الرابعة متوسط

$e = mc^2$

الرياضيات

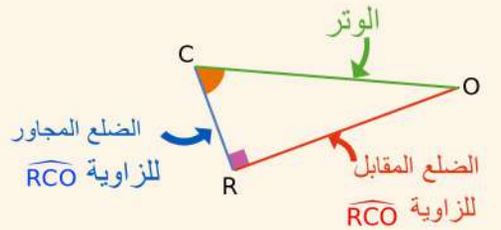
دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات

تمرين محلول

المثلث COR هو مثلث قائم في R. اكتب الصيغ التي تعطي .
جيب التمام ،الجيب و ظل الزاوية $\widehat{RCO}$

الحل



المثلث COR هو قائم في R لذلك

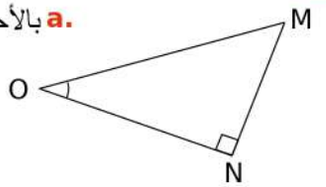
$$\cos(\widehat{RCO}) = \frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{RCO}}{\text{طول الوتر}} = \frac{CR}{CO}$$

$$\sin(\widehat{RCO}) = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{RCO}}{\text{طول الوتر}} = \frac{RO}{CO}$$

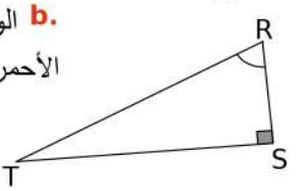
$$\tan(\widehat{RCO}) = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{RCO}}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{RCO}} = \frac{RO}{RC}$$

1 أعد تلوين الأضلاع المطلوبة.

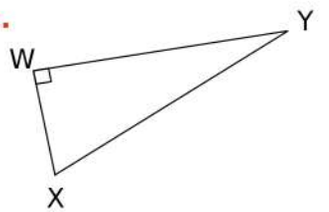
a. بالأحمر الضلع المقابل للزاوية $\widehat{MON}$



b. الوتر باللون الأخضر وباللون الأحمر للضلع المقابل للزاوية $\widehat{SRT}$

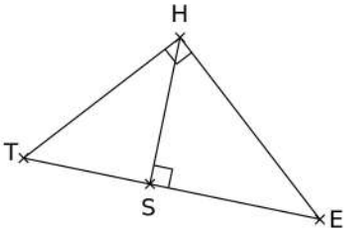


c. الوتر باللون الأخضر وباللون الأزرق للضلع المجاور للزاوية $\widehat{WXY}$



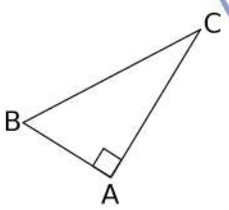
d. الضلع المجاور للزاوية $\widehat{HES}$ باللون الأزرق في المثلث THE.

الضلع المقابل للزاوية $\widehat{THS}$ بالأحمر في المثلث SHT.



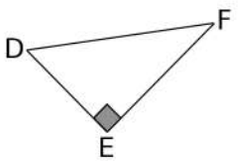
2 أكمل الجداول.

a. ليكن المثلث ABC القائم في A.



الوتر	
الضلع المقابل للزاوية $\widehat{ABC}$	
الضلع المجاور للزاوية $\widehat{ACB}$	

b. ليكن DEF مثلث قائم في E.



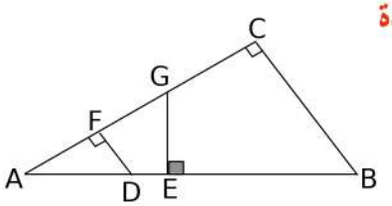
الضلع المقابل للزاوية $\widehat{EDF}$	
الوتر	
	[DE]

c. GHI مثلث قائم في H.

	[GH]
الضلع المجاور للزاوية $\widehat{HIG}$	
	[IG]

3 مع مثلثات قائمة عديدة

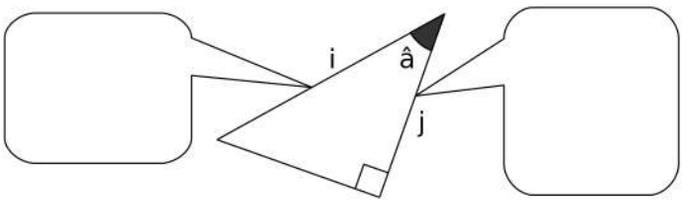
أكمل الجدول.



الضلع المجاور	الضلع المقابل	الزاوية الحادة	المثلث القائم
		$\widehat{FAD}$	AFD
		$\widehat{FAD}$	AGE
		$\widehat{FAD}$	ACB
		$\widehat{ABC}$	
[FD]	[AF]		
[GE]			

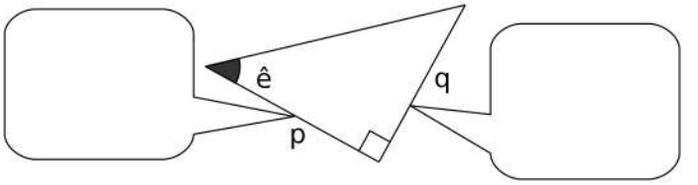
4 في كل المثلث قائم، يتم إعطاء زاوية حادة وضلعاها.
أكمل الفقاعات (الجانب المجاور للزاوية ...، ...)
ثم اكتب العلاقة المثلثية المناسبة.

a.



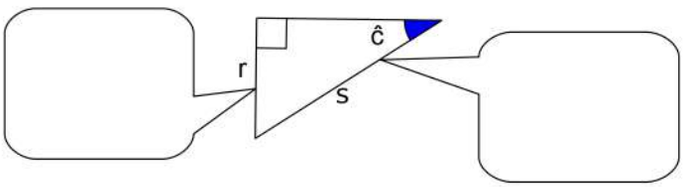
.....

b.



.....

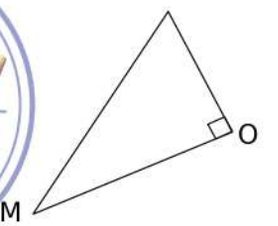
c.



.....

5 النسبة المناسبة

a. في المثلث MNO القائم في O، عبر عن جيب تمام الزاوية $\widehat{MNO}$



.....

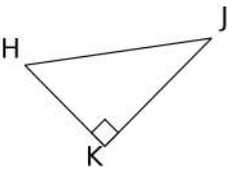
b. في المثلث HJK القائم في K. عبر عن:

• جيب تمام الزاوية : $\widehat{KHJ}$

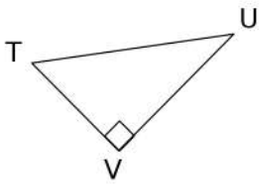
.....

• ظل الزاوية $\widehat{KHJ}$:

.....



6 TUV هو مثلث قائم في V ،
اكتب جميع النسب المثلثية الممكنة.



.....

.....

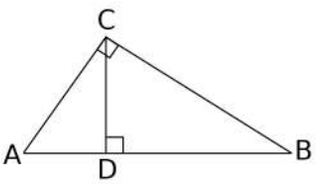
.....

.....

.....

.....

7 باستخدام الشكل أدناه ، أكمل الجمل التالية.



a. في المثلث ABC القائم في C ، لدينا:

$\cos \widehat{ABC}$ = ... $\cos \widehat{BAC}$ = ...

b. في المثلث BCD ..... في ..... ، لدينا:

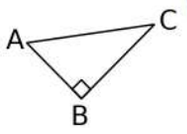
$\tan \widehat{DBC}$ = ... $\sin \widehat{BCD}$ = ...

c. في المثلث ADC ..... ، لدينا:

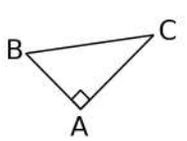
$\sin \widehat{ACD}$ = ...

8 أكمل الجدول برقم المثلث المناسب.

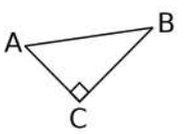
المثلث رقم 1



المثلث رقم 2



المثلث رقم 3



		رقم
a.	$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$	
b.	$\tan \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$	

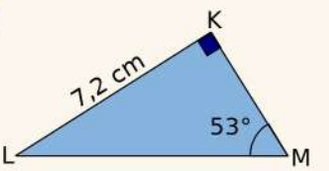
		رقم
c.	$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	
d.	$\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$	

عباسي عبد الوهاب

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

تمرين محلول

ليكن KLM مثلث قائم في K حيث: KL = 7,2 cm و $\widehat{LMK} = 53°$. احسب طول الضلع [LM] مدورا إلى المليمتر.



الحل

في المثلث KLM القائم في K ،
[LK] هو الضلع المقابل لزاوية $\widehat{LMK}$؛
[LM] هو الوتر.
يمكننا استخدام جيب الزاوية $\widehat{LMK}$

$$\sin \widehat{LMK} = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{LMK}}{\text{طول الوتر}} = \frac{KL}{LM}$$

فيكون : $\sin 53° = \frac{7,2}{LM}$

ومنه : $LM = 7,2 \div \sin 53°$

أي : $LM \approx 9,0$ cm.

1 باستخدام الآلة الحاسبة، احسب القيم، وبالتدوير إلى الجزء من المائة، جيب وظل الزوايا المعطاة.

الزاوية	20°	30°	45°	60°	83°
الجيب					
الظل					

2 حدد قيمة المجهول.

a. $\frac{8,5}{y} = \frac{3,4}{5,2}$

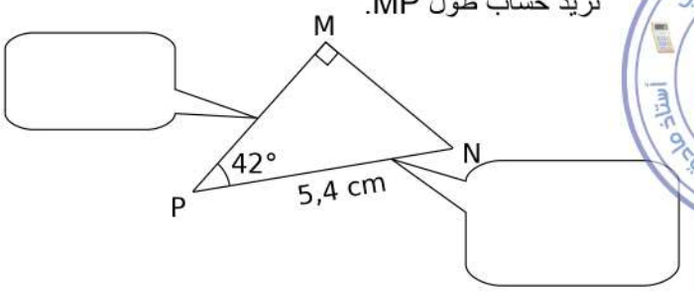
b. $5,6 = \frac{x}{3,5}$

3 أكمل الجدول بحساب الطول المفقود بالتدوير إلى mm في المثلث KID القائم في K. (استخدم مسودة لإجراء الحسابات.)

IK	ID	$\widehat{KID}$	
	7 cm	50°	a.
3,2 cm		13°	b.

4 MNP مثلث قائم في M حيث : PN = 5,4 cm و $\widehat{MPN} = 42°$.

نريد حساب طول MP.



a. أكمل التعليقات على الرسم ثم استنتج النسبة المثلثية التي يمكن استخدامها واكتب المساواة.

.....

b. احسب MP .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5 ABC مثلث قائم في A ، حيث: AB=5 cm و $\widehat{ABC} = 35°$

نريد حساب الطول BC.

a. أرْسُمْ رسم تقريبيا في المسودة، ولون بالأحمر القطعة والتي تعرف طولها، وباللون الأخضر، القطعة التي تسعى لإيجاد طولها. ما هي نسبة المثلثية التي يمكنك استخدامها هنا؟

.....

.....

b. اكتب المساواة المتعلقة .

.....

c. احسب BC .

.....

.....

.....

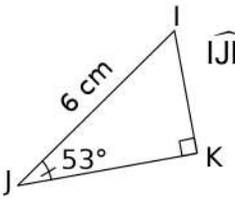
.....

.....

.....

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

6 المثلث IJK القائم في K.



a. عبر عن جيب تمام، جيب، ظل الزاوية $\widehat{IJK}$ بدلالة أطوال الأضلاع.

.....

.....

.....

b. احسب الطولين JK و IK مستخدما في كل مرة الصيغة الصحيحة.

.....

.....

.....

.....

.....

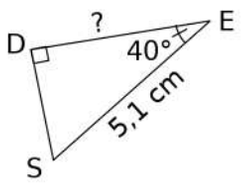
.....

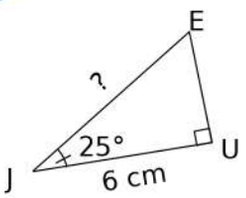
.....

.....

7 احسب، بتمعن، الطول المطلوب. (دور إلى العشر).

a.





.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

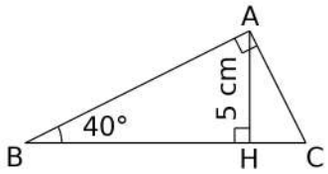
.....

.....

8 ABC هو مثلث قائم في A ، H هو قائمة الارتفاع من A ،

حيث:

$AH = 5\ cm$; $\widehat{ABC} = 40°$.



a. احسب الطول AB بالتدوير إلى العشر.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. احسب الطول BC بالتدوير إلى العشر.

.....

.....

.....

.....

.....

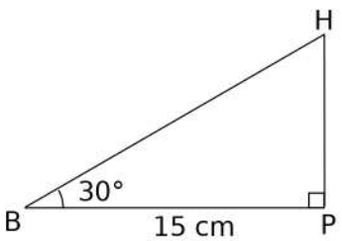
.....

.....

.....

.....

9 بناء صالح مستوى مائل بـ 30° بقاعدة طولها 15cm لدحرجة الكريات. ما هو طول المنحدر؟ (يعطى مدور إلى المليمتر).



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم المتوسط

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

10 مقتبس من شهادة

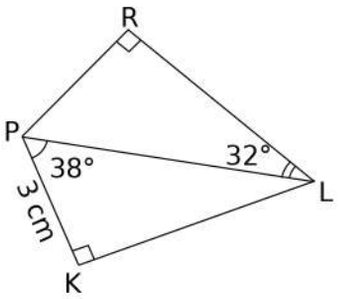
ABC مثلث قائم في B حيث :
$AB = 8\ cm$ و $\widehat{BAC} = 30°$.

a. ارسم الشكل بأبعاده الحقيقية.

b. نسمي H قائمة الارتفاع من B.
احسب بالسنتيمتر طول القطعة [AH] ،ثم بالتدوير إلى المليمتر.

c. احسب ، بالسنتيمتر ، طول القطعة [BC] ، ثم مدورًا إلى المليمتر.

11 في خطوتين

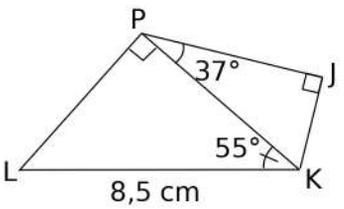


a. اشرح لماذا من المستحيل حساب RL مباشرة من بيانات السند.

b. احسب الطول PL بالتدوير إلى mm.

c. استنتج الطول RL بالتدوير إلى mm.

12 على مرحلتين



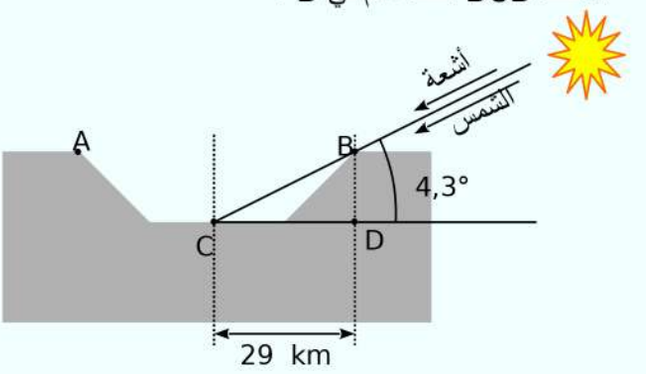
a. احسب الطول PK بالتدوير إلى mm (المليمتر).

b. استنتج الطول PJ بالتدوير إلى mm(المليمتر).

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

13 مقتبس من شهادة

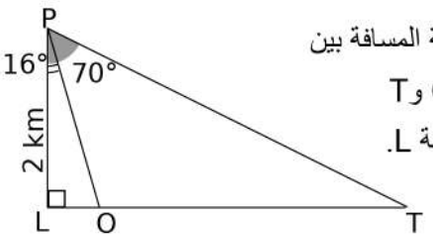
الرسم التوضيحي أدناه يمثل فوهة من فوهات القمر.
المثلث BCD مثلث قائم في D .



احسب BD عمق الفوهة بالتدوير إلى عشر الـ km .

عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات

14 يوسف يريد معرفة المسافة بين معلمين وضعا في O و T وعلى استقامية مع النقطة L.

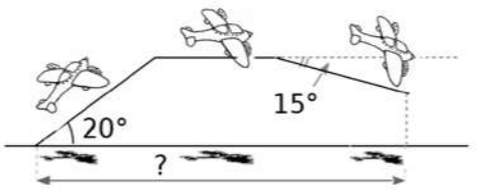


إذا كان $LP = 2\ km$ ، $(LP) \perp (LT)$، عن طريق النظر من النقطة P ، يحصل على قيسي الزاويتين $\widehat{LPT}$ و $\widehat{LPO}$

a. عبر عن OT بدلالة LT و LO.

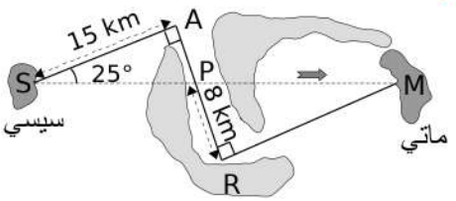
b. احسب OT .

15 طائرة تقلع وتأخذ الارتفاع لمدة 1,5 دقيقة، تواصل مسارها على هذا الارتفاع لمدة 10 دقائق وتنحفض لدقيقتين (انظر الرسم التخطيطي). وتبقى سرعة الطائرة ثابتة عند 480 km/h .



على افتراض أن الشمس في كبد السماء أي أن شعاعها يكون عمودي على الأرض، احسب المسافة التي يقطعها ظل الطائرة على الأرض.

16 كما يطير الطائر

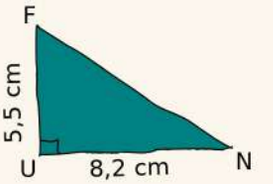


على بابه يود أن يذهب من جزيرة سيسي إلى جزيرة ماتي بطائرة صغيرة له "ULM"، أقصى قدرة على الطيران هي 40 km أقرضه سندباد البطاقة أعلاه. هل سينجح على بابه في العبور؟

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

تمرين محلول

ليكن FUN مثلث قائم في U حيث:
$UN = 8{,}2\,cm$ و $UF = 5{,}5\,cm$.
احسب قيس الزاوية $\widehat{UNF}$ بالتدوير إلى الدرجة (°)



الحل

في مثلث FUN القائم في U، [UF] هو الضلع المقابل لزاوية $\widehat{UNF}$ و [UN] هو الضلع المجاور لزاوية $\widehat{UNF}$. فيمكننا استخدام ظل الزاوية $\widehat{UNF}$

$$\tan(\widehat{UNF}) = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{UNF}}{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{UNF}} = \frac{UF}{UN}$$

إذن: $\tan(\widehat{UNF}) = \frac{5{,}5}{8{,}2}$: $(\widehat{UNF}) = \tan^{-1}\left(\frac{5{,}5}{8{,}2}\right)$

$$(\widehat{UNF}) \approx 34°$$

1 باستخدام الآلة الحاسبة ، احسب المدور إلى لدرجة لأقياس الزوايا.

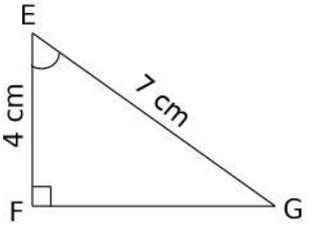
a.

الجيب	0,4	0,32	0,9	0,7
قيس الزاوية				

b.

الظل	0,28	1,5	2,3	0,5
قيس الزاوية				

2 حساب قيس زاوية



a. أوجد جيب قيس الزاوية $\widehat{FEG}$.

.....

.....

b. احسب قيس الزاوية $\widehat{FEG}$ مدور إلى درجة .

.....

.....

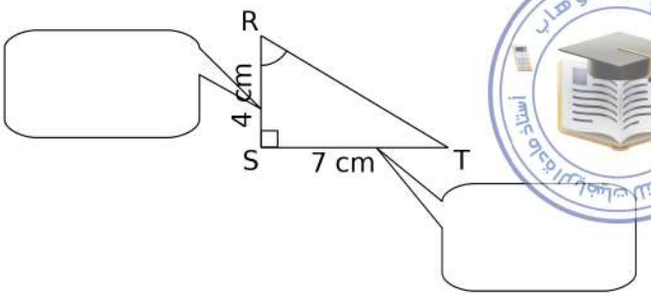
.....

3 أكمل الجدول بالأقياس المدورة إلى الدرجة للزاوية $\widehat{NRV}$ في المثلث NRV القائم في N. (استخدم مسودة لإجراء الحسابات.)

RN	RV	$\widehat{NRV}$	
5 cm	7 cm		a.
3,2 cm	3,5 cm		b.
85 cm	2,2 m		c.

4 RST مثلث قائم في S حيث: $ST = 7\,cm$ و $RS = 4\,cm$.

نريد حساب قيس الزاوية $\widehat{SRT}$



a. أكمل التعليقات ثم استنتج النسبة المثلثية التي يمكن استخدامها لكتابة المساواة.

.....

b. احسب قيس الزاوية $\widehat{SRT}$

.....

.....

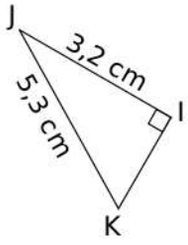
.....

.....

5 IJK مثلث قائم I حيث:

$IJ = 3{,}2\,cm$ و $JK = 5{,}3\,cm$

احسب قيس الزاوية $\widehat{IKJ}$ مدورا إلى درجة.



.....

.....

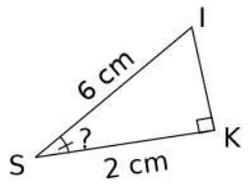
.....

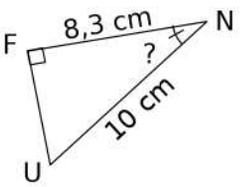
.....

.....

حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

6 احسب، بتفصيل وتمعن، قيس الزاوية المطلوبة. (دور إلى الدرجة.)





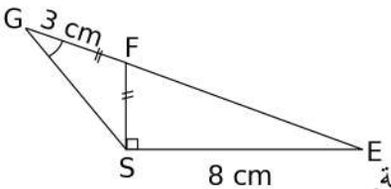
7 يعلو مصباح عمود 2.60 m، وفي الليل، يرسم على الأرض قرص نصف قطره 95 cm .
ما هو قيس الزاوية، مدور إلى الدرجة، والتي تكونت من مخروط النور مع الأرض؟

8 مقتبس من شهادة

في منتجع للتزلج، يمكن للمرء قراءة المعلومات التالية على كرسي النقل الهوائي

احسب الزاوية التي شكلتها كابل المصعد الهوائي مع الأفق.
(مدورا إلى الدرجة)

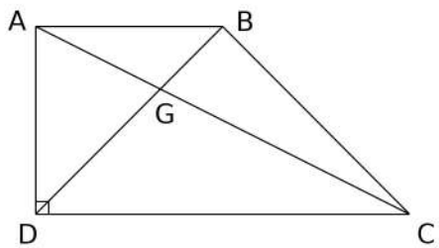
9 إذا علمت أن النقاط E وF وG استقامية، نريد حساب طول FS.



a. احسب قيس الزاوية $\widehat{SFE}$ إلى أقرب 0,1 درجة.

b. احسب قيس الزاوية $\widehat{FGS}$ إلى أقرب 0,1° .

10 ABCD شبه منحرف قاعدتاه [AB] و[CD] بحيث:
$DC = 6\ cm$ و $AB = AD = 4.5cm$



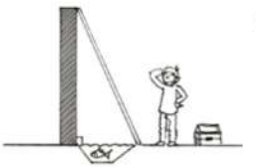
a. احسب قيس الزاوية $\widehat{ACD}$ (مدورا إلى الدرجة)

b. احسب أقياس زوايا المثلث DGC .

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم المتوسط بسوق أهراس

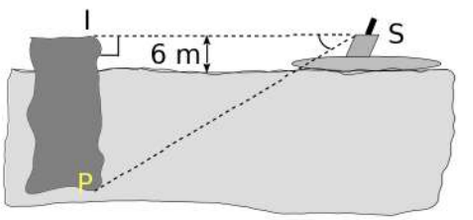
حساب أطول انطلاقا من نسب مثلثية

11 لإجراء إصلاح على سطح ، يجب أن يضع عثمان سلمه بطول 2,20 m على الحائط. حتى يكون مستقرا بما فيه الكفاية، يجب أن يشكل الأخير زاوية ° 65 على الأقل مع الأرض.



استطاع عثمان أن يضع سلمه على بعد 1,20 m فقط من الحائط.
هل سيكون هذا السلم مستقرا بما فيه الكفاية بهذه المقاييس؟ برر.

12 غواصة (S)، تقع على بعد728m من جبل جليدي (I)، يريد الغوص المرور تحته.

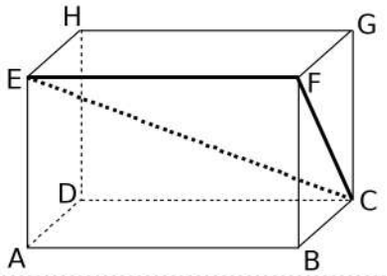


a. ومع ذلك، يظهر فقط $\frac{1}{8}$ من الجبل الجليدي فوق الماء
احسب إجمالي ارتفاع جبل الجليد.

b. استنتج ارتفاع الجزء المغمور من الجبل الجليدي

c. احسب $\widehat{ISP}$ قيس زاوية الغوص للغواصة مدورة إلى درجة.

13 ABCDEFGH متوازي المستطيلات



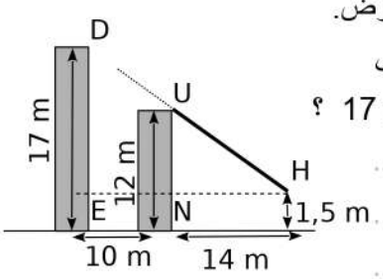
حيث:
$AB = 10\,cm$ ؛
$BC = 4{,}8\,cm$ ؛
$GC = 6{,}4\,cm$.

a. احسب FC .

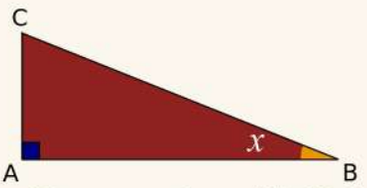
b. ما هي طبيعة مثلث EFC؟

c. أعط التدوير إلى الوحدة لقيس الزاوية $\widehat{FCE}$.

14 مبنيين، يبعدان على بعضيهما 10 m، حيث يقع إحداهما وراء الآخر. المبنى الأول يرتفع 12 m . عبد الحكيم يتواجد على بعد 14 m من المبنى الأول، وعيناه توجد على ارتفاع 1,50 m من سطح الأرض.
هل يستطيع رؤية المبنى الثاني الذي ارتفاعه 17 m ؟



تمرين محلول



a. في المثلث ABC القائم في A ،عبر عن AB و AC بدلالة x و BC.

b. اثبت أن : $AB^2 + AC^2 = BC^2$.

c. استنتج القيمة $(\cos x)^2 + (\sin x)^2$.

الحل

a. في المثلث ABC القائم في A ، لدينا:

$$\cos(\widehat{ABC}) = \frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \widehat{ABC}}{\text{طول الوتر}}$$ و

$$\sin(\widehat{ABC}) = \frac{\text{طول الضلع المقابل لـ } \widehat{ABC}}{\text{طول الوتر}}$$

فيكون : $\cos x = \frac{AB}{BC}$ و $\sin x = \frac{AC}{BC}$

إذن : $AB = BC \times \cos x$ و $AC = BC \times \sin x$.

b. في المثلث ABC القائم في A وحسب علاقة فيثاغورس فإن :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$.

c. بالقسمة على (BC^2) نجد:: $\frac{AB^2}{BC^2} + \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{BC^2}{BC^2} = 1$

ومنه: $\frac{(BC \times \cos x)^2}{BC^2} + \frac{(BC \times \sin x)^2}{BC^2} = 1$

فيكون : $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$

1 سأختار الظل

a. في المثلث MER القائم في R عبر عن

$\cos \widehat{REM}$ و $\sin \widehat{REM}$ و $\tan \widehat{REM}$ بدلالة ME،ER و MR

.....

.....

.....

.....

b. احسب $\frac{\sin \widehat{REM}}{\cos \widehat{REM}}$ ماذا تستنتج ؟

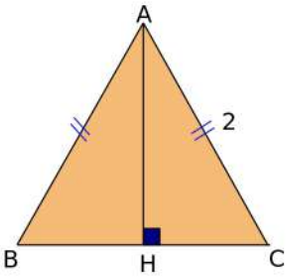
.....

.....

.....

.....

2 إليك مثلث ABC متقايس الأضلاع طول احد أضلاعه 2 وحدة قياس.



a. ماذا يمكنك أن تقول عن H؟

.....

.....

b. استنتج طول القطعة [BH].

.....

c. احسب الطول المضبوط للقطعة [AH] باستخدام نظرية فيثاغورس.

.....

.....

.....

d. في المثلث ABHالقائم في H ، عبر عن :

$\cos \widehat{ABH}$ ، $\sin \widehat{ABH}$ ، $\tan \widehat{ABH}$ ، $\cos \widehat{BAH}$ ، $\sin \widehat{BAH}$ و $\tan \widehat{BAH}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

e. فسر لماذا $\widehat{ABH}$ قيسها 60° .

.....

.....

استنتج قيم $\cos 60°$ و $\sin 60°$ و $\tan 60°$.

.....

.....

.....

فسر لماذا $\widehat{BAH}$ قيسها 30° .

.....

استنتج القيم المضبوطة لـ : $\cos 30°$ ، $\sin 30°$ و $\tan 30°$.

.....

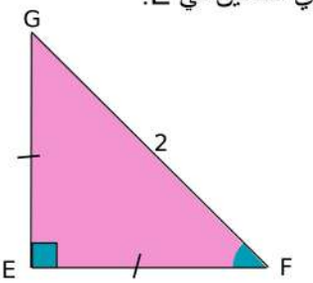
.....

.....

عباسي عبد الوهاب

نعتبر المثلث EGF القائم المتساوي الساقين في E.

نعطي 2 وحدة = FG .



a. احسب الطولين المضبوطين للقطعتين [EF] و [EG] باستخدام نظرية فيثاغورس.

- عبر ثم احسب $\cos \widehat{EFG}$.
- عبر ثم احسب $\sin \widehat{EFG}$.
- عبر ثم احسب $\tan \widehat{EFG}$.

c. فسر لماذا $\widehat{EFG}$ يساوي $45°$.

d. استنتج القيم المضبوطة لـ: $\cos 45°$ و $\sin 45°$ و $\tan 45°$.

4 لخص القيم الموجودة في التمرنين2 و 3 في الجدول أدناه.

قيس الزاوية	30°	45°	60°
cos			
sin			
tan			

5 نسمي ثلاثية فيثاغورس الثلاثية المكونة من ثلاثة أعداد صحيحة $(x\ ;\ y\ ;\ z)$ والتي تحقق علاقة فيثاغورس،

a. ما هو العدد الصحيح x أو y أو z الذي يجب ربطه بـ 3 و 4 للحصول على ثلاثية فيثاغورس؟

b. نفترض أن هذه الأعداد الثلاثة هي أطوال أضلاع المثلث TAS القائم الزاوية في A. احسب قيسي الزاويتين الحادتين للمثلث TAS.

c. ما هو العدد الصحيح x أو y أو z الذي يجب ربطه بـ 6 و 10 للحصول على ثلاثية فيثاغورس؟

d. نفترض أن هذه الأعداد الثلاثة هي أطوال أضلاع المثلث MEP القائم الزاوية في P. احسب قيسي الزاويتين الحادتين للمثلث MEP.

e. ما هو العدد الصحيح x أو y أو z الذي يجب ربطه بـ 28و 35 للحصول على ثلاثية فيثاغورس؟

f. نفترض أن هذه الأعداد الثلاثة هي أطوال أضلاع المثلث LOI القائم الزاوية في O. احسب قيسي الزاويتين الحادتين للمثلث LOI.

g. ماذا تلاحظ عن القياسات التي تم الحصول عليها؟

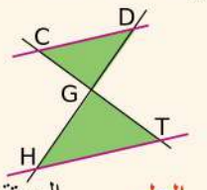
h. ماذا تستنتج بالنسبة لمثلثين TAS وLOI؟

حساب طول مع طالس

تمرين محلول

في الشكل أدناه ، المستقيمان (CD) (HT) متوازيان حيث :

$CG = 20mm$ ، $DG = 25mm$
$HT = 27mm$ و $GH = 45mm$
احسب GT.



الحل

المستقيمان (DH) و (CT) يتقاطعان في G.
المستقيمان (CD) و (HT) متوازيان.
ووفقا لمبرهنة طالس، فإن:

$\frac{GC}{TG} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$ ومنه $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.

حساب GT : $25 \times GT = 45 \times 20$

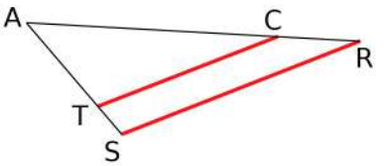
$GT = \frac{45 \times 20}{25}$ إذن $GT = 36\ mm$

1 الأطوال المتناسبة

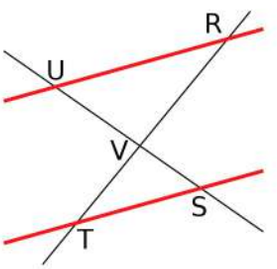
في كل من الحالات التالية، قم بتسمية المثلثين الذين لديهما أطوال أضلاع متناسبة واكتب والنسب المتساوية.

المستقيمان الحمراوان متوازيان .

شكل 1 .

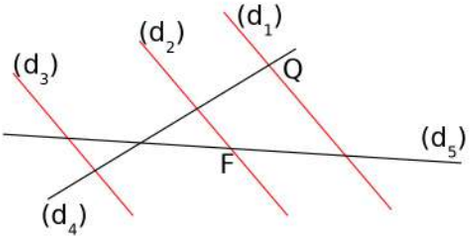


شكل 2 .



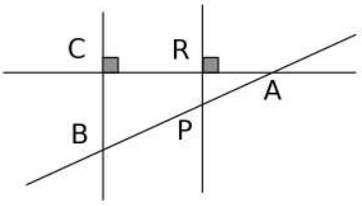
2 ضع النقاط الناقصة على الشكل مع العلم أن المستقيمات (d_1) ، (d_2) و (d_3) متوازية ولدينا المساويات التالية:

$\frac{RF}{RC} = \frac{RT}{RQ} = \frac{FT}{CQ}$ و $\frac{RC}{RM} = \frac{RQ}{RH} = \frac{CQ}{MH}$

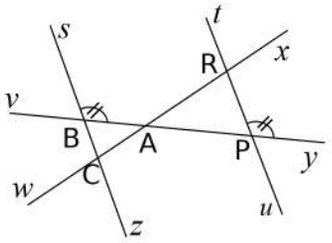


3 طوال التمرين، النقاط P ، A و B استقامية بالإضافة إلى النقاط A و R و C. في لكل حالة ، اشرح لماذا يمكنك تطبيق نظرية طالس. ثم اكتب النسب المتساوية في هذه الأشكال.

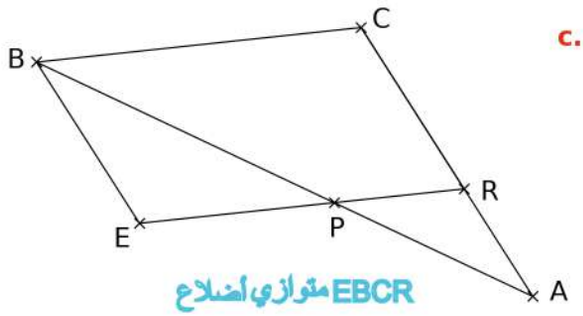
a.



b.



c.



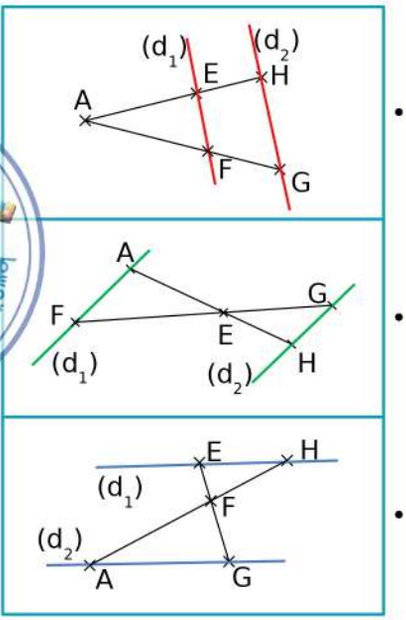
متوازي أضلاع EBCR

عباسي عبد الوهاب

حساب طول مع طالس

4 ربط النسب بالأشكال

في كل شكل، المستقيمان (d_1) و (d_2) متوازيان. أربط الشكل مع المساواة المتعلقة به.



- $\frac{AE}{EH}=\frac{EF}{EG}=\frac{AF}{GH}$
- $\frac{FE}{FG}=\frac{FH}{FA}=\frac{EH}{AG}$
- $\frac{AE}{AH}=\frac{AF}{AG}=\frac{EF}{HG}$

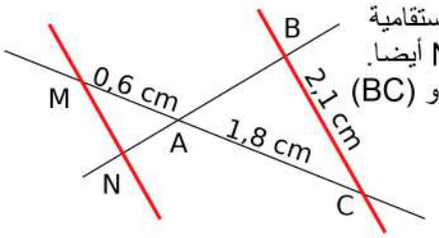
5

المستقيمان (AN) و (BM) يتقاطعان في H ،والمستقيمان(AM) و (NB) متوازيتان

اقترح مخططين مختلفين لهذه الوضعية واكتب النسب المتساوية المتعلقة بكل شكل.

7

النقاط M، A ، C استقامية والنقاط N ، A ، B أيضا. المستقيمان (MN) و (BC) متوازيتان.



احسب MN.

عباسي عبد الوهاب أستاذ التعليم المتوسط

8

EFG مثلث بحيث: EF = 5 cm؛ EG = 4 cm و FG = 3.3 cm.لتكن M نقطة من [EG] حيث: EM = 6 cm.

ارسم الموازي لـ (FG) يمر بالنقطة M. ويقطع [EF] في N.

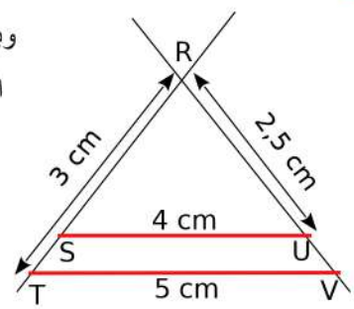
a. ارسم الشكل

b. احسب EN و MN.

احسب MN .

احسب EN .

في الشكل أدناه، النقاط T ، S ، R والنقاط V، U، R في استقامية



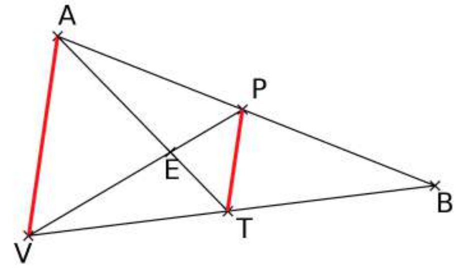
وبنفس الترتيب ،احسب RS و RV.

المستقيمان باللون الأحمر متوازيان

حساب طول مع طالس

9 دورك الآن

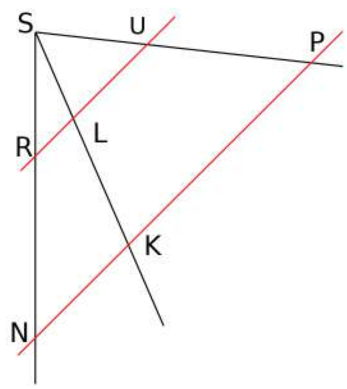
AV = 4 cm ؛
BT = 3,8 cm ؛
PE = 2,1 cm ؛
AE = 2,5 cm ؛
ET = 1,5 cm .



يتقاطع المستقيمان (PV) و (TA) في النقطة E.
ويتقاطع المستقيمان (AP) و (VT) في النقطة B.
(AV) و (TP) مستقيمان متوازيان.
احسب TP و EV ، برر إجابتك.

10

في الشكل المقابل، المستقيمان (UR) و (NP) متوازيان. حيث:
SU = 25 mm ؛
SP = 7 cm ؛
RL = 9 mm.



a. في أي المثلثات يمكنك كتابة تناسبية ؟ لماذا؟

b. اكتب التناسبية (النسب المتساوية) في المثلثات المطلوب.

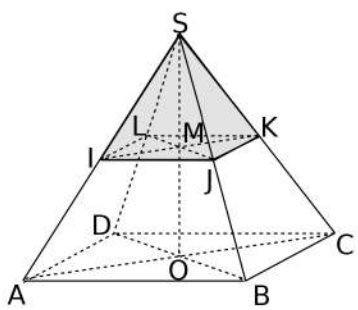
في مثلث SPK ،

في مثلث SKN ،

c. استنتج تناسبية تسمح لك حساب NK، ثم احسب هذا الطول.

11 في الفضاء

SABCD و SIJKL هما هرمان قاعدة كل منهما مربع وقمتهما S. [SM] و [SO] هما ارتفاع كل من SIJKL و SABCD، M ∈ [SO] .



حيث :

DB = 5 cm و SO = 4,5 cm ، SM = 1,5 cm

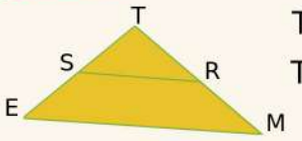
a. ماذا تقول عن المستقيمين (MJ) و (OB)؟ لماذا؟

b. احسب القيمة المضبوطة لـلطول MJ. مع التبرير.

إثبات توازي مستقيمين

تمرين محلول

في الشكل المقابل، TR = 11 cm ، TM = 15 cm
TS = 8 cm و TE = 10 cm



بين أن (RS) و (ME) غير متوازيين .

الحل

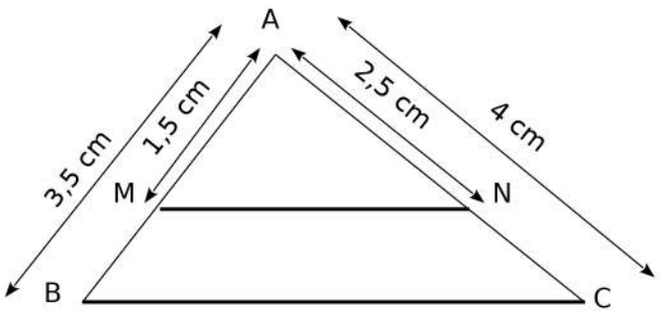
المستقيمان (ES) و (MR) متقاطعان في T. فإن :

$\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$ و $\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$.

ومنه : $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$

هذا يناقض نظرية طالس لذلك (RS) و (ME) غير متوازيين.

1 النقاط B ، M ، A و النقاط A, N, C استقامية وبنفس الترتيب .



نريد أن نبين أن المستقيمين (MN) و (BC) غير متوازيين .

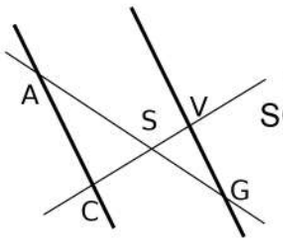
a. حساب ومقارنة النسب:

$\frac{AN}{AC} = \ldots\ldots$ | $\frac{AM}{AB} = \ldots\ldots$

b. إذا كان المستقيمان (MN) و (BC) متوازيين، وفق نظرية طالس، سيكون:

c. نستنتج أن:

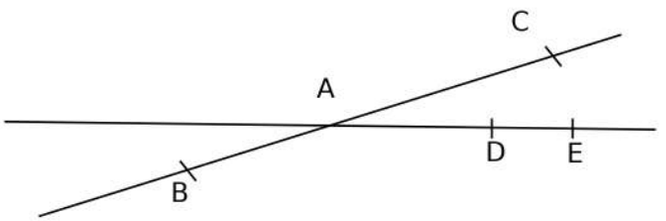
2 في الشكل أدناه، النقاط V ،S ،C من جهة والنقاط G ،S ،A من الجهة الأخرى استقامية وبنفس الترتيب



بمساعدة التمرين السابق، بين أن المستقيمين (GV) و (CA) غير متوازيين. لديك: SV = 0,6 cm
SG = 0,9 cm ، SA = 2,1 cm
و SC = 1 cm .

عباسي عبد الوهاب أستاذ التعليم المتوسط

3 في الشكل التالي:
AE = 4 cm و AB = 3 cm، AC = 4 cm، AD = 3 cm.



a. احسب :

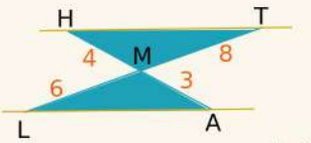
$\frac{AD}{AE} = \ldots\ldots$ | $\frac{AB}{AC} = \ldots\ldots$

b. اشرح لماذا المستقيمان (BE) و (CD) غير متوازيين.

إثبات توازي مستقيمين

تمرين محلول

هل المستقيمان (LA) و (HT) متوازيتان؟



الحل

في الشكل أدناه، النقاط A،M،H من جهة والنقاط L،M،T من الجهة الأخرى استقامية وبنفس الترتيب

وكذلك لدينا : $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ و $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$

ومنه نستنتج : $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$

إذن: وحسب المبرهنة العكسية لطالس فأن المستقيمين (AL) و (HT) متوازيان.

1 تأكد من أن كلا من الحاصلين التاليين متساويان.

$\frac{7}{10,5}$ و $\frac{2}{3}$

.....

.....

.....

$\frac{72}{20}$ و $\frac{18}{5}$

.....

.....

.....

2 M نقطة من المستقيم (EF) و P نقطة من المستقيم (EG) بحيث :

EM = 2,6 cm ، EP = 2,8 cm

EF = 3,9 cm و EG = 4,2 cm.

a. قارن بين : $\frac{EP}{EG}$ و $\frac{EM}{EF}$

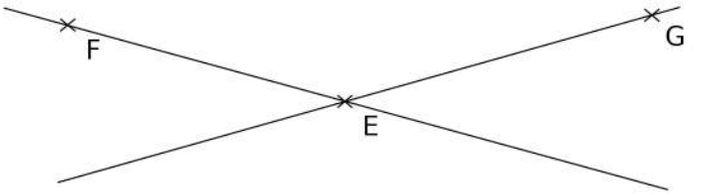
.....

.....

.....

b. استنتج سعيد أن المستقيمين (PM) و (FG) متوازيان.

أكمل الشكل أدناه لإظهار إجابة سعيد بسرعة كبيرة



3 تطبيق مباشر

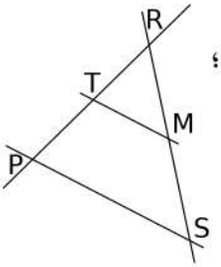
في الشكل المقابل،

RS = 6 cm ؛ RM = 4, 5 cm ؛

RT = 6 cm و RP = 8 cm.

النقاط R و T و P وكذلك النقاط R و M و S استقامية

نريد أن نظهر أن المستقيمين (MT) و (SP) متوازيان.



a. حدد بدقة وضع و ترتيب للنقاط الاستقامية .

.....

.....

.....

b. قارن بين النسبتين : $\frac{RT}{RP}$ و $\frac{RM}{RS}$

$\frac{RT}{RP} =$ ..... | $\frac{RM}{RS} =$ .....

.....

.....

c. الاستنتاج .

.....

.....

.....

4 بشكل مختلف

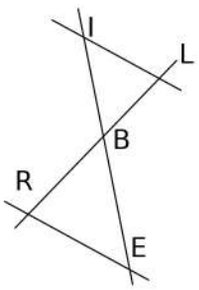
في الشكل المقابل،

BL = 15 cm ؛ BR = 2,5 cm ؛

BI = 9 cm و BE = 1,5 cm.

النقاط E وB وI وكذلك النقاط R وB وL استقامية

نريد أن نظهر أن المستقيمين (RE) و (IL) متوازيان.



a. حدد بدقة الوضع وترتيب نقاط الاستقامية .

.....

.....

.....

b. مقارنة النسب

.....

.....

.....

c. الاستنتاج .

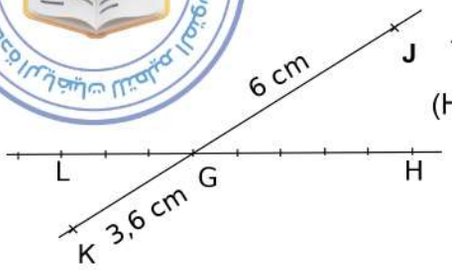
.....

.....

عباسي عبد الوهاب

إثبات توازي مستقيمين

5 الشكل ليس بأبعاده الحقيقية.
(LG) مستقيم مدرج. اثبت أن المستقيمين (KL) ، (HJ) متوازيان.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6 لنعتبر المثلث RST حيث RS = 4 cm ؛ ST = 6 cm و RT = 5 cm. علم النقطةP على [RS] بحيث يكون SP = 3cm والنقطة M على [ST]بحيث TM = 1.5 cm.

a. ارسم الشكل

b. بين أن المستقيمين (MP) و (RT) متوازيتان.

.....

.....

.....

.....

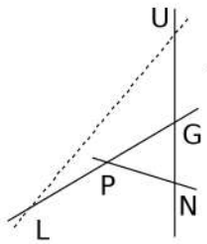
.....

.....

.....

7 **بتعليماتك !**

في الشكل المقابل G ، P و L من جهة و G و N و U من جهة أخرى استقامية .
نعطي
GU = 9 cm؛ GP = 2.5 cm ؛
GL = 7.5 cm و GN = 3 cm.



a. احسب $\frac{GN}{GU}$ و $\frac{GP}{GL}$ ماذا تستنتج ؟

.....

.....

.....

b. لماذا لا يمكن هنا استخدام مبرهنة طالس العكسية؟

.....

.....

.....

8 VOU مثلث حيث: OV = 2.5 cm؛ OU = 3.5 cm و VU = 5 cm. علم على [VO] النقطة T بحيث: VT = 3.5 cm وعلى[UO] نقطة E حيث : UE = 4.9 cm.

a. ارسم الشكل

b. بين أن المستقيمين (ET) و (UV) متوازيتان.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

إثبات توازي مستقيمين

9 يمكن تطبيق مبرهنتين

ارسم المثلث EFG القائم في G إذا علمت أن: EG = 4,8 cm و FG = 6,4 cm. علم النقطة M على القطعة [EG] بحيث: EM = 3 cm والنقطة P على القطعة [EF] حيث: EP = 5 cm.

a. احسب الطول EF.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

b. بين أن المستقيمين (MP) و (FG) متوازيتان.

.....

.....

.....

.....

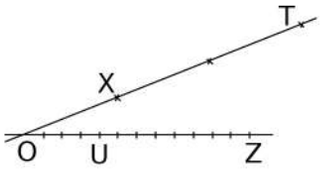
.....

.....

.....

.....

10 إليك الشكل المقابل.
التدريجان منتظمان.
بين أن المستقيمين (ZT) و (XU) متوازيتان.



.....

.....

.....

.....

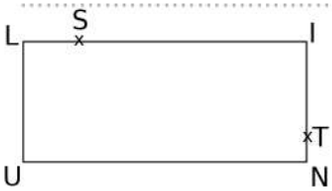
.....

.....

.....

.....

11 LINU مستطيل. S نقطة تنتمي إلى القطعة [LI] ونقطة T تنتمي إلى [IN].
وحدة الطول هي الديسيمتر.



$LI = 24$، $LU = 18$، $LS = 4$ ، $TN = \frac{LU}{6}$

a. أثبت أن LN = 30 dm.

.....

.....

.....

.....

.....

b. أوجد الطولين IS و IT.

.....

.....

.....

c. بين أن المستقيمين (LN) و (ST) متوازيتان.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

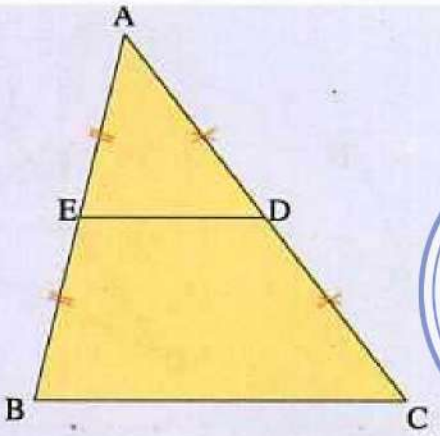
عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بمتوسطة بوعلي الطاهر

9 نظرية طالس

تمهيد

1 1) المستقيمان (DE) و (BC) متوازيان (علّل).

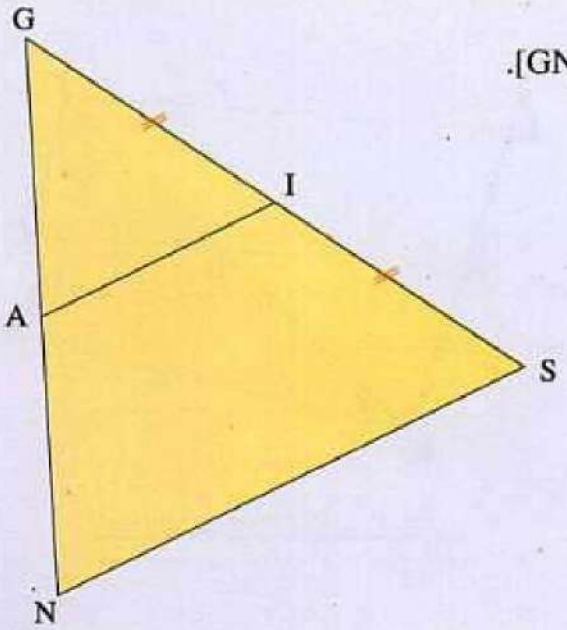
2) بين أن $CB = 2\,ED$.



عباسي عبد الوهاب
أستاذ علوم الطبيعة والحياة

2 بين أن النقطة A منتصف [GN].

(IA) // (SN).



3 وحدة الطول هي السنتيمتر.

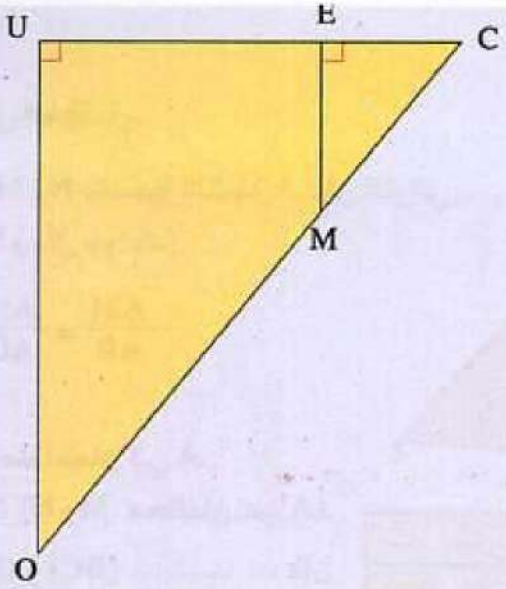
$OC = 9$

$OU = 7$

$CM = 3$

$CE = 2$

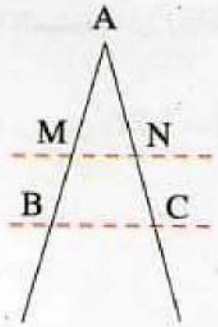
1) احسب UC، ME.

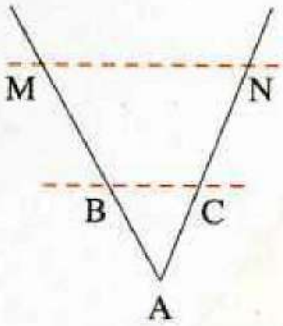


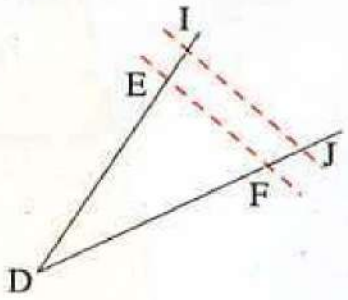
أنشطة

1

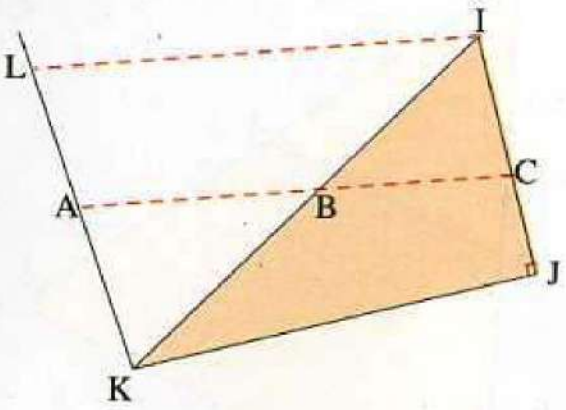
المستقيمان المعينان بخطوط متقطعة في كل من الأشكال التالية متوازيان. اكتب النسب المتساوية :







$\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$ • $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$ • $\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

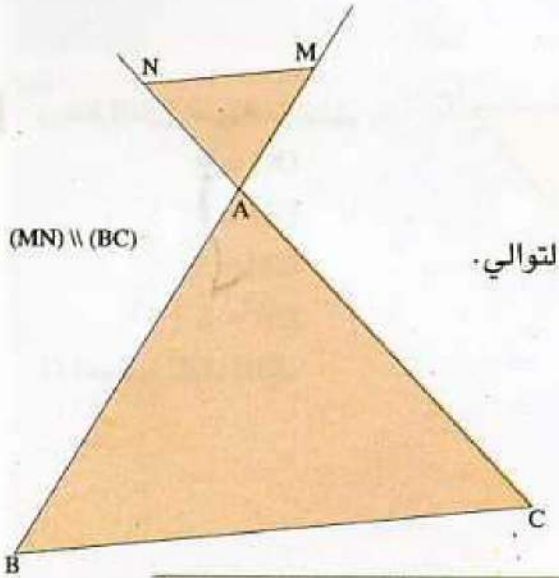


$\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي الإعدادي

2

1 انقل في دفترك الشكل المقابل.



أنشىء 'M و 'N نظيرتي M و N بالنسبة للنقطة A على التوالي.
ما نوع الرباعي 'NMN'M (علّل جوابك).

2 استنتج أن $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{NM}{BC}$.

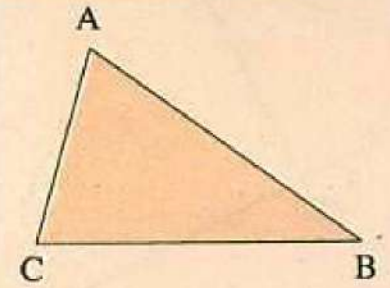
أكمل ما يلي :
(AB) و(AC) مستقيمان متقاطعان في A.
$M \in (AB)$ و $N \in (AC)$ (N و M مختلفان عن A).
إذا كان المستقيمان (MN) و (BC) ..... فإن

$\frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$.

أنشطة

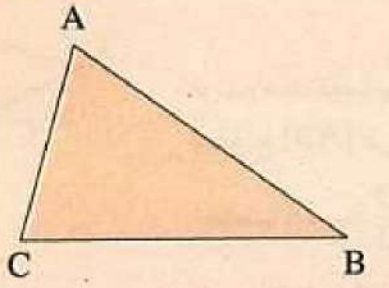
3

1 ABC مثلث بحيث AB = 4 cm ، AC = 2,5 cm. عين النقطتين M و N في كل حالة :



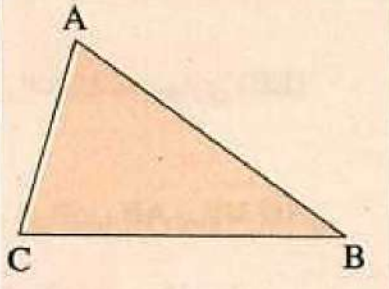
$AM = 3{,}2\ cm$: $M \in [AB]$

$AN = 2\ cm$: $N \in [AC]$



$AM = 3{,}2\ cm$: $M \in [AB]$

$AN = 2\ cm$: $N \notin [AC]$: $N \in (AC)$



$AM = 3{,}2\ cm$: $M \notin [AB]$: $M \in (AB)$

$AN = 2\ cm$: $N \notin [AC]$: $N \in (AC)$

احسب النسبتين $\frac{AM}{AB}$ و $\frac{AN}{AC}$ وقارنها.

هل المستقيمان (BC) و (MN) متوازيان ؟ تحقق من ذلك بالأدوات الهندسية.

2 ABC مثلث بحيث AB = 4,2 cm ، AC = 5,6 cm.

- عين النقطة M بحيث $M \in [AB]$ و $AM = 3\ cm$.
- عين النقطة N بحيث $N \in [AC]$ و $AN = 4{,}8\ cm$.

احسب النسبتين $\frac{AM}{AB}$ و $\frac{AN}{AC}$ وقارنهما.

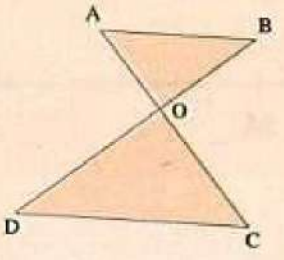
هل المستقيمان (BC) و (MN) متوازيان ؟

اعتمادا على نتائج النشاط 3، اذكر الشروط الكافية لتوازي المستقيمين (NM) و(BC).

عباسي عبد الوهاب

4

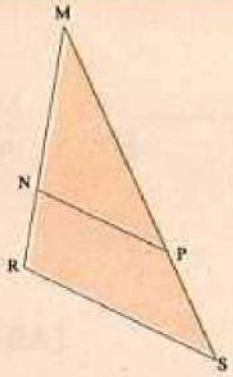
في كل شكل من الأشكال التالية، احسب الطول x :



علما أن : (AB) // (DC)

OC = 3cm ؛ OB = 2,4cm ؛

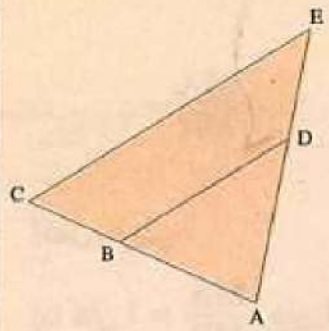
$OA = 2cm$ ؛ $BD = x cm$.



علما أن : (NP) // (RS)

MS = 9cm ؛ MR = 6cm ؛

$MN = 4cm$ ؛ $MP = x cm$.



علما أن : (BD) // (CE)

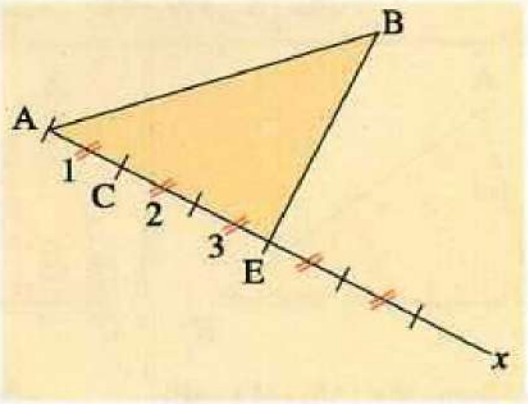
BC = 2cm ؛ AB = 3cm ؛

$BD = 4cm$ ؛ $CE = x cm$.

أنشطة

5

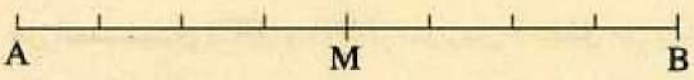
[AB] قطعة مستقيم، [Ax) نصف مستقيم مدرج تدريجا منتظما.



- ارسم مستقيما يشمل النقطة C ويوازي (EB) ويقطع [AB] في D.
- احسب النسبة $\frac{AD}{AB}$، ثم اكتب AB بدلالة AD.
- قسم القطعة [AB] إلى 3 قطع متقايسة.

6

تمعن في الشكل، ثم أكمل الجدول :

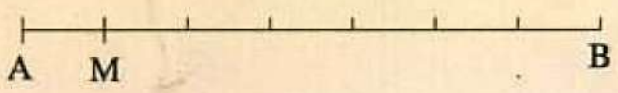


$\frac{MA}{AB} = \ldots\ldots$ ؛ $\frac{MA}{MB} = \ldots\ldots$

$\frac{MA}{AB} = \ldots\ldots$ ؛ $\frac{MA}{MB} = \ldots\ldots$

$\frac{MA}{AB} = \ldots\ldots$ ؛ $\frac{MA}{MB} = \ldots\ldots$

$\frac{MA}{AB} = \ldots\ldots$ ؛ $\frac{MA}{MB} = \ldots\ldots$



$\frac{MA}{AB} = \ldots\ldots$ ؛ $\frac{MA}{MB} = \ldots\ldots$

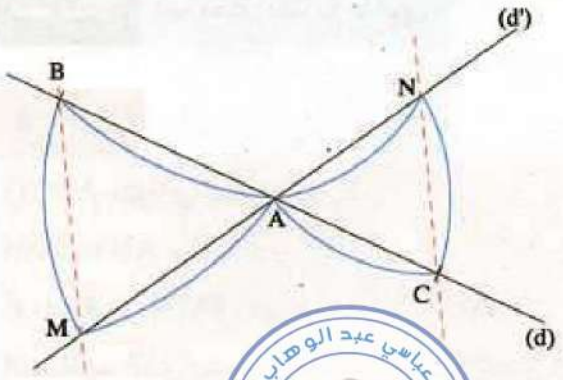
أكمل ما يلي :

إذا كان $\frac{MA}{MB} = 1$، فإن M ..... [AB].

إذا كان $\frac{MA}{MB} < 1$، فإن M أقرب إلى ..... منه إلى .....

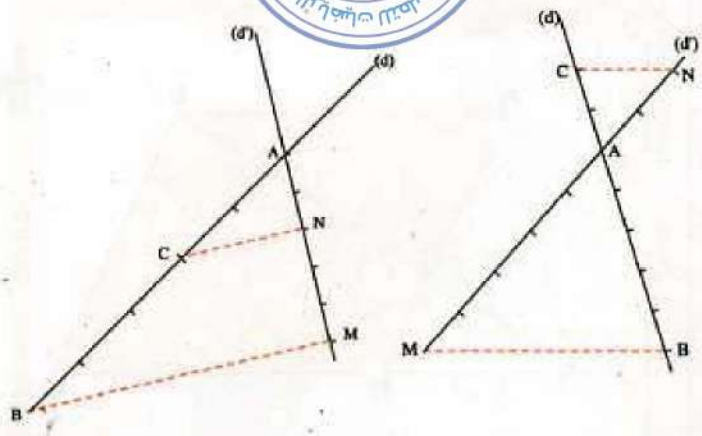
إذا كان $\frac{MA}{MB} > 1$، فإن M أقرب إلى ..... منه إلى .....

1 نظرية طالس



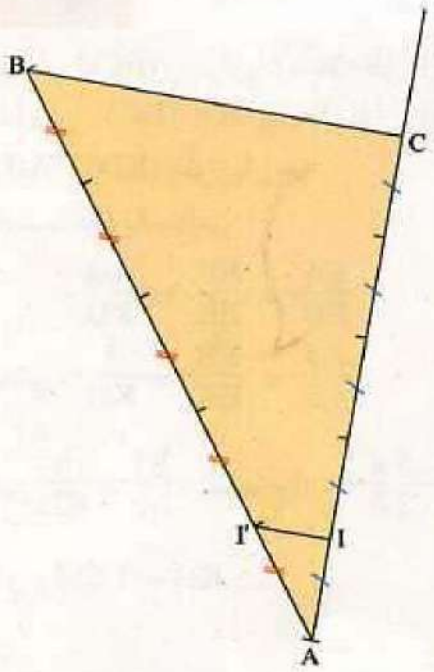
(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.
B و C نقطتان من (d) تختلفان عن A.
M و N نقطتان من (d') تختلفان عن A.
إذا كان (BM) و (CN) متوازيين،
فإن $\frac{AM}{AN} = \frac{AB}{AC} = \frac{MB}{CN}$.

2 النظرية العكسية لنظرية طالس



(d) و (d') مستقيمان متقاطعان في النقطة A.
C و B نقطتان من (d) تختلفان عن A.
M و N نقطتان من (d') تختلفان عن A.
إذا كان $\frac{AN}{AM} = \frac{AC}{AB}$
والنقاط A، N، M و A، C، B بنفس الترتيب، فإن (CN) و (MB) متوازيان.

3 تقسيم قطعة مستقيم هندسيا (بالمدور والمسطرة غير المدرجة)



لتقسيم القطعة [AB] إلى n قطعة متقايسة (n عدد طبيعي أكبر تماما من 1) نتبع الخطوات التالية:
- ننشىء نصف مستقيم مبدؤه A وحامله يختلف عن المستقيم (AB).
- على نصف المستقيم هذا ننشئ نقطة C بحيث AC = n.
- ننشىء المستقيم (BC).
- من القطعة [AC] نأخذ نقطة I .
- ننشىء (D) المستقيم المار من I والموازي للمستقيم (BC).
- نسمي 'I نقطة تقاطع (D) و (AB).
- نقسم القطعة [AB] إلى قطع متقايسة طولها 'AI باستعمال المدور.

حساب طول قطعة مستقيمة

طريقة استعمال نظرية طالس.

تمرين

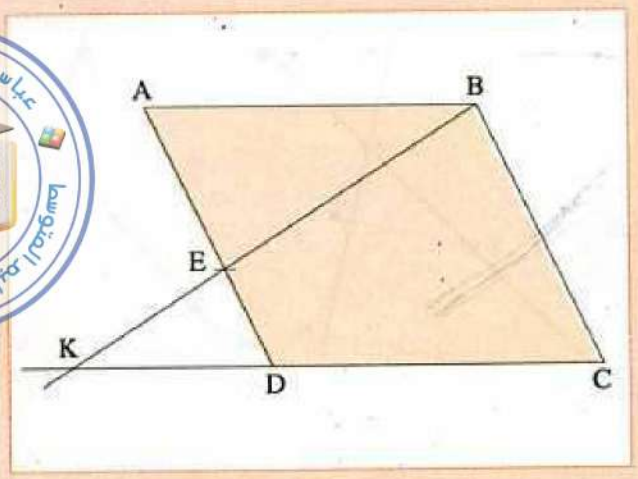
ABCD متوازي أضلاع بحيث :

$AB = 5\ cm$ و $BC = 4\ cm$.

E نقطة من [AD] بحيث $AE = 2,5\ cm$.

المستقيم الذي يشمل النقطتين B و E يقطع (DC) في النقطة K.

احسب DK.



الحل

بما أن ABCD متوازي أضلاع فإن (DC) // (AB).

تعلم أن : $K \in (DC)$. إذن (KD) // (AB).

(AB) و(KD) متوازيان.

حسب نظرية طالس :

$$\frac{EA}{ED} = \frac{EB}{EK} = \frac{AB}{KD}$$

يعني : $\frac{2,5}{1,5} = \frac{EB}{EK} = \frac{5}{KD}$

من $\frac{2,5}{1,5} = \frac{5}{KD}$ نستنتج أن $KD = \frac{1,5 \times 5}{2,5}$.

أي : $KD = 3\ CM$.

كيف نبين أن مستقيمين متوازيان

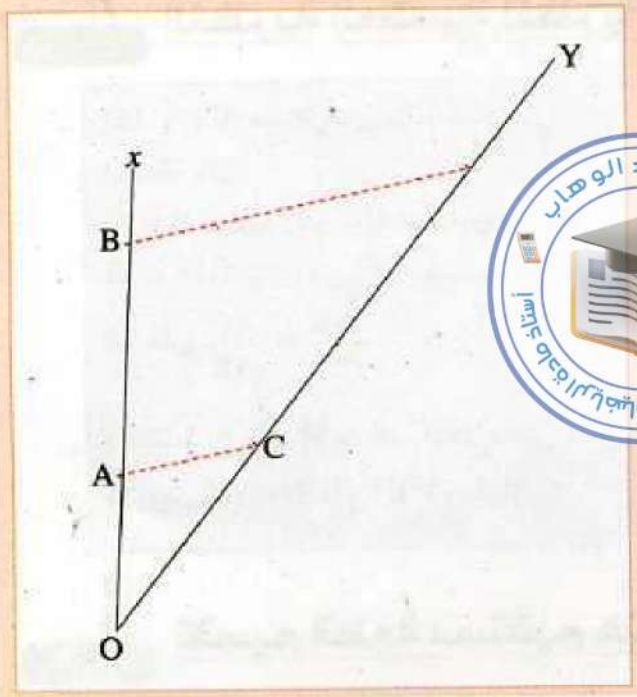
طريقة استعمال النظرية العكسية لطالس.

تمرين

عين النقطتين A و B من $[Ox)$ بحيث $OA = 2\ cm$ و $AB = 3\ cm$.

عين النقطتين C و D من $[Oy)$ بحيث $OC = 3\ cm$ و $CD = 4,5\ cm$.

بين أن (AC) و (BD) متوازيان.



الحل

نحسب النسبتين $\frac{OC}{OD}$ و $\frac{OA}{OB}$.

$\frac{OC}{OD} = \frac{3}{7,5}$ أي $\frac{OC}{OD} = \frac{2}{5}$.

و $\frac{OA}{OB} = \frac{2}{5}$.

لدينا النقط O، A، B بنفس الترتيب O، C، D

و $\frac{OC}{OD} = \frac{OA}{OB}$.

حسب النظرية العكسية لطالس :

(AC) و (BD) متوازيان.

إثبات إستقامية ثلاث نقط

طريقة خاصية مستقيمين متوازيين مشتركين في نقطة.

تمرين

ABC مثلث.

E نقطة من [AB] بحيث $AE = \frac{2}{3}AB$.

I نقطة من [AC] بحيث $IC = \frac{1}{3}AC$.

أنشىء النقطة M التي يكون من أجلها الرباعي BIMC متوازي أضلاع.

بين أن النقط E، I، M في استقامية.

عباسي عبد الوهاب

الحل

طريقة تقسيم قطعة مستقيم إلى قطع لها نفس الطول

لدينا :

• ABC مثلث.

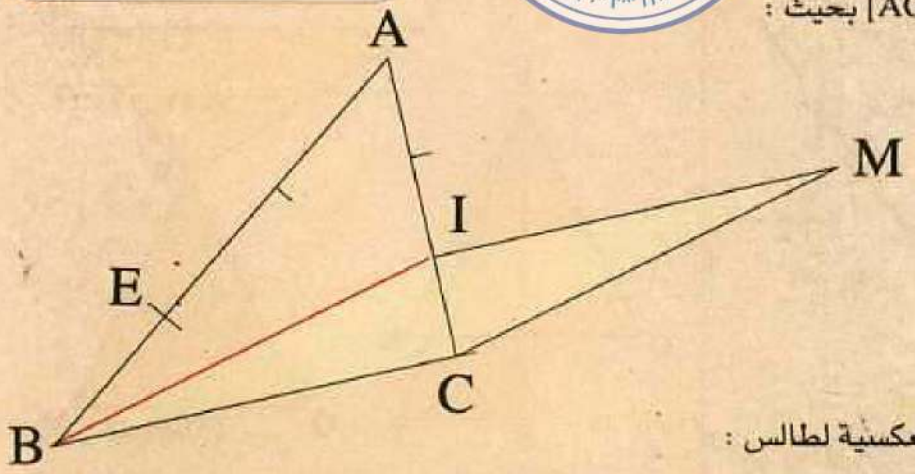
E نقطة من [AB] و I نقطة من [AC] بحيث :

$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{IC}{AC} = \frac{1}{3}$

و منه :

$\frac{AE}{AB} = \frac{2}{3}$ و $\frac{AI}{AC} = \frac{2}{3}$

إذن : $\frac{AE}{AB} = \frac{AI}{AC}$



وبالتالي نستنتج، حسب النظرية العكسية لطالس :

المستقيمان (EI) و (BC) متوازيان.

• الرباعي BIMC متوازي أظلاع ومنه :

(IM) و(BC) متوازيان.

• نستنتج أن (IM) و(EI) متوازيان (خواص التوازي).

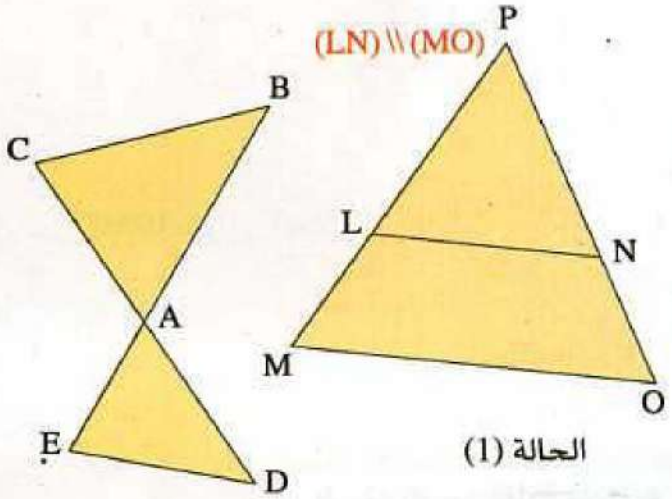
• بما أن (IM) و(EI) متوازيان ويشتركان في النقطة I، فإن :

النقط E، M، I في استقامية.

تمارين للتطبيق المباشر

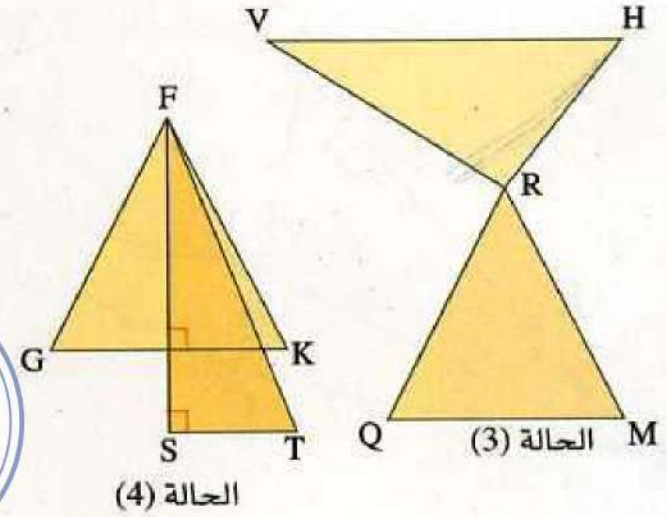
نظرية طالس

1 هل يمكن تطبيق نظرية طالس في كل حالة من الحالات التالية ؟ لماذا ؟



الحالة (1)

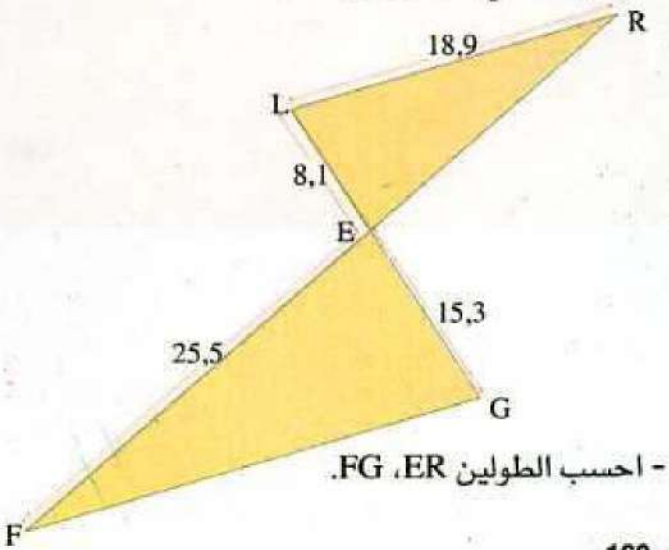
الحالة (2)



الحالة (3)

الحالة (4)

2 المستقيمان (LR) و(FG) متوازيان في الشكل أدناه (الوحدة هي السنتيمتر).



- احسب الطولين ER، FG.

نظرية طالس العكسية

3 ABC مثلث بحيث :

$AB = 9\ cm$، $AC = 6\ cm$.

$M \in [AB]$ و $MB = 3\ cm$.

$N \in [AC]$ و $CN = 2\ cm$.

• بين أن (MN) // (BC).

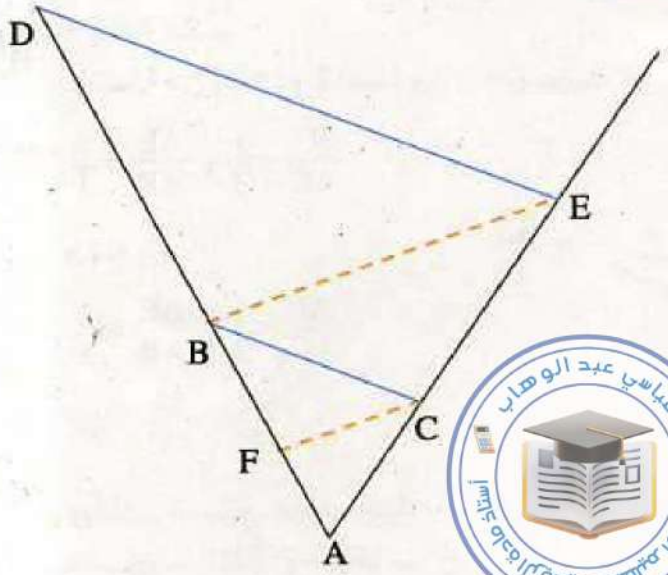
4 EFG مثلث.

$I \in [FG]$ و $FI = \frac{1}{3}FG$.

(D) يشمل I ويوازي (EG) ويقطع (FE) في S.

- احسب النسبة $\frac{ES}{EF}$.

5 إليك الشكل :



$AB = 30$ ؛ $AC = 20$ ؛ $AF = 12$ ؛ $AD = 75$ ؛ $AE = 50$

المستقيمان (CB) و(ED) متوازيان.

بين أن المستقيمين (EB) و(FC) متوازيان.

6 أنشىء قطعة [AB] طولها 13 cm.

- عين بدقة النقطة E من [AB] بحيث $\frac{AE}{AB} = \frac{5}{9}$.

(اشرح طريقة الانشاء).

7 ارسم القطعة [SR] بحيث $SR = 12\ cm$.

- عين النقطة C من (SR) بحيث $\frac{CS}{CR} = \frac{2}{5}$.

عباسي عبد الوهاب

تمارين

1 ABC مثلث بحيث $AB = 7,2\ cm$ ؛ $AC = 9\ cm$.
- D نقطة من [AB] بحيث $AD = 2,4\ cm$.
- E نقطة من [AC] بحيث $AE = 3\ cm$.
- بين أن المستقيمان (BC) و (DE) متوازيان.

2 ABC مثلث قائم في B.
$AC = 9\ cm$ و $AB = 4,5\ cm$.
- E نقطة من [AB] بحيث $AE = 2\ cm$.
- المستقيم العمودي على (AB) والذي يشمل E يقطع [AC] في F.

1- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.
2- احسب طول القطعة [AF].

3 ABCD مستطيل فيه $AB = 12\ cm$، $AD = 7\ cm$.
- M نقطة من [BC] بحيث $MB = 5\ cm$.

1- احسب AM.
- المستقيم (AM) يقطع (CD) في N.

2- احسب MN، NC.

4 [EF] قطعة مستقيم طولها 10 cm.
1- ارسم نصف دائرة (C) قطرها [EF].
2- عين النقطة A من نصف الدائرة (C) بحيث $EA = 9\ cm$.
3- عين النقطة M من [EA] بحيث $EM = 8,4\ cm$.
4- أنشىء (D) الذي يشمل M ويعامد (EA) ويقطع (EF) في B.
5- بين أن (AF) // (MB).
6- احسب EB.

5 أنشىء المثلث ABC بحيث أن :
$AB = 3\ cm$ و $AC = 2,4\ cm$ و $BC = 4,2\ cm$.
- E نقطة من [AB] بحيث $BE = 5,5\ cm$.
- F نقطة من [AC] بحيث $CF = 4,4\ cm$.

1- بين أن المستقيمين (EF) و (BC) متوازيان.
2- احسب الطول EF.

6 ABC مثلث قائم في A و $AB = 3\ cm$ و $AC = 4\ cm$.
1- احسب BC.
2- ارسم (C) الدائرة ذات المركز B ونصف القطر [AB] تقطع [BC] في E.
3- أنشىء مستقيما يشمل E ويعامد [AC] في K.
- احسب الطولين EK، CK.

7 ABCD رباعي محدب قطراه يتقاطعان في I.
- المستقيم الذي يشمل I ويوازي (BC) يقطع [AB] في M.
- المستقيم الذي يشمل I ويوازي (CD) يقطع [AD] في N.
- بين أن (MN) يوازي (BD).

8 ABC مثلث بحيث $BC = 6\ cm$.
M منتصف [BC].
عين النقطة P من [BC] بحيث $BP = 2\ cm$.
المستقيم الذي يشمل P ويوازي (AC) يقطع (AM) في S و (AB) في R.
بين أن $\frac{RP}{AC} = \frac{1}{3}$ و $\frac{PS}{AC} = \frac{1}{3}$.
- استنتج أن P منتصف [RS].

9 ABC مثلث و O منتصف [BC]. المستقيم العمودي على (OA) ويشمل B يقطع (OA) في E. المستقيم العمودي على (OA) ويشمل C يقطع (OA) في F.
1- بين أن O منتصف [EF].
2- بيّن نوع الرباعي ECFB.

10 ARMS رباعي قطراه [SR] و [AM] يتقاطعان في النقطة O بحيث :
$OM = 6\ cm$، $OA = 4\ cm$، $OR = 3,2\ cm$، $OS = 4,8\ cm$.
1- بين أن المستقيمين (AR) و (SM) متوازيان.
2- هل المستقيمان (AS) و(RM) متوازيان ؟ (علل ذلك).

11 AMSI مستطيل بحيث :
$AM = 12\ cm$ و $AI = 9\ cm$.
1) عين النقطتين E و K بحيث :
$E \in [AM]$ و $AE = 2\ cm$.
$K \in [MS]$ و $SK = 1,5\ cm$.
2) بين أن $AS = 15\ cm$.
3) بين أن (AS) // (EK).
4) أحسب EK.

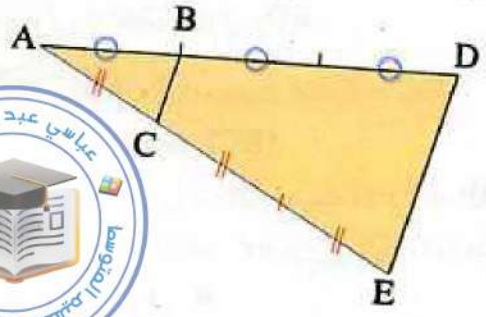
عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات

تمارين

12 مساحة المثلث ADE هي $54\ cm^2$.

- B نقطة من [AD] بحيث $AB = \frac{1}{3}AD$.

- C نقطة من [AE] بحيث $AC = \frac{1}{3}AE$. (كما هو مبين في الشكل الموالي)



1) بين أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان.

- المثلث ABC هو تصغير لمثلث ADE.

2) ما هو سلم التصغير المستعمل ؟

3) احسب مساحة المثلث ABC.

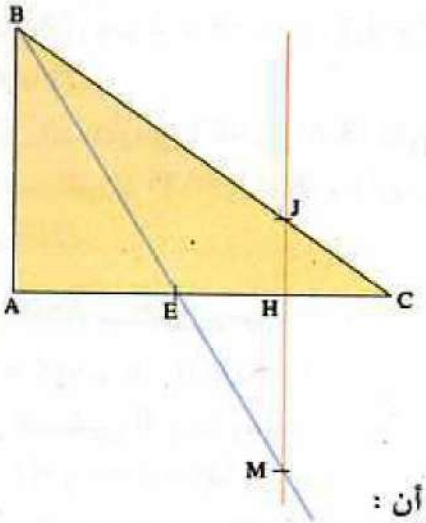
13 ABC مثلث بحيث $AB = 5$، $AC = 7$،

$BC = \sqrt{74}$ (وحدة الطول هي السنتيمتر).

1) ما نوع المثلث ABC.

- E نقطة من [AC] بحيث $AE = 3\ cm$.

- محور القطعة [EC] يقطع [EC] في H و [BC] في J و [BE] في M (كما هو مبين في الشكل).



2) بين أن :

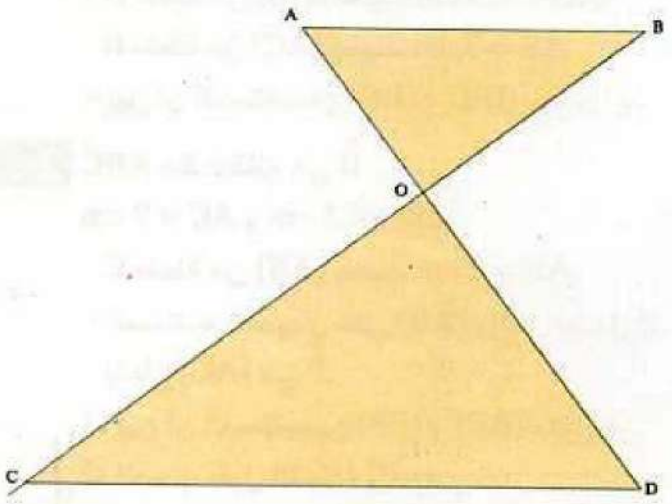
- المستقيمين (JH) و(AB) متوازيان.

- طول [HC] يساوي 2 cm.

3) احسب طول القطعة [JH] (أعط القيمة المضبوطة).

4) احسب HM.

14 إليك الشكل :



$OA = 5\ dm$، $OD = 9\ dm$، $OC = 12\ dm$، $CD = 15\ dm$.

1) احسب الطولين OB, AB علما أن المستقيمين (AB) و(CD) متوازيان.
(أعط الناتج على شكل كسر).

2) بين أن المستقيمين (BC) و (AD) متعامدان.

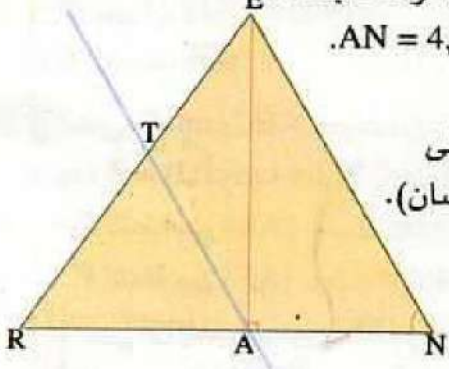
3) احسب $\cos \widehat{OCD}$.

4) استنتج القيمة المدورة للزاوية $\widehat{OCD}$ إلى درجة بالنقصان.

15 إليك الشكل :

$EN = 9\ cm$ ؛ $\widehat{ENR} = 60°$ ؛ $RN = 10,6\ cm$.

انقل الشكل على كراسك بدقة.



1) بين أن $AN = 4,5\ cm$.

2) احسب EA
(أعط مدورها إلى $10^{-1}\ cm$ بالنقصان).

3) احسب AR.

4) احسب TA
(أعط مدورها إلى $10^{-1}cm$ بالنقصان).

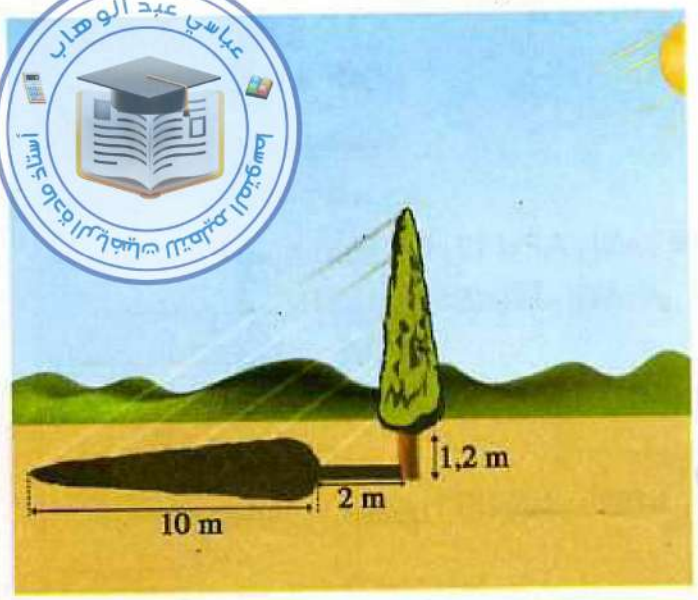
5) احسب $\widehat{ERA}$ (أعط مدورها إلى 1 درجة).

عباسي عبد الوهاب

تمارين

16 تمعّن في الشكل الآتي :

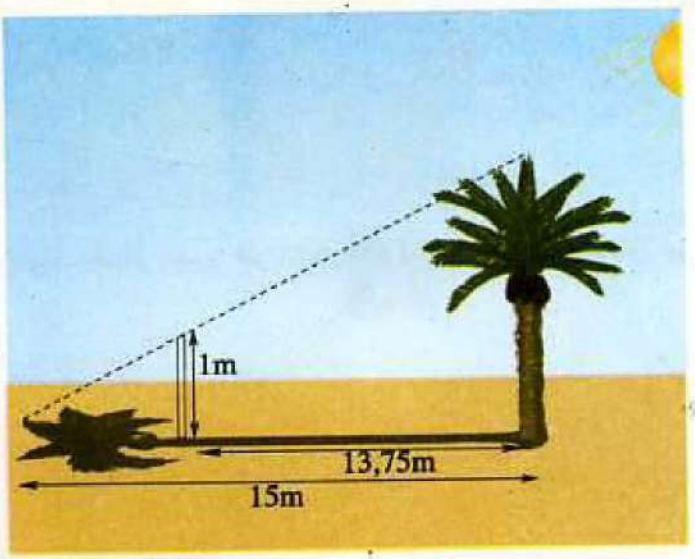
• اوجد طول شجرة السّرو باستعمال المعطيات الموضحة في الشكل :



17 يريد حامد حساب طول نخلة وذلك بوضع عصا طولها 1 m شاقوليا في ظل النخلة ومماسة لضوء الشمس المار من أعلى النخلة كما هو موضح في الشكل :

1) ما هو طول النخلة ؟

2) في رأيك، لماذا استعمل حامد هذه الطريقة لحساب طول النخلة ؟



18 ABC مثلث بحيث :

$AB = 4\ cm$ ؛ $AC = 5\ cm$ ؛ $BC = 6\ cm$.

- N نقطة من [AB] بحيث $BN = 3\ cm$.

- المستقيم الذي يشمل N ويوازي (AC) يقطع (BC) في D.

1) احسب الطولين BD، DN.

– M منتصف [AC].

– H نقطة تقاطع المستقيمين (BM) و(ND).

2) احسب HD.

19 STA مثلث بحيث $AT = 12$، $ST = 9$، $AS = 6$ (وحدة الطول هي السنتيمتر).

- R نقطة من [AS] بحيث $SR = 2$.

- المستقيم الذي يشمل R ويوازي (AT) يقطع (ST) في D.

1) احسب الأطوال SD، DT، RD.

- المستقيم الذي يشمل R ويوازي (ST) يقطع (AT) في E.

2) احسب الطول AE.

- K منتصف [AT].

3) برهن أن (SK) // (ED).

20 ABC مثلث بحيث :

- (D) مستقيم يشمل النقطة C ويوازي (AB).

- منصف الزاوية $\widehat{BAC}$ يقطع (BC) في I والمستقيم (D) في E.

1) بيّن أن المثلث ACE متساوي الساقين.

2) بيّن أن $\frac{IB}{IC} = \frac{AB}{AC}$

عباسي عبد الوهاب

مسائل

1 ROI مثلث بحيث :

$RO = 8\ cm$ ، $RI = 7\ cm$ ، $OI = 3\ cm$.

M نقطة من [RO].

أنشىء الموازي للمستقيم (OI) من النقطة M الذي يقطع (RI) في N. نضع $RM = x$ مع $0 \leq x \leq 8$.

1) عبّر عن الطولين MN و RN بدلالة x.

2) بين أن المحيط P_1 للمثلث RMN يساوي $\frac{9}{4}x$.

3) بين أن المحيط P_2 للشبه المنحرف MOIN يساوي $-\frac{3}{2}x - 18$.

4) اوجد قيمة x حتى يكون $P_2 = P_1$.

2 $x\hat{o}y$ زاوية حادة.

A ،B نقطتان من $[ox)$.

(D)، (D') مستقيمان متوازيان يشملان النقطتين A و B على الترتيب ويقطعان $[oy)$ في النقطتين N و M على الترتيب.

(C) مستقيم يشمل M ويوازي (BN) ويقطع $[ox)$ في النقطة E.

بين أن $OB^2 = OA \times OE$.

3 ASE مثلث بحيث :

$AS = 8$ ؛ $AE = 6$ ؛ $SE = 5$.

عين النقطة P بحيث $P \in [AS]$ و $AP = 12$ و $P \notin [AS]$.

(C) مستقيم يشمل P ويوازي (ES) يقطع (AE) في V.

احسب الطولين VE، VP.

U نقطة من [VP] بحيث $VU = 5$.

بين أن (SU) // (AV).

(C') مستقيم يشمل V ويوازي (SP) يقطع (SU) في T.

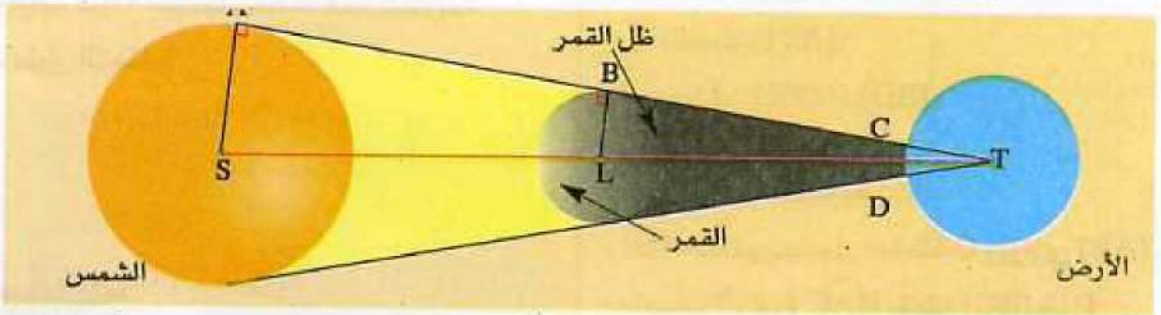
احسب TU.

---

4 الكسوف هو ظاهرة تحجب فيها الشمس بمرور القمر بين الأرض والشمس، وهي ظاهرة تحدث كل 6 أشهر، إلاّ أنها تلاحظ في أماكن معينة من الكرة الأرضية.

في 03 أكتوبر 2005 حدث كسوف كلي بالجزائر (كسوف حلقي).

إليك مخطط الكسوف.



إذا علمت أنّ : نصف قطر الشمس هو 695000 Km ، نصف قطر القمر هو 1736 Km، بعد مركز الشمس عن مركز الأرض هو 150000000 Km.

1) ما هو بعد مركز القمر عن مركز الأرض ؟

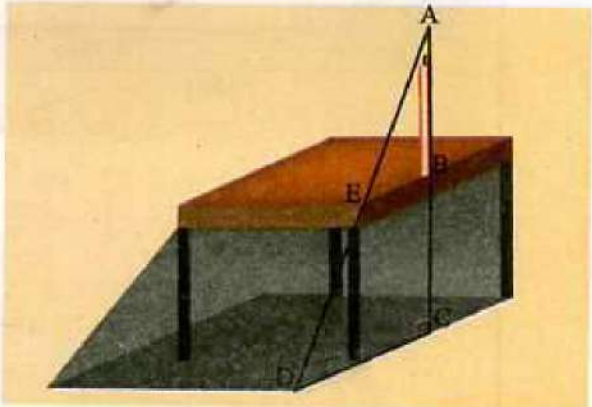
5 نضع شمعة فوق طاولة فيشكل ظل كما هو موضح في الشكل. حيث :

$AB = 15\ cm$

$BE = 20\ cm$

$DC = 1\ m$.

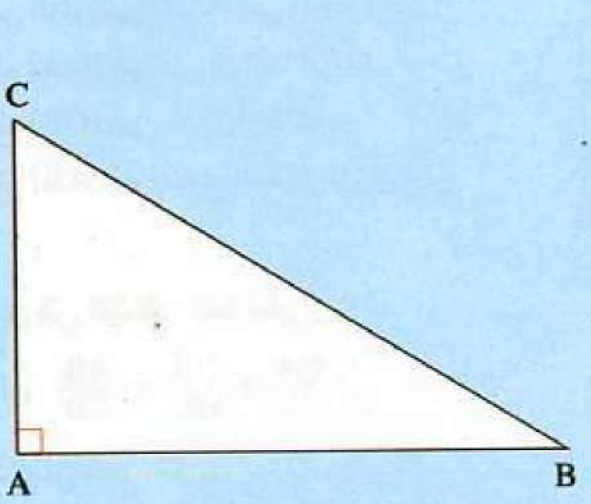
ما هو إرتفاع الطاولة BC عن الأرض ؟



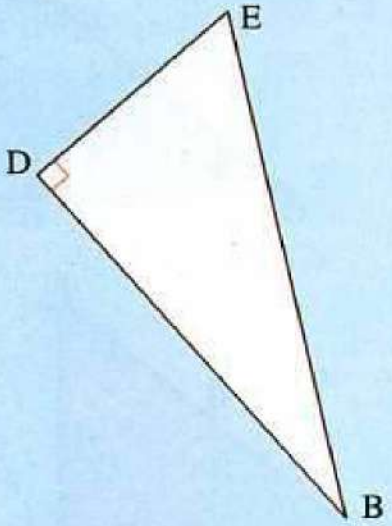
10 النسب المثلثية في مثلث قائم

تمهيد

1 اعتمادا على الشكل. اكتب النسبة المثلثية التي تعبر عن $\cos \widehat{B}$ في كل من الحالتين.



$\cos \widehat{B} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$



$\cos \widehat{B} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

عباسي عبد الوهاب

2 أعط مدورًا إلى 10^{-2} بالنقصان لـ :

$\cos 80°$ ؛ $\cos 56°$ ؛ $\cos 12°$.

3 أعط تدويرًا إلى الوحدة من الدرجة للعدد x في كل من الحالتين :

$\cos x = 0{,}561$ ؛ $\cos x = 0{,}985$.

4 ABC مثلث قائم في A بحيث $AC = 3cm$ ، $BC = 4cm$.

- احسب قيس الزاوية $\widehat{C}$ (أعط مدورًا إلى الوحدة من الدرجة بالنقصان).

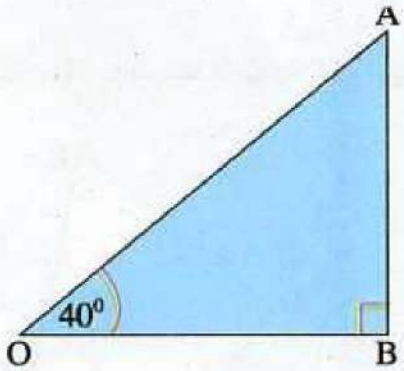
5 EDF مثلث قائم في E بحيث : $DE = 4cm$ ، $\widehat{EDF} = 60°$.

- احسب كلا من DF و EF.

أنشطة

1 تعريف جيب وظل زاوية حادّة في مثلث قائم

1 انقل واتمم ما يلي :



المثلث OAB ..... في B.

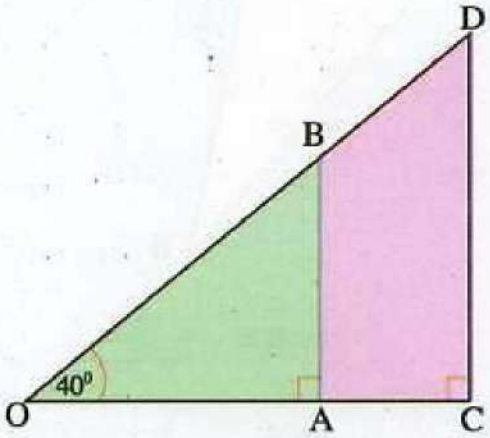
كل من الزاويتين $\widehat{O}$ و $\widehat{A}$ هي زاوية ..... .

الضلع [OA] هو .... المثلث OAB.

الضلع [OB] هو .... للزاوية $\widehat{O}$.

الضلع [AB] هو الضلع المقابل للزاوية $\widehat{O}$.

2 تمعن في الشكل المقابل :



عباسي عبد الوهاب

بين أن $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$.

استنتج أن :

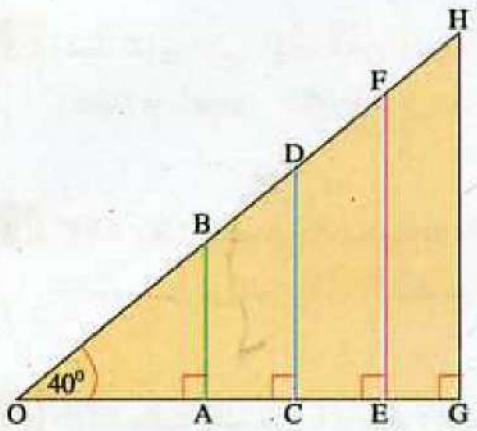
$OB \times CD = OD \times AB$ (1)

$OC \times AB = OA \times CD$ (2)

هل المساواتان $\frac{AB}{OB} = \frac{CD}{OD}$ و $\frac{AB}{OA} = \frac{CD}{OC}$ صحيحتان ؟

3 انقل، ثم املأ الجدول الآتي، بعد أن تعين الأطوال المطلوبة :

أعط لهذه القياسات القيم التقريبية إلى 10^{-1}.



المثلث	OAB	OCD	OEF	OGH
طول الضلع المقابل للزاوية 40°				
طول الضلع المجاور للزاوية 40°				
طول الوتر				
طول الضلع المقابل للزاوية 40° / طول الوتر				
طول الضلع المقابل للزاوية 40° / طول الضلع المجاور للزاوية 40°				

– ماذا تلاحظ ؟

أنـشـطـة

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الوتر}}$ ثابتة. تسمى جيب الزاوية $40°$.

نرمز لها بالرمز : $\sin 40°$. ما هي قيمة $\sin 40°$ ؟

النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل للزاوية } 40°}{\text{طول الضلع المجاور للزاوية } 40°}$ ثابتة. تسمى ظل الزاوية $40°$.

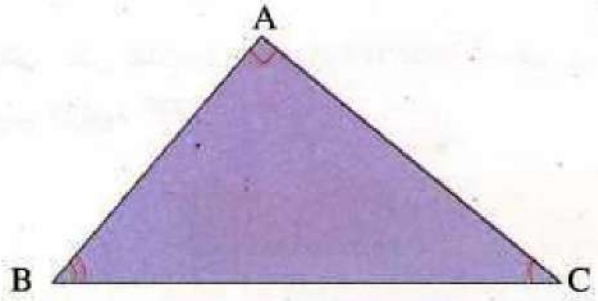
نرمز لها بالرمز $\tan 40°$. ما هي قيمة $\tan 40°$ ؟

4 انقل واتمم :

في المثلث القائم ABC:

$\widehat{\tan} B = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ؛ $\widehat{\sin} B = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

$\widehat{\tan} C = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ؛ $\widehat{\sin} C = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.



عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية إعدادية

2

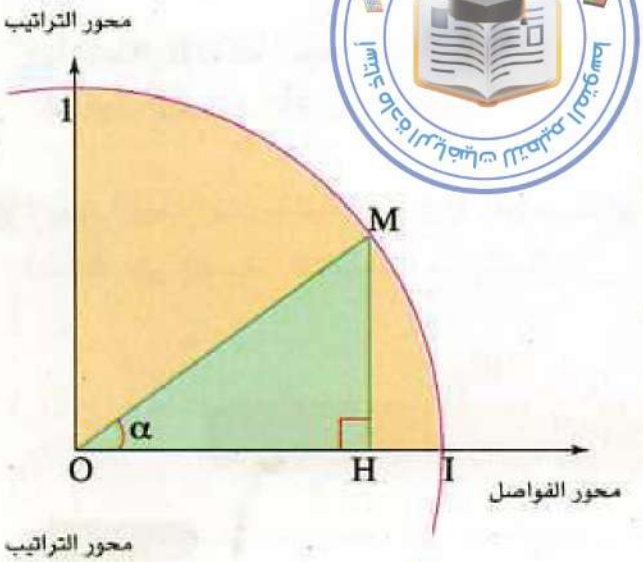
1 تمعن في الشكل المقابل :

يتكون هذا الشكل من معلم متعامد ومتجانس، وربع الدائرة التي مركزها O ونصف قطرها 1 و M نقطة من ربع الدائرة.

1- بين أن في المثلث OMH، العدد $\sin \alpha$ يساوي ترتيب النقطة M.

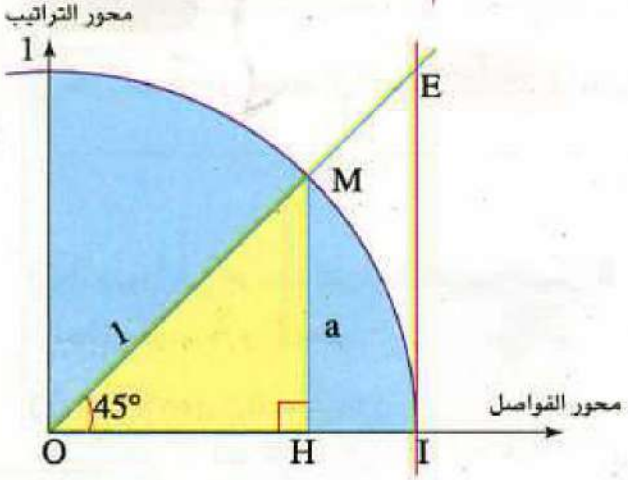
2- ارسم مماسا للدائرة في النقطة I ويقطع (OM) في النقطة E.

3- بين أن في المثلث OIE ، $\tan \alpha = IE$.



2 احسب قيمة a، ثم استنتج ترتيب M.

- ما هي قيمة $\sin 45°$ ؟
- احسب قيمة IE، ثم استنتج قيمة $\tan 45°$.



3 استعمال الحاسبة

1 يمكنك استعمال الآلة الحاسبة لايجاد قيمة مقربة لجيب أو ظل زاوية. مثلا : $\sin 23°$ و $\tan 23°$.
اضغط أوّلا على اللمسة DRG حتى يظهر الرمز DEG في أعلى الشاشة، ثم اضغط على اللمسات التالية بدءاً من اليسار:

2 3 sin ▭

ويظهر على شاشتها العدد **0.390731128** وهي قيمة مقربة لجيب الزاوية $23°$.

2 3 tan ▭

ويظهر على شاشتها العدد **0.424474816**، وهي قيمة مقربة لظل الزاوية $23°$.

- باستعمال الآلة الحاسبة، أعط القيمة المقربة إلى 0,01 لكل من :
$\tan 46°$ ، $\tan 80°$ ، $\tan 51°$ ، $\sin 46°$ ، $\sin 80°$ ، $\sin 51°$.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية الشهيد العقيد لطفي

2 لايجاد القيمة المقربة لقيس زاوية $\widehat{B}$ علّم جيبها أو ظلها . مثلا : $\sin \widehat{B} = 0,35$.
اضغط على اللمسات التالية بدءا من اليسار :

$\sin^{-1}$

0 • 3 5 2ndf sin .....

ملاحظة

حتى تتمكن من استعمال اللمسة $\sin^{-1}$ ، يجب أولاً أن تضغط على اللمسة 2ndf ، ثم على sin .

أعط مدوراً إلى الوحدة للقيمة التقريبية لقيس $\widehat{B}$.

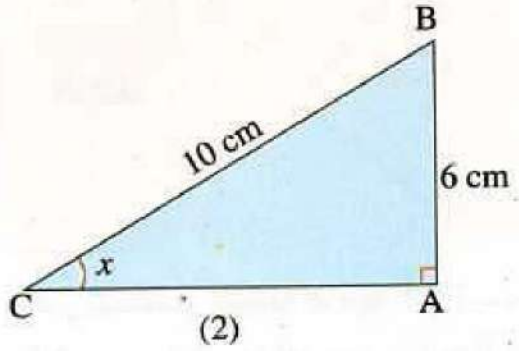
- احسب قيس $\widehat{A}$ و $\widehat{C}$ بحيث :

$\tan \widehat{C} = 1,73$ ، $\sin \widehat{A} = 0,5$.

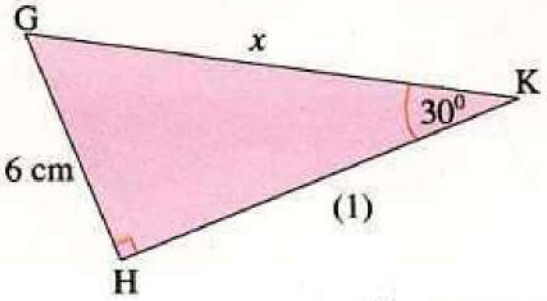
أنشطة

4 حساب زوايا وأطوال

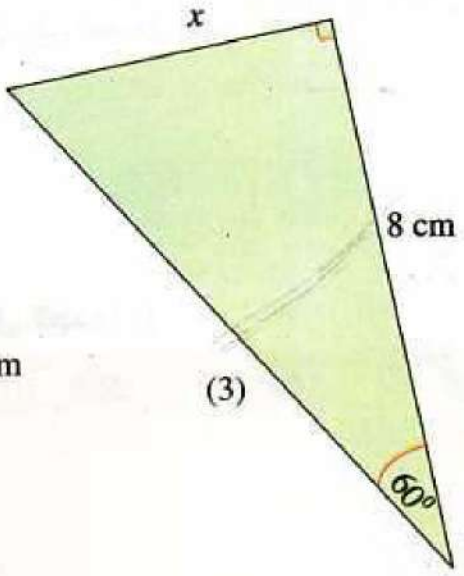
1 احسب العدد x (بالتدوير إلى الوحدة) في كل شكل من الأشكال الآتية :



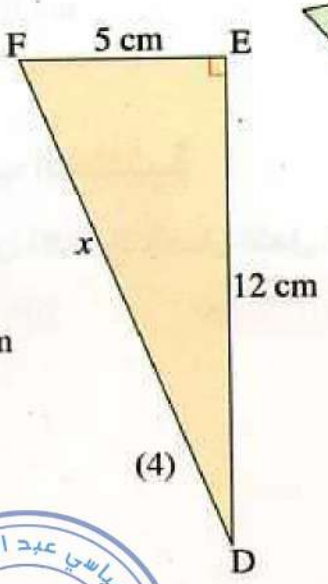
(2)



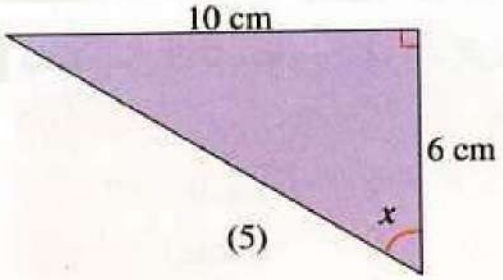
(1)



(3)



(4)



(5)

عباسي عبد الوهاب

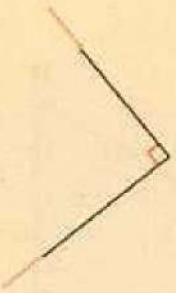
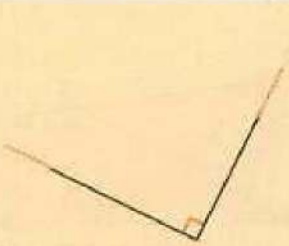
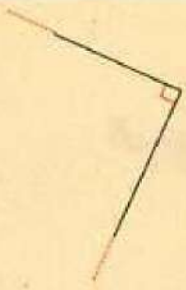
5 إنشاء زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية هندسيا

1 α قيس زاوية حيث $\sin \alpha = 0{,}6$.

لاحظ أن : $\sin \alpha = 0{,}6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

- احسب α باستعمال الحاسبة.
- أنشىء مثلثا قائما وتره $5\,a$ وطول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو $3\,a$ حيث (a طول معلوم).

أنشطة

a	1	1,5	2
طول الوتر			
طول الضلع القائم			
المثلث			

- قس باستعمال المنقلة الزاوية التي قيسها α في كل شكل وارد في الجدول. ماذا تلاحظ ؟
- أنشىء زاوية قيسها β بحيث $\tan \beta = 1,5$.

عباسي عبد الوهاب

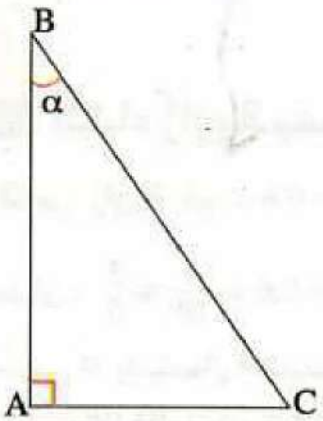
6 العلاقات بين النسب المثلثية

1 باستعمال الحاسبة وبالتقريب إلى 0,01 بالنقصان أكمل الجدول :

α	30°	45°	50°	60°	68°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$					
$\tan \alpha$					
$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$					

ماذا تلاحظ ؟

2 لاحظ الشكل المقابل واتمم ما يلي :



$\sin \alpha = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ، $\cos \alpha = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ، $\tan \alpha = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$.

بين أن $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ و $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.

3 ABC مثلث قائم في B بحيث : $\sin \widehat{A} = \frac{2}{3}$. احسب $\cos \widehat{A}$ ، $\tan \widehat{A}$.

معارف

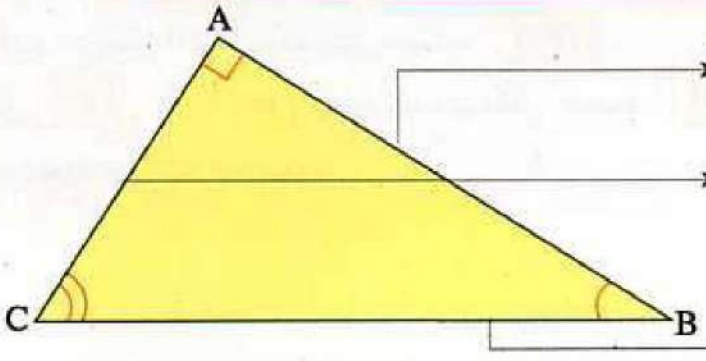
1 جيب زاوية حادّة

تعريف

في مثلث قائم،
جيب زاوية حادّة يساوي النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الوتر}}$.

$\sin \hat{C} = \frac{AB}{CB}$.

$\sin \hat{B} = \frac{AC}{CB}$.



انتبه

جيب زاوية حادة محصور بين العددين 0 و 1 لأن طول الوتر أكبر من طولي كل من الضلعين الآخرين.

2 ظل زاوية حادة

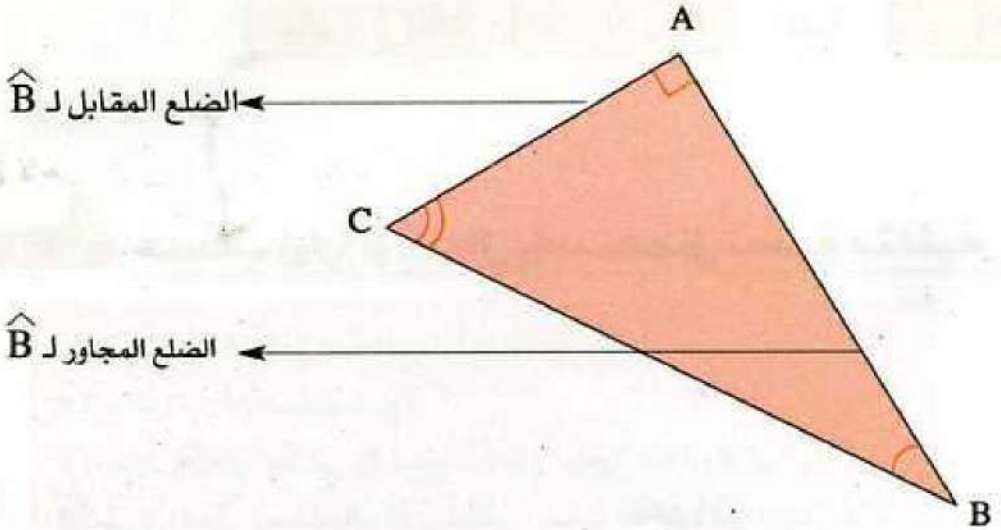
عباسي عبد الوهاب

تعريف

في مثلث قائم،
ظل زاوية حادّة يساوي النسبة $\frac{\text{طول الضلع المقابل لهذه الزاوية}}{\text{طول الضلع المجاور لها}}$.

$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$.

$\tan \hat{C} = \frac{AB}{AC}$.



3 استعمال الحاسبة

يمكن ايجاد القيمة المضبوطة أو القيم التقريبية للعدد $\sin \widehat{B}$ باستعمال اللمسة [sin] وللعدد $\tan \widehat{B}$ باستعمال اللمسة [tan].

ولإيجاد قيس $\widehat{B}$، نستعمل اللمسة [$\sin^{-1}$]، إذا علّم العدد $\sin \widehat{B}$ واللمسة [$\tan^{-1}$] إذا علّم العدد $\tan \widehat{B}$.

قبل استعمال كل من اللمسات يجب أولا، الضغط على اللمسة [DRG].

قبل استعمال اللمستين [$\sin^{-1}$] و [$\tan^{-1}$] يجب الضغط على اللمسة [2ndf] أو [Shift] أو [Inv] حسب ما هو موجود في الآلة الحاسبة.

مثال :

1) حساب $\sin 40°$

نضغط بدءا من اليسار على : [sin] [0] [4] نقرأ : [0.642787609]

إذن : $\sin 40° \approx 0{,}64$ أو $\sin 40° \approx 0{,}6$.

2) حساب $\tan 40°$.

نضغط بدءا من اليسار على : [tan] [0] [4] نقرأ : [0.839099631]

إذن : $\tan 40° \approx 0{,}83$ أو $\tan 40° \approx 0{,}8$.

3) حساب قيس $\widehat{B}$ علما أن $\sin \widehat{B} = 0{,}5$.

نضغط بدءا من اليسار على : [sin] [2ndf] [$\sin^{-1}$] [5] [.] [0] نقرأ : [30]

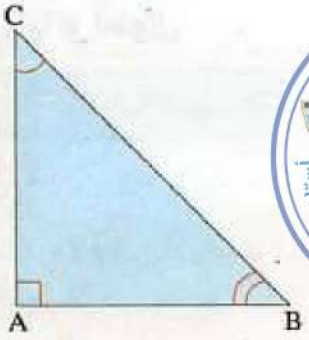
إذن : $\widehat{B} = 30°$.

4 حساب زوايا أو أطوال باستعمال نسبة مثلثية

لحساب زاوية أو طول نتبع الخطوات التالية :

- التحقق من أن المثلث قائم.
- تحديد الضلع المقابل والضلع المجاور لزاوية حادة والوتر.
- تطبيق إحدى المساويات التي تعطي النسب المثلثية لزاوية حادة.

عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات



عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

مثال : ABC مثلث قائم في A بحيث :

$CB = 5\ cm$ و $\sin \widehat{B} = \frac{4}{5}$ و $\tan \widehat{C} = \frac{3}{4}$.

لنحسب الطولين AC و AB.

الحل

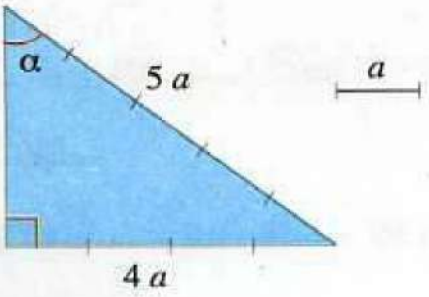
لدينا :

$\sin \widehat{B} = \frac{AC}{CB}$. ومنه $AC = \sin \widehat{B} \times CB$ ، أي $AC = \frac{4}{5} \times 5$. إذن $AC = 4\ cm$.

$\tan \widehat{C} = \frac{AB}{AC}$. ومنه $AB = \tan \widehat{C} \times AC$ ، أي $AB = \frac{3}{4} \times 4$ ، إذن $AB = 3\ cm$.

5 إنشاء زاوية بمعرفة إحدى نسبها المثلثية هندسيا

مثلا : لإنشاء زاوية قيسها α حيث $\sin \alpha = 0{,}8$.



نكتب $0{,}8 = \frac{8}{10}$ ومنه $\sin \alpha = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$.

ثم ننشىء مثلثا قائما وتره 5a وطول أحد ضلعي الزاوية القائمة هو 4 a (a طول معطى).

6 العلاقات بين النسب المثلثية

في مثلث قائم،
مهما يكن العدد x قيس زاوية حادة، فإن $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ و $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

مثلا : $\sin 30° = \frac{1}{2}$ و $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

ومنه $\tan 30° = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$. أي $\tan 30° = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$ إذن $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

$\sin^2 30° + \cos^2 30° = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}$. ومنه $\sin^2 30° + \cos^2 30° = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2$.

إذن $\sin^2 30° + \cos^2 30° = 1$.

حساب زوايا أو أطوال

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي التأهيلي

طريقة توظيف النسب المثلثية في مثلث قائم.

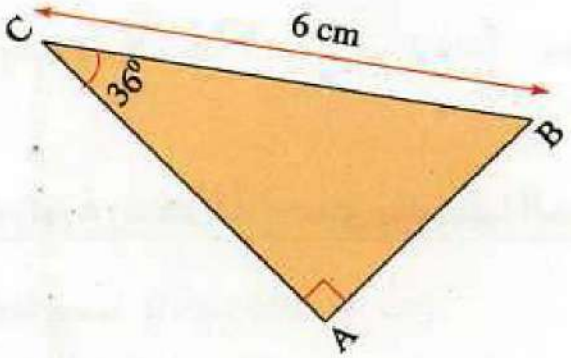
تمرين

ABC مثلث قائم في A بحيث :

$ACB = \widehat{36°}$ ، $BC = 6$ cm

– احسب الطولين : AB ، AC (يعطى الناتج بالتدوير إلى 0,1cm) بالنقصان.

الحل



– لحساب الطول AB نستعمل $\sin \widehat{C}$.

$\sin \widehat{C} = \frac{AB}{CB}$.

ومنه : $AB = \sin \widehat{C} \times CB$ و $\sin 36° \approx 0,58$،

فيكون $AB \approx 0,58 \times 6$،

إذن $AB \approx 3,52$ أو $AB \approx 3,5$ cm.

– لحساب الطول AC نستعمل $\cos \widehat{C}$ أو نظرية فيتاغورس.

$\cos \widehat{C} = \frac{AC}{CB}$.

ومنه $AC = \cos \widehat{C} \times CB$ و $\cos 36° \approx 0,84$،

فيكون $AC \approx 0,809 \times 6$،

إذن $AC \approx 4,85$ cm أو $AC \approx 4,9$ cm.

(فيتاغورس)

$CB^2 = AB^2 + AC^2$.

ومنه $AC^2 = CB^2 - AB^2$،

أي $AC^2 \approx 36 - 9$،

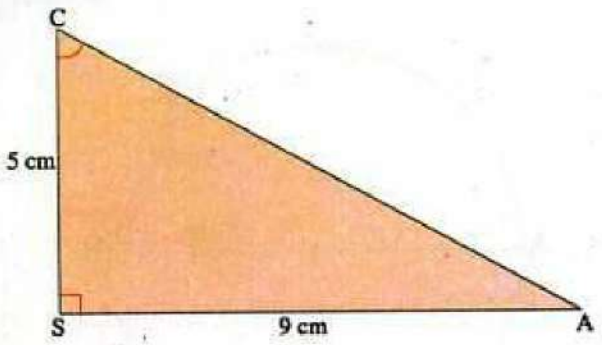
إذن $AC^2 \approx 23,75$،

وبالتالي $AC \approx 4,87$ cm أو $AC \approx 4,9$ cm.

طرائق وتمارين محلولة

تمرين

أنشىء المثلث SAC القائم في S بحيث $SC = 5\ cm$ ، $SA = 9\ cm$.
احسب القيمة التقريبية للزاوية $\widehat{C}$ (أعط مدوّر إلى الوحدة للقيمة التقريبية لـ $\widehat{C}$).



لاحظ أن : طول الضلع المقابل لـ $\widehat{C}$ معلوم وطول الضلع المجاور لـ $\widehat{C}$ معلوم.
إذن : لحساب $\widehat{C}$ نستعمل $\tan \widehat{C}$.
نكتب :

$$\tan \widehat{C} = \frac{SA}{SC}\ ،\ \tan \widehat{C} = \frac{9}{5}\ ،\ \tan \widehat{C} = 1,8.$$

بالآلة الحاسبة : نضغط على [tan] [2ndf] [$\tan^{-1}$] [1,8].

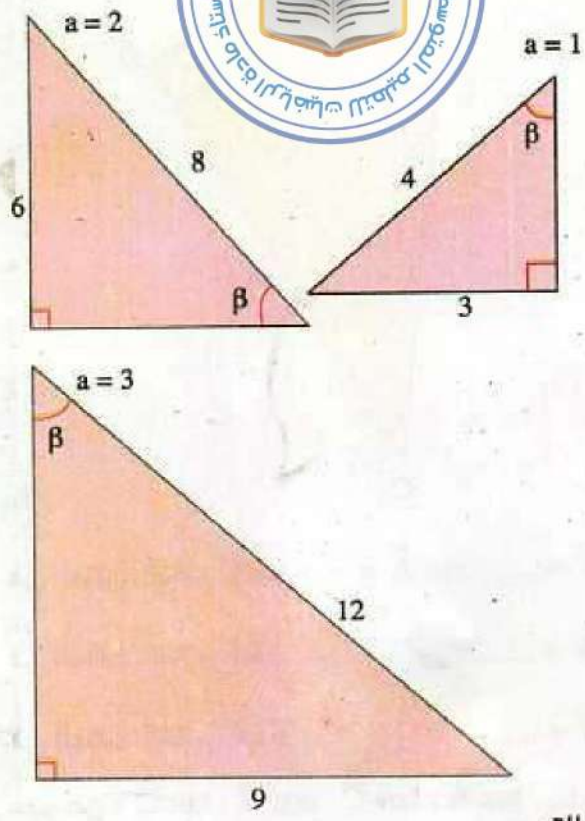
تظهر على الشاشة : 60.9453959، ونكتب $\widehat{C} \approx 61°$.

إنشاء زاوية بمعرفة القيمة المضبوطة لإحدى نسبها المثلثية

لإنشاء زاوية حادة $\widehat{xoy}$ حيث $\sin \widehat{xoy} = a$ (a عدد معطى) نعلم أن جيب زاوية حادة محصور بين 0 و 1.

- إذا كان $a < 0$ فالإنشاء غير ممكن.
- إذا كان $a > 1$ فالإنشاء غير ممكن أيضا.
- إذا كان $0 < a < 1$ فالزاوية $\widehat{xoy}$ يمكن إنشاؤها.

عباسي عبد الوهاب



تمرين أنشىء زاوية قيسها ß حيث $\sin ß = 0,75$.

طريقة اكتب العدد 0,75 على شكل كسر عشري.

$$\sin ß = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

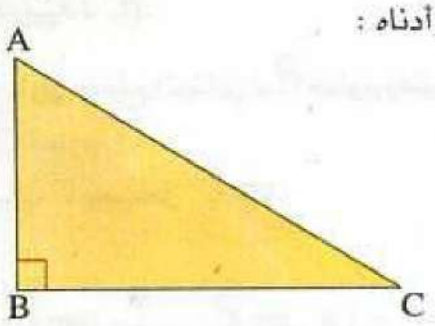
ماذا يمثل كل من الطولين في البسط والمقام؟
البسط يمثل طول الضلع المقابل للزاوية ß.
المقام يمثل طول الوتر في المثلث القائم الذي إحدى زواياه الحادة ß.
نرسم مثلثا قائما وتره a 4، وطول إحدى ضلعي الزاوية القائمة هو a 3.

ملاحظة : الزاوية ß في كل شكل من الأشكال السابقة لها نفس القيس

تمارين للتطبيق المباشر

جيب وجيب تمام وظل زاوية حادة

1 انقل، ثم أتمم المساويات التالية مستعينا بالشكل أدناه :

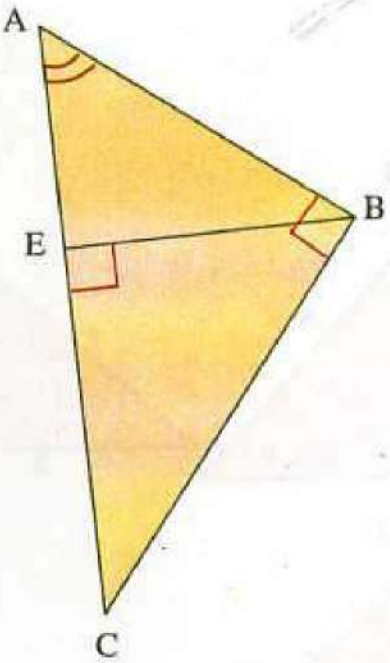


$\frac{AB}{AC} = \sin ..... = \cos .....$.

$\frac{BC}{AC} = \sin ..... = \cos .....$.

$\frac{BC}{AB} = ... \quad ، \quad \frac{AB}{BC} = ...$.

2 انقل، ثم أتمم :



في المثلث القائم ABC : $\sin \hat{A} = \frac{.....}{.....}$ ، $\sin \hat{C} = ...$.

في المثلث القائم ABE : $\sin \hat{A} = ...$.

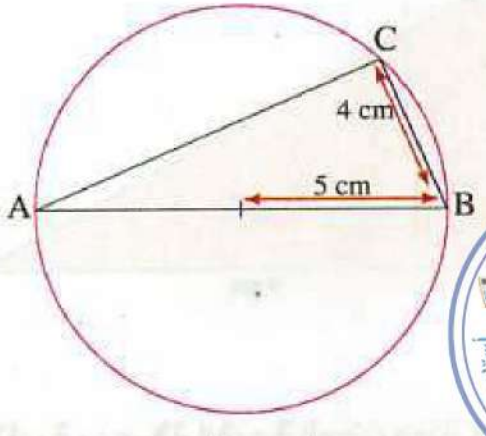
في المثلث القائم BEC : $\sin \hat{C} = ...$.

عبر عن : $\tan \hat{C}$ ، $\cos \hat{A}$ ، $\cos \hat{C}$ ، $\tan \hat{A}$ بطريقتين مختلفتين.

3 اعتمادا على الشكل الموالي :

- احسب $\sin \hat{A}$ ، $\tan \hat{B}$.
- احسب قيس الزاوية $\hat{A}$ ، (بتدوير القيمة المقربة إلى الوحدة من الدرجة).

استنتج $\hat{B}$.



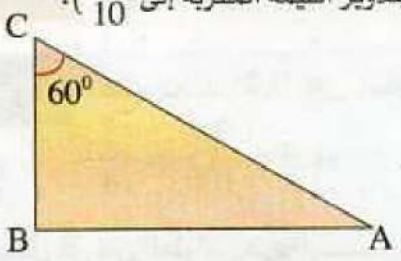
حساب زوايا وأطوال

4 إعتماداً على الشكل أدناه. احسب AB في كل حالة :

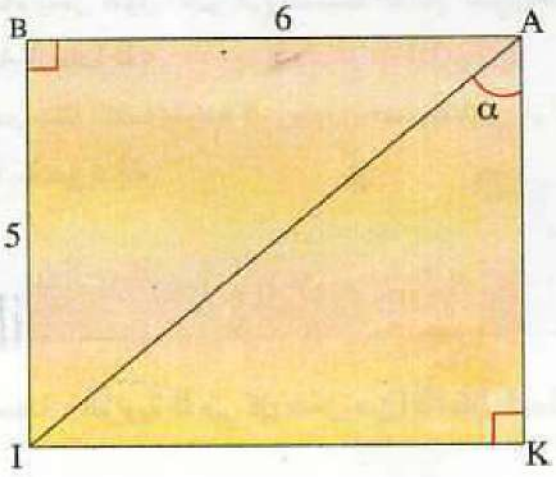
1- إذا كان $AC = 2$ cm.

2- إذا كان $AC = 2\sqrt{3}$ cm.

(تعطى النتيجة بتدوير القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$).



5 احسب الزاوية α في الشكل الموالي :



عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية الشهيد العربي بن مهيدي

تمارين للتطبيق المباشر

6 ABC مثلث قائم في C بحيث :
$AB = 24\ cm$ ، $\sin \hat{A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$.
- احسب CB.

7 MNT مثلث قائم في M بحيث :
$NM = 3\sqrt{3}$ ، $\tan N = \frac{1}{3}$.
- احسب MT.

8 أعط مدوّرًا إلى 10^{-2} لقيمة x في كل حالة :
أ) $\frac{8}{x} = \cos 81°$ ، $\frac{x}{25} = \cos 17°$.
ب) $\sin 37° = \frac{x}{12}$ ، $\tan 28° = \frac{x}{9}$.

9 باستعمال الآلة الحاسبة، أعط تدويرا إلى 10^{-3} للقيمة المقربة لـ $\sin \alpha$، $\cos \alpha$، $\tan \alpha$ في كل حالة :

α	14°	30°	39°	45°	57°	60°	84°
$\sin \alpha$							
$\cos \alpha$							
$\tan \alpha$							

10 أعط مدورا إلى الوحدة من الدرجة للقيمة المقربة للزاوية $\hat{\beta}$ في كل حالة :
أ) $\sin \beta = 0,9$ ، $\sin \beta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ ، $\sin \beta = 0,836$.
ب) $\cos \beta = \frac{\sqrt{3}}{5}$ ، $\cos \beta = \frac{1}{3}$ ، $\cos \beta = 0,5$.
ج) $\tan \beta = \sqrt{10}$ ، $\tan \beta = \frac{5}{3}$ ، $\tan \beta = 1$.

إنشاء زاوية حادة

11 أنشىء الزاوية الحادة $\hat{A}$ حيث :
$\sin \hat{A} = \frac{5}{7}$ ، $\sin \hat{A} = \frac{2}{5}$ ، $\sin \hat{A} = \frac{3}{4}$.

12 أنشىء الزاوية الحادة $\hat{B}$ في كل حالة :
$\tan \hat{B} = 0,6$ ، $\tan \hat{B} = 2$ ، $\tan \hat{B} = \frac{5}{4}$.

العلاقة بين النسب المثلثية

13 إذا علمت أن : $\sin x = \frac{5}{13}$ و $\tan x = \frac{5}{12}$.
احسب القيمة المضبوطة لـ $\cos x$. ثم تحقق أن :
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.

14 باستعمال العلاقة $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
احسب $\cos x$، إذا علمت أن $\sin x = 0,6$.

15 نفس السؤال، إذا علمت أن $\sin x = 0,72$.

16 باستعمال العلاقة $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$،
احسب $\sin x$ إذا علمت أن $\cos x = \frac{2}{5}$.

17 احسب $\tan x$ ، إذا علمت أن :
$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\cos x = \frac{1}{2}$.

18 α هو قيس زاوية حادة.
احسب $\sin \alpha$ ، $\tan \alpha$ في كل من الحالات الآتية :
$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، $\cos \alpha = \frac{1}{4}$ ، $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

19 γ قيس زاوية حادة حيث $\tan \gamma = 0,5$.
احسب $\sin \gamma$ ، $\cos \gamma$.

عباسي عبد الوهاب

تمارين

1 تقع نقطة ضربة الجزاء P لكرة القدم على مسافة 11 m من خط المرمى (AB) حيث :

$AB = 7{,}32$ m.

- احسب بالدرجات قيس زاوية القذف $\widehat{APB}$ في حالة ضربة جزاء.

(توجيه : احسب أولا : $\widehat{APO}$ في المثلث AOP).

2 RST مثلث قائم في R بحيث :

$RS = 10$ cm ، $ST = 16$ cm.

- ما هو القيس بالدرجات للزاويتين $\widehat{STR}$ و $\widehat{RST}$ ؟

3 EFG مثلث قائم في E بحيث :

$FG = 5{,}2$ cm ، $EF = 2{,}4$ cm.

احسب قيس الزاوية $\widehat{GFE}$ بالتقريب إلى الوحدة من الدرجة.

4 ABC مثلث قائم في A بحيث :

$\widehat{ABC} = 55°$ و $AC = 7{,}4$ cm.

- احسب BC بالسنتيمتر (cm).

5 EFG مثلث قائم في E بحيث :

$\widehat{EFG} = 23°$ و $EG = 6{,}7$ cm.

- احسب EF بالتقريب إلى الوحدة من المليمتر (mm).

6 ABC مثلث قائم في A.

احسب المدور إلى mm للطول المطلوب في كل حالة :

1) $\widehat{ABC} = 22°$ ، $AB = 6$ cm ، $AC \approx$ .....

2) $\widehat{ACB} = 65°$ ، $AB = 7$ cm ، $BC \approx$ .....

3) $\widehat{ACB} = 45°$ ، $BC = 14{,}8$ cm ، $AB \approx$ .....

4) $\widehat{ACB} = 28°$ ، $BC = 3{,}5$ cm ، $AB \approx$ .....

5) $\widehat{ACB} = 10°$ ، $AC = 5$ cm ، $AB \approx$ .....

7 ABC مثلث قائم في A.

احسب المدور إلى الوحدة من الدرجة لقيس الزاوية في كل حالة مما يلي :

1) $AC = 2{,}5$ cm ، $AB = 6{,}1$ cm ، $\widehat{ABC} \approx$ .....

2) $BC = 17$ cm ، $AB = 9$ cm ، $\widehat{ACB} \approx$ .....

3) $BC = 5{,}4$ cm ، $AC = 3{,}7$ cm ، $\widehat{ACB} \approx$ .....

8 ABC مثلث قائم في A بحيث :

$AC = 9{,}6$ cm ، $AB = 14{,}6$ cm.

- احسب قيس الزاوية $\widehat{BCA}$ (أعط مدورًا إلى 10^{-1} من الدرجة).

9 أصحيح أم خاطئ ؟

ضع العلامة X في الخانة المناسبة.

1 – ABC مثلث قائم في C. $\cos \widehat{B}$ مساو لـ

أ) ☐ $\frac{AC}{AB}$ ، ب) ☐ $\frac{AB}{BC}$ ، جـ) ☐ $\frac{BC}{AB}$.

2 – مهما تكن الزاوية الحاد α

فإن قيمة $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$

أ) ☐ متعلقة بـ α ،

ب) ☐ مساوية دائما لـ 1، جـ) ☐ مساوية دائما لـ 2 .

3 – مهما تكن الزاوية الحاد ß فإن tan ß مساو لـ :

أ) ☐ $\frac{\cos ß}{\sin ß}$ ، ب) ☐ $\frac{\sin ß}{\cos ß}$ ،

جـ) ☐ $(\sin ß)(\sin ß)$.

تمارين

10 عيّن من بين الأعداد الحقيقية، الأعداد التي يمكن أن تكون جيوب تمام لزوايا حادة :

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ ؛ $\frac{1}{3}$ ؛ 1,3 ؛ $\frac{\sqrt{10}}{3}$ ؛ 3 ؛ $\frac{5}{2}$ ؛ $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

11 هل يمكن أن يكون العدد $\frac{2\sqrt{13}}{9}$ جيب زاوية ؟
علمًا أن $\sqrt{13} \approx 3,6$.

12 ABC مثلث قائم في A بحيث :
$AB = 5\ cm$ و $\cos \widehat{ABC} = \frac{20}{39}$.
احسب BC و AC.

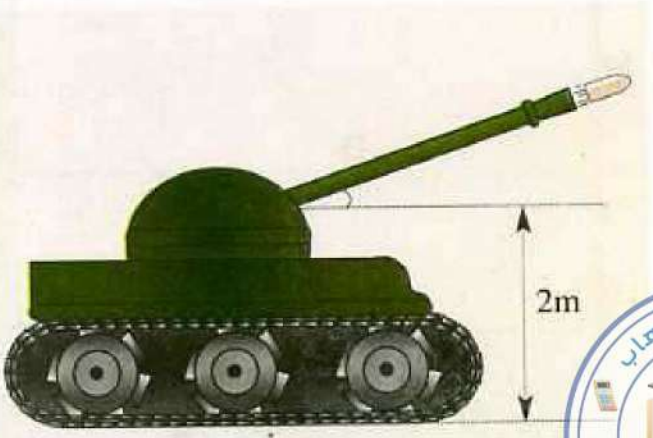
13 ABC مثلث قائم في A بحيث :
$BC = 12\ cm$ و $\sin \widehat{ACB} = \frac{3}{4}$.
- احسب كلا من : AB، AC ، $\cos \widehat{ACB}$ ، $\tan \widehat{ACB}$.

14 ABC مثلث قائم في A بحيث :
$AC = 4\ cm$ و $\tan \widehat{ACB} = \frac{13}{5}$.
احسب كلا من : AB ، BC ، $\cos \widehat{ACB}$ ، $\sin \widehat{ACB}$.

15 تحلق طائرة على ارتفاع 1200m.
ما هو بعدها عن برج المراقبة، إذا كانت تشاهد من برج إرتفاعه 10 m بزاوية قيسها 15° ؟

16 α هو قيس زاوية حادة.
عين α بالدرجات في كل حالة من الحالات الآتية :
1) $\sin \alpha = 0,9210$ 2) $\cos \alpha = 0,8192$.
3) $\sin \alpha = 0,7880$ 4) $\tan \alpha = 0,4245$.
5) $\tan \alpha = 11,4300$ 6) $\cos \alpha = 0,7714$.

17 تطلق دبابة قذيفة بزاوية قدرها 32°.
- ما هو ارتفاع القذيفة على بعد 500 m ؟
(نعتبر أن مسار القذيفة هو مستقيم).



عباسي عبد الوهاب

18 STR مثلث قائم في S بحيث :
$\hat{T} = 52°$ ، $ST = 12$.
[SA] ارتفاع في المثلث STR.
[SB] المتوسط في المثلث STR.
احسب الأطوال SA ، TR ، AR ، AT ، SB.

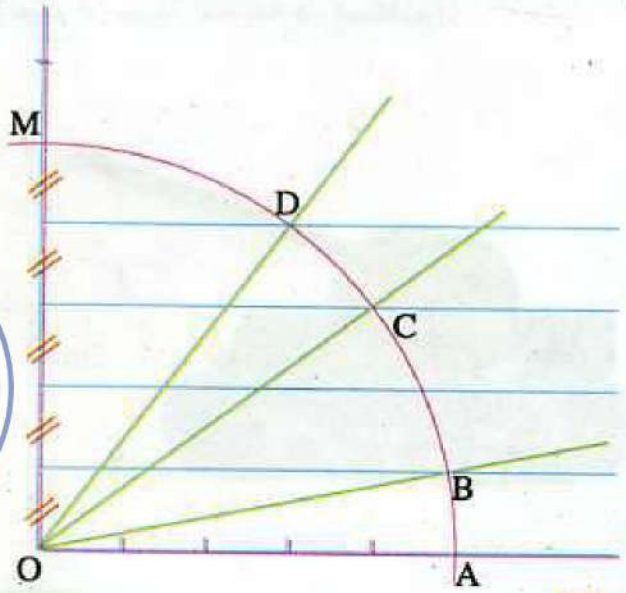
19 أعط تدويرا إلى الوحدة من الدرجة للزاوية α في كل حالة :.
أ) $\sin \alpha = 0,467$ ، $\sin \alpha = 0,743$ ، $\sin \alpha = 0,836$.
ب) $\tan \alpha = 1$ ، $\cos \alpha = 0,86$ ، $\cos \alpha = 0,5$.
جـ) $\tan \alpha = \frac{5}{3}$ ، $\sin \alpha = 0,9$ ، $\cos \alpha = \frac{1}{3}$.

20 ABCD شبه منحرف قائم في A و D بحيث :
$\widehat{ABD} = 60°$ ، $\widehat{CBD} = 90°$ ، $AB = 5\ cm$.
احسب BD.
احسب طول كل ضلع من أضلاع شبه المنحرف المعطى.

تمارين

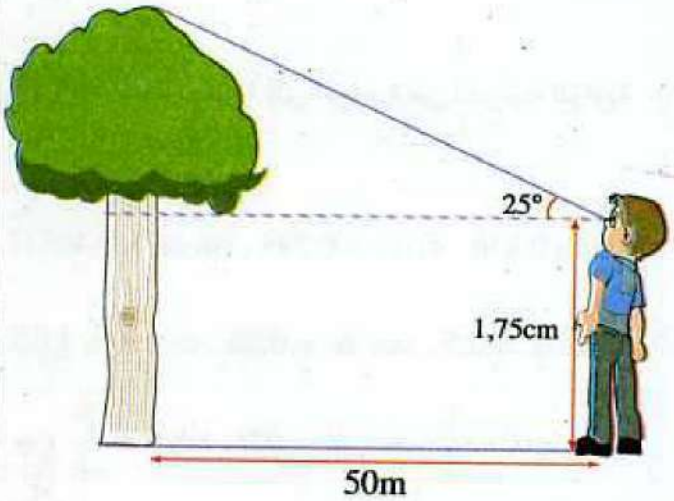
21 باستعمال الشكل :

احسب $\sin \widehat{AOB}$ ، $\sin \widehat{AOC}$ ، $\sin \widehat{AOD}$.



22 يقف رجل في نقطة A على مسافة 50 m من جذع شجرة. ينظر هذا الرجل إلى عصفور في أعلى تلك الشجرة بزاوية $25°$.

- احسب علّو هذه الشجرة.



23 PMN مثلث قائم في M بحيث :

$PM = 4\ cm$ ، $MN = 7\ cm$.

احسب PN.

احسب كل من : $\sin \hat{p}$ ، $\cos \hat{p}$ ، $\tan \hat{p}$ بتقريب إلى 10^{-2} بالنقصان.

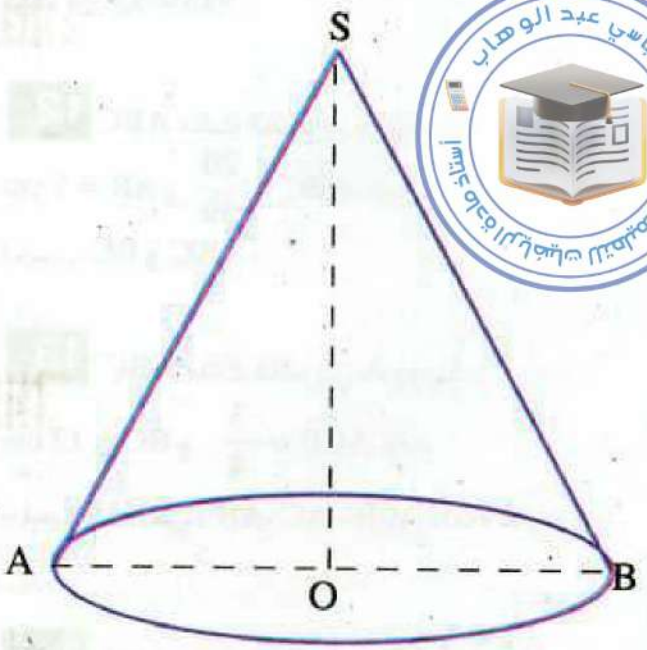
احسب $\hat{p}$ (بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة).

24 مخروط دوراني رأسه S وقاعدته قرص مركزه O ونصف قطره 4cm (كما هو مبين في الشكل).

إرتفاعه [SO] بحيث $SO = 2,8$.

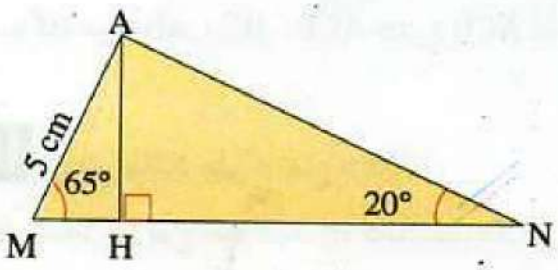
1) احسب $\widehat{OSB}$ بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة.

2) احسب حجم هذا الهرم بالتدوير إلى $1cm^3$.

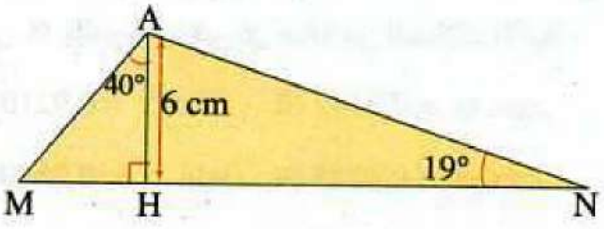


عباسي عبد الوهاب

25 احسب MN ، HN ، AN ، AH ، MH.



26 احسب MN ، MH ، AM ، HN ، AN.

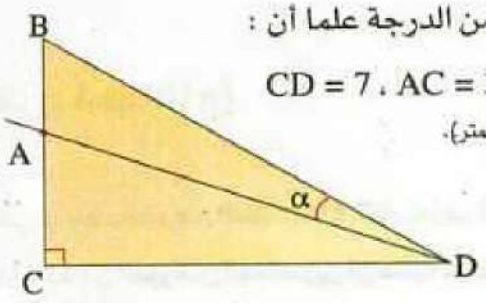


مسائل

1 إعتمادًا على الشكل أدناه، احسب α بالتدوير إلى الوحدة من الدرجة علما أن :

$CD = 7$ ، $AC = 3$ ، $AB = 1$

(الوحدة هي السنتيمتر).

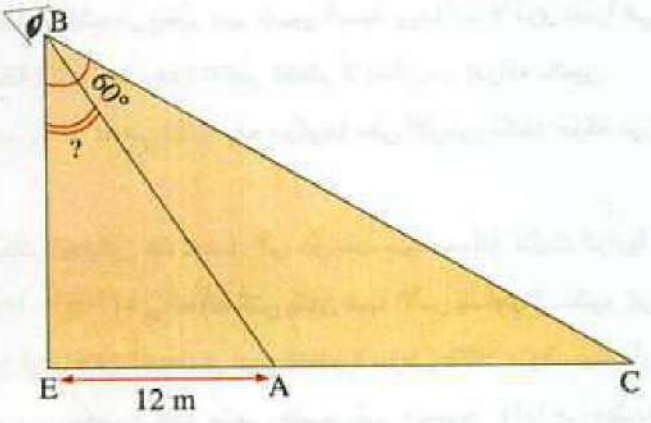


2 ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث : $BC = 5cm$ ، $\widehat{A} = 50°$

- أنشىء الشكل.
- احسب طول الإرتفاع المتعلق بالضلع [BC] .
- احسب AB.
- احسب طول قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

3 يقف رجل على سطح منزله الذي يعلو على سطح الأرض بـ 18 m. رأى ولدا في النقطة C بزاوية 60°، كما رأى أيضا كرة في النقطة A على نفس الخط المستقيم الأفقي وعلى مسافة 12 m من المنزل.

(الشكل الموالي).



احسب المسافة بين الولد في النقطة C والمنزل إذا علمت أن ارتفاع عيني الرجل عن المستوى الواقف عليه هو 1,6 m.

احسب الزاوية التي رأى منها الكرة في النقطة A.

احسب المسافة بين الولد والكرة.

4 ABC مثلث قائم في A بحيث :

$AB = 6$ cm ، $AC = 9$ cm.

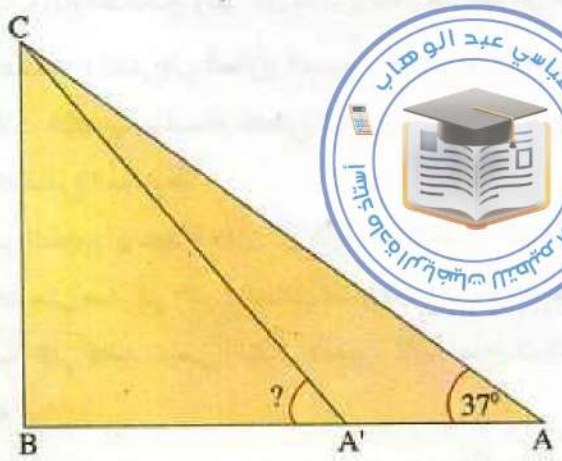
D نقطة من [AC] بحيث $AD = 4$ cm.

- احسب $\tan \widehat{ADB}$ ، $\tan \widehat{ACB}$ ، $\cos \widehat{ABD}$.

E منتصف [DC] ، محور [DC] يقطع المستقيم (BD) في G والمستقيم (BC) في F.

- احسب EF ، EG ، GF.

5 رأى راصد من نقطة A على سطح الأرض برجاً يبعد عن A مسافة 60 m وبزاوية قيسها 37° (الشكل الموالي).



عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

الزاوية $\widehat{BAC}$ تسمى زاوية الرصد.

ورأى راصد آخر نفس البرج من نقطة A' تقع بين A و B وتبعد عن A مسافة 25 m.

- احسب ارتفاع البرج وقيس زاوية الرصد للراصد الثاني.

6 الشكل المقابل يمثل إشارة مرور تحذر من منحدر خطير.

- ماذا تعني الكتابة 10 % ؟
- اوجد زاوية الإنحدار.