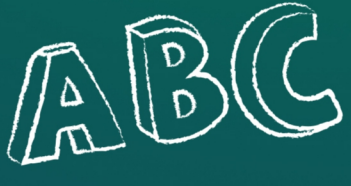
الثالثة متوسط

$e = mc^2$

الرياضيات

دروس وملخصات

الأستاذ عباسي للرياضيات



مادة الرياضيات

السنة الثالثة من التعليم المتوسط

1

الأعداد النسبية، عمليات على الكسور والأعداد الناطقة

1 الأعداد النسبية

جداء عددين نسبيين

عددين لهما نفس الإشارة

✯ جداء عددين نسبيين موجبين هو عدد موجب، قيمته هي جداء مسافتيهما إلى الصفر.

جداء عددين نسبيين سالبين هو عدد موجب، قيمته هي جداء مسافتيهما إلى الصفر.

جداء عددين مختلفين في الإشارة

✯ جداء عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد نسبي سالب.

أمثلة

نفس الإشارة السالبة $A = (-3) \times (-4) = (+12)$

نفس الإشارة الموجبة $B = (+6) \times (+5) = (+30)$

مختلفان في الإشارة $C = (-7) \times (+4) = -(28)$

جداء عدة حدود

في جداء عدة عوامل إذا كان عدد العوامل السالبة:

فرديا تكون قيمة الجداء سالبة — زوجيا تكون قيمة الجداء موجبة

$A = (-3).(+5).(-4).(+2)$

لاحظ، يوجد عددين نسبيين سالبين إذن قيمة الجداء A موجبة. $A = +120$.

قسمة عددين نسبيين

لهما نفس الإشارة

حاصل قسمة عددين نسبيين من نفس الإشارة هو عدد نسبي موجب.

مختلفين في الإشارة

حاصل قسمة عددين نسبيين مختلفين في الإشارة هو عدد نسبي سالب.

A عدد نسبي: $A \neq 0$, $\frac{A}{1} = A$, $\frac{0}{A} = 0$

أمثلة

$\frac{-21}{-7} = (+3)$ ، $\frac{-8}{+4} = (-2)$

مقلوب عدد نسبي غير معدوم

مقلوب عدد نسبي غير معدوم x ، $(x \neq 0)$ هو العدد $\frac{1}{x}$، ونكتب x^{-1}، لـ x و x^{-1} نفس الإشارة.

مثال

مقلوب -5 هو $\frac{1}{-5}$ أي -0.2

بالحاسبة $\frac{1}{-5} \times (1) = -0.2$

مقلوب كسر غير معدوم

مقلوب الكسر غير المعدوم $\frac{a}{b}$ هو الكسر $\frac{b}{a}$ ونكتب $\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = 1$ $(a \neq 0)$ و $(b \neq 0)$

مثال

مقلوب $\frac{1}{2}$ هو 2 ونكتب $\frac{1}{2} \times 2 = 1$

تذكر

قواعد إشارة جداء عددين نسبيين

×	(+)	(−)
(+)	(+)	(−)
(+)	(+)	(−)
(−)	(−)	(+)

قواعد إشارة حاصل قسمة عددين نسبيين

$\div$	$(+)$	$(-)$
$(+)$	$(+)$	$(-)$
$(+)$	$(+)$	$(-)$
$(-)$	$(-)$	$(+)$

قواعد إشارة جمع عددين نسبيين

$+$	عدد نسبي $(+)$	عدد نسبي $(-)$
عدد نسبي $(+)$	$(+)$ "نجمع"	إشارة العدد الأكبر "نطرح"
عدد نسبي $(-)$	إشارة العدد الأكبر "نطرح"	$(-)$ "نجمع"

عمليات على الكسور

حاصل قسمة كسرين

✯ حاصل قسمة كسر على كسر آخر غير معدوم هو جداء الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني

$$\frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{ad}{cb} \quad ,\left(c \neq 0, \frac{b}{d} \neq 0\right)$$

مثال

$$9 = \frac{9}{4} \times \frac{4}{1} = \frac{9}{4} \div \frac{1}{4} \text{ ، } 6 = 3 \times \frac{2}{1} = 2 \div \frac{1}{3}$$

تذكير

توحيد مقامي أو مقامات عدة كسور يعني جعل هذه الكسور تشترك بذات المقام بضرب البسط والمقام في نفس العدد.

جمع وطرح كسرين

لهما نفس المقام

نجمع أو نطرح بسطيهما ونحتفظ بالمقام

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad (c \neq 0)$$

مثال

$$3 = \frac{9}{3} = \frac{5+4}{3} = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \text{ ، } \frac{1}{2} = \frac{7-6}{2} = \frac{7}{2} - \frac{6}{2}$$

مختلفين في المقام

نوحد مقاميهما ثم نجمع أو نطرح بسطيهما

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$$

حيث $(c \neq 0), (d \neq 0)$

مثال

$$3 = \frac{7}{3} = \frac{2\times3+1}{3} = 2 + \frac{1}{3} \text{ ، } \frac{11}{12} = \frac{5\times3-4\times1}{4\times3} = \frac{5}{4} - \frac{1}{3}$$

مقارنة كسرين

لهما نفس المقام

يكفي مقارنة بسطيهما

الكسر الأكبر ذو البسط الأكبر

$a > b$ يعني $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

حيث $(c \neq 0)$

مثال

$$\frac{3}{2} > \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{5}{10} > \frac{4}{10}$$

مختلفين في المقام

لمقارنة كسرين مقامهما مختلفين نوحد مقاميهما ثم نقارن بين بسطيهما

مثال

لنقارن بين $\frac{4}{5}$ و $\frac{2}{3}$

نوحد المقامين:

$$\frac{4}{5} = \frac{4\times3}{5\times3} = \frac{12}{15}$$

$$\frac{2}{3} = \frac{2\times5}{3\times5} = \frac{10}{15}$$

المقارنة:

$\frac{12}{15} > \frac{10}{15}$ معناه $\frac{4}{5} > \frac{2}{3}$

الأعداد الناطقة

العدد الناطق

العدد الناطق هو حاصل قسمة عدد نسبي a على عدد نسبي b ونكتب على شكل كسر $\frac{a}{b}$ ، $(b \neq 0)$

مثال

كل من الأعداد $\frac{-1}{2}$ ، 3 ، -7 هي أعداد ناطقة.

تعيين إشارة عدد ناطق

$\frac{a}{b}$ ، $(b \neq 0)$ عدد ناطق

موجب

a و b من نفس الإشارة.

مثال

$\frac{-2}{-3} = +\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

سالب

a و b مختلفين في الإشارة.

مثال

$\frac{-4}{5} = -\frac{4}{5}$

جمع وطرح عددين ناطقين

لهما نفس المقام

نجمع أو نطرح بسطيهما ونحتفظ بنفس المقام.

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}, \quad (c \neq 0)$

$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}, \quad (c \neq 0)$

مثال

$-\frac{5}{3} + \frac{10}{3} = \frac{-5+10}{3} = +\frac{5}{3}$

$-\frac{2}{7} - \frac{8}{7} = \frac{-2-8}{7} = -\frac{10}{7}$

مختلفان في المقام

نوحد مقاميهما ثم نجمع أو نطرح بسطيهما.

$\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{ad+bc}{cd}$

$\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{ad-bc}{cd}$

حيث $(c \neq 0), (d \neq 0)$

مثال

$$\frac{5}{6} + \frac{-1}{4} = \frac{(5 \times 4) + 6 \times (-1)}{(6 \times 4)} = \frac{20 + (-6)}{24} = +\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

جداء عددين ناطقين

جداء عددين ناطقين $\frac{a}{c}$ و $\frac{b}{d}$ بحيث $(c \neq 0), (d \neq 0)$ هو $\frac{a \times b}{c \times d}$ ونكتب

$$\frac{a}{c} \times \frac{b}{d} = \frac{a \times b}{c \times d} = \frac{ab}{cd}$$

مثال

$\frac{-5}{6} \times \frac{-1}{3} = \frac{(-5) \times (-1)}{6 \times 3} = \frac{5}{18}$

$-4 \times \frac{1}{7} = \frac{(-4) \times (+1)}{7} = -\frac{4}{7}$.

حاصل قسمة عددين ناطقين

حاصل قسمة عدد ناطق على عدد ناطق آخر غير معدوم هو جداء الكسر الأول في مقلوب الكسر الثاني

$$\frac{a}{c} \div \frac{b}{d} = \frac{a}{c} \times \frac{d}{b} = \frac{ad}{cb}, \quad (c \neq 0), \left(\frac{b}{d} \neq 0\right)$$

مثال

$-\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = -\frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = -\frac{12}{10} = -\frac{6}{5}$

مقارنة عددين ناطقين

لهما نفس المقام

يكفي مقارنة بسطيهما

$\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$ يعني $a > b$

حيث $(c \neq 0)$

مثال

$\frac{10}{3} > \frac{-5}{3}$ لأن $10 > -5$

$\frac{-2}{7} > \frac{-8}{7}$ لأن $-2 > -8$

مختلفان في المقام

نوحد مقاميهما ثم نقارن بين بسطيهما.

مثال

نوحد المقامين $\frac{3}{4} \ldots \frac{5}{7}$

$\frac{20}{28} \ldots \frac{21}{28}$

إذن

$\frac{20}{28} < \frac{21}{28}$ لأن $20 < 21$

تمرين 1

إليك الأعداد النسبية التالية: $a=(+6)$ ، $b=(-5)$ ، $c=(-7)$ ، $d=(-15)$

❶ أحسب كلا من: $a+c\times d$ ، $b\times c$ ، $d-c\div a$ و $a+c-d$.

❷ أحسب العبارتين التاليتين:

$$A=a\times b\times c\times d$$

$$B=a\div(b\div c)+c$$

تمرين 2

❶ أحسب A ، B و C وأكتب الناتج على أبسط شكل ممكن:

$A=\frac{3}{4}+\frac{5}{6}$ ، $B=\frac{37}{7}-\frac{3}{28}$ ، $C=\frac{1}{2}\times\left(\frac{5}{4}+\frac{7}{4}\right)$

❷ رتب الكسور التالية تنازليا:

$\frac{8}{7}$ ، $\frac{3}{28}$ ، $\frac{5}{4}$.

❸ D و E عبارتان جبريتان حيث: $D=(-3)\times(+6)\times(-1)\times(-5)$

و $E=(+2)\times(-1.5)\times(+4)$

① أحسب العبارتين D و E.

② ما هي إشارة $D+E$.

❹ أحسب العبارة F ثم اختزل الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$F=\frac{233}{-72}-\left(\frac{7}{36}+\frac{2}{5}\right)$

تمرين 3

إليك الأعداد النسبية التالية: $A=(-4.3)$ ، $B=(-0.75)$ ، $C=(-3)$.

❶ أحسب $A\times B\times C$ ، $(A-C)\times B$ ، $3B-A$.

❷ D و E عددان ناطقان حيث:

$D=\frac{21}{8}+\left(\frac{10.5}{-6}\right)-\left(\frac{-23.5}{12}\right)$ ، $E=\frac{(-5.3)\times(-2)\times(-5)}{(-4.5)\times(+2)}$.

① أكتب كلا من D و E على أبسط شكل.

② قارن بين العددين D و E.

❸ أحسب وأكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط: $G=\frac{\frac{5}{9}-11\times\frac{3}{44}}{\frac{5}{9}+\frac{2}{3}\times\frac{7}{4}}$

$F=\frac{7}{5}\div\left(\frac{7}{18}-\frac{2}{9}\right)$ ،

تمرين 4

❶ أحسب الأعداد التالية:

$A=4\times\frac{-5}{4}$ ، $B=\frac{-2}{3}\times\frac{4}{-5}$ ، $C=\frac{-2}{9}+\frac{5}{-3}$ ، $D=\frac{5}{9}-\left(\frac{11}{8}\div\frac{5}{3}\right)$

تمرين 5

A ، B ، C أعداد ناطقة حيث: $A=\frac{6}{7}$ ، $B=\frac{5}{3}$ ، $C=-4$.

❶ أحسب ما يلي: $A-B$ ، $A\times C$ ، $A-7B+3C$.

❷ أحسب العددين: $E=C-A\times B$ ، $F=C+A+B$.

❸ بين أن $G=-A\times(B+C)$ عدد طبيعي.

❹ قارن بين العددين A و B.

تمرين 6

❶ أحسب A ، B و C ثم اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$A=\frac{5}{9}+\frac{10}{6}$ ، $B=\frac{14}{15}-\frac{7}{3}$ ، $C=\frac{-4}{3}+\frac{8}{15}$.

❷ أثبت أن $B\times C+C=1$

تمرين 7

❶ أحسب A ، B و C ثم اكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$A=\frac{-5}{6}-\frac{7}{3}+\frac{2}{6}$ ، $B=\frac{11}{8}-\frac{15}{6}$ ، $C=\frac{7}{5}\times\frac{15}{8}$.

❷① قارن بين العددين الناطقين D و E حيث: $D=\frac{-7}{3}$ و $D=-\frac{13}{8}$.

② أحسب F حيث $F=E+D$

تمرين 8

A ، B و C

عبارات جبرية حيث:

$A=\frac{2}{-5}+\left(\frac{-7}{3}+\frac{17}{6}\right)$ ، $B=\frac{(-5.3)\times(6.8)}{10+(-2.5)}$ و $C=\frac{-6}{5}-\frac{1}{2}\times\frac{5}{3}$.

❶ أحسب وبسط إن أمكن كلا من A ، B و C.

❷ قارن بين العددين الناطقين A و C.

تمرين 9

ليكن العددان A و B حيث:

$A=\frac{2}{3}+\frac{7}{3}\times\frac{1}{5}$ و $\frac{7}{2}-\frac{5}{6}\times\frac{1}{4}$.

❶ أكتب كلا من A و B على شكل عدد ناطق.

❷ أكتب العدد $\frac{A}{B}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

تمرين 10

خصصت قناة اقرأ في بثها للبرامج $\frac{3}{4}$ من وقتها لتلاوة القرآن الكريم و $\frac{3}{5}$ من التلاوة للقارئ الشيخ السديس.

❶ ما الوقت الذي تشغله تلاوة القارئ الشيخ السديس من زمن البث؟

❷ إذا افترضنا أن جميع التلاوات التي تبث تستغرق الزمن ذاته وهو 8 دقائق لكل تلاوة، استمعت إلى القناة لمدة ساعتين، كم تلاوة للقارئ السديس قد سمعت؟

تمرين 11

إليك الأعداد النسبية التالية: $a=(-3.5)$ ، $b=(+5)$ ، $c=(-1.5)$ ، $d=(-2)$.

✯ أحسب ما يلي: $a\times b\times c\times d$ ، $b-(a-c\times d)$ ، $\frac{c}{\frac{b}{d}}$.

تمرين 12

فازت شكرة وطنية للمقاولة بمناقصة بناء فندق أربعة نجوم من سبعة طوابق بضواحي العاصمة ومن شروط المناقصة أن يكون جاهزا خلال 9 أشهر فقام صاحب المشروع بالتقسيم التالي: ينجز في الثلاثة أشهر أولى $\frac{3}{8}$ من الأشغال وفي الثلاثة أشهر الموالية $\frac{6}{10}$ من الأشغال وفي الثلاثة أشهر الأخيرة يتمم الأشغال.

❶ عبر بكسر عن ما يتم إنجازه من الأشغال في الثلاثة الأخيرة.

❷ في أي من الأشهر الثلاثة ينجز صاحب المشروع الأشغال أكثر؟ برر إجابتك.

تمرين 13

نعتبر العددين $A=\frac{-3}{7}$ ، $A=\frac{5}{-21}$.

✯ أحسب ما يلي وأكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$A\div B$ ، $A\times B$ ، $B-A$ ، $B\div A$ ، $A+B$.

تمرين 14

إليك العبارتان E و F حيث:

$E=(-5+9)\div(10-(2+6\times 4))$ ، $F=-11+(2\div(-5-7))$.

❶ أحسب العبارتين E و F.

❷ قارن بين E و F.

تمرين 15

❶ أحسب A ، B و C وأكتب الناتج على شكل عدد ناطق مبسط:

$A=\frac{6}{\frac{-2}{7}}$ ، $B=\frac{9}{11}\div\frac{3}{7}$ ، $C=\frac{-5}{6}\div 10$.

❷ أحسب مايلي وأعط الناتج على شكل عدد ناطق $B\times C-A$ ، $A\times B\times C$ ، $B\div C+B$

تمرين 16

❶ حدد إشارة كل جداء من الجداءين الآتيين ثم أحسبه:

$D=(-3)\times 0.2\times 4\times(-6)\times 1.6\times(-2)$

$E=(-0.2)\times 11\times(-3)\times 5\times(-2.3)\times(-1)$

❷ أحسب $D-E$ ، $D\times E$

تمرين 17

في حديقة الحيوانات ازداد وزن مولود الباندا بـ: $\frac{9}{16}Kg$ في الأسبوع الأول بعد ولادته، و $\frac{5}{8}Kg$ في الأسبوع الثاني.

❶ ما هو مقدار الفرق في وزنه بين الأسبوعين الأول والثاني؟

❷ كم أصبح وزنه في الأسبوع الثاني، إذا علمت أن وزن الباندا عند ولادته هو $\frac{14}{96}Kg$

تمرين 18

خصصت العائلة لجولتها السياحية مبلغا من المال صرفت منه في اليوم الأول $\frac{3}{10}$ وفي اليوم الثاني $\frac{8}{30}$ وصرفت خمس المبلغ في اليوم الثالث والباقي في اليوم الرابع وأنهت رحلتها.

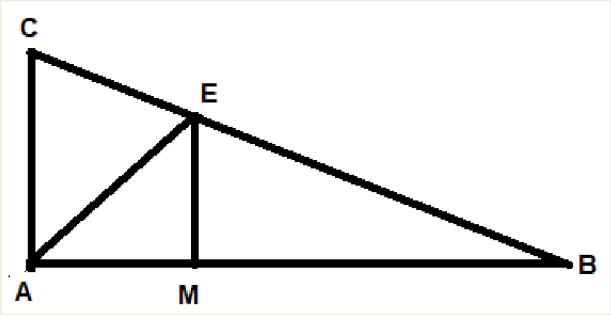
❶ عبر بكسر عما صرفته العائلة في اليوم الرابع.

❷ رتب تصاعديا الكسور التي تمثل هذه المصاريف .

❸ في أي الأيام صرفت العائلة أكثر؟ علّل.

تمرين 19

مكتبة بلدية على شكل مثلث كما يوضحه الشكل التالي:



من أجل تهيئتها للخدمة قام البناء بتبليطها في أربعة أيام، اليوم الأول أنجز $\frac{5}{25}$ من المساحة الأرضية واليوم الثاني $\frac{7}{12}$ والسدس في اليوم الثالث، والباقي في اليوم الرابع.

❶ عبر بكسر عن المساحة المنجزة في اليوم الرابع.

❷ في أي الأيام قام البناء بالتبليط أكثر؟ علّل.

❸ لإذا علمت أن مساحة المكتبة هي $45m^2$ ، ما هي المساحة المهيئة بالبلاط في كل يوم؟

تمرين 20

قام الفلاح بزاعة أرضه حبوبا، فزرع مساحة $\frac{5}{16}$ أرز، $\frac{3}{8}$ شعير و $\frac{1}{4}$ قمح.

❶ ما هو نوع الحبوب الذي أخذ أكبر مساحة؟ علّل

❷ هل تم زراعة كل الأرض؟ علّل.