ $(x+2)^2$ و $(x+1)^2$

بما أن $x>1$ ، فإنّ: $0<x+1<x+2$

بتربيع الأطراف الموجبة نجد: $(x+1)^2<(x+2)^2$

❀ $(2-3x)^2$ و $(1-x)^2$

من أجل كل عدد حقيقي $x>1$ لدينا: $2x>x$

بضرب طرفي المتباينة في العدد السالب (-1) نجد: $-2x<-x$

......(المتباية تعكس الترتيب)

بإضافة العدد $(+2)$ إلى الطرفين نجد: $2-2x<2-x$

ولدينا أيضا: $x>1$ معناه $-x<-1$

بجمع المتباينتين طرفا لطرف نجد:

$2-3x<1-x<0$

بتربيع الأطراف السالبة نجد: $(2-3x)^2<(1-x)^2$

❀ $\sqrt{x+8}$ و $\sqrt{x+9}$

بما أن: $x>1$ فإنّ: $0<x+8<x+9$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الموجبة نجد: $\sqrt{x+8}<\sqrt{x+9}$

❀ $\sqrt{x+\pi}$ و $\sqrt{x+\frac{157}{50}}$

لدينا: $\frac{157}{50}<\pi$

ومنه: $0<x+\frac{157}{50}<x+\pi$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف الموجبة نجد: $\sqrt{x+\frac{157}{50}}<\sqrt{x+\pi}$

حل التمرين الثاني

✍ الحالة الاولى :

لدينا: $\frac{3}{2}<x<2$

بالضرب في العدد الموجب 2 نجد: $3<2x<4$

بإضافة العدد (-3) نجد: $0<2x-3<1$

ومنه:

$(2x-3)^3<(2x-3)^2<(2x-3)$

✍ الحالة الثانية:

لدينا: $\frac{3}{2}<x<2$

بالضرب في العدد الموجب 4 نجد: $6<4x<8$

بإضافة العدد1 نجد: $1<7<4x+1<9$

ومنه: $(4x+1)^3>(4x+1)^2>(4x+1)$

حل التمرين الثالث

مقارنة كل عددين دون استعمال الآلة الحاسبة ومع التبرير:

❶ $\frac{3}{72}<\frac{5}{72}$ (لأن لهما نفس المقام ، إذن تبقى فقط المقارنة بين البسطين)

❸ $-\frac{105}{47}<\frac{151}{68}$ (العدد السالب دوما أقل من أي عدد موجب)

❹ $\frac{13}{28}<\frac{13}{17}$

(بما أن: $28>17$ فإن: $\frac{1}{28}<\frac{1}{17}$ بالضرب في العددالموجب.) 13 نتحصّل على النتيجة)

❼ $-10^{-2}<-10^{-1}$

(بما أن : $10^1<10^2$ بأخذ مقلوب الطرفين: $\frac{1}{10^1}>\frac{1}{10^2}$ أي: $10^{-1}>10^{-2}$

ومنه بالضرب في العدد السالب (-1) نجد: $-10^{-2}<-10^{-1}$

حل التمرين 4

نفس سؤال التمرين السابق:

❶ $\frac{1}{3\sqrt{5}}>\frac{1}{5\sqrt{3}}$

التبرير: لدينا: $5\sqrt{3}=\sqrt{25}\sqrt{3}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{75}$ و

$3\sqrt{5}=\sqrt{9}\sqrt{5}=\sqrt{9\times5}=\sqrt{45}$

ومنه: $\sqrt{45}<\sqrt{75}$ أي: $3\sqrt{5}<5\sqrt{3}$

بأخذ مقلوب الطرفين نتحصّل على النتيجة

❷ $\frac{1}{3\sqrt{2}}<\frac{1}{2\sqrt{3}}$ التبرير: بنفس طريقة التبرير السابق.

❸ $\sqrt{3}+\sqrt{2}=\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$

❹ $2\sqrt{5}+3\sqrt{2}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{10}-3}$

تلميح: لتبرير كل من : ❸ و ❹ يكفي ضرب الكسر في مرافق المقام.

❺ $\sqrt{9+4\sqrt{3}}>2+\sqrt{3}$

التبرير: لدينا: $2+\sqrt{3}=\sqrt{(2+\sqrt{3})^2}=\sqrt{7+2\sqrt{3}}$

وبما أن: $9+4\sqrt{3}>7+2\sqrt{3}$

فإن: $\sqrt{9+4\sqrt{3}}>\sqrt{7+2\sqrt{3}}$

ومنه نستنتج أن: $\sqrt{9+4\sqrt{3}}>2+\sqrt{3}$

❻ $\sqrt{10+6\sqrt{2}}=3+\sqrt{2}$

التبرير: بنفس الطريقة السابقة.

❼ $\sqrt{11+2\sqrt{35}} < 12+2\sqrt{35}$

التبرير: بنفس الطريقة السابقة.

❽ $\sqrt{1-10^{-18}} < \sqrt{1-10^{-19}}$

تلميح: يكفي المقارنة بين: $1-10^{-18}$ و $1-10^{-19}$

حل التمرين 5

❶ حصر $3x+2$

لدينا: $-2<x<3$

بالضرب في العدد الموجب 3 نجد: $-6<3x<9$

إضافة العدد: 2 نجد: $-4<3x+2<11$

ملاحظة: الأمثلة: ❷ ، ❸ ، ❹ تحل بنفس الطريقة.

❼ حصر: $\dfrac{1}{7-x}$

لدينا: $-2<x<3$

بضرب المتباينة في العدد السالب: (-1) نجد: $2>-x>-3$

إضافة العدد:7 نجد: $9>7-x>4$

بأخذ مقلوب أطراف المتباينة(الأطراف لها نفس الإشارة)نجد: $\dfrac{1}{9}<\dfrac{1}{7-x}<\dfrac{1}{4}$

الأمثلة ❺ و ❻ تحل بنفس الطريقة.

حل التمرين 6

❹ حصر $10-y^2$

لدينا: $2\le y\le 6$

بالضرب في العدد السالب (-1) نجد: $-2\ge -y\ge -6$

إضافة العدد 10 نجد: $8\ge 10-y\ge 4$

❼ حصر: $\dfrac{3}{2-y^2}$

لدينا: $2\le y\le 6$

بالضرب في العدد السالب (-1) نجد: $-2\ge -y\ge -6$

إضافة العدد 2 نجد: $0\ge 2-y\ge -4$

بأخذ المقلوب نجد: $\dfrac{1}{y-2}\le -\dfrac{1}{4}$

حل التمرين 7

x و y عددان حقيقيان حيث: $\begin{cases} -1<x<1 \\ 1<y<2 \end{cases}$

✰ حصر $-x-y$

بضرب كل من المتباينتين في العدد السالب (-1) نجد:

$$\begin{cases} 1>-x>-1 \\ -1>-y>-2 \end{cases}$$

بالجمع طرفا لطرف نجد: $0>-x-y>-3$

أو $-3<-x-y<0$

✰ حصر: $x+2y^2$

بتربيع المتباينة $1<y<2$ نجد: $1<y^2<4$

بالضرب في العدد الموجب 2 نجد: $2<2y^2<8$

بالجمع مع المتباينة $-1<x<1$ نجد: $1<x+2y^2<9$

حل التمرين 8

(A) $1<x<5$

(B) $1<y<4$

❖ حصر: $N=3x-\sqrt{y}$

بضرب المتباينة (A) في العدد الموجب 3 نجد:

(C) $3<3x<15$

بأخذ الجذر التربيعي لأطراف المتباينة(B) نجد: $1<\sqrt{y}<2$

بالضرب في العدد السالب (-1) نجد:

(D) $-2<-\sqrt{y}<-1$

بجمع المتباينتين: (C) و (D) نجد: $1<3x-\sqrt{y}<14$

❖ حصر: $M=\dfrac{x^2-x}{4}$

بتربيع أطراف المتباينة (A) نجد:

(C) $1<x^2<25$

بضرب أطراف المتباينة (A) في العدد السالب (-1)نجد:

(D) $-5<-x<-1$

بجمع المتباينتين (C) و (D) نجد: $-4<x^2-x<24$

بالضرب في العدد الموجب $\dfrac{1}{4}$ نجد: $-1<\dfrac{x^2-x}{4}<6$

❖ حصر: $P=\dfrac{(x-6)^2}{1-\sqrt{x+y}}$

بإضافة العدد (-6) إلى طرفي المتباينة (A) نجد $-5<x-6<-1$

بتربيع الإطراف السالبة نجد: $25>(x-6)^2>1$

أي: (C) $1<(x-6)^2<25$

بجمع : (A) و (B) طرفا لطرف نجد: $2<x+y<9$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف نجد: $\sqrt{2}<\sqrt{x+y}<3$

بالضرب في العدد السالب (-1) نجد: $-3<-\sqrt{x+y}<-\sqrt{2}$

بإضافة العدد 1 نجد: $-2<1-\sqrt{x+y}<1-\sqrt{2}$

بأخذ مقلوب الأطراف نجد:

$(D)\quad \frac{1}{1-\sqrt{2}}<\frac{1}{1-\sqrt{x+y}}<\frac{-1}{2}$ نلاحظ أنه لايمكن ضرب المتباينتين: (C) و (D) مباشرة (ليست كل الحدود موجبة)

بضرب أطراف المتباينة (D) في (-1) نجد:

$(E)\quad \frac{1}{2}<-\frac{1}{1-\sqrt{x+y}}<\frac{1}{\sqrt{2}-1}$

بضرب المتباينتين (C) و (E) نجد: $\frac{1}{2}<-\frac{(x-6)^2}{1-\sqrt{x+y}}<\frac{25}{\sqrt{2}-1}$

❖ حصر $\frac{-y^2+x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}$

بتكعيب المتباينة (A) نجد $1<x^3<125$

بتربيع المتباينة (B) وضربها في (-1) نجد: $-16<-y^2<-1$

بجمع المتباينتين طرفا لطرف نجد: $(C)\quad -15<-y^2+x^3<124$

بضرب المتباينتين (A) و (B) نجد: $1<xy<20$

بالضرب في العدد الموجب $\frac{1}{5}$ نجد: $\frac{1}{5}<\frac{xy}{5}<4$

بأخذ الجذر التربيعي للأطراف نجد:

$\sqrt{\frac{1}{5}}<\sqrt{\frac{xy}{5}}<2$

بأخذ مقوب الأطراف نجد: $(D)\quad \frac{1}{2}<\frac{1}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}<\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{5}}}$

نلاحظ أنه لانستطيع ضرب المتباينتين (C) و (D) مباشرة، إذن:

نفصل الحالات

لما: $-15<-y^2+x^3<0$ أي: $0<y^2-x^3<15$

ومنه بالضرب نجد: $0<\frac{y^2-x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}<\frac{15}{\sqrt{\frac{1}{5}}}$

ومنه بالضرب في (-1) نجد: $\frac{-15}{\sqrt{\frac{1}{5}}}<\frac{-y^2+x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}<0$

لما: $0<-y^2+x^3<124$

بضرب المتباينتين طرفا لطرف نجد: $0<\frac{-y^2+x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}<\frac{124}{\sqrt{\frac{1}{5}}}$

ومنه بجمع الحالتين نجد:

$\frac{-15}{\sqrt{\frac{1}{5}}}<\frac{-y^2+x^3}{\sqrt{\frac{xy}{5}}}<\frac{124}{\sqrt{\frac{1}{5}}}$

حل التمرين 9

❶ $[-1;3]\cap[1;5]=[1;3]$ و $[-1;3]\cup[1;5]=[-1;5]$

❷ $]3;8]\cap[-5;4]=]3;4]$ و $]3;8]\cup[-5;4]=[-5;8]$

❸ $[-2;+\infty[\cap]-\infty;\frac{1}{2}]=[-2;\frac{1}{2}[$ و $[-2;+\infty[\cup]-\infty;\frac{1}{2}]=$ $]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$

❹ $[\sqrt{2};+\infty[\cap]-2;\frac{3}{2}]=[\sqrt{2};\frac{3}{2}]$ و $[\sqrt{2};+\infty[\cup]-2;\frac{3}{2}]=$ $]-2;+\infty[$

❺ $]-4;1]\cap[\sqrt{2};+\infty[=\phi$ و $]-4;1]\cup[\sqrt{2};+\infty[=]-4;1]\cup$ $[\sqrt{2};+\infty[$

❻ $]-\infty;4]\cap[4;+\infty[=\{4\}$ و $[4;+\infty[\cup]-\infty;4]=\mathbb{R}$

❼ $]-\infty;3]\cap]3;+\infty[=\phi$

و $]-\infty;3]\cup]3;+\infty[=\mathbb{R}$

❽ $]-4;5]\cap]-\infty;+\infty[=]-4;5]$ و $]-4;5]\cap]-\infty;+\infty[=\mathbb{R}$

حل التمرين10

❶ $x\in]-2;+\infty[\cap[5;+\infty[=[5;+\infty[$

❷ $x\in]-\infty;4[\cap[2;+\infty[=[2;4[$

❸ $x\in]-\infty;0[\cap]1;+\infty[=\phi$

❹ $x\in]-\infty;0]\cup]0;+\infty[=\mathbb{R}$

❺ $x\in]-1;+\infty[\cup]3;+\infty[=]-1;+\infty[$

❻ $x\in]-\infty;\sqrt{3}]\cup]\frac{3}{2};+\infty[=\mathbb{R}$.

القيمة المطلقة والمجالات

التمرين الأول

❀ حل المتراجحة $|x+2|<2$

$|x+2|<2$ معناه: $-2<x+2<2$ أي:

$-4<x<0$.....(بإضافة -2 إلى أطراف المتبيانات)

ومنه: $x\in[-4;0]$

إذن: حلول المتراجحة هي المجال $]-4;0[$

✌ تنبـــيه: عند حل متراجحات من الشكل $|x+a|\geq b$ أو أكبر تماما نستعين بجدول الاشارة

❀ حل المتراجحة $|x-3|>2$

جدول الاشارة

x	$-\infty$		3		$+\infty$
إشارة $x-3$		-	0	+	
$\|x-3\|$		3-x	0	x-3	
$\|x-3\|>2$		3-x > 2		x-3 > 2	

على المجال $]-\infty;3]$ المتراجحة تصبح: $3-x>2$ أي: $x<1$ ومنه الحلول تنتمي إلى المجال $]-\infty;1[$

نتيجة : حلول المتراجحة على $]-\infty;3]$ هي تقاطع المجالين:

$]-\infty;3]\cap]-\infty;1[=]-\infty;1[$........✱

على المجال : $]3;+\infty[$ المتراجحة تصبح $x-3>2$ أي: $x>5$ ومنه الحلول تنتمي إلى المجال $]5;+\infty[$

نتيجة: حلول المتراجحة على $]5;+\infty[$ هي تقاطع المجالين:

$]3;+\infty[\cap]5;+\infty[=]5;+\infty[$........✰

من ✰ و ✱ نستنتج أن حلول المتراجحة على $\mathbb{R}$ هي:

$]-\infty;1[\cup]5;+\infty[$

باقي الأمثلة تناقش بنفس الطريقة مع المثالين السابقين

التمرين الثاني

❀ حصر x: لدينا: $|x-2|<3$ أي:

$-3<x-2<3$ معناه: $-1<x<5$......(بإضافة 2 إلى كل طرف)

❀ حصر $2x+1$: لدينا من السؤال السابق $-1<x<5$ أي:

$-2<2x<10$......(بضرب كل طرف في العدد 2 الموجب) ومنه:

$-1<2x+1<11$......(بإضافة 1 إلى كل طرف)

❀ حصر $4-5x$: لدينا من السؤال السابق $-1<x<5$ أي:

$-25<-5x<5$......(بضرب كل طرف في (-5) السالب)

ومنه: $-21<4-5x<9$.........(بإضافة 4 إلى كل طرف)

✍ لا تتغير نتيجة الحصر السابق لأن: $|x-2|=|2-x|$

التمرين الثالث

✌ تـذكير: c عدد حقيقي و r عدد حقيقي موجب، من أجل كل عدد حقيقي x النصوص الاتية متكافئة:

- $x\in[c-r,c+r]$ (في صيغة مجال)
- $c-r\le x\le c+r$ (في صيغة حصر)
- $d(c;x)\le r$ (في صيغة مسافة)
- $|x-c|\le r$ (في صيغة قيمة مطلقة)

❀ إتمام الجدول

القيمة المطلقة	المسافة	المجال	الحصر
$\|x-3\|\le 2$	$d(x;3)\le 2$	$x\in[1;5]$	$1\le x\le 5$
$\|x-\frac{3}{2}\|<\frac{3}{2}$	$d(x;\frac{3}{2})<\frac{3}{2}$	$x\in]0;3[$	$0<x<3$
$\|x\|<2$	$d(x;0)<2$	$x\in]-2;2[$	$-2<x<2$
$\|x+3\|<2$	$d(x;-3)<2$	$x\in]-5;-1[$	$-5<x<-1$
$\|1-x\|>1$	$d(1;x)>1$	$x\in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$	$x<0$ أو $x>2$
$\|x+2\|<3$	$d(x;-2)<3$	$x\in]-5;1[$	$-5<x<1$
$\|x\|<\sqrt{2}$	$d(x:0)<\sqrt{2}$	$x\in]-\sqrt{2};\sqrt{2}[$	$-\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$
$\|x-1\|\ge 1$	$d(x;1)>1$	$x\in]-\infty;0[\cup]2;+\infty[$	$x<0$ أو $x>2$
$\left\|x+\frac{3}{2}\right\|<\frac{1}{2}$	$d(x;\frac{3}{2})<\frac{1}{2}$	$x\in]-2;-1[$	$-2<x<-1$

✍ كتابة C دون رمز القيمة المطلقة

للإجابة على مثل هذه الاسئلة دوما نستعين بجدول الاشارة

جدول الاشارة

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
إشارة $x-3$		-	0	+		+	
إشارة $x-4$		-		-	0	+	
$\|x-3\|$		3-x	0	x-3		x-3	
$\|x-4\|$		4-x		4-x	0	x-4	
C		(3-x)+2(4-x)		(x-3)+2(4-x)		(x-3)+2(x-4)	

✍ حل المعادلة $C=5$:

✔ على المجال $]-\infty;3[$ المعادلة تصبح:

$3-x+8-2x=5$ أي: $-3x=-6$ ومنه: $x=2$ و $2\in]-\infty;3[$

نتيجة: حلول المعادلة على المجال $]-\infty;3[$ هي: $x=2$

✔ على المجال: $[3;4]$ المعادلة تصبح:

$x-3+8-2x=5$ أي: $x=0$ لكن: $0\notin[3;4]$ ومنه المعادلة لاتقبل حلول على المجال: $[3;4]$

✔ على المجال : $]4;+\infty[$ المعادلة تصبح:

$x-3+2x-8=5$ أي $3x=16$ ومنه: $x=\frac{16}{3}$ و $\frac{16}{3}\in]4;+\infty[$

نيجة: حلول المعادلة على $]4;+\infty[$ هي: $x=\frac{16}{3}$

إذن: مجموعة حلول المعادلة على $\mathbb{R}$ هي: $S=\left\{2;\frac{16}{3}\right\}$

باقي الأمثلة تناقش بنفس الطريقة

التمرين الخامس

❶ ✔ $P(\frac{1}{2})=|2(\frac{1}{2})-3|-5=|-2|-5=2-5=-3$

بنفس الطريقة نجد:

✔ $P(-2)=2$ ✔ $P(0)=-2$ ✔ $P(\sqrt{5})=2\sqrt{5}-8$

❀ إيجاد قيم x بحيث: $P(x)=x$:

✌ $P(x)=x$ معناه: $|2x-3|-5=x$

جدول الاشارة

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
إشارة $2x-3$		-	0	+	
$\|2x-3\|$		3-2x	0	2x-3	
$P(x)$		3-2x-5		2x-3-5	
$P(x)=x$		3-2x-5=x		2x-3-5=x	

✔ على المجال: $]-\infty;\frac{3}{2}]$ المعادلة تصبح: $-3x=2$

اي: $x=-\frac{2}{3}$ و $-\frac{2}{3}\in]-\infty;\frac{3}{2}]$

نتيجة: حلول المعادلة على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}]$ هي: $x=-\frac{2}{3}$

✔ على المجال $]\frac{3}{2};+\infty[$ المعادلة تصبح: $2x-8=x$ أي $x=8$

و $8\in]\frac{3}{2};+\infty[$

نتيجة: حلول المعادلة على المجال $]\frac{3}{2};+\infty[$ هي: $x=8$

إذن: مجموعة قيم x التي تحقق $P(x)=x$ هي: $S=\left\{-\frac{2}{3};8\right\}$

❸ ❀ حل المعادلة $P(x)=2$

$x\le\frac{3}{2}$ معناه: $x\in]-\infty;\frac{3}{2}]$ من جدول الاشارة السابق لدينا:

✔ على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}]$ تصبح المعادلة : $-2x-2=2$ أي $x=-2$

و $-2\in]-\infty;\frac{3}{2}]$

نتيجة: حلول المعادلة على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}]$ هي: $x=-2$

❹ ❀ حل المتراجحة $P(x)\le 2x-5$

من جدول الاشارة السابق لدينا :

✔ على المجال $]-\infty;\frac{3}{2}[$ المتراجحةتصبح: $-2x-2\le 2x-5$ أي:

$4x\ge 3$ أي: $x\ge\frac{3}{4}$ ومنه: $x\in[\frac{3}{4};+\infty[$......(مجال انتماء الحلول)

نتيجة: حلول المتراجحة على $]-\infty;\frac{3}{2}[$ هي تقاطع المجالين:

$$\left]-\infty;\frac{3}{2}\right[\cap\left[\frac{3}{4};+\infty\right[=\left[\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right]$$

✔ على المجال: $]\frac{3}{2};+\infty[$ المتراجحة تصبح: $2x-8\le 2x-5$

أي: $-8\le -5$..........(تـناقض) ومنه: ليس للمعادلة حلول على هذا المجال.

إذن: حلول المتراجحة على $\mathbb{R}$ هي المجال $\left[\frac{3}{4};\frac{3}{2}\right]$

❹ ❀ حل المتراجحة: $P(x)\le 10^{-3}$

من جدول الاشارة السابق لدينا:

✔ على المجال $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ المتراجحة تصبح:

$2x-8\le 10^{-3}$ أي: $x\le\frac{10^{-3}+8}{2}$ ومنه:

$x\in\left]-\infty;\frac{10^{-3}+8}{2}\right]$......(مجال انتماء الحلول)

نتيجة: حلول المتراجحة على $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ هي تقاطع المجالين:

$$\left[\frac{3}{2};+\infty\right[\cap\left]-\infty;\frac{10^{-3}+8}{2}\right]=\left[\frac{3}{2};\frac{10^{-3}+8}{2}\right]$$

لا تعطني سمكة
بل
علمني كيف أصطادها
❤❤❤❤❤