# الثالثة متوسط

$e = mc^2$

# الرياضيات

# دروس وملخصات

## الأستاذ عباسي للرياضيات

## 1 بحثا عن الخاصية الصحيحة

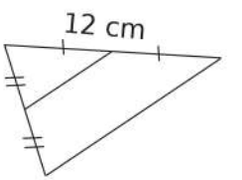
**a.** في الأشكال التالية، المستقيمات بالخط العريض متوازية. حدد إن أمكن رقم الخاصية التي يمكنك تطبيقها من بين الخاصيات الثلاث التالية:

**خاصية 1** في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصفي ضلعين، فإنه يوازي الضلع الثالث.

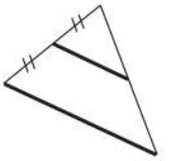
**خاصية 2** في مثلث، طول القطعة الواصلة بين منتصفي ضلعين يساوي نصف طول الضلع الثالث.

**خاصية 3** في مثلث، إذا شمل مستقيم منتصف أحد أضلاعه وكان موازيا لضلع ثان، فإنه يقطع الضلع الثالث في منتصفه.

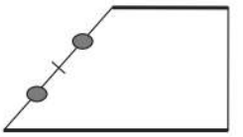
**b.** لون بالأخضر المثلث الذي تستخدمه.



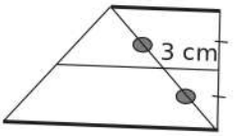

**الشكل1**: خ .....



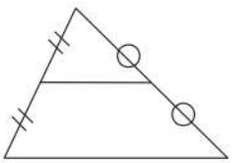
**الشكل2**: خ .....



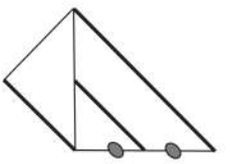
**الشكل3**: خ .....




**الشكل 4**: خ .....

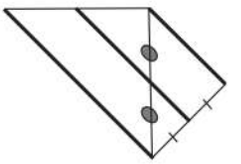


**الشكل 5**: خ .....

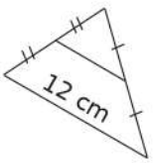


**الشكل6**: خ .....

**الشكل7**: خ .....



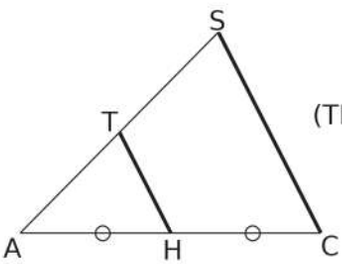
**الشكل8**: خ .....



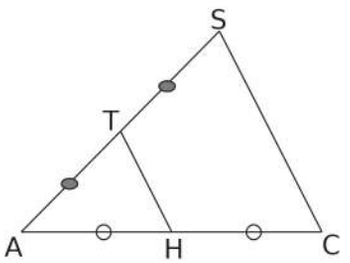

**الشكل 9**: خ .....

**الشكل10**: خ .....

**2** بين أن T هو منتصف القطعة [AS].




**3** بين أن (CS) و (TH) متوازيان.



المعطيات: .....

.....

.....

الخاصية: .....

.....

.....

.....

.....

الخلاصة: .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

**4**

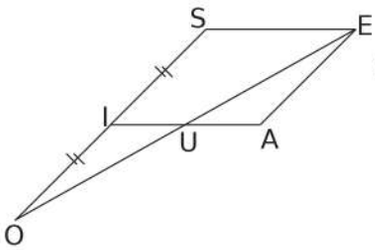
**a.** ارسم مثلث CHN بحيث : CH = 2.3cm ؛ CN = 3cm و NH = 4cm. علم النقطة I نظيرة النقطة C بالنسبة إلى H والنقطة E نظيرة النقطة C بالنسبة إلى N.

**b.** بين أن المستقيمين(HN) و (IE) متوازيان.

**c.** احسب IE.

إذن : IE = .....

**5**



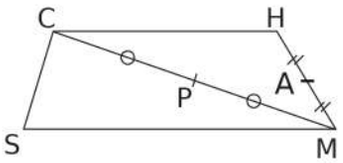

AISE متوازي الأضلاع بحيث: SE = 2 cm و IS = 1,8 cm.

**a.** ماذا يمكنك أن تقول عن المستقيمين (UI) و (ES)؟ علل.

**b.** بين أن U هي منتصف القطعة [OE].

**c.** احسب UI.

**6**




CHMS شبه منحرف فيه حاملي الضلعين [CH] و [MS] متوازيين.

**a.** بين أن (CH) و (PA) متوازيان.

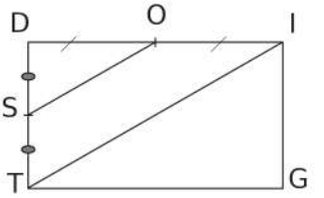
**b.** بين أن (PA) و (MS) متوازيان.

عباسي عبد الوهاب

**7** DIGT مستطيل حيث:

$DI = 5.6cm$ و

$DT = 3.2cm$.




**a.** احسب الطول TI مدورًا إلى 0,1.

**b.** استنتج قيمة OS مدورة إلى 0,1.

**8** في المثلث ABC، النقاط I ، J ، K و L هي منتصفات القطع [AB] ،[AC] ،[AI] و [AJ] على الترتيب.

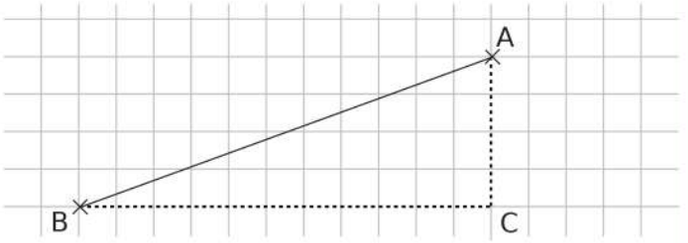
**a.** بين أن : $KL = \frac{1}{2} IJ$.

**b.** بين أن : $IJ = \frac{1}{2} BC$.

**c.** استنتج أن : $KL = \frac{1}{4} BC$.

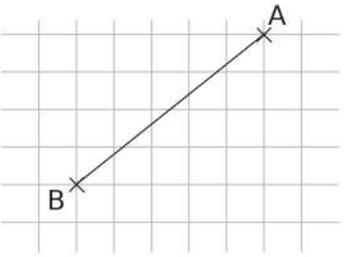
**9** **باستخدام المرصوفة!**

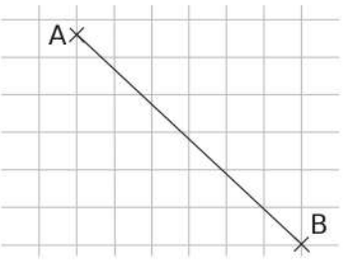
**a.** في الرسم أدناه، ضع النقطة J منتصف القطعة [AC] ثم ارسم الموازي لـ (BC) والمار بالنقطة J. يقطع [AB] في I.

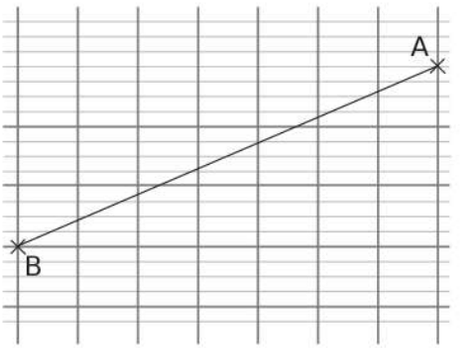



**b.** بين أن I هي منتصف القطعة [AB].

**c.** استخدم الطريقة السابقة لإنشاء منتصف القطعة [AB] في كل حالة.



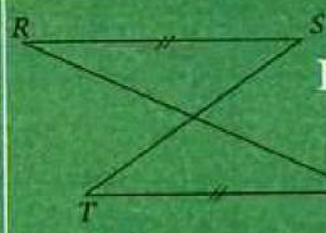



## اختبر معلوماتك

**1** انقل الشكل المقابل الذي يتكـون من ثلاث نقط $A$ و $B$ و $O$ ليست على استقامة واحدة، ثم أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ حيث تكون النقطة $O$ مركز تناظره.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

**2**

| السؤال 1 : | السؤال 2 : |
|---|---|
| هل الرباعي RSTP متوازي أضلاع ؟   $(RS) // (TP)$ | هل الرباعي ABCD متوازي أضلاع ؟ $(AD) // (BC)$ |

**1.** أجاب ياسين على السؤال 1 كما يلي :

« للرباعي $RSTP$ ضلعان متوازيان ومتقايسان فهو متوازي أضلاع ».

هل جواب ياسين صحيح ؟ علل.

**2.** أجب على السؤال 2. علل.

**3**

**1.** $(D)$ مستقيم معلوم و $A$ نقطة معلومة لا تنتمي الى هذا المستقيم.

أنشئ من A مستقيما $(D')$ يوازي $(D)$.

**2.** هل يمكن إنشاء مستقيم آخر $(D'')$ يختلف عن $(D')$ يشمل $A$ ويوازي $(D)$ ؟ علل ؟

**4** أيّ الجدولين الآتيين هو جدول تناسبية ؟

| | | |
|---|---|---|
| 14 | 0,25 | 3,5 |
| 42 | 0,75 | 10,5 |

(1)

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 12,5 | 13 |
| 23 | 25 | 27 |

(2)

## مستقيم المنتصفين

**1** 1 . ارسم مثلثا $KLM$. عين النقطتين $L'$، $M'$ منتصفي الضلعين $[KM]$ و $[KL]$ على الترتيب، ثم صل بين هاتين النقطتين.

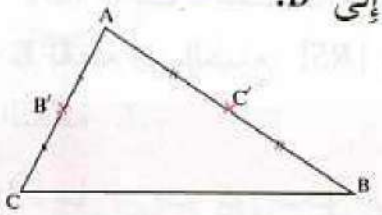
2 . كيف تبدو لك الوضعية النسبية للمستقيمين $(M'L')$ و $(ML)$ ؟

3 . قس طولي القطعتين $[ML]$ ، $[M'L']$ . ماذا تلاحظ ؟

عباسي عبد الوهاب

**2** فيما يلي يُبَرْهَنُ ما لاحظته في النشاط السابق.

1 . انقل الشكل المقابل، ثم أنشئ النقطة $C''$ نظيرة $C'$ بالنسبة إلى $B'$.




2 . إليك فيما يلي محاولة ياسمين للبرهان على أن كلا من الرباعيين $AC'CC''$ و $C'BCC''$ متوازي أضلاع، وقد حذفت منها بعض الكلمات والرموز، وعوضت بنقاط .

– انقل، ثم أتمم محاولة ياسمين :

« إنّ الرباعي $AC'CC''$ متوازي أضلاع لأنّ النقطة $B'$ هي ... له.

إذن $CC''$ ... $AC'$ و $(CC'')$ ... $(AC')$ .

إنّ الرباعي $C'BCC''$ متوازي أضلاع لأنّ الضلعين $[CC'']$ و $[BC']$ فيه ... و ...

إذن $C'C''$ ... BC و $(C'C'')$ ... $(BC)$ .

بما أنّ $(C'C'')$ ... $(BC)$ وأن $B'$ ... $[C'C'']$، فإنّ $(BC)$ ... $(C'B')$.

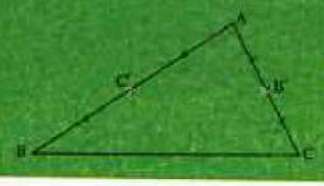
بما أنّ $BC$ ... $C'C''$ وأنّ $B'$ منتصف $[C'C'']$، فإنّ ... × ... = $C'B'$ ».

– انقل، ثم أتمم الخاصية الآتية :

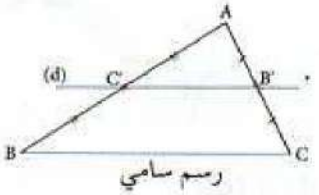
« في مثلث $ABC$ إذا كانت النقطة $C'$ ... الضلع $[AB]$ وكانت النقطة $B'$ منتصف الضلع [...]، فإنّ : $(BC)$ ... $(B'C')$ و ... × $\frac{1}{2}$ = $B'C'$ ».

**3** المطلوب :

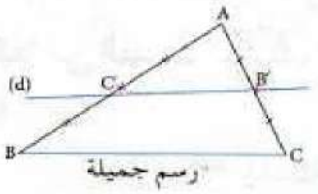
ارسم المثلث $ABC$ ثم أنشئ المستقيم (d) الذي يشمل $B'$ ويوازي $(BC)$.




إليك فيما يلي رسمي سامي وجميلة :



رسم سامي



رسم جميلة

1 . – هل يمكن رسم أكثر من مستقيم واحد يشمل $B'$ ويوازي $(BC)$ ؟

– أيّ التلميذين سامي أم جميلة استعمل عند إنشاء المستقيم $(d)$ الخاصية، التي برهنت عليها في النشاط السابق ؟

– أيّ الرسمين صحيح ؟ اشرح.

2 . اكتب نص الخاصية التي يمكنك استخراجها من هذا النشاط.

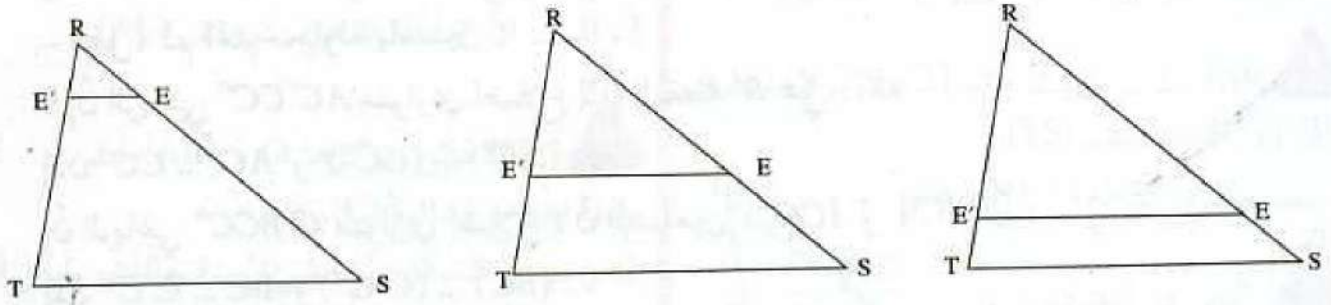
## المثلثان المحينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين

1

$RST$ مثلث بحيث أنّ $RS = 4{,}5\ cm$ و $RT = 3\ cm$ و $ST = 4\ cm$.

E نقطة من الضلع $[RS]$ و $(d)$ مستقيم يشمل $E$ ويوازي الضلع $[ST]$ ويقطع $[RT]$ في النقطة $E'$.

1 . هل يترجم كل شكل من الأشكال الآتية المعطيات السابقة ؟




2 . انقل، ثم أكمل الجدول الآتي، وذلك بالنسبة لكل شكل من الأشكال الواردة :

| | $RT$ | $RS$ | $ST$ |
|---|---|---|---|
| أطوال أضلاع المثلث $RST$ | ... | ... | ... |
| أطوال أضلاع المثلث $REE'$ | ... | ... | ... |
| | $RE'$ | $RE$ | $EE'$ |

عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات بثانوية الأمير عبد القادر

تحقق أنّ كل جدول من الجداول الثلاثة هو جدول تناسبية.

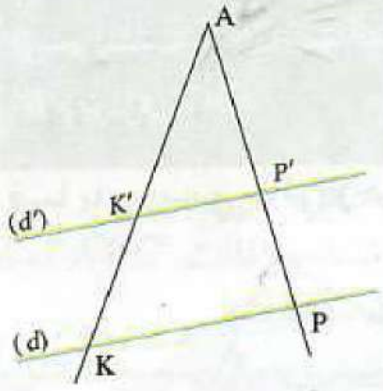
2

1 . انقل الشكل المقابل :

2 . قس كلا من الأطوال $AP$، $AP'$، $AK$، $AK'$.

3 . احسب كلا من النسب $\frac{K'P'}{KP}$، $\frac{AK'}{AK}$، $\frac{AP'}{AP}$.

ماذا تلاحظ ؟



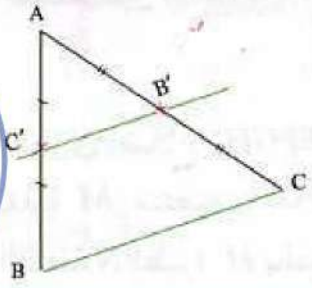

$(d)\ //\ (d')$

# تزود

## مستقيم المنتصفين

### النظرية

في مثلث، المستقيم الذي يشمل منتصفي ضلعين يوازي الضلع الثالث.
طول القطعة الواصلة بين هذين المنتصفين يساوي نصف طول الضلع الثالث.

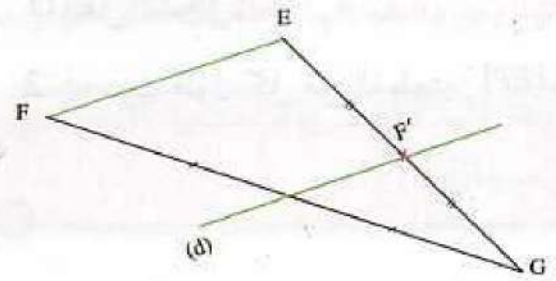



إذا كان $B'$ منتصف $[AC]$ و $C'$ منتصف $[AB]$،
فإنّ $(C'B') // (BC)$ و $C'B' = \frac{1}{2} \times BC$.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات والعلوم الفيزيائية

### النظرية العكسية

إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعا ثانيا منه، فإنّه يشمل منتصف الضلع الثالث.



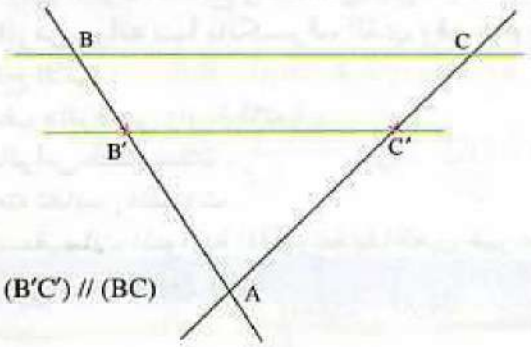

إذا كان المستقيم $(d)$ يشمل $F'$ منتصف $[EG]$
ويوازي $(EF)$، فإنّ $(d)$ يشمل منتصف [FG].

## المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما مستقيمان غير متوازيين

### النظرية

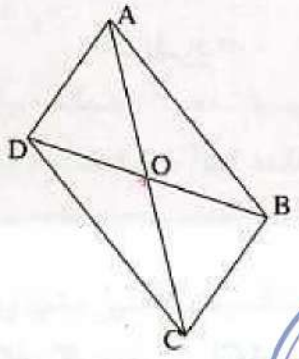
في مثلث $ABC$، إذا كانت النقطة $B'$ تنتمي إلى الضلع [AB] والنقطة $C'$ تنتمي إلى الضلع $[AC]$ وكان المستقيمان $(BC)$ و $(B'C')$ متوازيين، فإنّ :

$$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$$



## استعمال خواص مستقيم المنتصفين في برهان

**1** $ABCD$ متوازي أضلاع مركزه النقطة $O$.




1. انقل الشكل، ثم أنشئ النقطة $O'$ نظيرة النقطة $O$ بالنسبة إلى $A$ والنقطة $O''$ نظيرة النقطة $O$ بالنسبة إلى $B$.
2. أثبت أنّ المستقيمين $(DC)$ و $(O'O'')$ متوازيان.

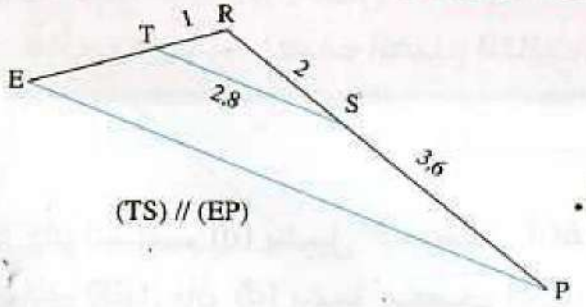
عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات بثانوية الأمير عبد القادر

**2**

1. – أنشئ متوازي أضلاع $EFGH$.
   – عين النقطة $M$ منتصف $[FG]$.
   – أنشئ النقطة $N$ نظيرة $H$ بالنسبة إلى $M$.
2. أثبت أنّ النقطة $F$ هي منتصف $[EN]$.

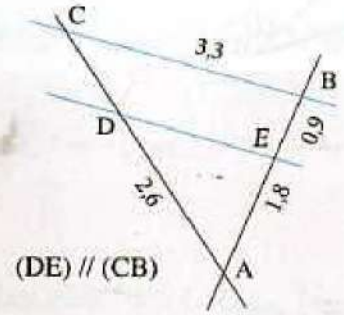
## استعمال خواص المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

**1**




1. انقل الشكل:
2. احسب طول كل من القطعتين $[EP]$ و $[TE]$.

**2**




تمعّن في الشكل المقابل:

1 – بيّن أنّ: $AD = \frac{2}{3} AC$.

2 – احسب $AC$ و $DE$.

## هل تعلم؟

**" رياضي إغريقي "**

- **طاليس** *THALES* (بين القرن السابع والسادس قبل الميلاد) :

يقال إنه فكر في قياس الزمن، وأنه تنبأ بالكسوف الذي وقع عام 585 قبل الميلاد.

وتعزى إلى طاليس النتائج الآتية :

– الزاوية المحيطة في نصف دائرة هي زاوية قائمة .

– الزويتان المتقابلتان بالرأس متقايستان .

– الحالة الأولى من حالات تقايس المثلثات.

إقترن اسمه بـ "نظرية المستقيمات المتوازية المقطوعة بقاطعين غير متوازيين" ويقال إنها كانت معروفة عند المصريين و البابليين قبله.

## استعمال خواص مستقيم المنتصفين في برهان

**لإثبات أن مستقيمين متوازيان أو أنّ نقطة هي منتصف قطعة يمكن استعمال خواص المستقيم الذي يصل منتصفي ضلعين في مثلث.**

**مثال :** ABC مثلث و $A'$ نظيرة A بالنسبة إلى C، و E منتصف $[AB]$.

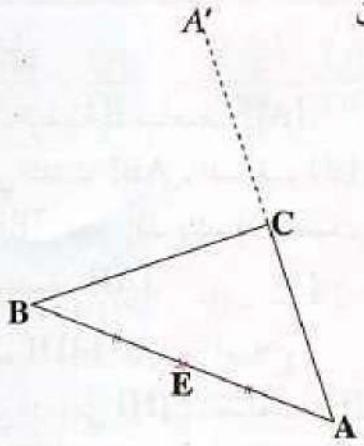
للبرهان على أنّ المستقيمين $(BA')$ و $(EC)$ متوازيان يكفي أن نبيّن أنّ النقطة $C$ هي منتصف الضلع $[AA']$ في المثلث $AA'B$.

النقطة $A'$ هي نظيرة $A$ بالنسبة إلى $C$ يعني أنّ $C$ هي منتصف $[AA']$. في المثلث $AA'B$ لدينا :

$E$ منتصف $[AB]$ و C منتصف $[AA']$.

باستعمال النظرية المتعلقة بمستقيم المنتصفين نستنتج أنّ :

$(EC) // (BA')$.




$A'$ نظيرة A بالنسبة إلى C

## استعمال خواص المثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

**لحساب طول قطعة يمكن استعمال النظرية المتعلقة بالمثلثين المعينين بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين .**

**مثال :** في المثلث $DEF$، $(GH) // (FE)$.

لحساب طول كل من القطعتين $[DG]$ و $[DH]$

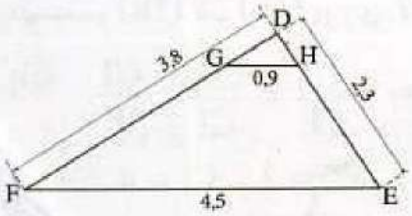
نلاحظ أنّ في المثلث $DEF$ لدينا :

$G$ نقطة من الضلع $[DF]$ و $H$ نقطة من $[DE]$.

كما أنّ المستقيمين $(GH)$ و $(FE)$ متوازيان، ومنه :

$$\frac{DG}{DF} = \frac{DH}{DE} = \frac{GH}{FE}$$

وبشكل خاص $\frac{DG}{DF} = \frac{GH}{FE}$ أي $\frac{DG}{3,8} = \frac{0,9}{4,5}$.




$(GH) // (FE)$

المجهول $DG$ هو الرابع المتناسب مع الأعداد 4,5، 0,9، 3,8.

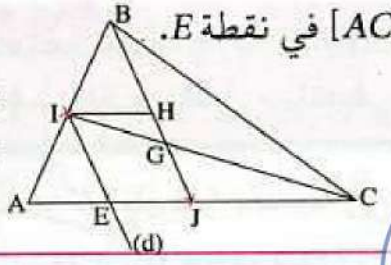
يكون إذن : $DG \times 4,5 = 0,9 \times 3,8$ أي $DG = \frac{0,9 \times 3,8}{4,5}$.

نجد $DG = 0,76$.

نحسب $DH$ بنفس الطريقة، فنجد $DH = 0,46$.

عباسي عبد الوهاب أستاذ التعليم الثانوي

$ABJ$ مثلث حيث $BJ = 5\ cm$ و $AJ = 4\ cm$. $I$ منتصف [AB] و $C$ نظيرة A بالنسبة إلى J.
المستقيم $(d)$ الذي يشمل $I$ ويوازي $(BJ)$ يقطع $[AC]$ في نقطة $E$.




G نقطة تقاطع $[BJ]$ و $[IC]$
H هي منتصف $[BJ]$.

1 . برهن أنّ النقطة $E$ هي منتصف $[AJ]$.
2 . برهن أنّ الرباعي $EJHI$ متوازي أضلاع.
3 . احسب الطول $GJ$.

عباسي عبد الوهاب

## حل :

**1.** النقطة E منتصف [AJ]:

النظرية العكسية المتعلقة بمستقيم المنتصفين في مثلث

في المثلث ABJ ، المستقيم (d) يشمل I منتصف [AB] وهو يوازي [BJ] فهو إذن يشمل منتصف الضلع [AJ] وهذا يعني أنّ E هي منتصف [AJ].

**2.** EJHI متوازي أضلاع :

إذا كان كل ضلعين متقابلين في رباعي متوازيين، فإن هذا الرباعي متوازي أضلاع.

في الرباعي EJHI الضلعان [IE] و [HJ] متوازيان لأنّ [IE] و [BJ] متوازيان وأنّ H نقطة من [BJ].

النظرية المتعلقة بمستقيم المنتصفين في مثلث .

في المثلث ABJ النقطة I منتصف [AB] و H منتصف [BJ]
إذن المستقيم (IH) يوازي (EJ).
إذن (IH)//(EJ) و (IE)//(HJ)، ومنه EJHI متوازي أضلاع .

**3.** حساب GJ:

في المثلث IEC لدينا :

في مثلث ABC ، إذا كانت $B'$ نقطة من [AB] و $C'$ نقطة من [AC] وكان $(B'C') // (BC)$ فإنّ :
$\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$ .

J نقطة من [EC] و G نقطة من [IC]، والمستقيم (GJ) يوازي المستقيم (IE) لأنّ (IE) يوازي (BJ) والنقطة G تنتمي إلى [BJ].

إذن $\frac{CJ}{CE} = \frac{CG}{CI} = \frac{GJ}{IE}$ وهكذا حصلنا على $\frac{CJ}{CE} = \frac{GJ}{IE}$.

بما أنّ $CJ = 4$ و $EJ = 2$ و J نقطة من [EC]، فإنّ $CE = 6$ .

إذا كان $[IE]$ و $[HJ]$ ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع $EJHI$ ، فهما متقايسان .

كما لدينا $IE = HJ = \frac{1}{2} BJ = 2,5$.

إذن $\frac{GJ}{2,5} = \frac{4}{6}$ أي $6 \times GJ = 4 \times 2,5$ ، ومنه $GJ = \frac{10}{6}$ .

بعد الاختصار نجد $GJ = \frac{5}{3}$ أي $GJ \approx 1,66$.

• العدد $\frac{5}{3}$ ليس عددا عشريا لأن عملية قسمة 5 على 3 لا تنتهي، فلهذا يمكن إعطاء قيم تقريبية له مثل 1,7 أو 1,66 .

• يتطلب تحرير برهان تنظيما وترتيبا كبيرين. يمكنك اكتساب المهارة في ذلك من خلال الممارسة والتدريب .

## مستقيم المنتصفين

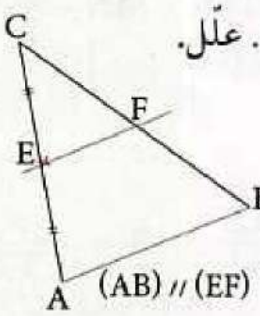
**1** 1. ارسم مثلثا ABC، ثم عيّن منتصفي الضلعين [AC] و [BC].
2. ارسم مستقيم منتصفي الضلعين [AC] و [CB].

**2** ارسم مستقيم المنتصفين لكل ضلعين من أضلاع مثلث MER.

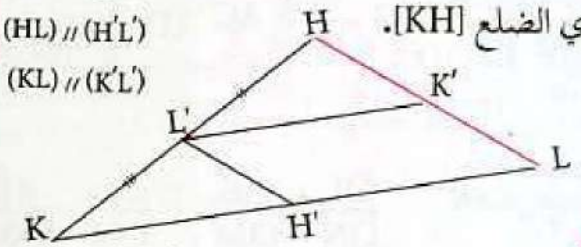
**3** EFG مثلث. F' منتصف [EG] و E' منتصف [GF].
اشرح لماذا طول [F'E'] يساوي نصف طول [EF].

**4** TSP مثلث حيث PS = 21 cm. S' منتصف [TP] و P' منتصف [TS].
احسب طول القطعة [S'P']. علّل.

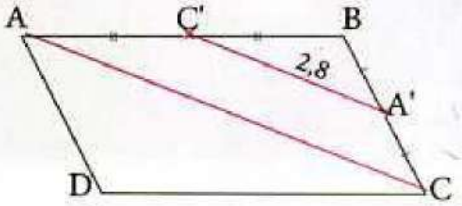
**5** تمعّن في الشكل،
ثم اشرح لماذا النقطة F هي منتصف الضلع [BC].



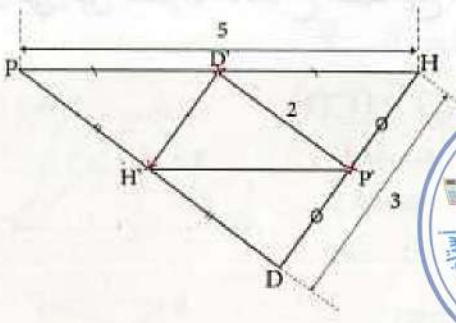

**6** تمعّن في الشكل، ثم أثبت أنّ الضلع [K'H'] يوازي الضلع [KH].




**7**
1. اشرح لماذا المستقيم (C'A') يوازي المستقيم (AC).
2. احسب طول [AC].




**8**

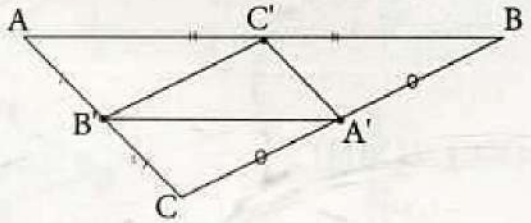



1. أثبت أنّ الرباعي DP'D'H' متوازي أضلاع.
2. احسب الأطوال DP، H'D' ، PH' .

**9** FAR مثلث و E منتصف [RA].
1. ارسم المستقيم الذي يشمل R ويوازي (FE) حيث يقطع (AF) في النقطة L.
2. أثبت أنّ النقطة F هي منتصف [AL].

**10** (C) دائرة مركزها O وَ [AB] قطر لها. E نقطة خارج الدائرة (C).
1. ارسم هذا الشكل، ثم أنشئ المستقيم الذي يشمل O ويوازي (AE) حيث يقطع القطعة [EB] في النقطة I.
2. أثبت أنّ النقطة I هي منتصف [BE].

**11** تمعّن أحمد وجمال في الشكل الموالي، ثم قالا :

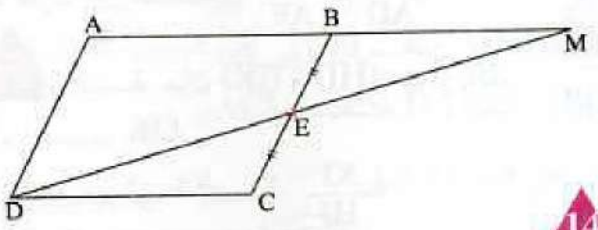



أحمد : « محيط المثلث A'B'C' يساوي نصف محيط المثلث ABC ».
جمال : « مساحة المثلث A'B'C' تساوي ربع مساحة المثلث ABC ».
هل ما قاله أحمد وجمال صحيح ؟ علّل.

**12** EFGH متوازي أضلاع، I منتصف [HE] وJ منتصف [FH].

1. أنجز هذا الشكل .
2. أثبت أنّ (IJ) يشمل منتصف [FG].
3. علما أنّ النقطة K هي منتصف [HJ]، أثبت أنّ $HK = \frac{1}{4}HF$ .

**13** ABCD متوازي أضلاع، E منتصف [BC]. المستقيمان (DE) و (AB) يتقاطعان في نقطة M.
أثبت أنّ النقطة B هي منتصف [AM].

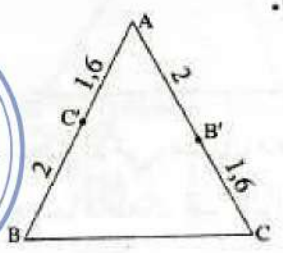



**14**

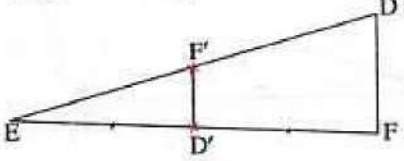
1. ارسم مثلثا EFG، ثم حدّد النقطتين M وَN منتصفي الضلعَين [EF] وَ [FG] على الترتيب.
2. أنشىء المستقيم الذي يشمل M ويوازي (FG).
3. أنشىء المستقيم الذي يشمل N ويوازي (EF) يتقاطع هذان المستقيمان في نقطة O.
4. أثبت أنّ النقطة O هي منتصف الضلع [GE].

**15** أصواب أم خطأ ؟

• في المثلث ABC، المستقيم (C'B') يوازي المستقيم (CB).

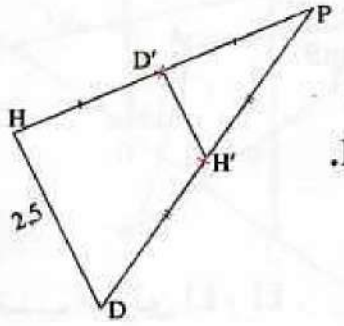



• في المثلث DEF، المستقيم (D'F') يوازي المستقيم (DF).




• في المثلث PHD، المستقيم (D'H') يوازي المستقيم (DH)، ولدينا :

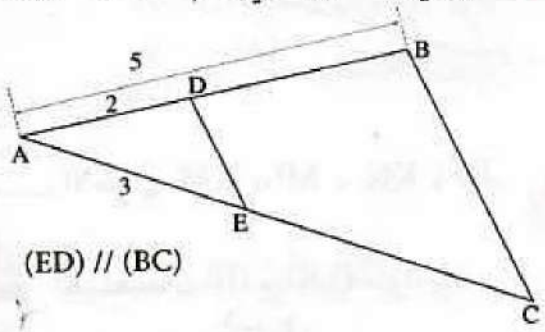
$D'H' = 1{,}25cm$.




• في المثلث PHD لدينا $D'H' = 1\ cm$.

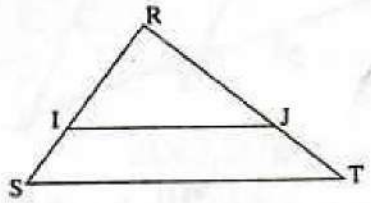
## المثلثان المحينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين

**16** تمعّن في الشكل الآتي، ثم احسب الطول EC.




(ED) // (BC)

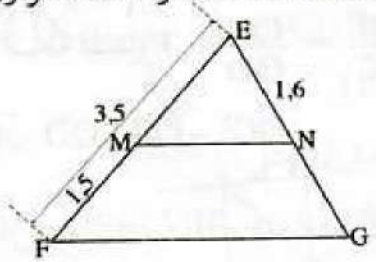
**17** المستقيمان (ST) و (IJ) متوازيان.




انقل وأتمم ما يلي :

$\frac{RI}{\dots} = \frac{\dots}{RT} = \frac{\dots}{\dots}$.

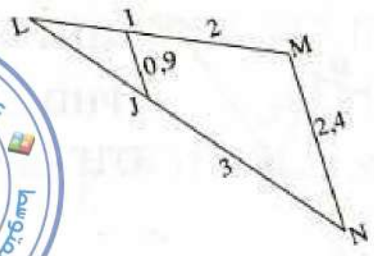
**18** المستقيمان (MN) وَ (FG) متوازيان.




احسب الطولين EM و NG.

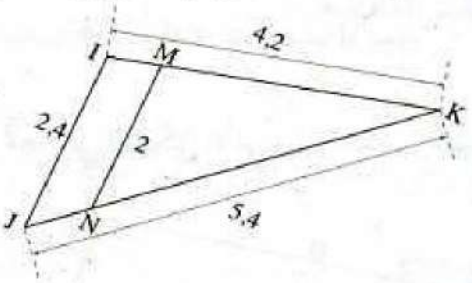
عباسي عبد الوهاب

**19** المستقيمان (IJ) و (MN) متوازيان.



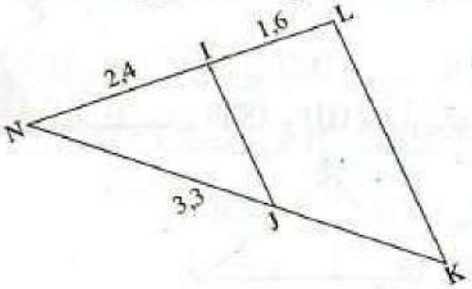

احسب الطولين LJ و LI .

**20** المستقيمان (MN) وَ (IJ) متوازيان.




احسب الأطوال KM ، MI ، KN ، JN.

**21** المستقيمان (IJ) وَ (LK) متوازيان.



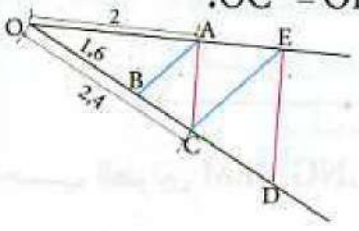

احسب قيمة النسبة $\frac{IJ}{LK}$ .

**22** المستقيمان (ED) وَ (AC) متوازيان في الشكل أسفله، وكذلك المستقيمان (AB) وَ (EC) متوازيان.

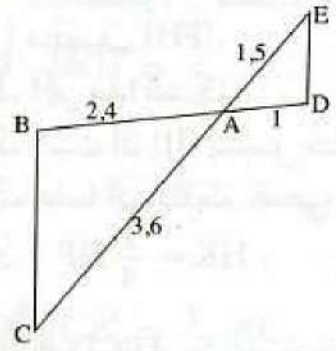
**1.** احسب الطولين AE ، OD.

**2.** أثبت صحة المساواة $\frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OD}$.

**3.** تحقّق أنّ $OC^2 = OB \times OD$.




**23** تمعّن في الشكل:



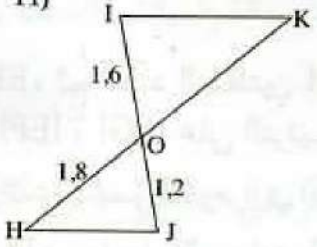

**1.** استعمل أدوات هندسية مناسبة لكي تتأكّد أنّ المستقيمين (BC) وَ (ED) متوازيان.

**2.** قارن بين النسبتين $\frac{AC}{AE}$ و $\frac{AB}{AD}$.

**24** المستقيمان (IK) وَ (HJ) متوازيان.

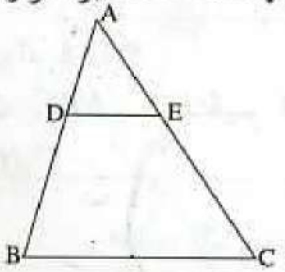
**1.** احسب OK.

**2.** احسب قيمة النسبة $\frac{KI}{HJ}$.

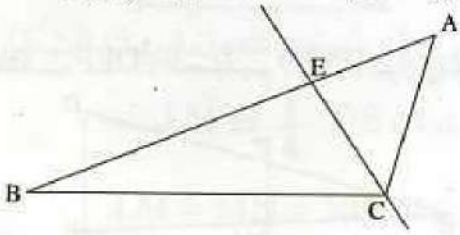



**25** أصواب أم خطأ ؟

• يوجد في الشكل الآتي، مثلثان معينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين.

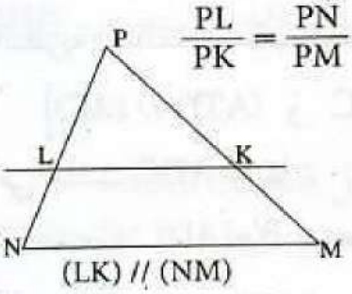



• يوجد في الشكل الآتي، مثلثان معينان بمستقيمين متوازيين يقطعهما قاطعان غير متوازيين.




عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي التأهيلي

• لدينا في الشكل الآتي :




$$\frac{PL}{PK}=\frac{PN}{PM}=\frac{LK}{NM}$$

(LK) // (NM)

• لدينا في الشكل السابق :

$$\frac{PL}{PN}=\frac{PK}{PM}=\frac{LK}{NM}$$

## مسائل

**26** ABC مثلث قائم في A، النقطة E منتصف [BC] والنقطة D منتصف [AC].

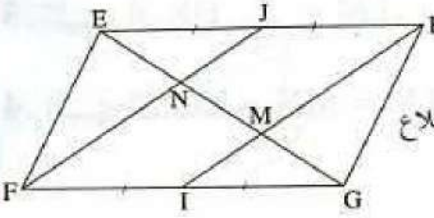
1. أنجز هذا الشكل.
2. أثبت أنّ الزاوية $\widehat{ADE}$ قائمة.
3. أنشئ النقطة D' نظيرة D بالنسبة إلى النقطة E، ثم أثبت أنّ الرباعي ABD'D مستطيل.

**27** ABCD متوازي أضلاع مركزه النقطة I. النقطتان N و M منتصفا الضلعين [AB] وَ [DC] على الترتيب.

1. ارسم هذا الشكل.
2. أثبت بطريقتين أنّ النقطة I هي منتصف [NM].

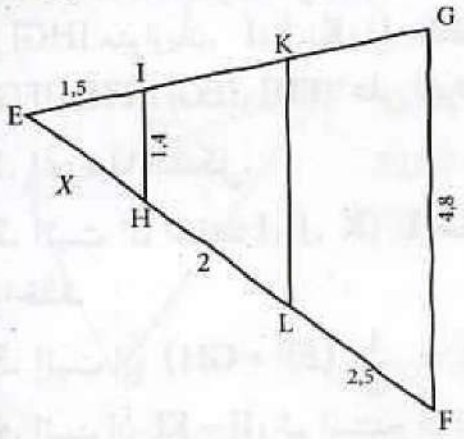
**28**

1. تمعّن في الشكل أسفله، ثم انقله.
2. أثبت أنّ $IM=\frac{1}{2}FN$.
3. أثبت أنّ $EN=NM=MG$.




EFGH متوازي الأضلاع

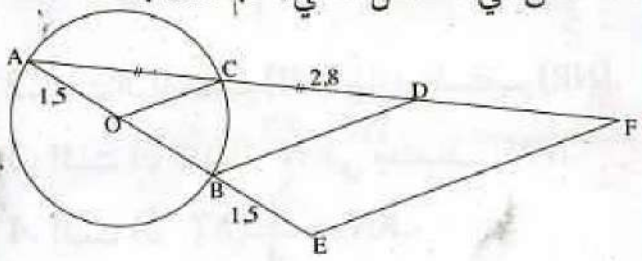
**29** المستقيمات (HI)، (LK)، (FG) متوازية.




1. هل المساواة $\frac{x}{x+4,5}=\frac{1,4}{4,8}$ صحيحة ؟ علّل.
2. احسب قيمة $x$.
3. احسب الأطوال LK، IK، KG.
4. قارن بين النسبتين $\frac{HL}{LF}$ و $\frac{IK}{KG}$.

**30**

1. تمعّن في الشكل الآتي، ثم انقله :




2. أثبت أنّ (OC) // (BD).
احسب طول القطعة [BD].
3. احسب الطولين EF و DF.

**31** ABC مثلث. I، J، K منتصفات الأضلاع [AB] ، [BC]، [AC] على الترتيب. O نقطة تقاطع (IJ) وَ (BK) .

1. أنجز هذا الشكل.
2. أثبت أنّ للقطعتين [IJ] وَ [BK] نفس المنتصف.

عباسي عبد الوهاب

**32** EFGH رباعي حيث الضلعان [EF] وَ [HG] متوازيان. I، J، K، L منتصفات القطع [FG]، [FH]، [EG]، [EH] على الترتيب.

**1.** أنجز هذا الشكل.

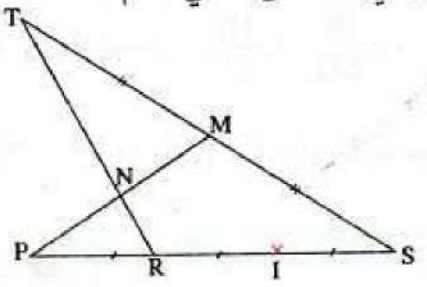
**2.** أثبت أنّ النقط I، J، K، L على استقامة واحدة.

**3.** أثبت أنّ $IL = \frac{1}{2}(EF + GH)$.

**4.** أثبت أنّ IJ = KL، ثم استنتج أنّ للقطعتين [IL] وَ[JK] نفس المنتصف.

**33**

**1.** تمعّن في الشكل الآتي، ثم انقله :

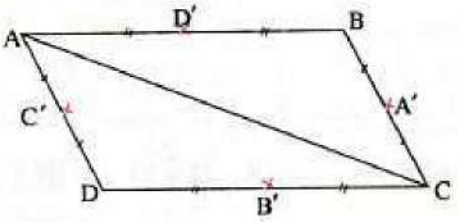



**2.** أثبت أنّ المستقيم (MI) يوازي المستقيم (NR).

**3.** أثبت أنّ النقطة N هي منتصف [PM].

**4.** أثبت أنّ $RN = \frac{1}{4}RT$.

**34** تمعّن جيدا في الشكل الآتي :




نسيت ياسمين كتابة السؤال الذي يتعلق بهذا الشكل، والذي أجابت عنه كما يلي :

« في المثلث ABC لدينا :

A' منتصف [BC] و D' منتصف [AB]، إذن حسب النظرية المتعلقة بمستقيم المنتصفين ، يستنتج :

(1) $\left[A'D' = \frac{1}{2}AC \text{ وَ } (A'D') // (AC)\right]$

في المثلث ADC لدينا :

C' منتصف [AD] وB' منتصف [DC]، إذن حسب نفس النظرية، يستنتج :

(2) $\left[C'B' = \frac{1}{2}AC \text{ وَ } (C'B') // (AC)\right]$

من (1) إلى (2) يستنتج :

$D'A' = C'B'$ وَ $(D'A') // (C'B')$.

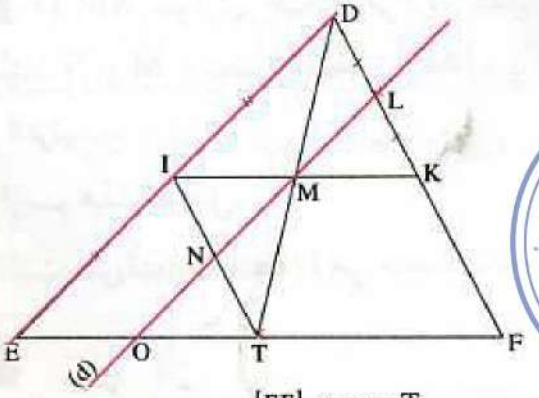
إذن للرباعي A'B'C'D' ضلعان متقابلان متوازيان ومتقايسان، فهو متوازي أضلاع ».

**1.** اكتب السؤال الذي نسيته ياسمين.

**2.** اكتب الفرضيات المتعلقة بهذا السؤال.

**35**

**1.** تمعّن في الشكل الآتي، ثم انقله :




T منتصف [EF]

K منتصف [DF]

(d) يوازي(DE) ويشمل L

**2.** اكتب الفرضيات المتعلقة بهذا الشكل.

**3.** أثبت أنّ $LM = \frac{1}{4}DE$.

**4.** أثبت أنّ LM = MN = NO.

عباسي عبد الوهاب أستاذ التعليم الثانوي

**1** عيّن من بين الحالات الآتية ، الحالات التي يمكن أن ترسم فيها مثلثا ABC :

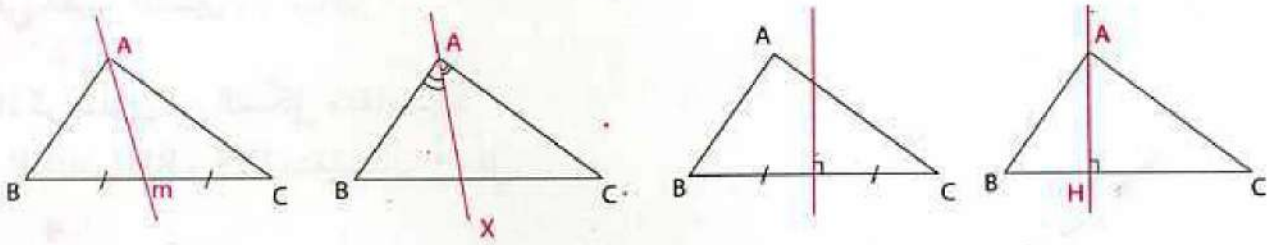
1. $AB = 8\ cm$ وَ $BC = 2\ cm$ وَ $CA = 5\ cm$.
2. $AB = 8\ cm$ وَ $BC = 2\ cm$ وَ $CA = 6\ cm$.
3. $AB = 8\ cm$ وَ $BC = 4\ cm$ وَ $CA = 6\ cm$.

علّل إجابتك .

**2** ارسم المثلث DEF في كلّ حالة من الحالات الآتية :

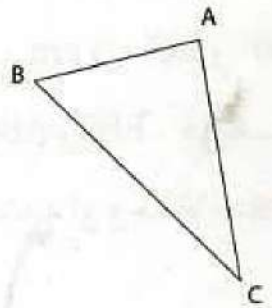
1. $DE = 5\ cm$ وَ $EF = 4{,}5\ cm$ وَ $\hat{E} = 60°$ .
2. $DE = 5\ cm$ و $\hat{D} = 50°$ و $\hat{E} = 75°$ .
3. $DE = 5\ cm$ وَ $EF = 4{,}5\ cm$ وَ $FD = 3\ cm$.

**3** تمعّن في كلّ مثلث من المثلثات الآتية :




1. تعرّف عن المستقيم الأحمر في كلّ حالة . برّر إجابتك.
2. اكتب كيفية دقيقة لرسم كل مستقيم أحمر.

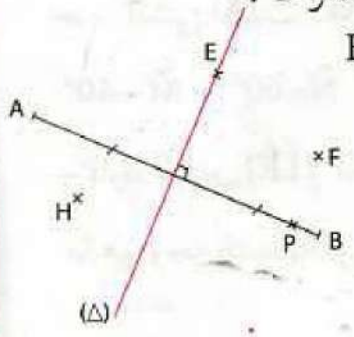
**4** انقل النّص وأتممه بالاعتماد على الشكل المقابل :



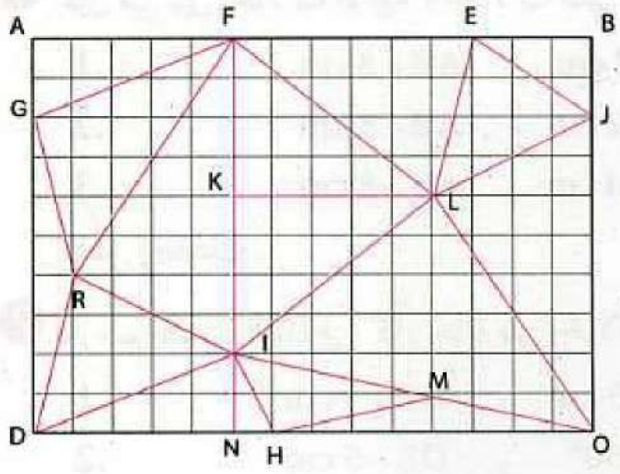

- الرأس A يقابله الضلع [...].
- الزاوية $\hat{C}$ يقابلها الضلع [...].
- الضلع [AC] يقابله الرأس ...
- الضلع [BC] تقابله الزاوية ...

**5** [AB] قطعة مستقيم وَ $(\Delta)$ محور هذه القطعة.

1. – ما هي الخاصّية التي تميّز بعد النقطة E عن كلّ من النقطتين A وَ B ؟
   – هل يتميّز بعد كل من النّقط F وَ H وَ P عن النقطتين A وَ B بنفس الخاصية ؟
2. – انقل وأتمم :
   « إذا كانت M نقطة من $(\Delta)$، فإنّ MA ... MB و إذا كانت N نقطة حيث NA = NB، فإنّ N نقطة من ... ».



## حالات تقايس المثلثات




**1** تمعّن جيّدا في الشكل الذي رسمه العياشي :

**1.** استعمل الشفاف لمقارنة المثلثين RIF وَ JOL.
ماذا تلاحظ ؟

**2.** قارن في المثلثين RIF وَ JOL كلّ عنصرين متماثلين
ماذا تلاحظ ؟

كلّ عنصرين قابلين للتطابق من المثلثين هما عنصران متماثلان.

**3.** انقل وأتمم النص :
« نقول عن مثلثين ... ... إنهما متقايسان. كلّ عنصرين متماثلين في هذين المثلثين ... ... ».

**4.** اذكر مثلثين من الشكل متقايسين.
هل المثلثان RDI وَ ELJ متقايسان ؟ علّل.

**2** **1.** أنشئ المثلث ABC بحيث أنّ $AB = 2\ cm$ وَ $AC = 3\ cm$ وَ $\hat{A} = 60°$ .

أ– أنشئ المثلث EFG بحيث أنّ :
$EF = 2\ cm$ وَ $EG = 3\ cm$ وَ $\hat{E} = 60°$ .

ب – أنشئ المثلث DHI بحيث أنّ :
$HI = 2\ cm$ وَ $ID = 3\ cm$ وَ $\hat{H} = 60°$.

– قارن المثلثين ABC وَEFG . هل هما متقايسان؟

– قارن المثلثين ABC وَDHI. هل هما متقايسان ؟

ما هو وجه التشابه أو وجه الاختلاف بين الحالتين ( أ ) و( ب ) ؟

**2.** أنشئ المثلث LKJ بحيث أنّ $\hat{J} = 40°$ وَ $\hat{K} = 60°$ وَ $KJ = 3\ cm$

جـ – أنشئ المثلث MNO بحيث أنّ :
$\hat{M} = 40°$ وَ $\hat{N} = 60°$ وَ $MN = 3\ cm$ .

د – أنشئ المثلث RST بحيث أنّ :
$\hat{S} = 40°$ وَ $\hat{R} = 60°$ وَ $ST = 3\ cm$ .

– قارن المثلثين LKJ و MNO. هل هما متقايسان؟

– قارن المثلثين LKJ وَ RST. هل هما متقايسان؟

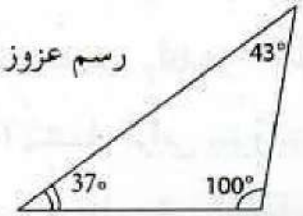
ما هو وجه التشابه أو وجه الاختلاف بين الحالتين ( جـ) وَ ( د ) ؟

3 – أنشئ المثلث PUZ بحيث أنّ PU = 2 cm وَ PZ = 3 cm وَ UZ = 4 cm . وَ المثلث WXY بحيث أنّ WX = 2 cm وَ WY = 3 cm وَ XY = 4 cm .

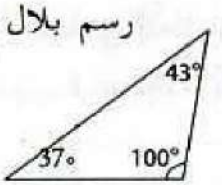
قارن بين المثلثين PUZ وَ WXY. هل هما متقايسان ؟

**3** رسم كلّ من بلال وعزّوز مثلثا ABC أقياس زواياه 37° وَ 43° وَ 100°.

رسم عزوز




رسم بلال




عباسي عبد الوهاب

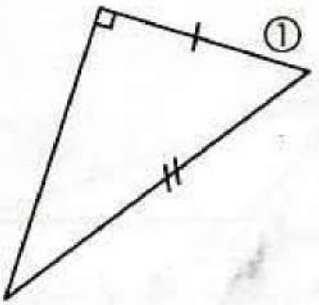
صرّح عزّوز أن المثلثين متقايسان.

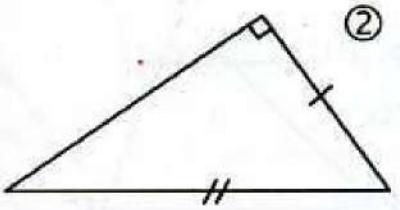
**1.** ما هو تعليقك على ذلك ؟ برّر إجابتك.

**2.** ماذا يجب إضافته في المعطيات كي يرسم عزّوز وبلال مثلثين متقايسين ؟

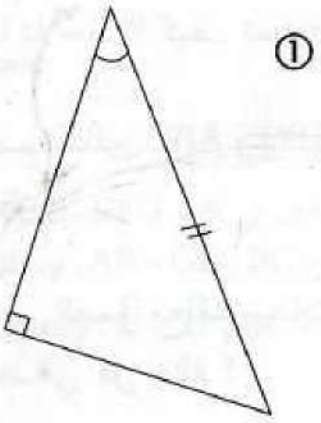
**4** تمعّن في كلٍّ من الحالتين الآتيتين :

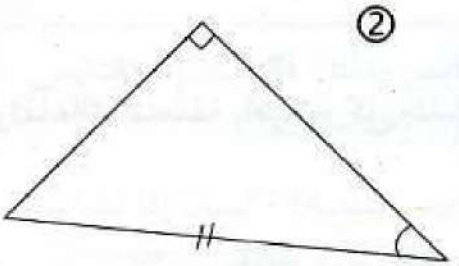
أ)




ب)




قارن بين المثلثين في كلّ من الحالتين. ماذا تستنتج ؟

## المستقيمات الخاصة في مثلث

**1** ABC مثلث أطوال أضلاعه هي $AB = 8\ cm$ وَ $BC = 6\ cm$ وَ $CA = 5\ cm$.

في كلّ حالة من الحالات الآتية، انقل النّص وأتممه، ثم ارسم الشكل المرفق به :

**1.** « المستقيم $(d_1)$ هو محور الضلع [BC] يعني أن : $(d_1)$ ... على [BC] في ... ».

**2.** « المستقيم $(d_2)$ هو حامل الإرتفاع [AH] المتعلق بالضلع [BC] يعني أنّ :

$(d_2)$ يشمل الرأس ... وَ ... الضلع المقابل [...] ».

**3.** « نصف المستقيم [Ax) منصف للزاوية $\hat{A}$ يعني أنّ :

[Ax) يشمل الرأس ... وَ ... الزاوية $\hat{A}$ إلى ... ... ».

**4.** « المستقيم $(d_3)$ هو حامل المتوسط المتعلق بالضلع [BC] يعني أنّ :

$(d_3)$ يشمل ... ... وَ ... الضلع المقابل [BC] ».

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات بثانوية الشهيد العربي بن مهيدي

**2** إليك المثلثين ABC وَ EFG :

**1.** – انقل المثلثين ABC وَ EFG، ثم أنشئ محاور أضلاع كلّ مثلث منهما.
– ماذا تلاحظ ؟ كيف تفسّر ذلك ؟

**2.** أعد رسم المثلثين ABC وَ EFG، ثم أنشئ الارتفاعات المتعلقة بأضلاع كلّ مثلث منهما.
ماذا تلاحظ ؟

**3.** أعد نفس العمل مع متوسطات كلّ من المثلثين، ثم مع منصفات زوايا كلّ من المثلثين.
ماذا تلاحظ في كل حالة ؟

# تزود

## حالات تقايس مثلثين

### مثلثان متقايسان هما مثلثان قابلان للتطابق .

حالات تقايس مثلثين :

**الحالة 1 :**
يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما ضلعان والزاوية المحصورة بينهما.

إذا كان ABC وَ EFG مثلثين حيث :

$BC = GE$ وَ $AC = EF$ وَ $\widehat{ACB} = \widehat{FEG}$ ، فإنّ المثلثين متقايسان .

**الحالة 2 :**
يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما زاويتان والضلع المحصور بينهما.

إذا كان ABC وَ EFG مثلثين حيث :

$AB = EF$ وَ $\widehat{ABC} = \widehat{EFG}$ وَ $\widehat{CAB} = \widehat{GEF}$ ، فإنّ المثلثين متقايسان .

**الحالة 3 :**
يتقايس مثلثان إذا تقايست فيهما الأضلاع الثلاثة.

إذا كان ABC وَ EFG مثلثين حيث :

$AB = EF$ وَ $AC = EG$ وَ $BC = FG$، فإنّ المثلثين متقايسان .

عباسي عبد الوهاب

حالات خاصة لتقايس مثلثين قائمين :

**1.** يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وضلع قائم.

**2.** يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وزاوية حادة.

ABC مثلث قائم في A وَ EFG مثلث قائم في G .

– إذا كان $BC = FE$ وَ $AB = GF$، فإنّ المثلثين متقايسان.

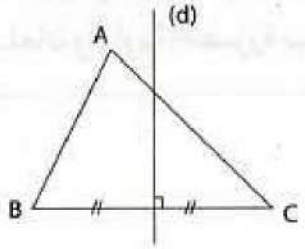
– إذا كان $BC = FE$ وَ $\hat{F} = \hat{B}$ ، فإنّ المثلثين متقايسان .

**انتبه :**
حالات التقايس الثلاث المذكورة تبقى صحيحة بالنسبة لمثلثين قائمين.

## المستقيمات الخاصة في مثلث

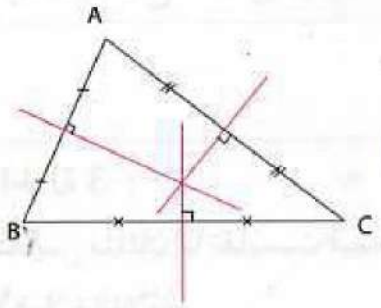
### المحاور

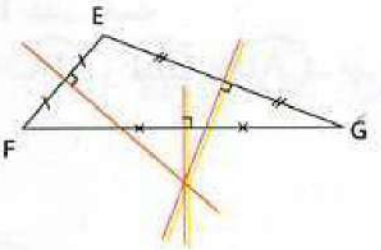
**نسمّي محور ضلع في مثلث، المستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه .**




في المثلث ABC المستقيم (d) عمودي على الضلع [BC] في منتصفه فهو محور الضلع [BC]

المحاور الثلاثة لمثلث تتقاطع في نقطة واحدة ، تسمى نقطة تلاقي المحاور .



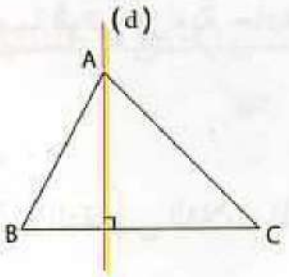

عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

**انتبه :**

إذا كان لمثلث زاوية منفرجة، فإنّ نقطة تلاقي محاوره تقع خارج المثلث .

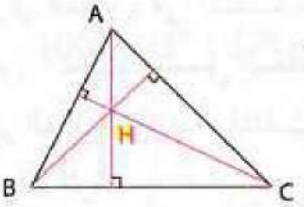
### الإرتفاعات

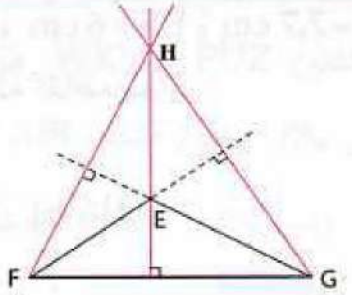
**نسمّي ارتفاعا متعلقا بضلع في مثلث، المستقيم العمودي على هذا الضلع والذي يشمل الرأس المقابل له .**




في المثلث ABC المستقيم (d) عمودي عل الضلع [BC] ويشمل الرأس المقابل A، فهو الإرتفاع المتعلق بهذا الضلع.

الارتفاعات الثلاثة لمثلث تتقاطع في نقطة واحدة، تسمى نقطة تلاقي الارتفاعات.



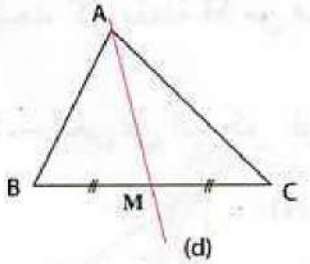




**انتبه :**

إذا كان لمثلث زاوية منفرجة، فإنّ نقطة تلاقي ارتفاعاته تقع خارج المثلث.

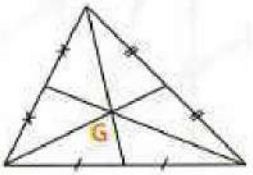
## المتوسّطات

**نسمّي متوسطا في مثلث كلّ مستقيم يشمل رأسا ويقطع الضلع المقابل لهذا الرأس في منتصفه .**



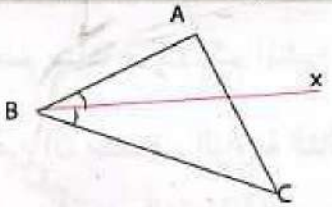

في المثلث ABC المستقيم (d) يشمل الرأس A ويقطع الضلع المقابل [BC] في منتصفه M فهو حامل المتوسط المتعلق بهذا الضلع.

المتوسطات الثلاثة لمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي المتوسطات.



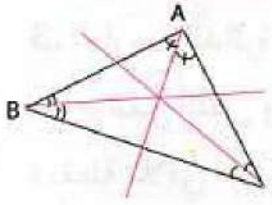

## المنصفات

**نسمّي منصف زاوية في مثلث نصف المستقيم الذي يشمل رأس الزاوية و يجزئها إلى زاويتين متقايستين .**




نصف المستقيم [Bx) هو منصف الزاوية $\hat{B}$

لأنّ $\widehat{ABx} = \widehat{CBx}$.




منصفات الزوايا في مثلث تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي المنصفات.

## خواص المستقيمات الخاصة في مثلث

**1** **1.**– ارسم مثلثا DEF بحيث أنّ DE = 4,5 cm وَ EF = 6 cm وَ FD = 7,7 cm.

– أنشئ محوري ضلعين في المثلث . سمّ O نقطة تقاطعهما.

– برهن أن المحور الثالث يشمل النقطة O.

**2.** – ما هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث DEF ؟ برّر إجابتك.

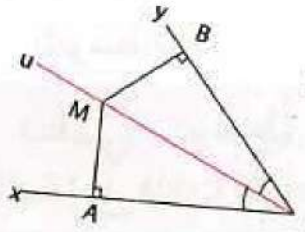
– أنشئ هذه الدائرة .

**3.** انقل النّص وأتممه .

« نقطة تلاقي المحاور الثلاثة لمثلث هي ... الدائرة ... بهذا المثلث ».

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

**2** **1.** تمعّن في الشّكل المقابل. ماذا يمثّل نصف المستقيم [Ou) ؟




**2.** ماذا يمثّل كلّ من MA وَ MB بالنسبة إلى ضلعي الزاوية $\widehat{xOy}$ ؟

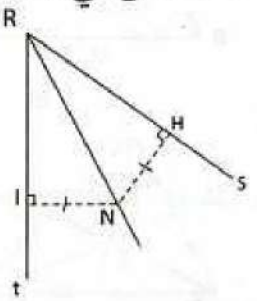
**3.** – برهن أن المثلثين OAM وَ OBM متقايسان .

– انقل النّص وأتممه :

« تبعد كلّ نقطة M من منصف زاوية بنفس ... عن ... هذه الزاوية » .

**3** **1.**– تمعّن في الشكل المرسوم . النقطة N تحقّق :

NH = NI وَ (NH) ⊥ (Rs) وَ (NI) ⊥ (Rt).




– برهن أنّ المثلثين RNH وَ RIN متقايسان .

**2.** ماذا يمثل نصف المستقيم [RN) بالنسبة للزاوية $\widehat{sRt}$ ؟ برّر إجابتك .

**3.** انقل النّص وأتممه :

« كلّ نقطة N تبعد ... ... عن ضلعي زاوية هي نقطة من ... هذه الزاوية ».

**4**

**1.**– ارسم مثلثا EFG، ثم أنشئ بدقّة منصفي زاويتين للمثلث ، سمّ I نقطة تقاطعهما.

– برهن أنّ منصف الزاوية الثالثة يشمل النقطة I.

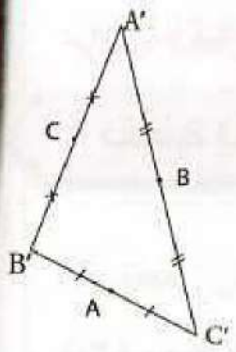
**2.** ارسم بدقّة من النقطة I عمودا على أحد أضلاع المثلث EFG ، سمّ P نقطة تقاطعهما.

**3.** – ارسم الدائرة (C) التي مركزها I ونصف قطرها IP ، ماذا تلاحظ ؟ برّر إجابتك .

– انقل النّص وأتممه.

« نقطة تلاقي المنصّفات الثلاثة لزوايا مثلث هي ... الدائرة المرسومة ... هذا المثلث ».

**5** تمعّن جيّدا في الشّكل المقابل :




**1.** أعد رسم هذا الشّكل .

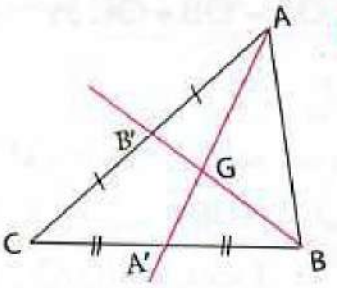
**2.** برهن أنّ كل ضلع في المثلث ABC يوازي ضلعا من المثلث A'B'C'.

**3.** – أنشئ محاور المثلث A'B'C' .

– ماذا تمثل هذه المحاور بالنسبة للمثلث ABC ؟ برّر إجابتك.

**4.** استنتج أنّ ارتفاعات المثلث ABC تتلاقى في نقطة واحدة.

**6**




**1.** انقل المثلث ABC حيث [AA'] وَ [BB'] هما المتوسطان المتعلقان بالضلعين [BC] وَ [AC] على الترتيب، وَ G نقطة تقاطع هذين المتوسطين .

**2.** – أنشئ نصف المستقيم [CG) ، سمّ C' نقطة تقاطع [CG) وَ [AB].

– أنشئ A'' نظيرة G بالنسبة إلى A'.

– أنشئ B'' نظيرة G بالنسبة إلى B'.

**3.** – برهن أنّ AB''CG وَ GCA''B متوازيا أضلاع .

– استنتج أنّ الرباعي AB''A''B متوازي أضلاع وَ G مركزه.

**4.** – برهن أنّ المستقيم (GC') يوازي المستقيم (BA'').

– استنتج أنّ (GC') هو مستقيم المنتصفين في المثلث ABA''.

**5.**– برهن أنّ [CC'] هو حامل المتوسط المتعلق بالضلع [AB] ويشمل النقطة G.

– استنتج من السؤال 3 أنّ $AG=\frac{2}{3}AA'$ وَ $CG=\frac{2}{3}CC'$ وَ $BG=\frac{2}{3}BB'$.

– انقل النّص و أتممه :

« المتوسطات الثلاثة في مثلث ... في نقطة ... G ، تسمى مركز ثقل المثلث وتحقق :

$CG=\frac{2}{3}CC'$ وَ $BG=\frac{2}{3}BB'$ وَ $AG=\frac{2}{3}AA'$ ».

**7**

**1.** – ارسم على ورق مقوى مثلثا ABC بحيث أنّ :

$AB=12\text{ cm}$ وَ $AC=15\text{ cm}$ وَ $BC=13{,}5\text{ cm}$.

– أنشئ مركز ثقل هذا المثلث .

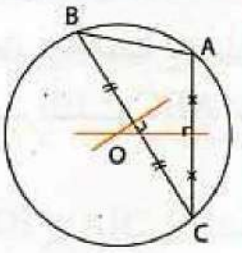
**2.** – قصّ المثلث بعناية، ثم اثقبه بإبرة في مركز ثقله ، مرّر خيطا في هذا الثّقب، ثم علّق من هذا الخيط المثلث بطريقة شاقولية . ماذا تلاحظ ؟

عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات بثانوية الشهيد بوجمعة الطاهر

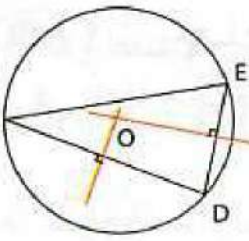
## خواص المستقيمات الخاصّة في مثلث

### خاصية محاور مثلث

**نقطة تلاقي محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث.**




الدائرة محيطة بالمثلث ABC
لأنّ OA = OB = OC




الدائرة محيطة بالمثلث DEF
لأنّ OD = OE = OF

**انتبه** : لتحديد مركز الدائرة المحيطة بمثلث يكفي إنشاء محورين.

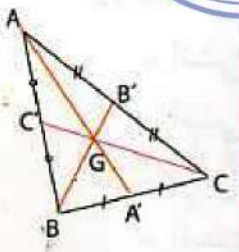
عباسي عبد الوهاب
أستاذ التعليم الثانوي

### خاصيتا متوسطات مثلث

**نقطة تلاقي متوسطات مثلث تسمى مركز ثقل هذا المثلث.**

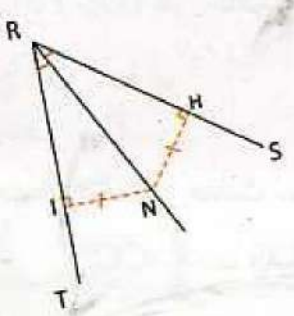
**مركز الثقل G للمثلث ABC يحقق :**

$$AG = \frac{2}{3} AA' \text{ وَ } BG = \frac{2}{3} BB' \text{ وَ } CG = \frac{2}{3} CC'.$$

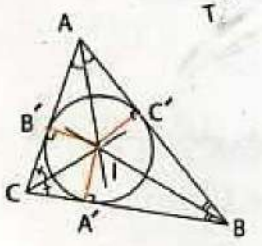



**انتبه** : لتحديد مركز ثقل مثلث يكفي إنشاء متوسطين .

### خواص منصفات زوايا مثلث




- تبعد كلّ نقطة من منصف زاوية بنفس البعد عن ضلعي هذه الزاوية.
- كلّ نقطة تبعد بنفس البعد عن ضلعي زاوية هي نقطة من منصف هذه الزاوية .
- نقطة تلاقي منصفات زوايا مثلث هي مركز الدائرة المرسومة داخل هذا المثلث .




الدائرة مرسومة داخل مثلث
IA′ = IB′ = IC′

**انتبه** : لتحديد مركز الدائرة المرسومة داخل مثلث يكفي إنشاء منصفي زاويتين .

## النص:

قطعة أرض شكلها متوازي أضلاع . أراد صاحبها تجزئة نصفها إلى ست قطع مثلثية الشكل لها نفس المساحة.

**1.** ارسم متوازي أضلاع ABCD مركزه O، سمّ I وَ J منتصفي الضلعين [AD] وَ [DC] على التّوالي.

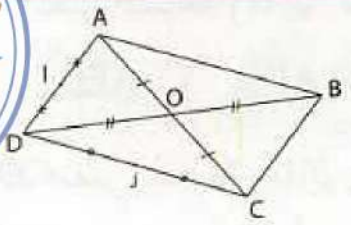
**2.** برهن أنّ المستقيمات (AJ) وَ (CI) وَ (BD) تتقاطع في نقطة واحدة E. ماذ تمثل النقطة E في المثلث ACD ؟

**3** . أعط حلا لمشكلة صاحب القطعة الأرضية.

عباسي عبد الوهاب
أستاذ الرياضيات

## حل :

**1.** رسم متوازي الأضلاع ABCD :

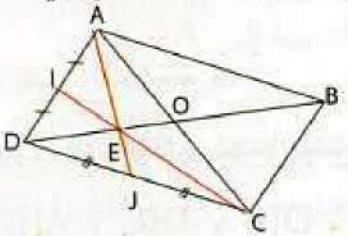



لدينا : ABCD متوازي أضلاع مركزه O،

I منتصف [AD] وَ J منتصف [DC].

**2.** برهان أنّ المستقيمات (AJ) وَ (CI) وَ (BD) تتقاطع في نقطة واحدة E :

تتقاطع متوسطات مثلث في نقطة واحدة.




لدينا في المثلث ADC :

J منتصف [DC] إذن [AJ] متوسط الضلع [DC].

و I منتصف [AD] إذن [CI] متوسط الضلع [AD].

المستقيمان (AJ) وَ (CI) يتقاطعان في نقطة E .

النقطة O هي مركز متوازي الأضلاع إذن O هي منتصف القطر [AC]،

وهذا يعني أنّ [DO] هو متوسط الضلع [AC].

إذا تقاطع متوسطان في نقطة E، فإنّها نقطة تلاقي المتوسطات الثلاثة .

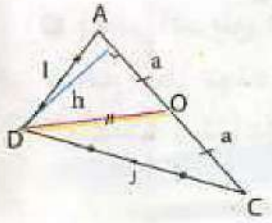
إذن [DO ] يشمل النقطة E وبالتالي (DB) يشمل E.

وبالتالي المستقيمان (AJ) وَ (CI) وَ (BD) تتقاطع في نفس النقطة E.

النقطة E هي مركز ثقل المثلث ACD.

**3.** تجزئة ACD إلى ست قطع مثلثية الشكل لها نفس المساحة :

يمثل المثلث ACD نصف القطعة الأرضية الكلّية.




المتوسط [DO] في المثلث ACD يجزئه إلى مثلّثين ADO وDOC لهما نفس الارتفاع h، إذن: OA = OC = a.

إذن لهذين المثلثين نفس المساحة s و هي $\frac{1}{2}ah$.

إنّ المستقيمات (EI) وَ (EJ) وَ (EO) هي متوسّطات في المثلثات ADE وَ DEC وَ AEC على الترتيب إذن :

. للمثلّثين AIE وَ DIE نفس المساحة وبما أنّ للمثلّثين AIC وَ DIC نفس المساحة فإنّه : للمثلّثين AEC وَ DEC نفس المساحة.

. للمثلّثين CJE وَ DJE نفس المساحة وبما أنّ للمثلّثين AJC وَ ADJ نفس المساحة فإنّه : للمثلّثين AEC وَ ADE نفس المساحة.

. للمثلّثين AEO وَ CEO نفس المساحة وبما أنّ للمثلّثين AIC وَ DIC نفس المساحة فإنّه : للمثلّثين DEC وَ ADE نفس المساحة.

نستنتج أنّ :

للمثلثات ADE وَ DEC وَ AEC نفس المساحة s.

وبما أنّ كل مثلّث من هذه المثلّثات مجزئ إلى مثلّثين لهما نفس المساحة وهي $\frac{1}{2}s$ ، فإنّ للمثلّثات الستّة AEO وَ CEO وَ AIE وَ DIE وَ DJE وَ CJE نفس المساحة.

وهكذا يجد صاحب القطعة الأرضية حلا لمشكلته.

لإثبات تلاقي ثلاثة مستقيمات يمكنك استغلال خواص المستقيمات الخاصة في مثلث. وقد تكون هذه المستقيمات متوسطات أو محاور أو منصفات زوايا أو ارتفاعات.

لتجزئة قطعة مثلثية الشكل إلى قطع مثلثية لها نفس المساحة يمكن أن نستعمل خواص متوسطات مثلث.

عباسي عبد الوهاب

## هل تعلم؟

" العرب و الهندسة "

- **ثابت بن قرة (القرن التاسع ميلادي):**

صحّح ترجمة إسحاق بن حنين لـ : كتاب الأصول لإقليدس *EUCLIDE* .

- **نصر الدين الطوسي (القرن الثالث عشر ميلادي) :**

صحّح خطأ عهده حول "مجموع أقياس زوايا مثلث هو قائمتان" ، وكتب حول المؤلفات الهندسية لعلماء الإغريق واهتم بحل المعادلات من الدرجة الثالثة هندسيا.

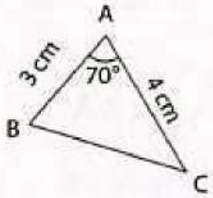
## تقايس المثلثات

**1**

1. ارسم مستطيلا ABCD مركزه O، ثم أنشئ قطريه .
2. عيّن كلّ المثلثات المتقايسة في هذا المستطيل.

**2**

1. انقل المثلث ABC.

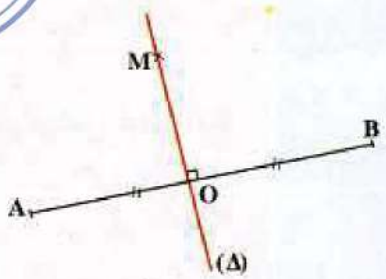



2. – أنشئ مثلثا A′B′C′ بحيث أنّ : $\hat{B}' = 70°$ وَ $A'B' = 3$ cm وَ $A'C' = 4$ cm.

– هل المثلثان ABC وَ A′B′C′ متقايسان ؟ برّر إجابتك.

**3**

1. – تمعّن جيّدا في الشّكل الآتي




– اذكر المعلومات الواردة في الشكل.

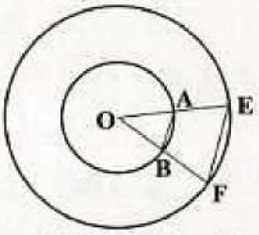
2. – لماذا MA = MB ؟

– ما هو نوع المثلث MAB ؟

3. برهن أنّ المثلثين MAO وَ MOB متقايسان.

**4**

تمعّن جيّدا في الشكل الآتي :



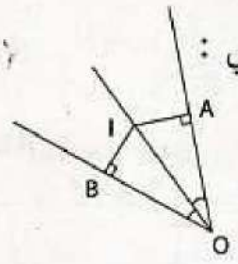

1. حدّد العناصر المتماثلة في المثلثين OAB وَ OEF.
2. هل OAB وَ OEF متقايسان ؟ لماذا ؟

**5**

1. ارسم مثلثين ABC وَ ACD يشتركان في الضلع [AC] بحيث أنّ : AB = DC = 5 cm وَ $\hat{B} = 65°$ وَ AD = BC = 3 cm.
2. برهن أنّ المثلثين ABC وَ ACD متقايسان.

**6**

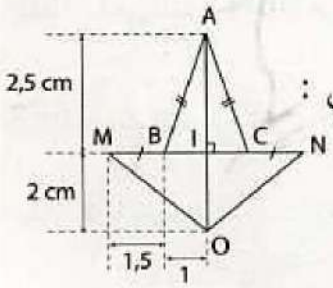
تمعّن جيّدا في الشكل الآتي :




هل المثلثان AIO وَ IBO متقايسان ؟ لماذا ؟

**7**

1. انقل الشكل الآتي :




2. ما هو نوع المثلث ABC ؟
3. برهن أنّ المثلثين MIO وَ ION متقايسان.
4. ماذا يمثّل المستقيم (AO) بالنسبة للشّكل ؟
5. احسب مساحة هذا الشكل.

عباسي عبد الوهاب أستاذ الرياضيات

## 8

1. أنشئ المثلث ABC بحيث أنّ $AB = 6\ cm$ وَ $BC = 4\ cm$ وَ $AC = 5\ cm$.
2. أنشئ منصف الزاوية $\widehat{BAC}$، سمّ I نقطة تقاطعه مع الضلع [BC].
3. هل المثلثان ABI وَ AIC متقايسان ؟ لماذا ؟

## المستقيمات الخاصة في مثلث

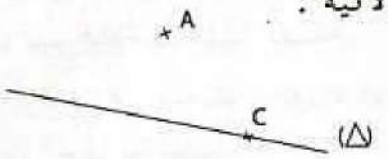
## 9

1. أنشئ مثلثا ABC بحيث أنّ $AB = 5\ cm$ وَ $AC = 4{,}5\ cm$ وَ $BC = 3{,}5\ cm$.
2. أنشئ الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. اشرح عملك.

## 10

أُنقل، ثم أنشئ مثلثا ABC في كلّ حالة من الحالات الآتية :

1.

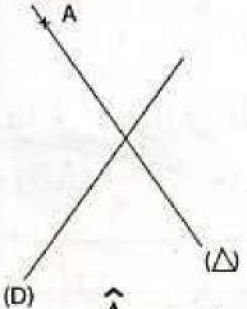



المستقيم (Δ) هو المتوسط المتعلق بالضلع [AB]

2.

المستقيم (Δ) هو المحور المتعلق بالضلع [BC].

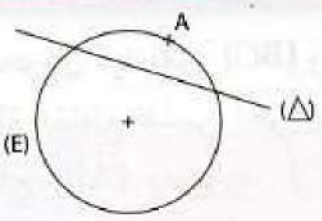
3.




المستقيم (Δ) هو منصف $\hat{A}$.

المستقيم (D) هو مستقيم المنتصفين في المثلث ABC.

4.




المستقيم (Δ) هو الإرتفاع المتعلق بالضلع [AC] و (E) الدائرة المحيطة بالمثلث ABC.

## 11

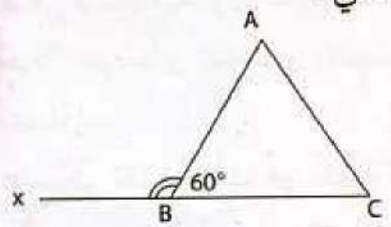
1. أنشئ مثلثا ABC بحيث أنّ $AB = 6\ cm$ وَ $\widehat{BAC} = 45°$ وَ $\widehat{ABC} = 75°$.
2. أنشئ مركز ثقل هذا المثلث. اشرح عملك.

## 12

1. أنشئ مثلثا BNS بحيث أنّ :
$BN = 6\ cm$ وَ $BS = 5\ cm$ وَ $\widehat{NBS} = 40°$.
2. أنشئ الدائرة المرسومة في المثلث BNS.

## 13

تمعّن في الشّكل الآتي :




1. أنشئ منصفي الزاويتين $\widehat{ABC}$ وَ $\widehat{ABx}$ سمّ حامليهما $(\Delta_1)$ وَ $(\Delta_2)$ على التّوالي.
2. برهن أنّ المستقيمين $(\Delta_1)$ وَ $(\Delta_2)$ متعامدان. علّل.

## 14

1. أنشئ مثلثا ABC بحيث أنّ :
$AB = AC$ وَ $\hat{A} = 90°$.
ما نوع هذا المثلث ؟

عباسي عبد الوهاب

**2.** أنشئ محوري الضلعين [BC] وَ [AC].
سمّ O نقطة تقاطع هذين المحورين وَ I نقطة تقاطع الضلع [AB] ومحوره. J نقطة تقاطع الضلع [AC] ومحوره.
برهن أنّ المثلثين BIO وَ OJC متقايسان.

## 15

أصواب أم خطأ ؟

- في مثلث متساوي الساقين ABC، محور القاعدة [BC] هو منصف الزاوية $\hat{B}$.
- يكفي أن تتطابق زوايا مثلثين لاستنتاج تقايس المثلثين.
- تتطابق محاور الأضلاع والمتوسطات ومنصفات الزوايا في المثلث القائم.
- طول أي ضلع في مثلث هو أصغر من مجموع طولي الضلعين الآخرين.
- في المثلث ABC القائم في A، محور الوتر [BC] هو المتوسط المتعلق بالضلع [BC].
- في مثلث متساوي الساقين ABC حيث AB = AC طولا المتوسطين المتعلقين بالضلعين [AB] وَ [AC] مختلفان.
- مركز ثقل مثلث هو نقطة تلاقي محاوره.

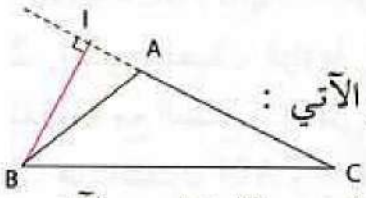
## 16

**1.** ارسم مثلثا ABC قائما في A.
**2.** برهن أنّ مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث هو منتصف الوتر [BC].
**3.** ما هي نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABC ؟

## 17

**1.** ارسم دائرة (Δ) مركزها O ونصف قطرها 3 cm.
**2.** عيّن على هذه الدائرة ثلاث نقط A وَ B وَ C.
برهن أنّ مركز الدائرة (Δ) هو نقطة تلاقي محاور أضلاع المثلث ABC.

## 18




**1.** تمعّن في الشّكل الآتي :
ماذا يمثّل [BI] ؟
**2.** انقل الشّكل وأنشئ الإرتفاعين الآخرين للمثلث ABC.
سمّ H نقطة تلاقي الإرتفاعات الثلاثة .
**3.** – عيّن نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ABH.
– عيّن نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث ACH.
– عيّن نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث BIC.

## 19

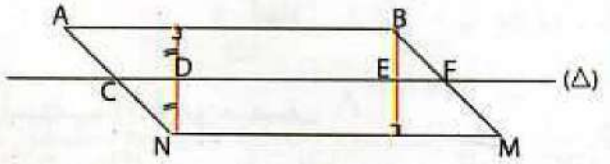
أصواب أم خطأ ؟

- توجد مثلثات قائمة ومتساوية الساقين في آن واحد.
- إذا كان محور ضلع مثلث منصفا للزاوية المقابلة له، فهو متوسط لهذا الضلع.
- إذا كان ارتفاع في مثلث محورا، فهو منصف زاوية الرأس الذي يشملها.
- إذا كان لمثلث محورا تناظر، فهو ليس قائما.
- إذا كان قطر دائرة محيطة بمثلث هو أحد أضلاع هذا المثلث، فالمثلث متقايس الأضلاع.

# مسائل

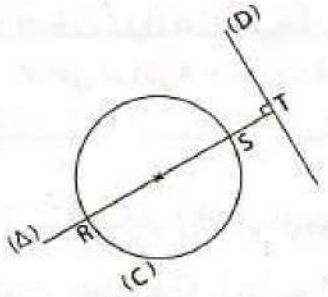
## 20

– تمعّن جيّدا في متوازي الأضلاع ABMN حيث (Δ) // (AB).




برهن أنّ المثلثين CDN وَ BEF متقايسان.

## 21



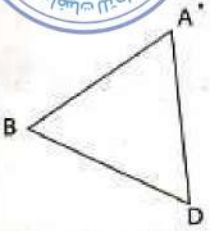

1. انقل الشكل الآتي:
2. اذكر المعلومات الواردة في الشكل.
3. عيّن نقطة I على الدائرة (C) تختلف عن R وَ S.

– ارسم المستقيمين (RI) وَ (SI) ، سمّ P وَ Q نقطتي تقاطع كلّ منهما مع المستقيم (D).

4. برهن أنّ (SQ) ⊥ (RP).
5. اثبت أنّ النّقط I وَ P وَ Q تنتمي إلى الدائرة التي قطرها [PQ].

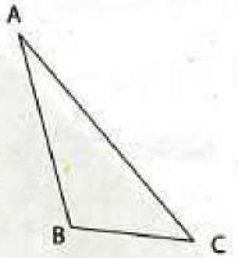
## 22

إليك المثلث المتقايس الأضلاع :




1. أنشئ المعيّنات ABCD وَ ABDE وَ BCFD.
2. برهن أنّ النّقطة D هي مركز ثقل المثلث EBF.
3. هل D هو مركز الدائرة المحيطة بالمثلث EBF والدائرة المرسومة داخل المثلث EBF ؟ برّر إجابتك.

## 23




1. ارسم مثلثا ABC.
2. ارسم المتوسطين (BB′) وَ (CC′) المتعلقين بالضلعين [AC] وَ [AB] على الترتيب. سمّ O نقطة تقاطعهما.
3. أنشئ A′ نظيرة A بالنسبة إلى O، سمّ I نقطة تقاطع (AA′) وَ (BC).
4. برهن أنّ : $AO = \frac{2}{3} AI$.
5. استنتج أنّ I هو منتصف الضلع [BC] .

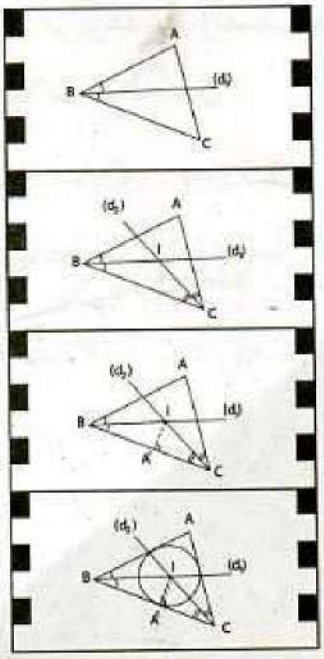
## 24

قام جدال بين أهل قرية واد قريب وأهل قرية واد بعيد وأهل قرية جبل الزيتون حول موقع محطة القطار، إذ يريد سكان كل من القرى الثلاث أن تكون المحطة أقرب إليهم. كان الجدال حادا بين كبار القرى حين تقدّم بدر الدّين، طفل في الثالثة عشر قائلا : « إنّني أعرف الحل لهذا المشكل، لأنّني تعلّمت في الهندسة كيف أحدّدُ موقعًا يكون على نفس المسافة من القرى الثلاث ».

هل تستطيع أنت أن تحدّد هذا الموقع ؟ اشرح ذلك.

## 25

تمعّن جيّدا في الفيلم الآتي، ثم انقله وأتمم الفراغات المتعلّقة بكلّ خطوة من الخطوات الواردة فيه.




– أنشئ المستقيم $(d_1)$.

– أنشئ المستقيم . . .

– أنشئ . . .

– أنشئ . . .