

الرابعة متوسط



$$E=mc^2$$

الرياضيات

دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات



ABC

① جمع عددين نسبيين

لجمع عددين من نفس الإشارة:

نجمع مسافتيهما إلى لصفر ونضع أمام النتيجة الإشارة المشتركة.

مثال

$$(-4.2) + (-8) = -12.2 \quad \leftarrow \text{(نجمع القيمتين ونأخذ الإشارة المشتركة السالبة) -}$$

$$(+4.2) + (+8) = +12.2 \quad \leftarrow \text{(نجمع القيمتين ونأخذ الإشارة المشتركة الموجبة) +}$$

لجمع عددين من إشارتين مختلفتين:

نطرح المسافة الأصغر إلى الصفر من المسافة إلى الأكبر ونضع أمام النتيجة إشارة العدد الذي له أكبر مسافة إلى الصفر:

مثال

$$(-2) + (+9) = +7 \quad \leftarrow \text{(لطح القيمة الصغرى من الكبرى ونأخذ إشارة أكبرهما) +}$$

$$(+2.5) + (-9) = -6.5 \quad \leftarrow \text{(لطح القيمة الصغرى من الكبرى ونأخذ إشارة أكبرهما) -}$$

② طرح عددين نسبيين

لطرح عددين نسبين:

نجمع العدد الأول ومعاكس العدد الثاني (بتطبيق قاعدة الجمع)

مثال

$$(+13) - (-9) = (+13) + (+9) = +22$$

$$(-8) - (+5.5) = (-8) + (-5.5) = -13.5$$

③ جمع وطرح عددين ناطقين

لجمع أو (طرح) عددين ناطقين لهما نفس المقام:

نجمع (أو نطرح) بسطيهما ونحتفظ بنفس المقام.

a, b, c أعداد نسبية حيث $c \neq 0$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

أو

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

مثال

$$-\frac{1}{5} + \frac{4}{5} = \frac{-1+4}{5} = \frac{3}{5} \quad \leftarrow \text{(نجمع البسطين ونحتفظ بالمقام 5)}$$

← $\frac{8}{7} - \frac{12}{7} = \frac{8-12}{7} = \frac{-4}{7}$ (نطرح البسطين ونحتفظ بالمقام 7)
لجمع أو (طرح) عددين ناطقين لهما مقامان مختلفان:
 نكتبهما بنفس المقام (نوجد مقاميهما) ونطبق عندئذ القاعدة السابقة.

مثال

$$\leftarrow -\frac{2}{3} - \frac{1}{6} = -\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{-4-1}{6} = \frac{-5}{6}$$

$$-5 + \frac{3}{2} = \frac{-5 \times 2}{1 \times 2} + \frac{3}{2} = \frac{-10}{2} + \frac{3}{2} = \frac{-10+3}{2} = \frac{-7}{2}$$

④ ضرب وقسمة عددين ناطقين

لضرب عددين ناطقين:

نقوم بضرب بسط العدد الأول في بسط العدد الثاني ومقام العدد الأول في مقام العدد الثاني مع مراعاة إشارتهما:
 a, b, c, d أعداد نسبية حيث: $c \neq 0$ و $d \neq 0$

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d}$$

مثال

$$4 \times \frac{11}{7} = \frac{4 \times 11}{7} = \frac{44}{7}, \quad -\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{-1 \times 4}{3 \times 5} = \frac{-4}{15}$$

لقسمة عددين ناطقين:

نقوم بضرب العدد الناطق الأول في مقلوب العدد الثاني ونطبق قاعدة الضرب.
 a, b, c, d أعداد نسبية حيث: $c \neq 0$ و $d \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a d}{b c} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

مثال

$$\left(\frac{4}{5} \right) \div \left(\frac{5}{4} \right) = \frac{4}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{4 \times 4}{5 \times 5} = \frac{16}{25}$$

٥ قوى عدد نسبي:

قواعد الحساب على قوى عدد نسبي:

a ، b عددان غير معدومين و n و m عددان صحيحان نسبيا:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \cdot (ab)^n = a^n \times b^n \cdot (a^m)^n = a^{m \times n} \cdot \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \cdot a^m \times a^n = a^{m+n}$$

أمثلة

$$7^2 \times 7^{-5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$$

$$\frac{5^{10}}{5^2} = 5^{10-2} = 5^8$$

$$\frac{7^3}{7^{-2}} = 7^{3+2} = 7^5$$

$$(13^2)^{-5} = 13^{2 \times (-5)} = 13^{-10}$$

$$6^5 \times 5^5 = (6 \times 5)^5 = 30^5$$

ملاحظات

☆ قوة عدد نسبي موجب هي عدد موجب دوما.

☆ قوة عدد نسبي سالب هي عدد موجب إذا كان الأس عدد زوجيا، وهي عدد سالب إذا كان الأس عددا فرديا.

مثال

$$(-5)^4 = 625 \quad \leftarrow \text{عدد موجب لأن الأس 4 عدد زوجي}$$

$$(-5)^5 = -3125 \quad \leftarrow \text{عدد سالب لأن الأس 4 عدد فردي}$$

العبارات الحرفية

أمثلة

$$5y + 2y = (5 + 2)y = 7y$$

$$12x + 5x - 3x = (12 + 5 - 3)x = 14x$$

$$3x \times 4x = (3 \times 4)(x \times x) = 12x^2$$

تبسيط عبارة مجموع:

لتبسيط عبارة مجموع يشترط تشابه الحدود.

تبسيط عبارة جداء:

لتبسيط عبارة جداء ضرب المعامل في المعامل.

مثال

$$x = 2 \text{ من أجل } E = x^2 + 2x + 3$$

$$E = (2)^2 + 2 \times 2 + 3 = 4 + 4 + 3 = 11$$

أمثلة

$$a(b + c - d) = ab + ac - ad$$

$$(a + b)(c - d) = ac - ad + bc - bd$$

$$2(3x^2 + 2x - 3) = 6x^2 + 4x - 6$$

$$(2x - 3)(3x + 1) = 6x^2 + 2x - 9x - 3$$

$$= 6x^2 - 7x - 3$$

أمثلة

$$x + 6 = 30 \text{ ومنه } x + 6 = 24 + 6 \leftarrow x = 24$$

$$x - 3 = -7 \text{ ومنه } x - 4 = -4 - 3 \leftarrow x = -3$$

أمثلة

$$3x = 9 \text{ ومنه } 3x = 3 \times 3 \leftarrow x = 3$$

$$\frac{x}{3} = 1 \text{ ومنه } \frac{x}{3} = \frac{3}{3} \leftarrow x = 3$$

أمثلة

$$x < 7 \text{ ومنه } x + 4 < 3 + 4 \leftarrow x < 3$$

$$x > 7 \text{ ومنه } x + 4 > 3 + 4 \leftarrow x > 3$$

حساب قيمة عبارة حرفية:

لحساب قيمة عبارة حرفية من أجل قيمة للمتغير نعوض القيمة في المتغيرات.

تشر عبارة حرفية:

النشر هو كتابة الجداء على شكل مجموع (توزيع الضرب على الجمع أو الطرح)

✳️ المساوبات والعمليات

المساويات والجمع والطرح:

إذا كان $a = b$ فإن: $a + c = b + c$ و $a - c = b - c$ (لا تتغير المساواة)

المساويات والضرب والقسمة:

إذا كان $a = b$ فإن: $a \times c = b \times c$ و $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (لا تتغير المساواة)

✳️ المتباينات والعمليات

المتباينات والجمع والطرح:

★ إذا كان $a > b$ فإن: $a + c > b + c$ و $a - c > b - c$

★ إذا كان $a < b$ فإن: $a + c < b + c$ و $a - c < b - c$

أمثلة

$$\begin{aligned} -3x > -9 \quad \text{و} \quad 3x < 9 &\iff x < 3 \\ -3x < -9 \quad \text{و} \quad 3x > 9 &\iff x > 3 \\ \frac{-x}{3} < -1 \quad \text{و} \quad \frac{x}{3} > 1 &\iff x > 3 \\ \frac{-x}{3} > -1 \quad \text{و} \quad \frac{x}{3} < 1 &\iff x < 3 \end{aligned}$$

المتباينات والضرب والقسمة:

☆ إذا كان $a < b$ و $c > 0$ فإن: $a \times c < b \times c$ و $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
 ☆ إذا كان $a < b$ و $c < 0$ فإن: $a \times c > b \times c$ و $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$
 إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد موجب فإن المتباينة لا تتغير، أما إذا ضربنا طرفي المتباينة في عدد سالب فإن المتباينة تتغير.

المثلثات

مستقيم المنتصفين في المثلث

خاصية 01

إذا شمل مستقيم منتصفين ضلعين فإنه يوازي المستقيم المقابل

خاصية 02

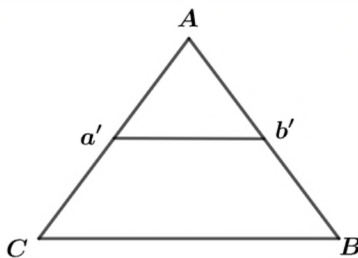
طول القطعة الواصلة بين منصفين ضلعين تساوي نصف طول الضلع المقابل

خاصية 03 (العكسية)

إذا شمل مستقيم نصف ضلع واحد ويوازي الضلع المقابل فإنه يقطع الضلع الآخر في المنتصف.

☆ تناسية الأطوال في المثلث (خاصية طالس)

مثال



a' نقطة من $[AC]$ و b' نقطة من $[AB]$
 و $(a'b') \parallel (CB)$
 إذن $\frac{Aa'}{AC} = \frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB}$

إذا كان مستقيم يقطع المثلث في نقطتين ويشكل مثلث آخر فإن أطوال المثلثين متناسبة على الترتيب.

☆ استخدام نظرية طالس

تستخدم نظرية طالس لقياس الأطوال المجهولة في المثلث

$$(a'b') // (CB) \text{ و } CB = 12, Ab' = 3, AB = 6$$

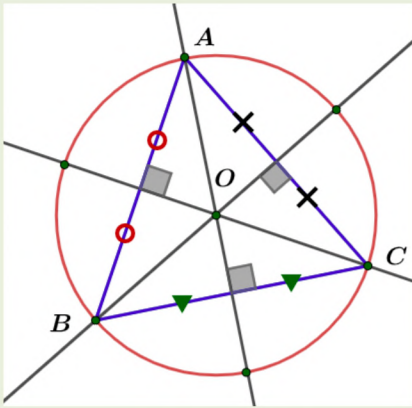
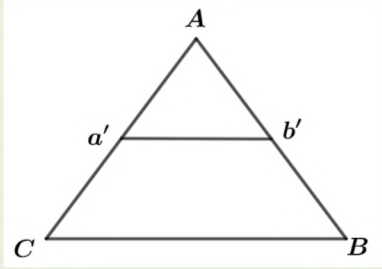
☆ حساب الطول $a'b'$

☆ حسب نظرية طالس فإنّ: $\frac{Aa'}{AC} = \frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB}$

نأخذ النسبة $\frac{Ab'}{AB} = \frac{a'b'}{CB}$ ومنه $\frac{3}{6} = \frac{a'b'}{12}$ إذن: $a'b' = \frac{12 \times 3}{6}$ ومنه $a'b' = 6$

☆ المحاور

المحور في المثلث هو مستقيم يعامد الضلع في منتصفه وتتقاطع محاور المثلث الثلاثة في نقطة هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث.



سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ حساب جداء عددين نسبيين
- ❖ حساب حاصل قسمة عددين نسبيين

المعارف

1. جداء عددين نسبيين

لضرب عددين نسبيين

أ. نحدد إشارة الجداء :

- إذا كان للعددين نفس الإشارة فإن جداءهما موجب
 - إذا كان للعددين إشارتين مختلفتين فإن جداءهما سالب
- ب. ثم نضرب مسافتيهما إلى الصفر .

ملاحظة :

مهما يكن العدد النسبي x ،

$$x \times 0 = 0 \text{ و } 0 \times x = 0 , x \times 1 = x \text{ و } 1 \times x = x$$

عند ضرب عدد نسبي في -1 نحصل على معاكسه

$$x \times (-1) = -x , \text{ مهما يكن العدد النسبي } x$$

تطبيق

1. دون إجراء حسابات حدد إشارة كل جداء مما يأتي :

$$\begin{array}{l|l} C = (-42,83) \times (-491,7) & A = 5,1 \times (-76,9) \\ D = 4,5 \times 13 & B = -2,7 \times 97,4 \end{array}$$

2. احسب الجداءات الآتية :

$$\begin{array}{l|l} (-9) \times (+5) & (+5) \times (+2) \\ -5 \times 4 & 4 \times (-6) \\ (-7) \times (-2) & (+3) \times (-4) \\ -0,1 \times 0,2 & 9,56 \times (-10) \end{array}$$

2. إشارة جداء أعداد نسبية

- إذا تضمن الجداء عددا فرديا من العوامل السالبة يكون سالبا
- إذا تضمن الجداء عددا زوجيا من العوامل السالبة يكون موجبا
- عند ضرب عدة أعداد نسبية ، يُمكن إجراء الحساب بأي ترتيب نشاء للعوامل .

تطبيق

أحسب بدون استعمال حاسبة

$$A = (-4) \times (+0,27) \times (-25)$$

$$B = (-1) \times 4 \times (-5) \times (-0,25)$$

3. قسمة عددين نسبيين

- حاصل قسمة العدد النسبي a على العدد النسبي غير معدوم b هو العدد الذي إذا ضربناه في b نحصل على a . ونرمز إليه بـ $\frac{a}{b}$
- لحساب حاصل قسمة عددين نسبيين ، نستعمل نفس قواعد الإشارات الخاصة بالضرب و نقوم بقسمة المسافتين إلى الصفر .

ملاحظة

مهما يكن العدد النسبي x

$$\frac{x}{x} = 1 \text{ و } \frac{0}{x} = 0 , x \neq 0 , \text{ إذا كان } \frac{x}{-1} = -x ; \frac{x}{1} = x$$

تطبيق

أحسب مايلي :

$$\frac{-27}{-2} ; \frac{2}{-3} ; \frac{18}{6} ; \frac{(-5,2)}{4}$$

4. مقلوب عدد نسبي غير معدوم

- إذا كان جُداء عددين نسبيين **مساويًا لـ 1** ، نقول إن أحدهما مقلوب الآخر .

- مقلوب عدد نسبي غير معدوم x هو **حاصل قسمة 1 على x** ، ونرمز له بالرمز $\frac{1}{x}$.

- قسمة عدد نسبي a على عدد نسبي غير معدوم b تعني **ضرب a في مقلوب b**

تطبيق

احسب ذهنيًا حاصل القسمة في كل مما يأتي :

$$\frac{2,3}{-0,1} ; \frac{-6}{0,2} ; \frac{-17}{0,5}$$

5. القيمة المضبوطة و القيم المقربة لحاصل قسمة

- إذا كان حاصل قسمة ليس عدداً عشرياً ، يمكن إعطاء قيمة مقربة له .

تطبيق

1. اعط القيمة المضبوطة لحاصل القسمة $\frac{-9,2}{4}$

2. ماهي إشارة حاصل قسمة 2 على -3 ؟

3. أنجز القسمة العشرية للعدد 2 على 3 ، هل يُمكن كتابة حاصل قسمة 2 على 3 كتابةً عشرية ؟

4. استنتج قيمة مقربة بالنقصان و أخرى بالزيادة إلى الجزء من عشرة لحاصل قسمة 2 على 3 .

5. استنتج قيمة مقربة بالنقصان و أخرى بالزيادة إلى الجزء من عشرة لحاصل قسمة 2 على -3 .

سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ مفهوم العدد الناطق ، و العمليات على الكسور و الأعداد الناطقة .
- ❖ مقارنة عددين ناطقين .
- ❖ تعيين مقلوب عدد غير معدوم .

المعارف

1. العدد الناطق

نُسمي عددا ناطقا ، حاصل قسمة عدد نسبي a على عدد نسبي غير معدوم b .

2. مقارنة عددين ناطقين

a و b عددان نسيان حيث : $b \neq 0$

$$\frac{a}{-b} = \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} ; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

- لا يتغير حاصل قسمة عددين نسيين إذا ضربنا (أو قسمنا) كلا من البسط و المقام في نفس (على نفس) العدد غير المعدوم.

لـ a ، b و k أعداد نسبية حيث : $b \neq 0$ و $k \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} = \frac{(a \times k)}{b \times k}$$

لـ a ، b ، c ، d أعداد نسبية حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

■ إذا كان : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ فإن : $a \times d = b \times c$

■ إذا كان : $a \times d = b \times c$ فإن : $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

تطبيق

1. من بين الأعداد الناطقة الآتية ، حدد المتساوية منها .

$$\frac{6}{7} ; \frac{6}{-7} ; \frac{-6}{-7} ; \frac{-6}{7}$$

2. حدد في السلسلة الآتية حاصل القسمة الذي لا يساوي بقية الحواصل.

$$\frac{-2}{-0,75} ; \frac{32}{12} ; \frac{18}{13} ; \frac{-20}{-7,5} ; \frac{16}{6} ; \frac{-8}{-3}$$

3. وحد مقامي الكسرين $\frac{3}{8}$ و $\frac{13}{20}$

3. جمع و طرح أعداد ناطقة

a ، b ، c أعداد نسبية ، حيث : $b \neq 0$

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{(a - c)}{b} \quad \blacksquare \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{(a + c)}{b} \quad \blacksquare$$

- لجمع أو طرح عددين ناطقين بمقامين مختلفين :

نبدأ بتوحيد مقاميهما ، ثم نطبق القاعدة التي تسمح بحساب مجموع عددين ناطقين لهما نفس المقام (الخاصية السابقة)

تطبيق

أحسب مايلي :

$$\frac{5}{7} - \frac{9}{7} ; \quad \frac{-4}{3} + \frac{2}{3} ; \quad \frac{-1}{12} + \frac{7}{4} ; \quad \frac{4}{2} - \frac{7}{3} ; \quad \frac{-2}{1,5} + \frac{3}{5}$$

4. ضرب عددين ناطقين

a ، b ، c ، d أعداد نسبية ، حيث $b \neq 0$ و $d \neq 0$

$$a \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{d} \quad \blacksquare \quad \frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad \blacksquare$$

تطبيق

احسب مايلي :

$$\frac{4}{13} \times \frac{7}{-5} ; \quad -3 \times \frac{6}{5}$$

5. مقلوب عدد ناطق غير معدوم

a ، b عددان نسيان غير معدومين

مقلوب العدد $\frac{a}{b}$ هو العدد $\frac{b}{a}$

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$$

تطبيق

مقلوب $\frac{-5}{3}$ هو ، مقلوب $\frac{1}{2}$ هو ... أي ...

6. حاصل قسمة عددين ناطقين

a, b, c, d أعداد نسبية ، حيث $b \neq 0, c \neq 0, d \neq 0$

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

تطبيق

احسب مايلي :

$$3 \div \frac{4}{5} ; \quad \frac{-4}{9} \div \frac{2}{7}$$



سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ نشر و تبسيط عبارة حرفية حساب قيمتها .
- ❖ تريض مشكلات و حلها بتوظيف المعادلات ،
- و استعمال الخواص المتعلقة بالمساويات و العمليات .
- ❖ استعمال الخواص المتعلقة بالتباينات و العمليات في
- وضعيات بسيطة .

المعارف

1. تبسيط عبارة حرفية

- تبسيط عبارة حرفية يعني كتابتها بأقل ما يمكن من الحدود .

ملاحظة

- عند حساب قيمة عبارة حرفية من أجل قيمة (أو عدة قيم)
- عددية للحرف ، يكون من الأسهل تبسيط العبارة الحرفية ، عندما
- يكون هذا ممكناً ، قبل إجراء الحسابات .

تطبيق

- بسط العبارة الحرفية $A = 9x^2 + 4x^2 - x^2$ ، ثم أحسب
- قيمة A من أجل : $x = -2$.

2. حذف الأقواس

- يؤول إضافة مجموع جبري إلى إضافة كل حد من حدوده .

a, b, c أعداد ناطقة ، لدينا :

$$a + (b + c) = a + b + c$$

- في عبارة حرفية يمكن حذف القوسين المسبوقتين بالاشارة « + »
- و ذلك دون تغيير إشارات الحدود الموجودة بين القوسين .
- يؤول طرح مجموع جبري إلى طرح معاكس كل حد من حدوده

a, b, c أعداد ناطقة ، لدينا

$$a - (b + c) = a - b - c$$

- في عبارة حرفية يمكن حذف القوسين المسبوقتين بالاشارة « - »
- مع تغيير إشارة كل حد موجود بين القوسين .

تطبيق

اكتب العبارات الآتية بدون أقواس

$$4a - (-5 + a) ; -1 + (-3x + 4)$$

$$-3b + 4 + (-b - 5) ; 5 - 2y - (7 - 4y)$$

3. نشر عبارات حرفية من الشكل $(a + b)(c + d)$

a, b, c, d أعداد ناطقة

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

- عندما نحول جداء إلى مجموع جبري نقول إننا نشرنا هذا الجداء .
- عندما نحول مجموع جبري إلى جداء نقول إننا حللنا هذا المجموع
- الجبري .

ملاحظة

باستعمال توزيع الضرب على الجمع يكون :

$$(a + b)(c + d) = a \times (c + d) + b \times (c + d)$$

$$= a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

$$= ac + ad + bc + bd$$

نقول إننا نشرنا العبارة : $(a + b)(c + d)$

تطبيق

1. انشر ثم بسط العبارة الآتية : $A = (3x - 4)(7 - 5x)$
2. اختبر الإجابة من أجل $x = 1$

4. المساويات و العمليات

- تبقى مساواة صحيحة كلما أضفنا (أو طرحنا) إلى طرفها
- (من طرفها) نفس العدد .

a, b, c ثلاثة أعداد :

$$a + c = b + c \text{ فإن } a = b$$

$$a - c = b - c \text{ فإن } a = b$$

- تبقى مساواة صحيحة كلما ضربنا (أو قسمنا) طرفها في نفس
- (على نفس) العدد غير المعدوم .

a, b, c ثلاثة أعداد :

$$a \times c = b \times c \text{ فإن } a = b \text{ و } c \neq 0$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{c} \text{ فإن } a = b \text{ و } c \neq 0$$

5. المعادلات من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد

- نسمي معادلة من الدرجة الأولى ذات مجهول واحد كل مساواة تتضمن مجهولا ، عادة نرسم له بحرف .
- حل معادلة ذات مجهول x يعني إيجاد كل قيم x التي تكون من أجلها المساواة محققة . نسمي كل قيمة من هذه القيم حلا لهذه المعادلة .

ملاحظة

كل معادلة من الدرجة الأولى لمجهول واحد تقبل حلا وحيدا .

تطبيق

حل معادلة : $6x + 8 = -3x - 19$

6. تريض مشكل

تريض مشكل يعني ترجمة المشكل بواسطة معادلة ، حيث يسمح حلها بإعطاء جواب للمشكل المطروح

حل مشكل بواسطة معادلة ، تتبع الخطوات الآتية :

1. قراءة نص المشكل بتمعن وتحديد المجهول و الترميز له بحرف نختاره .
2. كتابة المعلومات الواردة في النص بدلالة هذا المجهول ، ووضعها في شكل معادلة مناسبة .
3. حل معادلة .
4. نعطي تفسيرا لحل المعادلة وفق المشكل المطروح

تطبيق

عمر الجدة 81 سنة و عمر حفيدتها 9 سنوات
بعد كم سنة يكون عمر الجدة يساوي أربع أمثال عمر الحفيدة ؟

7. المتباينات و العمليات

من أجل كل عددين a و b فإن :

$$a > b \text{ معناه } a - b > 0$$

$$a < b \text{ معناه } a - b < 0$$

$$a = b \text{ معناه } a - b = 0$$

a ، b ، c ثلاثة أعداد :

- يُرتب العددين $a + c$ و $b + c$ بنفس ترتيب العددين a و b

$$\text{إذا كان } a > b \text{ فإن } a + c > b + c$$

$$\text{إذا كان } a < b \text{ فإن } a + c < b + c$$

- يُرتب العددين $a - c$ و $b - c$ بنفس ترتيب العددين a و b

$$\text{إذا كان } a > b \text{ فإن } a - c > b - c$$

$$\text{إذا كان } a < b \text{ فإن } a - c < b - c$$

- إذا كان $c > 0$ فإن العددين ac و bc يُرتبان بنفس ترتيب العددين a و b .

$$\text{إذا كان } a > b \text{ و } c > 0 \text{ فإن } ac > bc$$

$$\text{إذا كان } a < b \text{ و } c > 0 \text{ فإن } ac < bc$$

- إذا كان $c < 0$ فإن العددين ac و bc يُرتبان بعكس ترتيب العددين a و b .

$$\text{إذا كان } a > b \text{ و } c < 0 \text{ فإن } ac < bc$$

$$\text{إذا كان } a < b \text{ و } c < 0 \text{ فإن } ac > bc$$

تطبيق

n عدد مجهول يحقق المتباينتين : $-10 < n < 3$

- أعط حصرا للعدد : $3n - 6$

سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ تعيين القوة من الرتبة n للعدد 10
- ❖ تعيين الكتابة العلمية لعدد عشري واستعمالها
- ❖ حساب قوة عدد نسبي واستعمالها في وضعيات بسيطة

المعارف

1. القوى ذات الأسس الموجبة للعدد 10

- n عدد طبيعي أكبر من أو يساوي 2.
- الجداء $10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10$ يرمز إليه بالرمز 10^n ،
 n عاملا
- ونقرأ 10^n أس n
- $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \dots \times 10}_n = \underbrace{10 \dots 0}_n$
 n صفرا

ملاحظة

اصطلاحا : $10^1 = 10$; $10^0 = 1$

تطبيق

1. عبر بكتابة عشرية عن كل مما يأتي : 10^2 ; 10^9 ; 10^4
2. أكتب كل عدد مما يأتي على شكل قوة للعدد 10
 مليون ; مائة مليون ; 100 000 000 000 ; 10 ; 1

2. القوى ذات الاسس السالبة للعدد 10

- n عدد طبيعي.
- يشير 10^{-n} إلى مقلوب العدد 10^n
- $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{\underbrace{10 \dots 0}_n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_n$
 n صفرا

ملاحظة

اصطلاحا : $10^{-1} = 0,1$

تطبيق

1. أعط الكتابة العشرية لكل من : 10^{-6} ; 10^{-1} ; 10^{-7}
2. اكتب كل عدد مما يأتي على شكل 10^n ، حيث n عدد صحيح
 $\frac{1}{1000}$; 0,1 ; 0,000 000 01 ; 0,000 01

3. قواعد الحساب على قوى العدد 10

- من أجل كل عددين صحيحين m و n :
- $10^m \times 10^n = 10^{m+n}$
- من أجل كل عددين صحيحين m و n :
- $\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$
- مهما يكن العددان الصحيحان m و n :
- $(10^m)^n = 10^{m \times n}$

تطبيق

بسط العبارة التالية :

$$A = \frac{3 \times 10^2 \times 1,8 \times 10^{-3}}{6 \times 10^{-2}}$$

4. الكتابة العلمية لعدد عشري

- الكتابة العلمية هي الكتابة الوحيدة على الشكل $a \times 10^n$ حيث :
- n عدد صحيح و a عدد عشري يحقق $1 \leq a < 10$

ملاحظة

تسمح الكتابة العلمية بإعطاء رتبة مقدار عدد و حصره بين قوتين متتاليتين للعدد 10.

تطبيق

- الكتابة العلمية للعدد 453,76 هي :
- رتبة مقدار للعدد $8,5376 \times 10^2$ هي :
- احصر العددين الآتيين بين قوتين متتاليتين للعدد 10
 $2,4587 \times 10^{-2}$; $3,437 \times 10^{11}$

5. القوى الصحيحة لعدد نسبي

a عدد نسبي ، من أجل كل عدد طبيعي $n \geq 2$ ، نرمز إلى العدد $\underbrace{a \times a \times \dots \times a}_n$ بالرمز a^n ﴿نقرأ a أس n ﴾

- اصطلاح : $a^1 = a$ و $a^0 = 1$ (حيث $a \neq 0$)

- إذا كان : $a \neq 0$ ، نرمز إلى مقلوب a^n أي : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

تطبيق

1. اكتب كل عبارة مما يأتي على شكل قوة لعدد :

$$B = 6 \times 6 \times 6 ; A = 4 \times 4$$

$$D = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) ; C = 2,7 \times 2,7$$

2. اعط الكتابة العشرية لكل من :

$$-3^4 ; (-3)^4 ; 2^5 ; 5^2$$

$$8^1 ; 2,8^2 ; 4 \text{ أس } 2 ; 2 \text{ أس } 4$$

3. أعط كتابة كسرية لكل من :

$$C = (-3)^{-2} ; B = 6^{-2} ; A = (-5)^{-1}$$

6. قواعد الحساب على قوى عدد نسبي

a عدد نسبي غير معدوم ، n و m عددان صحيحان :

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

a و b عددان نسبيا غير معدومين ، n و m عددان صحيحان :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} ; (ab)^n = a^n \times b^n ; \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

تطبيق

اكتب كل عبارة مما يأتي على الشكل a^n :

$$7^5 \times 7^{-3} ; 3^2 \times 3^5 ; \frac{4^5}{4^8} ; \left(\frac{5}{3}\right)^2 ; (5 \times 3)^2$$

7. إجراء حساب يتضمن قوى

- في سلسلة عمليات لا تتضمن أقواسا نُجري الحسابات على القوى قبل العمليات الأخرى (الجمع ، الطرح ، الضرب و القسمة)
- في حالة وجود أقواس ، نبدأ بإجراء الحسابات ما بين قوسين .

تطبيق

أحسب مايلي :

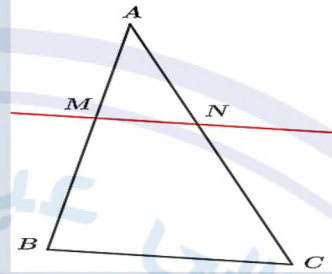
$$A = 6^2 + 3 \times 2^3 - 64 \div 4^2$$

$$B = 2^2(2 + 4 \times 2)^2$$

4. المثلثان المعينان بمستقيمين متوازيين

يقطعهما قاطعان غير متوازيين

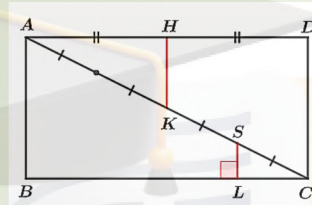
- في مثلث ABC ، إذا كانت M نقطة من $[AB]$ ، و كانت N نقطة من $[AC]$ ، و كان (MN) و (BC) متوازيان ، فإن :



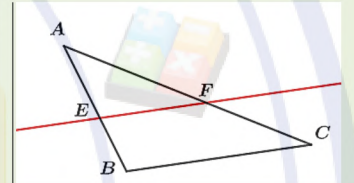
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

تطبيق 1

أكتب ، في كل من الحالتين الآتيتين ، النسب المتساوية لأطوال .
مبرراً إجابتك



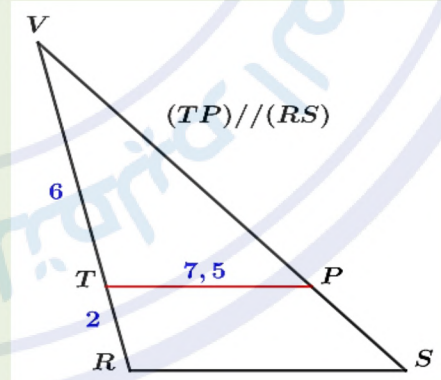
مستطيل ABCD



$(EF) \parallel (BC)$

تطبيق 2

أحسب ، بإستعمال معطيات الشكل أدناه ، الطول RS
كل الأطوال معطاة بالسنتيمتر .



5. المستقيمات الخاصة في المثلث

المحاور

- محور ضلع في مثلث هو المستقيم العمودي على هذا الضلع ويشمل منتصفه .
- محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة . هذه النقطة هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

تطبيق

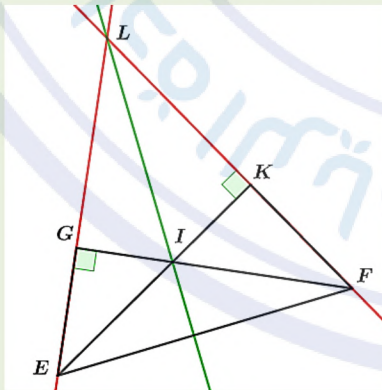
أثبت أن محاور أضلاع مثلث متقاطعة في نقطة واحدة ، واستنتج أن نقطة تلاقي محاور مثلث هي مركز الدائرة المحيطة بهذا المثلث .

الارتفاعات

- الارتفاع في مثلث هو مستقيم يشمل رأساً وعمودي على الضلع المقابل لهذا الرأس .
- في مثلث الارتفاعات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي الارتفاعات .

تطبيق

في الشكل المرفق المثلث EFG قائم في G ، و المثلث EFK قائم في K في (FG) و (EK) متقاطعان في I و (FK) و (EG) متقاطعان في L .
- أثبت أن : (LI) و (EF) متعامدان



❖ المتوسطات

- المتوسط في المثلث هو مستقيم يشمل رأساً و منتصف الضلع المقابل لهذا الرأس .

- في مثلث المتوسطات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المتوسطات ، وتُسمى أيضاً مركز ثقل المثلث .

- في مثلث ABC نقطة تلاقي المتوسطات G تحقق :

$$GA' = \frac{1}{3}AA' ; GC' = \frac{1}{3}CC' ; GB' = \frac{1}{3}BB'$$

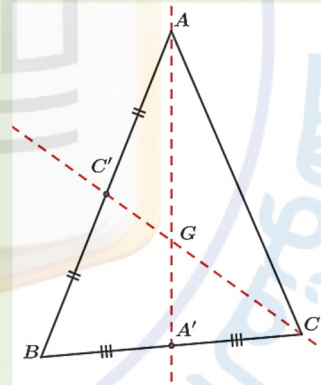
$$AG = \frac{2}{3}AA' ; CG = \frac{2}{3}CC' ; BG = \frac{2}{3}BB'$$

تطبيق 1

1. أرسم مثلثاً كيفياً ABC .

2. (CC') المتوسط المتعلق بالضلع $[AB]$ ، (AA') المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ و تُسمى نقطة تقاطعهما G .

3. أثبت أن (BG) يقطع (AC) في منتصفه .



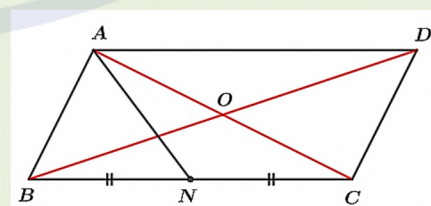
تطبيق 2

الأطوال في الشكل المرفق ليست حقيقية .

$ABCD$ متوازي أضلاع ، حيث $BD = 12cm ; AC = 8cm$

N منتصف $[BC]$ ، و E تقاطع $[BD]$ و $[AN]$

- أحسب BE .



❖ المنصفات

- منتصف زاوية في مثلث هو نصف المستقيم الذي يشمل رأس هذه الزاوية و يجرئها إلى زاويتين متقايستين .

- في مثلث المنصفات الثلاثة متقاطعة في نقطة واحدة ، تُسمى نقطة تلاقي المنصفات . وهذه النقطة تمثل مركز الدائرة المماسية لأضلاع هذا المثلث ، هذه الدائرة مرسومة داخل المثلث .

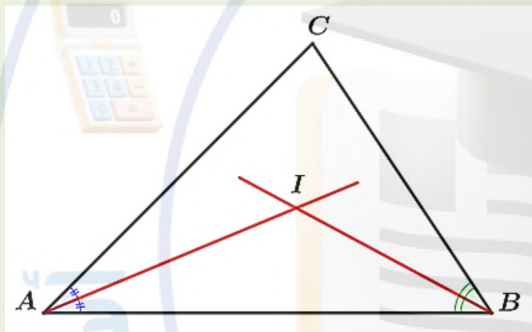
تطبيق

1. أرسم مثلثاً كيفياً ABC

2. $[BI]$ منتصف زاوية الرأس B و $[AI]$ منتصف زاوية الرأس A

، نسمي I نقطة تقاطعهما .

3. أثبت أن $[CI]$ هو منتصف زاوية الرأس C .



سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ بعض خواص المثلث القائم و الدائرة المحيطة به ، المتوسط المتعلق بالوتر ، خاصية فيثاغورس
- ❖ إنشاء المماس لدائرة ، واستعمال بعد نقطة عن مستقيم .
- ❖ استعمال جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم .

المعارف

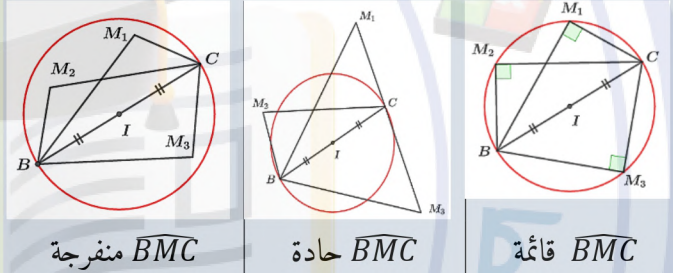
1. الدائرة المحيطة بمثلث قائم

- إذا كان مثلث قائماً ، فإن منتصف وتره هو مركز الدائرة المحيطة به
- من أجل كل نقطة M ، إذا كانت :

لـ $\widehat{BMC}$ قائمة فإن M تنتمي إلى الدائرة التي قطرها $[BC]$

لـ $\widehat{BMC}$ حادة فإن M تقع خارج الدائرة التي قطرها $[BC]$

لـ $\widehat{BMC}$ منفرجة فإن M تقع داخل الدائرة التي قطرها $[BC]$



$\widehat{BMC}$ منفرجة

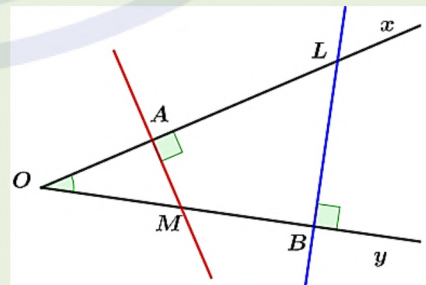
$\widehat{BMC}$ حادة

$\widehat{BMC}$ قائمة

- إذا كان منتصف أحد أضلاع مثلث هو مركز الدائرة المحيطة به ، فإن هذا المثلث قائم ووتره هو الضلع الذي ينتمي إليه مركز الدائرة .
- من أجل كل نقطة M تختلف عن A و B من الدائرة ذات القطر $[AB]$ ، فإن الزاوية $\widehat{AMB}$ قائمة .

تطبيق

باستعمال معطيات الشكل المقابل ، أثبت أن النقط A ، L ، B ، M تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها .



2. خاصية المتوسط المتعلق بالوتر في مثلث قائم

- في مثلث قائم طول المتوسط المتعلق بوتره يساوي نصف طول الوتر .
- إذا كان في مثلث طول المتوسط المتعلق بأحد أضلاعه يساوي نصف طول هذا الضلع ، فإن المثلث قائم وهذا الضلع وتر له .

تطبيق 1

لاحظ الشكل المرفق ، علماً أن

$OC = x$ ، عبر عن AB بدلالة x

تطبيق 2

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A .

D نظير B بالنسبة إلى A . ما طبيعة المثلث BCD ؟ برر جوابك

3. خاصية فيثاغورس

- إذا كان مثلث قائماً ، فغن مربع وتره يساوي مجموع مربعي ضلعيه الآخرين .
- إذا كان ، في مثلث ، مربع طول أطول أضلاعه يساوية مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين ، فإن هذا المثلث قائم في الرأس المقابلة للضلع الأكبر فيه .
- إذا كان في مثلث ABC ، $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، فإن المثلث ABC قائم في A .

تطبيق 1

ABC مثلث قائم في A ، حيث

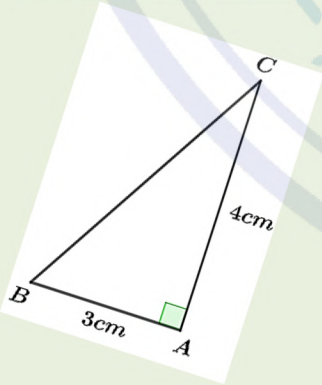
$AB = 3cm$ و $AC = 4cm$

- أحسب BC طول الوتر $[BC]$

تطبيق 2

RST مثلث قائم في R ، حيث $ST = 2,5 cm$

و $RS = 1,5 cm$. أحسب الطول RT

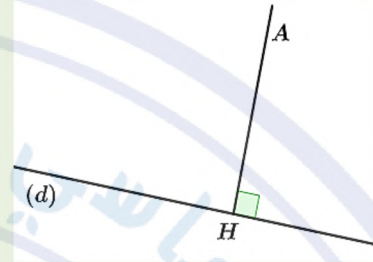


4. بعد نقطة عن مستقيم

- (d) مستقيم و A نقطة . H نقطة تقاطع (d) و العمودي عليه الذي يشمل A.

- H هي أقرب نقطة من (d) إلى النقطة A.

- يسمى AH بعد النقطة A عن المستقيم (d) .



تطبيق

ضع ثلاث نقط A ، B ، C ليست في استقامة .

أنشئ النقطة D المتساوية المسافة عن A ، B و الأقرب إلى C

5. الوضعيات النسبية لمستقيم و دائرة - مماس

لدائرة

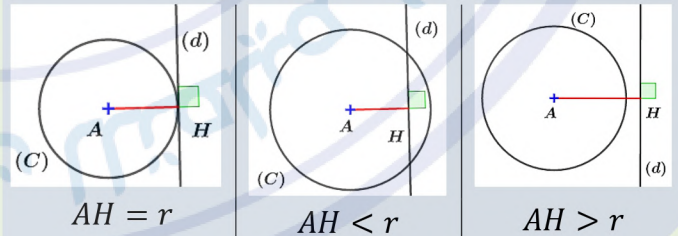
AH بعد A عن (d) ، و r نصف قطر الدائرة (C)

- إذا $AH > r$ فإن (d) لا يشترك مع (C) في أي نقطة .

- إذا $AH < r$ فإن (d) يقطع (C) في نقطتين .

- إذا $AH = r$ فإن (d) مماس لـ (C) في نقطة ،

يكون $[AH] \perp (d)$ في H



تطبيق

O ، A نقطتان متميزتان

ارسم دائرة مركزها O و نصف قطرها [OA] .

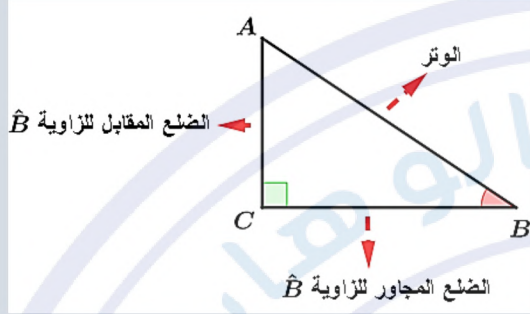
أنشئ (d) المماس للدائرة (C) في النقطة A .

6. جيب تمام زاوية حادة في مثلث قائم

- في المثلث ABC القائم في C ، الضلع المجاور للزاوية $\hat{B}$ هو [BC]

جيب تمام الزاوية الحادة B هو : $\frac{\text{طول الضلع المجاور لـ } \hat{B}}{\text{طول الوتر}}$

و نكتب : $\cos \hat{B} = \frac{BC}{BA}$



تطبيق 1

ABC مثلث قائم في A ، حيث $AR = 4 \text{ cm}$ ، $RC = 8 \text{ cm}$



1. احسب جيب تمام الزاوية $\hat{B}$

2. عين قيمة الزاوية $\hat{B}$

تطبيق 2

RST مثلث ، فيه $RT = 5 \text{ cm}$ و $ST = 13 \text{ cm}$ و $RS = 12 \text{ cm}$

1. تحقق أن المثلث RST قائم في R

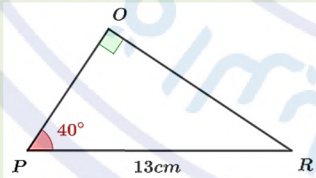
2. احسب القيمة المدورة إلى 10^{-2} لجيب تمام الزاوية $\hat{S}$

3. عين القيمة المدورة إلى الوحدة الزاوية $\hat{B}$

تطبيق 3

OPR مثلث قائم في O ، حيث $OPR = 40^\circ$ و $PR = 13 \text{ cm}$

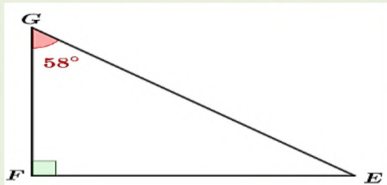
- أحسب بالتدوير إلى الجزء من مئة الطول PO



تطبيق 4

EFG مثلث قائم في F ، حيث $FGE = 58^\circ$ و $FE = 19 \text{ cm}$

- احسب بالتدوير إلى الجزء من مئة طول الوتر EG



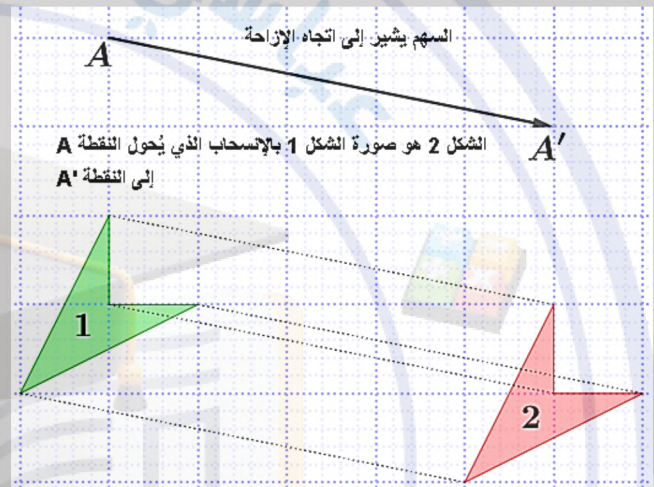
سأتعلم في هذا المقطع

- ❖ تعريف النسخ انطلاقاً من متوازي الاضلاع
- ❖ إنشاء صورة : نقطة ، قطعة مستقيم ، نصف مستقيم ، دائرة بالنسخ .
- ❖ معرفة خواص الانسحاب وتوظيفها .

المعارف

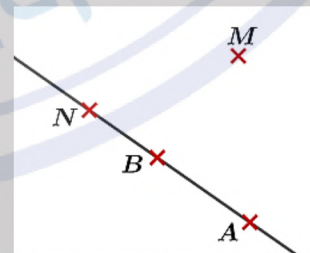
1. التعرف على إنسحاب

- عند إزاحة شكل دون إذارته نقول إننا أجرينا عليه انسحاباً .



2. صورة نقطة بالانسحاب

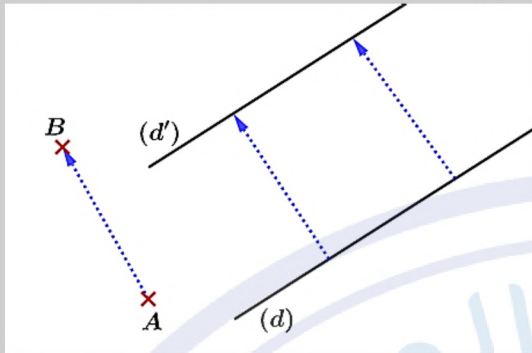
1. ارسم على كراسك النقط A ، B ،
2. أنشئ النقطة M' صورة النقطة M بالانسحاب الذي يحول A إلى B .
3. أنشئ النقطة N' صورة النقطة N بالانسحاب السابق .
4. على غير مرصوفة أعد رسم الشكل الآتي :



5. بإستعمال الأدوات الهندسية المناسبة ، أنشئ صورتين النقطتين M و N بالانسحاب الذي يحول A إلى B .

3. صورة مستقيم بالانسحاب

صورة مستقيم (d) بالانسحاب هو مستقيم (d') يوازيه .

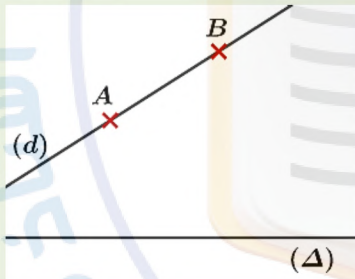


ملاحظة

لإنشاء صورة مستقيم بالانسحاب ، يمكن أن نختار نقطتين متميزتين M_1 و M_2 منه ، ثم ننشئ صورتيهما M'_1 و M'_2 .
عندئذ صورة المستقيم (M_1M_2) هي المستقيم $(M'_1M'_2)$.

تطبيق

1. ماهي صورة المستقيم (d) بالانسحاب الذي يحول A إلى B ؟
2. أنشئ صورة المستقيم (Δ) بالانسحاب السابق .



4. صورة قطعة مستقيم بالانسحاب

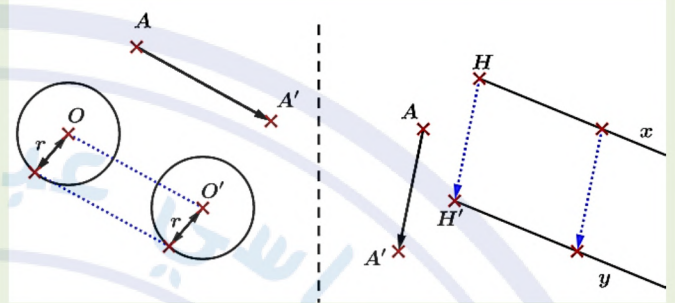
صورة قطعة مستقيم بالانسحاب هي قطعة مستقيم تقايسها .

تطبيق

1. أنشئ صورتين النقطتين A و C بالانسحاب الذي يحول النقطة A إلى النقطة A' .
2. ارسم صورة المثلث ABC بالانسحاب الذي يحول النقطة A إلى النقطة A' .
3. حدد الأطوال المتساوية .

5. صورة : دائرة ، نصف مستقيم بإنسحاب

- صورة نصف مستقيم بإنسحاب هو نصف مستقيم يوازيه وله نفس الاتجاه .
- صورة دائرة بإنسحاب هي دائرة لها نفس نصف القطر .



تطبيق

1. ارسم دائرة (C) مركزها نقطة O ، ثم عين عليها نقطة A .
2. أنشئ صورة الدائرة (C) بالإنسحاب الذي يُحول O إلى A .

6. الإنسحاب والزوايا

- صورة زاوية بإنسحاب هي زاوية تقايسها .

تطبيق

1. احسب الزاوية $\hat{C}$
2. أنشئ النقطتين B' ، C' صورتين B ، C بالإنسحاب الذي يُحول A إلى A' .
3. استنتج $\widehat{B'C'A'}$ و $\widehat{B'C'}$

