

4AM



الرابعة متوسط رياضيات

هدیتی الأستاذ:

بوراس یعقوب

لتحضير شهادة التعليم المتوسط



خاصية فيتاغورس

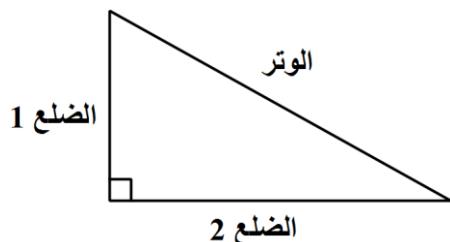
(في المثلث القائم)

❖ خاصية فيتاغورس :

في المثلث القائم : مربع الوتر = مجموع مربع الצלعين القائمين

$$\text{أي: } (\text{الوتر})^2 = (\text{الصلع 1})^2 + (\text{الصلع 2})^2$$

ملاحظة:



الوتر هو أطول ضلع و يقابل الزاوية القائمة

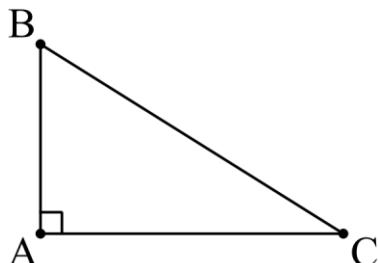
استنتاجات:

$$(\text{الصلع 2})^2 - (\text{الوتر})^2 = (\text{الصلع 1})^2$$

$$(\text{الصلع 1})^2 - (\text{الوتر})^2 = (\text{الصلع 2})^2$$

مثال: مثلث ABC مثلث قائم في A

نقول: بما أن ABC مثلث قائم في A فإنه حسب خاصية فيتاغورس لدينا:



$$(BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2$$

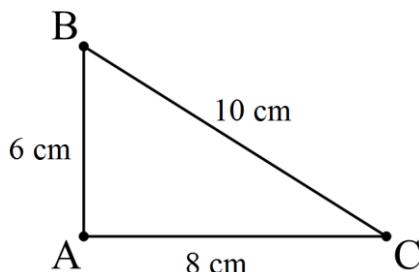
إذن نستنتج أن:

$$(AB)^2 = (BC)^2 - (AC)^2$$

$$(AC)^2 = (BC)^2 - (AB)^2 \quad \text{و}$$

❖ إثبات أن المثلث قائم: (الخاصية العكسية لفيتاغورس)

$$\textcircled{1} \text{ حسب مربع الوتر: } (BC)^2 = (10)^2 = 100$$



$$\textcircled{2} \text{ حسب مجموع مربع الطلعان الآخران: }$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = (6)^2 + (8)^2$$

$$(AB)^2 + (AC)^2 = 36 + 64$$

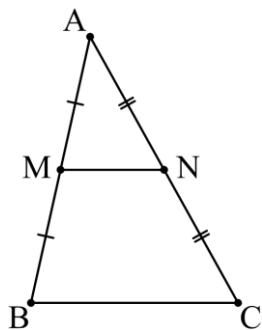
$$(AB)^2 + (AC)^2 = 100$$

$$\textcircled{3} \text{ ثم نقول: بما أن } (BC)^2 = (AB)^2 + (AC)^2 \text{ فإن المثلث ABC قائم في A حسب}$$

الخاصية العكسية لفيتاغورس

خاصية منتصف الצלعين

القطعة المستقيمة الواقعة بين منتصفي ضلعين في مثلث توازي الضلع الثالث وطولها يساوي نصفه



مثال: مثلث ABC مثلث كييفي

[AB] منتصف M •

[AC] منتصف N •

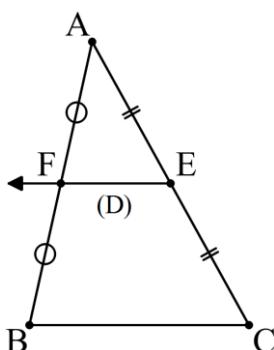
و منه حسب خاصية منتصف الصلعين فإن:

$$(MN) \parallel (BC) \quad ①$$

$$BC = 2MN \quad \text{أي} \quad MN = \frac{BC}{2} \quad ②$$

إثبات المنصف: (المبرهنة العكسية لمنصف الصلعين)

المستقيم المرسوم من منصف ضلع في مثلث موازياً أحد الصلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث



مثال: مثلث ABC مثلث كييفي

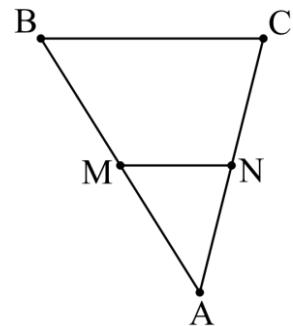
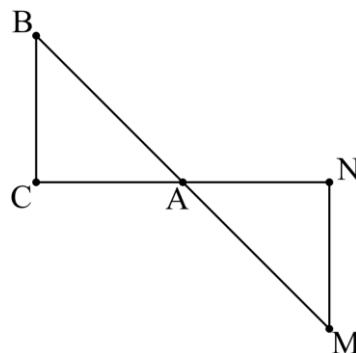
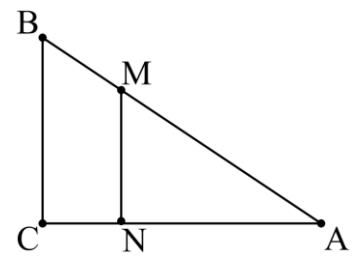
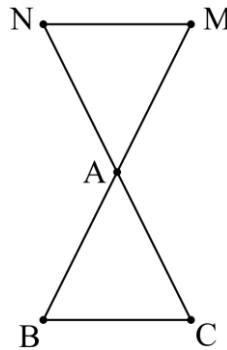
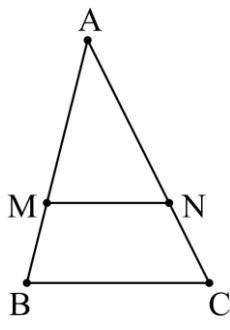
[AC] مننصف E •

(BC) يشتمل E و يوازي (D) •

و منه حسب المبرهنة العكسية لمنصف الصلعين فإن (D) ينصف [AB]

خاصية طالس

في كل من الأشكال التالية لدينا $(MN) \parallel (BC)$ مما يعني إمكانية تطبيق خاصية طالس:



مبرهنة طالس: (المباشرة)

بما أن $(MN) \parallel (BC)$ فحسب خاصية طالس لدينا:

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

إثبات التوازي: (المبرهنة العكسية لطالس)

حسب المعطيات نختار كسرين: مثلاً $\frac{MN}{BC}$ و $\frac{AM}{AB}$

① نقول لنقارن الكسرين $\frac{MN}{BC}$ و $\frac{AM}{AB}$

② نحسب الكسر $\frac{AM}{AB}$ كم يساوي

③ نحسب الكسر $\frac{MN}{BC}$ كم يساوي

④ نقول بما أن $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$ و النقط A, N, C و A, M, B و A, B, C بنفس الترتيب على استقامة

واحدة فإن: $(MN) \parallel (BC)$ حسب الخاصية العكسية لطالس

الحساب الحرفي

النشر:



• المتطابقات الشهيرة للنشر

- $(\mathbf{a} + \mathbf{b})^2 = (\mathbf{a})^2 + (\mathbf{b})^2 + 2(\mathbf{a})(\mathbf{b})$
- $(\mathbf{a} - \mathbf{b})^2 = (\mathbf{a})^2 + (\mathbf{b})^2 - 2(\mathbf{a})(\mathbf{b})$
- $(\mathbf{a} - \mathbf{b})(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (\mathbf{a})^2 - (\mathbf{b})^2$

• النشر عند وجود عامل مشترك

- $\mathbf{k}(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (\mathbf{k} \times \mathbf{a}) + (\mathbf{k} \times \mathbf{b})$
- $\mathbf{k}(\mathbf{a} - \mathbf{b}) = (\mathbf{k} \times \mathbf{a}) - (\mathbf{k} \times \mathbf{b})$
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) = \mathbf{a}(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + \mathbf{b}(\mathbf{c} + \mathbf{d})$
- $(\mathbf{a} - \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) = \mathbf{a}(\mathbf{c} + \mathbf{d}) - \mathbf{b}(\mathbf{c} + \mathbf{d})$
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} - \mathbf{d}) = \mathbf{a}(\mathbf{c} - \mathbf{d}) + \mathbf{b}(\mathbf{c} - \mathbf{d})$
- $(\mathbf{a} - \mathbf{b})(\mathbf{c} - \mathbf{d}) = \mathbf{a}(\mathbf{c} - \mathbf{d}) - \mathbf{b}(\mathbf{c} - \mathbf{d})$

التحليل:



• المتطابقات الشهيرة للتحليل

- $(\mathbf{a})^2 + (\mathbf{b})^2 + 2(\mathbf{a})(\mathbf{b}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})^2$
- $(\mathbf{a})^2 + (\mathbf{b})^2 - 2(\mathbf{a})(\mathbf{b}) = (\mathbf{a} - \mathbf{b})^2$
- $(\mathbf{a})^2 - (\mathbf{b})^2 = (\mathbf{a} - \mathbf{b})(\mathbf{a} + \mathbf{b})$

• التحليل باستعمال العامل المشترك

- $\mathbf{k}\mathbf{a} + \mathbf{k}\mathbf{b} = \mathbf{k}(\mathbf{a} + \mathbf{b})$
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{e} + \mathbf{f}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + (\mathbf{e} + \mathbf{f})]$
- $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) - (\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{e} + \mathbf{f}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[(\mathbf{c} + \mathbf{d}) - (\mathbf{e} + \mathbf{f})]$
- * $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[(\mathbf{c} + \mathbf{d}) + 1]$
- * $(\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{c} + \mathbf{d}) - (\mathbf{a} + \mathbf{b}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[(\mathbf{c} + \mathbf{d}) - 1]$
- * $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{e} + \mathbf{f}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[1 + (\mathbf{e} + \mathbf{f})]$
- * $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) - (\mathbf{a} + \mathbf{b})(\mathbf{e} + \mathbf{f}) = (\mathbf{a} + \mathbf{b})[1 - (\mathbf{e} + \mathbf{f})]$

النسب المثلثية في المثلث القائم

$$\sin x = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

;

$$\cos x = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\tan x = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

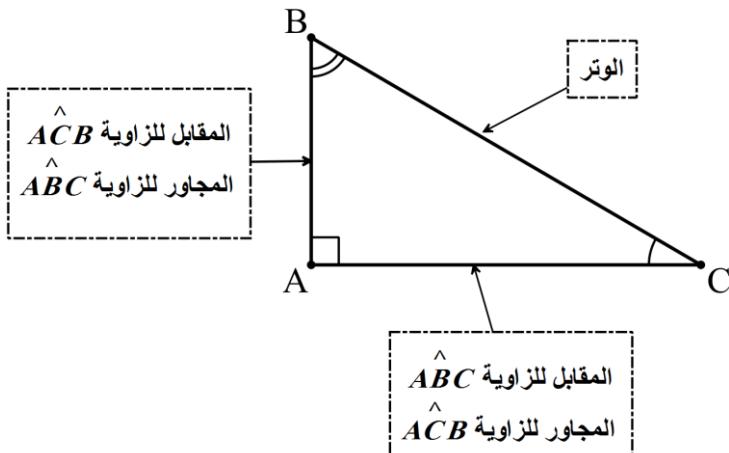
❖ حساب \tan , \cos , \sin زاوية حادة:

مثال:

$$AB = 3 \text{ cm}$$

$$AC = 4 \text{ cm}$$

$$BC = 5 \text{ cm}$$



$$\sin A\hat{C}B = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\cos A\hat{C}B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\tan A\hat{C}B = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\sin A\hat{B}C = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\cos A\hat{B}C = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\tan A\hat{B}C = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{3} = 1,33$$

❖ العلاقات بين النسب المثلثية:

$$\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

;

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

نتائج:

$$\cos x = \frac{\sin x}{\tan x}$$

;

$$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$$

$$\sin x = \tan x \times \cos x$$

;

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$$

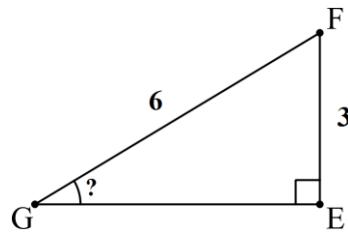
✓ ملاحظة 1: قيمة \sin وقيمة \cos دائمًا أصغر من 1 و أكبر من 0

✓ ملاحظة 2: قيم \tan , \cos , \sin دائمًا موجبة (في زوايا مثلث قائم)

\sin :	جب
\cos :	تجب
\tan :	ظل
x :	زاوية

حساب قيس زاوية باستعمال نسب مثلثية

مثال 1:



$$EF = 3 \text{ cm}$$

$$FG = 6 \text{ cm}$$

$$\sin E\hat{G}F = ?$$

الحل:

* لحساب قيس الزاوية $E\hat{G}F$ لدينا فقط طول الضلع المقابل لها EF و الوتر FG ومنه نستعمل

$$\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{EF}{FG} = \frac{3}{6} = 0,5$$

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بلمسة **DR**

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين: **0 . 5 2ndf sin**

تظهر النتيجة: **3** و منه قيس الزاوية $E\hat{G}F = 30^\circ$

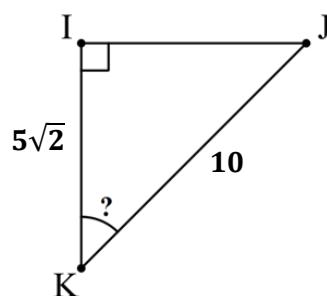
* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على **1** ثم على الرقم **MOD**

(2) نضغط من اليسار إلى اليمين: **SHIF sin 0 . 5 =**

تظهر النتيجة: **3** و منه قيس الزاوية $E\hat{G}F = 30^\circ$

مثال 2:



$$IK = 5\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$JK = 10 \text{ cm}$$

$$\cos I\hat{K}J = ?$$

الحل:

* لحساب قيس الزاوية $I\hat{K}J$ لدينا فقط طول الضلع المجاور لها IK و الوتر JK ومنه نستعمل

$$\cos I\hat{K}J = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos I\hat{K}J = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{IK}{JK} = \frac{5\sqrt{2}}{10} \approx 0,71$$

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بلمسة DR

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين: 0 . 7 1 2ndf co

$I\hat{K}J \approx 45^\circ$ و منه قيس الزاوية 44,76 تظهر النتيجة:

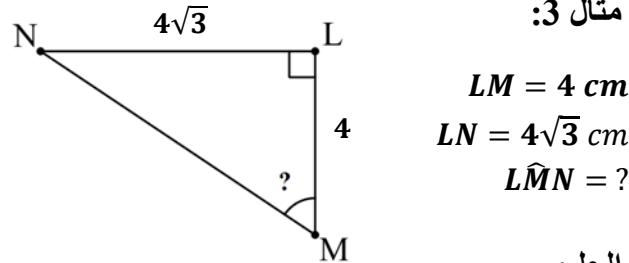
* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على 1 ثم على الرقم MOD

(2) نضغط من اليسار إلى اليمين: SHIFT cos 0 . 7 1 =

$I\hat{K}J \approx 45^\circ$ و منه قيس الزاوية 44,76 تظهر النتيجة:

مثال 3:



الحل:

* لحساب قيس الزاوية $L\hat{M}N$ لدينا فقط طول الضلع المقابل لها LN و المجاور لها LM ومنه نستعمل

$$\tan L\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan L\hat{M}N = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{LN}{LM} = \frac{4\sqrt{3}}{4} \approx 1,73$$

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بلمسة DR

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين: 1 . 7 3 2ndf tan

$L\hat{M}N \approx 60^\circ$ و منه قيس الزاوية 59,97 تظهر النتيجة:

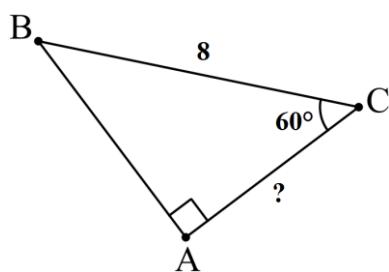
* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بالضغط مرتين على 1 ثم على الرقم MOD

(2) نضغط من اليسار إلى اليمين: SHIFT tan 1 . 7 3 =

$L\hat{M}N \approx 60^\circ$ و منه قيس الزاوية 59,97 تظهر النتيجة:

حساب طول باستعمال نسب مثلثية



مثال 1:

$$A\hat{C}B = 60^\circ$$

$$BC = 8 \text{ cm}$$

$$AC = ?$$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $A\hat{C}B = 60^\circ$ و طول الوتر $BC = 8 \text{ cm}$ و نبحث عن المجاور AC إذن نستعمل $\cos A\hat{C}B$

$$\cos A\hat{C}B = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos A\hat{C}B = \frac{AC}{BC}$$

نعرض:

$$\cos 60^\circ = \frac{AC}{8}$$

نحسب $\cos 60^\circ$ بالالة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعرض:

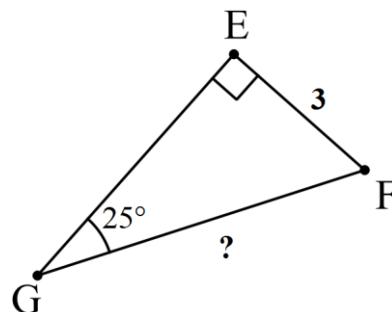
$$0,5 = \frac{AC}{8}$$

ثم نرتّب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

0,5	AC
1	8

$$AC = \frac{0,5 \times 8}{1}$$

$$AC = 4 \text{ cm}$$



مثال 2:

$$E\hat{G}F = 25^\circ$$

$$EF = 3 \text{ cm}$$

$$GF = ?$$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $E\hat{G}F = 25^\circ$ و طول الضلع المقابل لها $EF = 3 \text{ cm}$ و نبحث عن الوتر GF إذن نستعمل

$$\sin E\hat{G}F = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \text{ لأن } \sin E\hat{G}F$$

$$\sin E\hat{G}F = \frac{EF}{GF}$$

نعرض:

$$\sin 25^\circ = \frac{3}{GF}$$

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الصغير (أحادية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بلمسة

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين:

0,422618261 تظهر النتيجة:

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بالضغط مررتين على

(2) نضغط من اليسار إلى اليمين:

0,422618261 تظهر النتيجة:

نحسب $\sin 25^\circ$ بالألة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعرض:

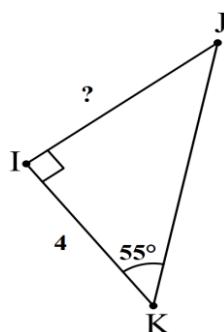
$$0,42 = \frac{3}{GF}$$

ثم نرتب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

0,42	3
1	GF

$$\text{و منه } GF = \frac{3 \times 1}{0,42}$$

$$GF \approx 7 \text{ cm}$$



مثال : 3

$$I\hat{K}J = 60^\circ$$

$$IK = 4 \text{ cm}$$

$$IJ = ?$$

الحل:

* من المعطيات لدينا قيس الزاوية $I\hat{K}J$ و طول الضلع المجاور لها IK و نبحث عن المقابل IJ إذن نستعمل

$$\tan I\hat{K}J = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} \text{ لأن } \tan I\hat{K}J$$

$$\tan I\hat{K}J = \frac{IJ}{IK}$$

نعرض:

$$\tan 55^\circ = \frac{IJ}{4}$$

نحسب $\tan 55^\circ$ بالألة الحاسبة كما في الوثيقة ثم نعرض:

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بلمسة

(2) نكتب من اليسار إلى اليمين:

1,43 ≈ 1,428148007 تظهر النتيجة:

* باستخدام الآلة الحاسبة ذات الحجم الكبير (ثنائية الشاشة):

(1) نضبط الآلة الحاسبة على DEG بالضغط مررتين على

(2) نضغط من اليسار إلى اليمين:

1,43 ≈ 1,428148007 تظهر النتيجة:

ثم نرتب هذه النتيجة في جدول الرابع المتناسب:

1,43	IJ
1	4

$$\text{و منه } IJ = \frac{1,43 \times 4}{1}$$

$$IJ \approx 6 \text{ cm}$$

الأشعة والانسحاب

الشعاعان المتعاكسان:

- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- متعاكسان في الاتجاه

الشعاعان المتساويان:

- لهما نفس الطول
- لهما نفس المنحى (متوازيان)
- لهما نفس الاتجاه

$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$ هو معاكس الشعاع \overrightarrow{AB} ونكتب

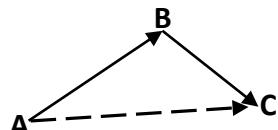
$(\vec{0})$ (مجموع شعاعان متعاكسان =)

معناه \overrightarrow{AB} و \overrightarrow{CD} لهما نفس الاحداثيات

مجموع شعاعين:

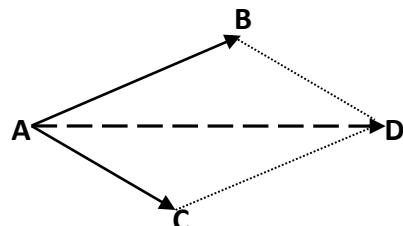
(1) نهاية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني: (علاقة شال)

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$$



(2) بداية الشعاع الأول هي بداية الشعاع الثاني:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$



الدالة الخطية و الدالة التاليفية

الخاصية	العبارة العامة	
تمر من المبدأ	$f(x) = ax$	الدالة الخطية
لا تمر من المبدأ (تمر من b على محور التراتيب)	$f(x) = ax + b$	الدالة التاليفية
توازي محور الفواصل	$f(x) = b$	الدالة الثابتة

حساب معامل التناسب: a :

• دالة خطية: $a = \frac{f(x)}{x}$

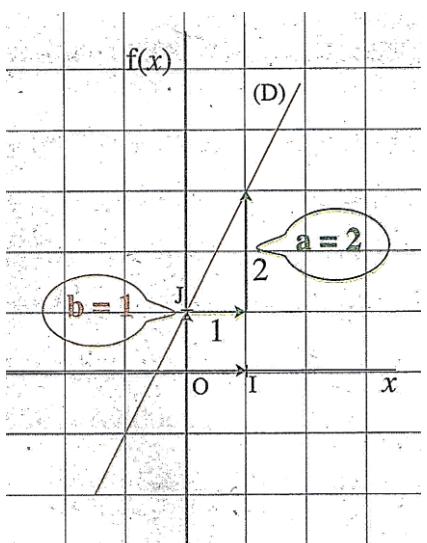
$x_2 \neq x_1$ مع ، $a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ دالة تاليفية:

احداثي نقطة M من دالة:

$$f(x) = y \quad \text{أو} \quad \begin{matrix} \downarrow & \\ \text{فاصلة} & = \text{سابقة} \\ \uparrow & \\ \text{صورة} & = \text{تراتيب} \end{matrix}$$

$$M(x ; y) \quad \text{أو} \quad \begin{matrix} \downarrow & \\ \text{فاصلة} & = \text{سابقة} \\ \downarrow & \\ \text{تراتيب} & = \text{صورة} \\ \uparrow & \\ M(x ; f(x)) \end{matrix}$$

ايجاد العبارة الجبرية لدالة بيانيا:



(الشكل 1)

الممثل البياني للدالة $f(x)$ هو المستقيم (D)
معادلته هي: $y = 2x + 1$

مثال: (الشكل 1)
• لا تمر من المبدأ إذن دالة تاليفية
و منه: $f(x) = ax + b$

• الترتيب إلى المبدأ هو المعامل b
 $b = 1$ إذن

نقدم بوحدة إلى اليمين انطلاقا من b ثم
نصل أو نهبط لنصل إلى المسقى (D)

- اذا نصل a موجب
- اذا نهبط a سالب

إذن $a = 2$

و منه: $f(x) = 2x + 1$

* يسمى a أيضا معامل التوجيه

المعلم

$$A(x_A; y_A), B(x_B; y_B)$$

حساب إحداثي الشعاع: \overrightarrow{AB}

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A)$$

حساب إحداثي M منتصف القطعة: $[AB]$

$$M\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

حساب الطول AB : (المسافة بين نقطتين A و B)

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

العلاقة بين شعاعين:

$$\overrightarrow{AB}(x; y), \overrightarrow{CD}(x'; y')$$

• تساوي شعاعين:

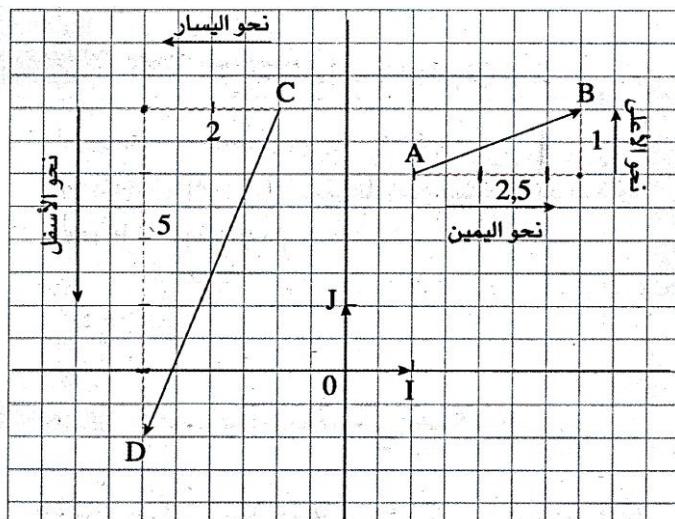
$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Rightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

• مجموع شعاعين:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = (x + x'; y + y')$$

إحداثي شعاع بيانياً:

مثال: (الشكل 2)



(الشكل 2)

- . الإحداثية الأولى لـ \overrightarrow{AB} هو +2,5
- . الإحداثية الثانية لـ \overrightarrow{AB} هو 1.
- . ونكتب $\overrightarrow{AB}(2,5; 1)$
- . الإحداثية الأولى لـ \overrightarrow{CD} هو -2
- . الإحداثية الثانية لـ \overrightarrow{CD} هو -5
- . ونكتب $\overrightarrow{CD}(-2; -5)$

y: الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول... الجديد
 x: الثمن أو الوزن أو الحجم أو الطول... القديم
 $f(x)$: عبارة الدالة
 a: معامل الزيادة أو معامل التخفيض
 p: نسبة الزيادة أو نسبة التخفيض

الزيادة

$$y = \left(1 + \frac{p}{100}\right)x \quad \bullet \quad \text{بعد الزيادة:}$$

$$x = \frac{y}{\left(1 + \frac{p}{100}\right)} \quad \bullet \quad \text{قبل الزيادة:}$$

• معامل الزيادة (a):

$$a = \frac{y}{x} = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}} \quad \text{أو} \quad a = \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

• الدالة المعتبرة عن الزيادة:

$$f(x) = ax \quad \text{أو} \quad f(x) = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}} x$$

• نسبة الزيادة (p):

$$p = (a - 1) \times 100$$

• قيمة الزيادة (مقدار الاضافة):
y: مقدار الزيادة

$$y = \frac{p}{100}x$$

• الدالة المعتبرة عن مقدار الزيادة:

$$f(x) = \frac{p}{100}x$$

التخفيض

$$y = \left(1 - \frac{p}{100}\right)x \quad \bullet \quad \text{بعد التخفيض:}$$

$$x = \frac{y}{\left(1 - \frac{p}{100}\right)} \quad \bullet \quad \text{قبل التخفيض:}$$

• معامل التخفيض (a):

$$a = \frac{y}{x} = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}} \quad \text{أو} \quad a = \left(1 - \frac{p}{100}\right)$$

• الدالة المعتبرة عن التخفيض:

$$f(x) = ax \quad \text{أو} \quad f(x) = \frac{\text{السعر الجديد}}{\text{السعر القديم}} x$$

• نسبة التخفيض (p):

$$p = (1 - a) \times 100$$

• قيمة التخفيض (مقدار الأخذ):
y: مقدار التخفيض

$$y = \frac{p}{100}x$$

• الدالة المعتبرة عن مقدار التخفيض:

$$f(x) = \frac{P}{100}x$$

المقادير المركبة

$$m_v = \frac{m}{v} \quad \text{أي} \quad \frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}} = \frac{\text{الكتلة الحجمية}}{\text{الحجم}}$$

ملاحظة 1: ✓

يجب أن تكون إما:

- وحدة الكتلة بـ $\frac{g}{cm^3}$ لتصبح وحدة الكتلة الحجمية بـ g/cm^3
- ووحدة الحجم بـ m^3
- أو وحدة الكتلة بـ $\frac{Kg}{m^3}$ لتصبح وحدة الكتلة الحجمية بـ Kg/m^3
- ووحدة الحجم بـ m^3

$$V = \frac{d}{t} \quad \text{أي} \quad \frac{\text{المسافة}}{\text{الزمن}} = \frac{\text{السرعة المتوسطة}}{\text{الزمن}}$$

ملاحظة 2: ✓

يجب أن تكون إما:

- ووحدة المسافة بـ $\frac{m}{s}$ لتصبح وحدة السرعة المتوسطة بـ m/s
- ووحدة الزمن بـ s
- أو وحدة المسافة بـ $\frac{Km}{h}$ لتصبح وحدة السرعة المتوسطة بـ Km/h
- ووحدة الزمن بـ h

$$E = p \times t \quad \text{أي} \quad \text{الطاقة الكهربائية} = \text{الاستطاعة الكهربائية} \times \text{الزمن}$$

ملاحظة 3: ✓

يجب أن تكون إما:

- وحدة الاستطاعة الكهربائية بـ $\frac{w}{h}$ لتصبح وحدة الطاقة الكهربائية بـ wh
- ووحدة الزمن بـ h
- أو وحدة الاستطاعة الكهربائية بـ $\frac{Kw}{h}$ لتصبح وحدة الطاقة الكهربائية بـ Kwh
- ووحدة الزمن بـ h

$1Kg = 1000 g$	$1m = 60 s$
$1Km = 1000 m$	$1h = 60 m$
$1Kwh = 1000 wh$	$1h = 3600 s$
$1m^3 = 1000 l$	
$1l = 1Kg = 1000 g$	

$1m = 60 s$
$1h = 60 m$
$1h = 3600 s$

الإحصاء (1)

قيم:



- التكرار (عدد التلاميذ، الأشخاص...)
- التكرار النسبي (التوافر) = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- التكرار المجمع الصاعد = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليسار)
- التكرار المجمع الصاعد (التكرار النسبي المجمع الصاعد) = $\frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- التكرار المجمع النازل = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليمين)
- التكرار المجمع النازل (التكرار النسبي المجمع النازل) = $\frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- الوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد القيم}}$
- الوسط الحسابي المتوازن = $\frac{\text{مجموع جداءات القيم بتنكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- المدى = أكبر قيمة - أصغر قيمة
- المنوال هي القيمة الموافقة لأكبر تكرار
- الوسيط :

✓ إذا كان المجموع فردياً: (ترتيب السلسلة ترتيباً تصاعدياً مع تكرار القيم)

$$\text{رتبة الوسيط} = \frac{+1}{2}$$

✓ إذا كان المجموع زوجياً: (ترتيب السلسلة ترتيباً تصاعدياً مع تكرار القيم)

$$\text{رتبة الوسيطين} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

$$\text{الوسيط} = \text{مركز الوسيطين} = \frac{\text{الوسيط} + 1 + \text{الوسيط}}{2}$$

- الوسط الحسابي: نرمز له بالرمز M أو \bar{X}
- الوسط الحسابي المتوازن: نرمز له بالرمز M أو \bar{X}
- المنوال: نرمز له بالرمز Mod
- الوسيط: نرمز له بالرمز Med

الإحصاء (2)

فئات:



- مراكز الفئات
- التكرار (عدد التلاميذ، الأشخاص...)
- التكرار النسبي (التواتر) = $\frac{\text{التكرار}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- التكرار المجمع الصاعد = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليسار)
- التواتر المجمع الصاعد (التكرار النسبي المجمع الصاعد) = $\frac{\text{التكرار المجمع الصاعد}}{\text{مجموع التكرارات}}$
- التكرار المجمع النازل = تكرار القيمة + تكرار القيم التي قبلها (نبدأ من اليمين)
- التواتر المجمع النازل (التكرار النسبي المجمع النازل) = $\frac{\text{التكرار المجمع النازل}}{\text{مجموع التكرارات}}$

في الجدول

$$\bullet \text{ الوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع مراكز الفئات}}{\text{عدد الفئات}}$$

$$\bullet \text{ الوسط الحسابي المتوازن} = \frac{\text{مجموع جداءات مراكز الفئات بتكراراتها}}{\text{مجموع التكرارات}}$$

• الفئة المنوالية هي الفئة الموافقة لأكبر تكرار

• الفئة الوسيطية:

✓ إذا كان المجموع فردياً:

$$\bullet \text{ رتبة الوسيط} = \frac{1 + \text{مجموع التكرارات}}{2}$$

✓ إذا كان المجموع زوجياً:

$$\bullet \text{ رتبة الوسيط} = \frac{\text{مجموع التكرارات}}{2}$$

- الفئة الوسيطية هي الفئة الأولى التي تكرارها المجمع الصاعد أكبر أو يساوي رتبة الوسيط

الإحصاء مراجعة شاملة

مثال توضيحي 1: (الإحصاء قيم)

لدينا نقاط مادة الرياضيات لطلاب السنة الرابعة متوسط موزعة كالتالي:

15, 12, 18, 18, 10, 13, 12, 18, 10, 13, 12, 13, 15, 18, 18, 18, 15, 12, 15

(1) ما هو عدد التلاميذ؟

(2) ضع في جدول العلامات ثم أحسب:

(a) التكرار

(b) التواتر (التكرار النسبي)

(c) التكرار المجمع الصاعد

(d) التواتر المجمع الصاعد

(e) التكرار المجمع النازل

(f) التواتر المجمع النازل

(3) أحسب الوسط الحسابي

(4) أحسب الوسط الحسابي المتوازن

(5) أحسب المدى

(6) ما هو منوال هذه السلسلة؟

(7) أحسب وسيط هذه السلسلة

مثال توضيحي 2: (الإحصاء فنات)

لدي مريم مجموعة من الكتب صفحاتها كالتالي:

,463 ,499 ,425 ,233 ,444 ,147 ,406 ,220 ,171 ,350 ,480 ,214 ,190 ,300 ,269 ,203 ,152
338 ,176 ,400 ,287 ,101 ,155 ,184 ,110

أرادت ترتيبها في رفوف حسب عدد الصفحات

(1) ما هو عدد الكتب؟

(2) أنقل ثم أتم الجدول

(3) أحسب الوسط الحسابي

(4) أحسب الوسط الحسابي المتوازن

(5) ما هي الفئة المنوالية؟

(6) ما هي الفئة الوسيطية؟

عدد الصفحات	$100 \leq x < 200$	$200 \leq x < 300$	$300 \leq x < 400$	$400 \leq x < 500$	المجموع
مراكز الفنات					XXXX
التكرار (عدد الكتب)					
التكرار النسبي (التوتر)					
التكرار المجمع الصاعد					
التوتر المجمع الصاعد					
التكرار المجمع النازل					
التوتر المجمع النازل					

حل المثال التوضيحي 1:

$$\text{عدد التلاميذ} = 20 \quad (1)$$

(2)

• التكرار والتكرار النسبي (التواتر)

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
النكرار	2	5	3	4	6	20
النكرار النسبي (التوافر)	$\frac{2}{20} = 0,1$	$\frac{5}{20} = 0,25$	$\frac{3}{20} = 0,15$	$\frac{4}{20} = 0,2$	$\frac{6}{20} = 0,3$	1

• التكرار المجمع الصاعد و التواتر المجمع الصاعد

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
التكرار	2	5	3	4	6	20
التكرار المجمع الصاعد	2	+ 7	10	14	20	
التوافر المجمع الصاعد	$\frac{2}{20} = 0,1$	$\frac{7}{20} = 0,35$	$\frac{10}{20} = 0,5$	$\frac{14}{20} = 0,7$	$\frac{20}{20} = 1$	

• التكرار المجمع النازل و التواتر المجمع النازل

العلامات	10	12	13	15	18	المجموع
النكرار	2	5	3	4	6	20
النكرار المجمع النازل	20	18	13	10=	+ 6	
التوافر المجمع النازل	$\frac{20}{20} = 1$	$\frac{18}{20} = 0,9$	$\frac{13}{20} = 0,65$	$\frac{10}{20} = 0,5$	$\frac{6}{20} = 0,3$	

$$13,6 = \frac{68}{5} = \frac{10+12+13+15+18}{5} = \text{الوسط الحسابي } (3)$$

$$14,35 = \frac{287}{20} = \frac{(10 \times 2) + (12 \times 5) + (13 \times 3) + (15 \times 4) + (18 \times 6)}{20} \quad (4)$$

$$18 - 10 = 8 = \text{المدى} \quad (5)$$

6) منوال هذه السلسلة هو 18 لأنها القيمة الموافقة لأكبر تكرار

الوسيط: (7)

المجموع الزوجي \Leftarrow وسيطين نأخذ مركزهما ✓

$$10 = \frac{20}{2} = \text{رتبة الوسيطين} \quad \checkmark$$

نرتّب السلسلة ترتيباً تصاعدياً ✓

$$\underbrace{10, 10, 12, 12, 12, 12, 12, 13, 13, \textcolor{red}{13}}_{\text{قیم} 10}, \underbrace{15, 15, 15, 15, 15, 18, 18, 18, 18, 18}_{\text{قیم} 10}$$

$$14 = \frac{13+15}{2} = \text{الوسيط} \quad \checkmark$$

حل المثال التوضيحي 2:

(1) عدد الكتب = 25

(2) إتمام الجدول:

عدد الصفحات	$100 \leq x <$	$200 \leq x <$	$300 \leq x <$	$400 \leq x <$	المجموع
مراكز الفنات	$\frac{100+200}{2} = 150$	$\frac{200+300}{2} = 250$	$\frac{300+400}{2} = 350$	$\frac{400+500}{2} = 450$	250
التكرار (عدد الكتب)	9	6	3	7	25
التكرار النسبي (التوافر)	$\frac{9}{25} = 0,36$	$\frac{6}{25} = 0,24$	$\frac{3}{25} = 0,12$	$\frac{7}{25} = 0,28$	1
التكرار المجمع الصاعد	9	15	18	25	
التوافر المجمع الصاعد	$\frac{9}{25} = 0,36$	$\frac{15}{25} = 0,6$	$\frac{18}{25} = 0,72$	$\frac{25}{25} = 1$	
النكرار المجمع النازل	25	16	10	7	
التوافر المجمع النازل	$\frac{25}{25} = 1$	$\frac{16}{25} = 0,64$	$\frac{10}{25} = 0,4$	$\frac{7}{25} = 0,28$	

$$(3) \text{ الوسط الحسابي} = \frac{1200}{4} = \frac{150+250+350+450}{4}$$

$$(4) \text{ الوسط الحسابي المتوازن} = \frac{7050}{25} = \frac{(150 \times 9) + (250 \times 6) + (350 \times 3) + (450 \times 7)}{9+6+3+7}$$

(5) الفنة المنوالية هي الفنة $200 < x \leq 100$ لأنها الفنة الموافقة لأكبر تكرار

(6) الفنة الوسيطية:

$$13 = \frac{26}{2} = \frac{25+1}{2} \quad \checkmark \text{ المجموع فردي} \Leftrightarrow \text{رتبة الوسيط} = 13$$

✓ في التكرار المجمع الصاعد رتبة الكتاب 13 تقع في الفنة $200 \leq x < 300$

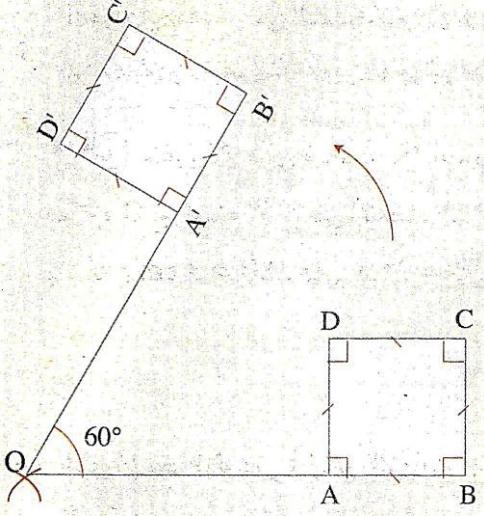
• و منه الفنة الوسيطية هي: $200 \leq x < 300$

الدوران

الدوران هو طريقة تمكنا من تدوير نقطة أو قطعة مستقيمة أو شكل هندسي بزاوية ما وفق مركز معين و اتجاه محدد

❖ يمكن إنشاء صورة أي شكل بالدوران إذا توفرت 4 معطيات:

- ① الشكل
- ② مركز الدوران
- ③ زاوية الدوران
- ④ إتجاه الدوران

❖ الاتجاه الموجب (+) عكس حركة عقارب الساعة 

❖ إتجاه الدوران نوعان

❖ الاتجاه السالب (-) نفس حركة عقارب الساعة

✓ ملاحظة: إذا لم يعطى الإتجاه نأخذ الاتجاه الموجب (+)

❖ خواص الدوران:

- (1) يحافظ على المسافات
- (2) يحافظ على أقياس الزوايا
- (3) يحافظ على استقامة النقاط
- (4) يحافظ على طبيعة الأشكال

❖ تحويل أي شكل هندسي بالدوران هو شكل هندسي يقابسه

أمثلة:

- صورة قطعة مستقيمة بالدوران هي قطعة مستقيمة تقابيسها
- صورة زاوية بالدوران هي زاوية تقابيسها
- صورة مثلث بالدوران هو مثلث يقابسه
- صورة دائرة بالدوران هي دائرة تقابيسها
- صورة مربع بالدوران هو مربع يقابسه

الزاوية المركزية والزاوية المحيطية في دائرة

مفاهيم أساسية:

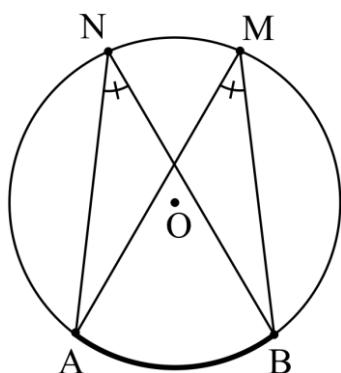
- * **القطر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ويشمل المركز
- * **الوتر في دائرة:** هو ضلع يقطع الدائرة في نقطتين ولا يشمل المركز
- * **القوس في دائرة:** هو جزء من محيط دائرة يحصره وتر أو قطر

تعريف:

- **الزاوية المحيطية:** هي زاوية رأسها نقطة من دائرة وضلعها إما وتران لهذه الدائرة أو وتر وقطر
- **الزاوية المركزية:** هي زاوية رأسها مركز الدائرة وضلعها نصف قطر للدائرة

القاعدة 1:

❖ **الزاويتان المحيطيتان اللتان تحصران نفس القوس متقيايسن**

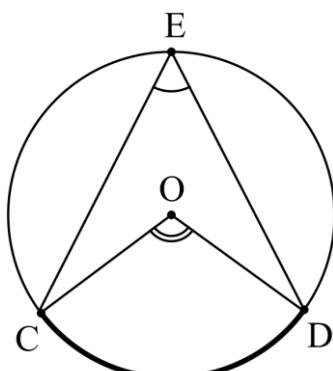


مثال 1:
الزاويتان المحيطيتان $A\hat{N}B$ و $A\hat{M}B$ متقيايسن لأنهما تحصران نفس القوس \widehat{AB}

القاعدة 2:

إذا كانت زاوية مركزية و زاوية محيطية تحصران نفس القوس فإن:

- ❖ **الزاوية المركزية = ضعف الزاوية المحيطية**
- ❖ **الزاوية المحيطية = نصف الزاوية المركزية**



مثال 2:
الزاوية المركزية $C\hat{O}D$ و الزاوية المحيطية $C\hat{E}D$ تحصران نفس القوس \widehat{CD} إذن:

$$C\hat{E}D = \frac{1}{2} C\hat{O}D \quad \text{و} \quad C\hat{O}D = 2 C\hat{E}D$$

المحيط والمساحة

الشكل	المحيط P	المساحة S
المربع	مجموع الأضلاع أو $\text{الضل} \times 4$	$\frac{\text{الضل} \times \text{الضل}}{2}$ أو جداء القطرتين
المستطيل	مجموع الأضلاع أو $(\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2$	الطول \times العرض
المثلث	مجموع أضلاعه	$\frac{\text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}}{2}$
شبه منحرف	مجموع أضلاعه	$\frac{(\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$
متوازي الأضلاع	مجموع الأضلاع أو $(\text{مجموع ضلعين متتاليين}) \times 2$	القاعدة \times الارتفاع
المعين	مجموع الأضلاع أو $\text{الضل} \times 4$	$\frac{\text{جداء القطررين}}{2}$ أو القاعدة \times الارتفاع
الدائرة	$\pi = 3,14$ $\pi \times R^2$	نصف القطر: R $\pi \times R \times 2$ أو: $\pi \times D$
	نصف القطر: R $\pi = 3,14$ R	نصف القطر: D $\pi \times D$

S_B : مساحة القاعدة
 P: المحيط
 P_B : محيط القاعدة
 V: الحجم
 B: القاعدة الكبرى
 b: القاعدة الكبرى

a: الضل
 l: العرض
 L: الطول
 h: الارتفاع
 D: القطر
 R: نصف القطر
 S أو A: المساحة

الحجم، المساحة الجانبية والمساحة الكلية

الشكل	نصف القطر : R	V = $\frac{4}{3} \times \pi \times R^3$	الكرة (الجلة)
الموشور القائم	$\pi = 3, 14$		
الأسطوانة الدورانية	$S = \pi R(R + M)$	$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ أو $V = S_B \times h$	
الهرم	$S = \pi \times R \times M$	$V = \frac{S_B \times h}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع أو $V = \frac{3}{4} \times \pi \times R^2 \times h$ نصف محيط القاعدة × الارتفاع	
المخروط	$S = 4 \times \pi \times R^2$	$V = \frac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ مساحة القاعدة × الارتفاع أو $V = \frac{S_B \times h}{3}$ نصف محيط القاعدة × الارتفاع	
الموشور القائم	$S = 2\pi R(h + R)$	$V = S_B \times h$ مساحة القاعدة × الارتفاع أو $V = \frac{3}{4} \times \pi \times R^2 \times h$ نصف محيط القاعدة × الارتفاع	
متوازي المستطيلات	$S = 2[(L + l) \times h + L \times l]$	$V = L \times l \times h$ الطول × العرض × الارتفاع $V = S_B \times h$ مساحة القاعدة × الارتفاع أو $V = P_B \times h$ محيط القاعدة × الارتفاع	
الكعب	$S = 6a^2$	$V = a \times a \times a = a^3$ (الصلع) = الصلع × الصلع × الصلع أو $V = S_B \times h$ مساحة القاعدة × الارتفاع	

خواص الأشكال الهندسية

الشكل	خواصه
المربع	<ul style="list-style-type: none"> • متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل أضلاعه متساوية • له أربع زوايا قائمة • قطران متساويان • قطران متعامدان • قطران متقاضيان • كل قطر ينصف الزوايتين المتعلق بهما
المستطيل	<ul style="list-style-type: none"> • متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل ضلعان متقابلان متساويان • له أربع زوايا قائمة • قطران متساويان • قطران متقاضيان
المعين	<ul style="list-style-type: none"> • متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل أضلاعه متساوية • كل زوايتين متقابلتين متساويتين • قطران متعامدان • قطران متقاضيان • كل قطر ينصف الزوايتين المتعلق بهما
متوازي الأضلاع	<ul style="list-style-type: none"> • متوازي الأضلاع (كل ضلعان متقابلان متوازيان) • كل ضلعان متقابلان متساويان • كل زوايتين متقابلتين متساويتين • قطران متقاضيان

متوالي الأضلاع

الشكل	خواصه
شبه منحرف	<ul style="list-style-type: none"> • القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان غير متوازيان و غير متساويان • مجموع زواياه = 360° • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180^\circ$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$
شبه منحرف القائم	<ul style="list-style-type: none"> • القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان غير متوازيان و غير متساويان • له زوايتان قائمتان • مجموع زواياه = 360° • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180^\circ$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$
شبه منحرف متساوي الساقين	<ul style="list-style-type: none"> • القاعدتين متوازيتين غير متساويتين • الساقان متساويان غير متوازيان • قطران متساويان • زاويتي القاعدة الكبرى متساويتين • زاويتي القاعدة الصغرى متساويتين • مجموع زواياه = 360° • $C\hat{D}A + D\hat{A}B = 180^\circ$ • $A\hat{B}C + B\hat{C}D = 180^\circ$

شبه منحرف

الشكل	خواصه
المثلث الكيفي	<ul style="list-style-type: none"> • مجموع زواياه الداخلية = 180° • مجموع زواياه الخارجية = 360°
المثلث القائم	<ul style="list-style-type: none"> • مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متعامدان • لديه زاوية قائمة = 90° • مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان (الوتر هو أكبير ضلع و يقابل الزاوية القائمة)
المثلث متساوي الساقين	<ul style="list-style-type: none"> • مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متقابسان • زاويتا القاعدة متقابستان • الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو منصف زاوية الرأس • يقطع القاعدة في المنتصف
المثلث القائم و متساوي الساقين	<ul style="list-style-type: none"> • مجموع زواياه = 180° • له ضلعان متعامدان و متقابسان • لديه زاوية قائمة = 90° • زاويتا القاعدة متقابستان = 45° • مربع الوتر = مجموع مربع الضلعان القائمان • الارتفاع المتعلق بالوتر هو منصف الزاوية القائمة • يقطع الوتر في المنتصف
المثلث متقايس الأضلاع	<ul style="list-style-type: none"> • مجموع زواياه = 180° • كل أضلاعه متقابسة • كل زواياه متقابسة = 60° • كل ارتفاعات تنصف الزاوية المنطلقة منها و تقطع الضلع المقابل لها في المنتصف

الشكل	خواصه
الدائرة	<ul style="list-style-type: none"> • الدائرة تشكل زاوية قدرها 360° • إذا كان AB قطر للدائرة و M نقطة من محيط الدائرة فإن $\triangle ABM$ مثلث قائم في M (مهما كان موضع M) • جميع أقطارها متساوية • جميع أنصاف أقطارها متساوية

المستقيمات الخاصة في مثلث

خواصه	المستقيم
<ul style="list-style-type: none"> • الارتفاع في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث ويعامد الضلع المقابل. 	<p>الارتفاع</p>
<ul style="list-style-type: none"> • المتوسط في مثلث هو المستقيم الذي يشمل أحد رؤوس المثلث و منتصف الضلع المقابل. • نقطة تقاطع متوسطات مثلث هي مركز ثقل المثلث • $MA = 2MA' \quad MB = 2MB' \quad MC = 2MC'$ 	<p>المتوسط</p>
<ul style="list-style-type: none"> • المحور في مثلث هو المستقيم الذي يعامد أحد أضلاعه في المنتصف و ليس شرط أن يشمل الرأس المقابل • نقطة تقاطع محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث (التي تشمل رؤوسه) • $OA = OB = OC$ 	<p>المحور</p>
<ul style="list-style-type: none"> • المنصف في مثلث هو منصف إحدى زواياه • نقطة تقاطع منصفات مثلث هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث (التي تمس أضلاعه) 	<p>المنصف</p>