الأستاذ فرقاني فارس

# 2AS

الشعب العلمية والرياضية

السلسلة 2AS-U02-1

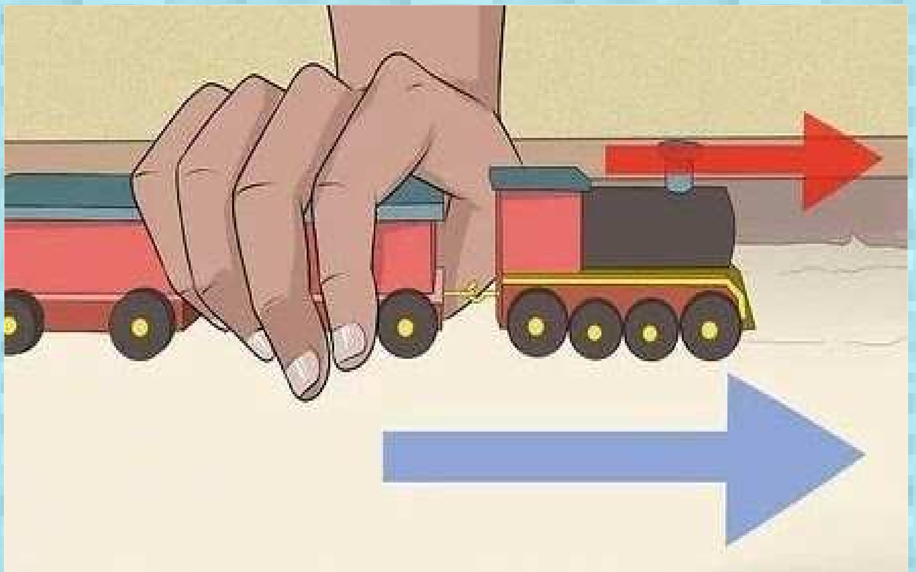
SCAN ME

الموقع الإلكتروني

## سلاسل المنجد في

# العلوم الفيزيائية

## العمل والطاقة الحركية الانسحابية



الإصدار : سبتمبر 2024

facebook.com/faresfergani25
www.sites.google.com/site/faresfergani

# خلاصة الدرس وتمارين محلولة

## 2AS

# العمل والطاقة الحركية الانسحابية

### المحتوى

- عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم.
- عمل قوة الثقل.
- الطاقة الحركية الانسحابية.
- تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة.

ثانية ثانوي – الشعب العلمية والرياضية

**2AS-U02-1** السلسلة

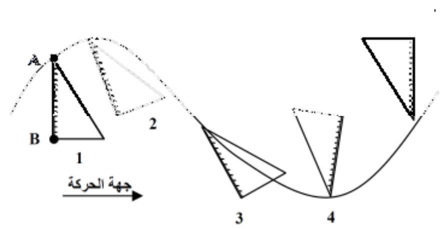
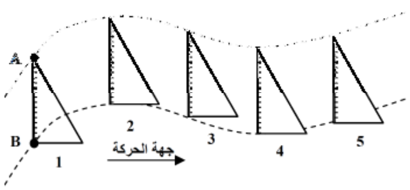
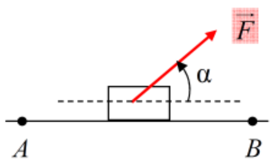
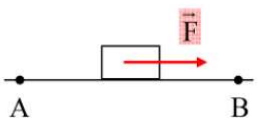
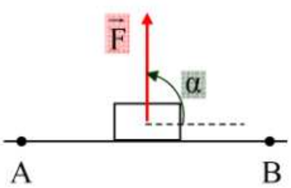
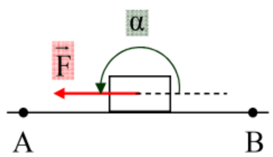
# العمل والطاقة الحركية الانسحابية

المحتوى: عرض نظري مختصر وتمارين محلولة

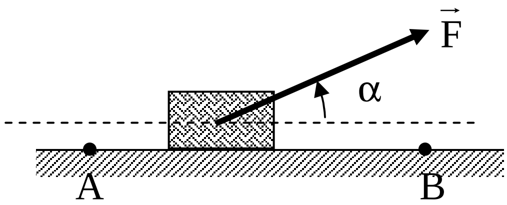
إعداد الأستاذ: فرقاني فارس

## خلاص الدرس وتمارين محلولة 1

التمارين ذات درجة أولى من الصعوبة

<table>
<tr><th colspan="3">عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم</th></tr>
<tr><td rowspan="2">مفهوم الحركة الانسحابية</td><td colspan="2">نقول عن جسم صلب أنه في حركة انسحابية، إذا تحركت كل نقاطه بنفس الحركة وبالتالي تكون لها مسارات متماثلة.</td></tr>
<tr><td>حركة غير انسحابية<br></td><td>حركة انسحابية<br></td></tr>
<tr><td rowspan="4">عبارة عمل قوة ثابتة في مسار مستقيم</td><td>$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB \cdot cos\alpha$</td><td></td></tr>
<tr><td>$cos\alpha = 1$    $\alpha = 0$<br>$W_{AB}(\vec{F}) = F \cdot AB$</td><td></td></tr>
<tr><td>$cos\alpha = 0$    $\alpha = \frac{\pi}{2}$<br>$W_{AB}(\vec{F}) = 0$</td><td></td></tr>
<tr><td>$cos\alpha = 0$    $\alpha = \frac{\pi}{2}$<br>$W_{AB}(\vec{F}) = 0$</td><td></td></tr>
</table>

**التمرين(1):** (التمرين: 001 في بنك التمارين) (**)




يتحرك جسم $(S)$ كتلته $m$، أفقيا من موضع $A$ إلى موضع $B$ على مسار مستقيم تحت تأثير قوة $\vec{F}$ (الشكل).

**يعطى:** $F = 20N$ ، $AB = 5\ m$ .

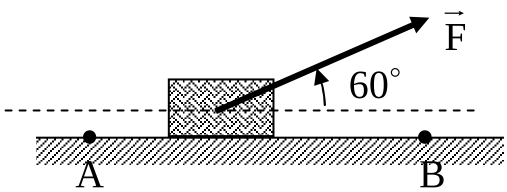
– أحسب عمل القوة $\vec{F}$ عندما ينتقل الجسم $(S)$ من الموضع $A$ إلى الموضع $B$ في الحالات التالية:

- القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار في جهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ توازي المسار في جهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ توازي المسار و معاكسة لجهة الحركة.
- القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار.

**الحل المفصل:**

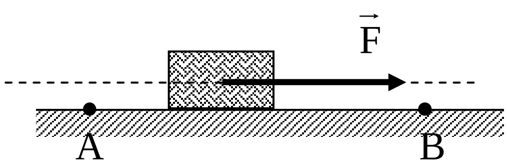
حساب عمل القوة $\vec{F}$:

• القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار وجهتها في جهة الحركة:



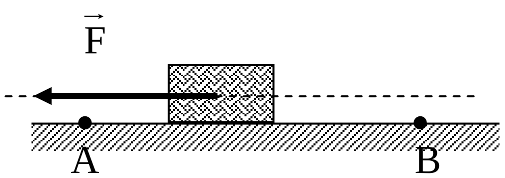

$$W_{AB}(\vec{F}) = F.AB.\cos\alpha$$
$$W_{AB}(\vec{F}) = 20\times5\times\cos 60° = 50\ J$$

• القوة $\vec{F}$ توازي للمسار وجهتها في جهة الحركة:



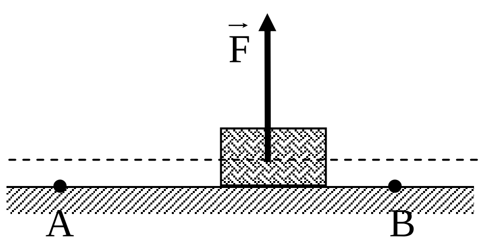

$$W_{AB}(\vec{F}) = F.AB$$
$$W_{AB}(\vec{F}) = 20\times5 = 100\ J$$

• القوة $\vec{F}$ توازي للمسار وجهتها معاكسة لجهة الحركة:



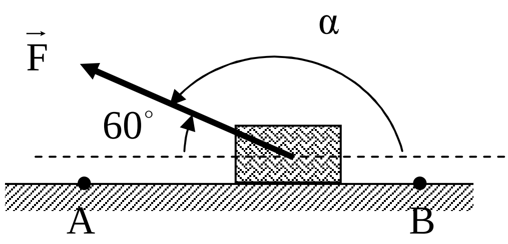

$$W_{AB}(\vec{F}) = -F.AB$$
$$W_{AB}(\vec{F}) = -20\times5 = -100\ J$$

• القوة $\vec{F}$ عمودية على المسار:




$$W_{AB}(\vec{F}) = 0$$

• القوة $\vec{F}$ تصنع زاوية $\alpha = 60^0$ مع المسار وجهتها معاكسة لجهة الحركة:

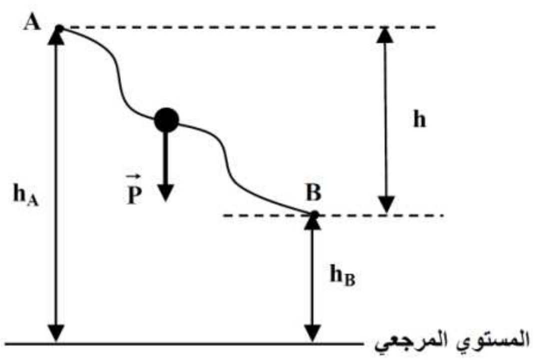



$$W_{AB}(\vec{F}) = F.AB.\cos\alpha$$

من الشكل: $\alpha = 180° - 60° = 120°$ ، ومنه:

$$W_{AB}(\vec{F}) = 20 \times 5 \times \cos 120° = -50\,J$$

## عمل قوة الثقل

<table>
<tr><td rowspan="3">عبارة عمل قوة الثقل</td><td colspan="2">$W_{A-B}(\vec{P}) = m.g(z_A - z_B)$</td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>عمل الثقل محرك (الجسم نازل)</td><td>$W_{A-B}(\vec{P}) = +m.g.h$</td></tr>
<tr><td>عمل الثقل مقاوم ، (الجسم صاعد)</td><td>$W_{A-B}(\vec{P}) = -m.g.h$</td></tr>
</table>

### التمرين(2): (التمرين: 002 في بنك التمارين) (**)

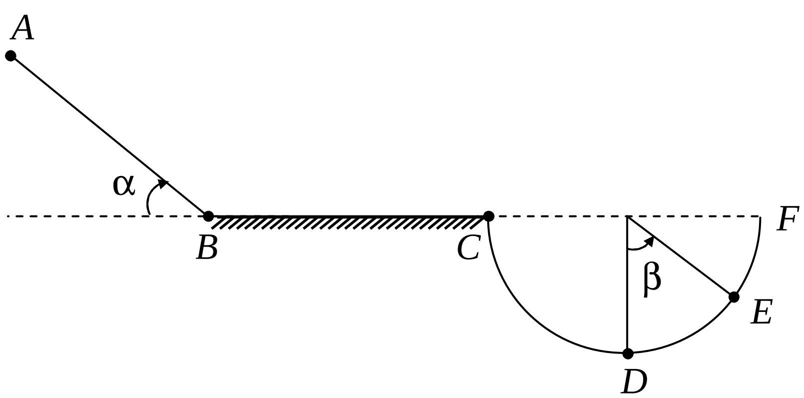
يتحرك جسم $(S)$ كتلته $m = 2\,kg$ بدون احتكاك على المسار $ABCDEF$ الموضح في (الشكل) التالي والذي يتكون من:

- مستوى مائل $AB$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha$.
- مستوى أفقي $BC$.

**يعطى:** $AB = 10\,m$ ، $R = 8\,m$ ، $g = 10\,m/s^2$ ،
$\alpha = 30°$ ، $\beta = 60°$.

– أحسب عمل قوة الثقل في الحالات التالية:

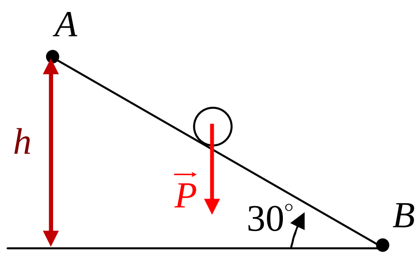
- عند الانتقال من الموضع $A$ إلى الموضع $B$.
- عند الانتقال من الموضع $B$ إلى الموضع $C$.
- عند الانتقال من الموضع $C$ إلى الموضع $D$.
- عند الانتقال من الموضع $D$ إلى الموضع $E$.



## الحل المفصل:

عمل قوة الثقل:

▪ الانتقال $(A \to B)$:



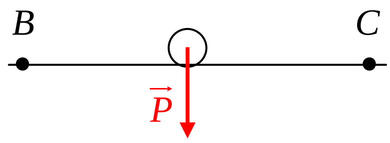

$$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.h$$

من الشكل: $h = AB.\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{h}{AB}$ ، ومنه :

$$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.AB.\sin\alpha$$

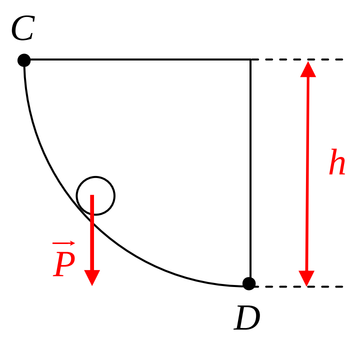
$$W_{AB}(\vec{P}) = 2\times10\times10.\sin 30°$$

▪ الانتقال $(B \to C)$:




في هذه الحالة قوة الثقل $\vec{P}$ عمودية على المسار و بالتالي يكون : $W_{B\text{-}C}(\vec{P}) = 0$

▪ الانتقال $(C \to D)$:



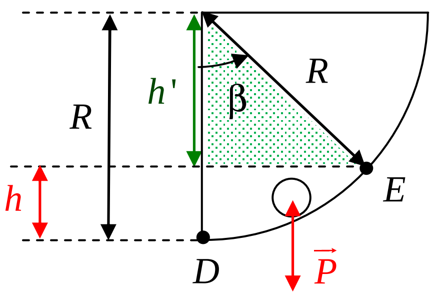

$$W_{CD}(\vec{P}) = m.g.h$$

من الشكل: $h = R$ و منه:

$$W_{CD}(\vec{P}) = m.g.R$$

$$W_{CD}(\vec{P}) = 2\times10\times8 = 160\,J$$

▪ الانتقال $(D \to E)$:




$$W_{DE}(\vec{P}) = -m.g.h$$

من الشكل:

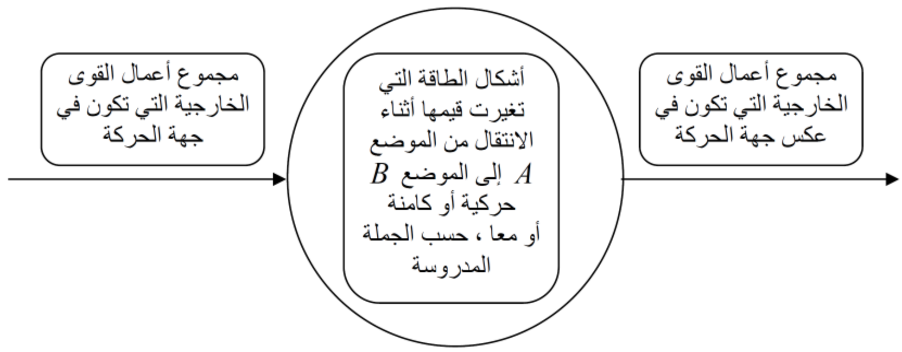
$$\begin{cases} h = R - h' \\ \cos\beta = \frac{h'}{R} \Rightarrow h' = R\cos\beta \end{cases} \Rightarrow h = R - R\cos\beta = R(1-\cos\beta)$$

ومنه تصبح عبارة عمل الثقل:

$$W_{DE}(\vec{P}) = -m.g.R(1-\cos\beta)$$

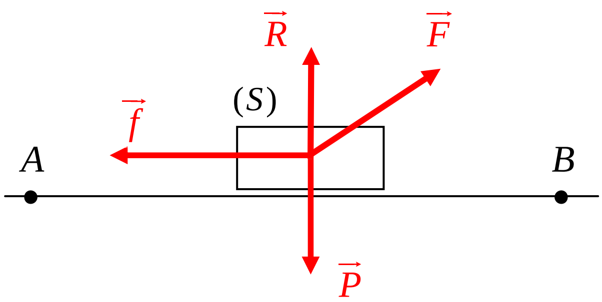
$$W_{DE}(\vec{P}) = -2\times10\times8(1-\cos 60°) = -80\,J$$

## الطاقة الحركية ومبدأ انحفاظ الطاقة

| | |
|---|---|
| **عبارة الطاقة الحركية** | – عندما يتحرك جسم ذو كتلة $m$ بسرعة $v$ عند لحظة $t$، فإن طاقته الحركية $E_C$ مقدرة بالجول عند هذه اللحظة تعطى بالعبارة التالية: $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ |
| **معادلة انحفاظ الطاقة** | $\underbrace{E_A}_{\text{أشكال الطاقة عند A : حركية أو كامنة أو معا ، حسب الجملة المدروسة}} + \underbrace{E_{\text{مكتسبة}}}_{\text{مجموع أعمال القوى الخارجية التي تكون في جهة الحركة}} - \underbrace{E_{\text{مفقودة}}}_{\text{مجموع أعمال القوى الخارجية التي تكون في عكس جهة الحركة}} = \underbrace{E_B}_{\text{أشكال الطاقة عند B : حركية أو كامنة أو معا ، حسب الجملة المدروسة}}$ |
| الحصيلة الطاقوية |  |

**التمرين(3):** (التمرين: 010 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب $(S)$ كتلته $m = 1,25\ kg$ يتحرك على مستوي أفقي $AB$ طول $AB = 10\ m$ ، وأثناء ذلك يخضع إلى تأثير القوى التالية (الشكل):




- قوة محركة $\vec{F}$ شدتها $16\ N$ ويصنع حاملها زاوية $a = 60°$ مع منحى شعاع الانتقال $\overrightarrow{AB}$.
- قوة رد الفعل $\vec{R}$ الناتجة عن تأثير المستوي الأفقي على الجسم $(S)$.
- قوة الثقل $\vec{P}$ التي تؤثر بها الأرض على الجسم $(S)$.
- قوة الاحتكاك $\vec{f}$ التي يؤثر بها المستوي الأفقي على الجسم $(S)$، لهذه القوة نفس منحى شعاع الانتقال $\overrightarrow{AB}$ وجهة معاكسة للحركة، شدتها $4N$.

1– أحسب عمل كل قوة أثناء انتقال الجسم $(S)$ من الموضع $A$ إلى الموضع $B$.

2– مثل الحصيلة الطاقوية للجملة جسم $(S)$ أثناء انتقاله من $A$ إلى $B$ إذا علمت أن حركته مستقيمة متسارعة أثناء هذا الانتقال.

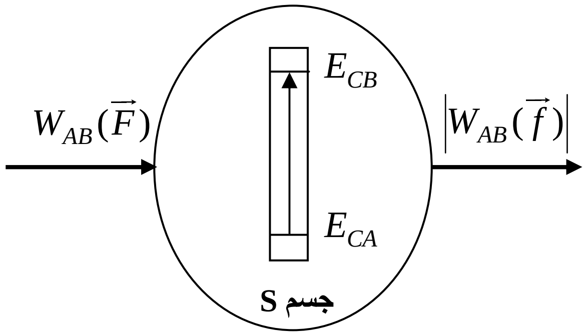
3– إذا علمت أن الجسم $(S)$ انطلق من الموضع $A$ بدون سرعة ابتدائية و قطع المسافة $AB = 2\ m$ . أوجد سرعته عند الموضع $B$ .

**الحل المفصل:**

1– حساب عمل كل قوة وذكر طبيعته (محرك أو مقاوم) أثناء انتقال الجسم $(S)$ من الموضع $A$ إلى الموضع $B$:

- $W_{AB}(\vec{F}) = F.AB.\cos\alpha \Rightarrow W_{AB}(\vec{F}) = 16\times10\times\cos 60 = 80\,J$
- $W_{AB}(\vec{R}) = 0 \quad (\vec{R} \perp \overrightarrow{AB})$
- $W_{AB}(\vec{P}) = 0 \quad (\vec{P} \perp \overrightarrow{AB})$
- $W_{AB}(\vec{f}) = -f.AB \Rightarrow W_{AB}(\vec{f}) = -4\times10 = -40\,J$

2– تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة جسم $(S)$ أثناء انتقاله من $A$ إلى $B$:




3– إيجاد سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $B$:

– الجملة المدروسة: جسم $S$ .

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: القوة المحركة $\vec{F}$ ، الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ .

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

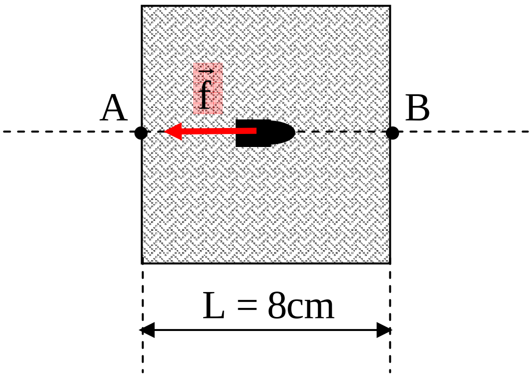
$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB} \Rightarrow \cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})| = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2\left(W_{AB}(\vec{F}) - |W_{AB}(\vec{f})|\right)}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\left(80 - |-40|\right)}{1,25}} = 8\,m/s$$

**التمرين(4):** (التمرين: 011 في بنك التمارين) (**)

وضح موقع تكنولوجي كم سرعة أسرع رصاصة في العالم، وهي رصاصة سويفت 220 التي وصلت سرعتها إلى 4,500 كيلومتر في الساعة، وتساوي هذه السرعة 1,200 متر في الثانية مما يعني أنها تقطع أكثر من كيلومتر واحد خلال الثانية، ويمكنها الوصول إلى أهدافها القريبة بلمح البصر؛ نظرًا لسرعة الرصاصة الكبيرة.

أطلق جندي رصاصة كتلتها $m = 10\ g$ باتجاه لوحة خشبية سمكها $L = 8\ cm$، فاصطدمت بها من النقطة $A$ بسرعة $v_A = 600\ m/s$ واخترقتها من النقطة $B$ بسرعة $v_B = 400\ m/s$ (الشكل).

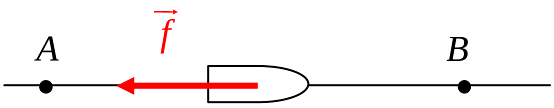



1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (رصاصة) أثناء الانتقال من الموضع $A$ إلى الموضع $B$ ( تهمل القوى الأخرى ونعتبر الرصاصة خاضعة فقط لتأثير شدة قوة الإحتكاك).

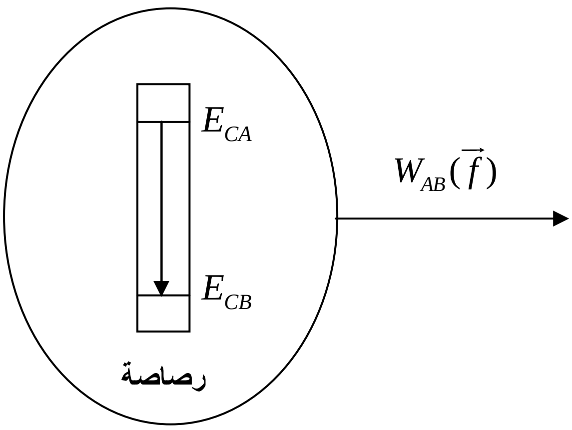
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جد شدة قوة الاحتكاك التي تؤثر بها القطعة الخشبية على الرصاصة.

**الحل المفصل:**

1- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (رصاصة) أثناء الانتقال من الموضع $A$ إلى الموضع $B$:




- الجملة المدروسة: رصاصة.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية: قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .



2- إيجاد شدة قوة الاحتكاك التي تؤثر بها القطعة الخشبية على الرصاصة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left|W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2} - \left|-f.AB\right| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - f.AB = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mv_A^2 - 2f.AB = mv_B^2 \Rightarrow mv_A^2 - mv_B^2 = 2f.AB \Rightarrow m\left(v_A^2 - v_B^2\right) = 2f.AB$$

$$f = \frac{m\left(v_A^2 - v_B^2\right)}{2AB} \Rightarrow f = \frac{0,01\times\left((600)^2 - (400)^2\right)}{2AB} = 1,25\times10^4\ N$$

**التمرين(5):** (التمرين: 013 في بنك التمارين) (**)

يعتبر القفز بالمظلات أحد الأنشطة الهامة التي يمكن من خلالها تطبيق بعض القوانين الأساسية في الفيزياء. ويقفز المظليون بالمظلات من طائرات تحلق على ارتفاع كبير فوق الأرض. وفجأة، وبطريقة مثيرة للغاية، يصبحون مدركين لقوة الجاذبية. وعند نقطة معينة تنفتح المظلة مما يعطيهم، علاوة على الشعور الهائل بالأمان، إحساساً بتناقص سرعتهم نتيجة للاحتكاك مع الهواء، أو نتيجة لقوة السحب.

1- مظلي كتلته $m = 70\ kg$ نعتبره نقطي، قبل فتحه مظلته قطع مسافة $h_1 = 320\ m$ بسقوط حر دون سرعة ابتدائية نعتبرها من موضع $A$ إلى موضع $B$.

أ- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين $A$ و $B$، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- احسب سرعة المظلي مع تجهيزه عند الموضع $B$. باهمال تأثير الهواء عليهما.

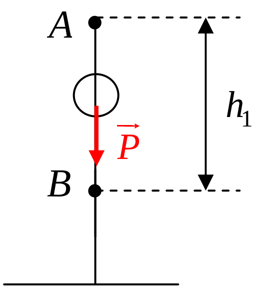
2- بعد فتح المظلي لمظلته واصل حركته بسرعة ثابتة على مسافة $h_2 = 400\ m$ نعتبرها من موضع $C$ إلى موضع $D$ وأثناء هذا الانتقال $CD$ يخضع (المظلي وتجهيزه) إلى قوة ناتجة عن تأثير الهواء عليه نرمز لها بـ $\vec{f}$ يكون حاملها شاقولي ومعاكسة لجهة حركته كما نعتبرها ثابتة أثناء هذا الانتقال.

أ- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين $C$ و $D$، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- شدة القوة $\vec{f}$ التي يؤثر بها الهواء على (المظلي و تجهيزه).

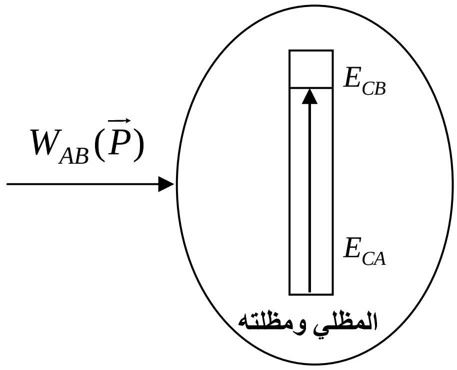
**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

**الحل المفصل:**




1- أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين $A$ و $B$، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة:

- الجملة المدروسة: (مظلي مع مظلته).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

ب– حساب سرعة المظلي مع تجهيزه عند الموضع $B$ . باهمال تأثير الهواء عليهما.

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة يكون:

$$W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow \cancel{m} g h_1 = \frac{1}{2}\cancel{m} v_B^2 \Rightarrow 2gh_1 = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_1}$$

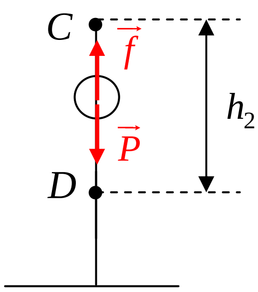
$$v_B = \sqrt{2\times 10\times 320} = 80\, m/s$$

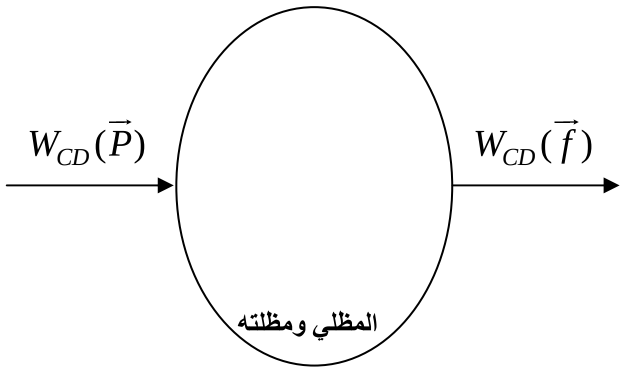
2– أ– تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (مظلي ومظلته) أثناء الانتقال بين $B$ و $C$، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة:

– الجملة المدروسة: (مظلي مع مظلته).

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $C$ و $D$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CC}} + W_{CD}(\vec{P}) - \left|W_{CD}(\vec{f})\right| = \cancel{E_{CD}} \Rightarrow W_{CD}(\vec{P}) - \left|W_{CD}(\vec{f})\right| = 0 \Rightarrow mgh_2 - \left|-f.CD\right| = 0$$

وحيث أن $h_2 = CD$ ، يكون:

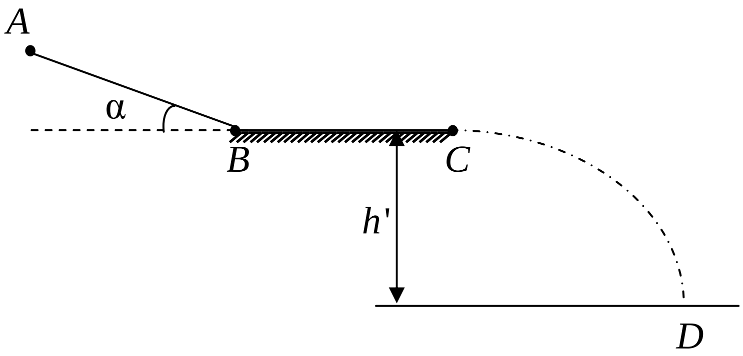
$$mgh_2 - f.h_2 = 0 \Rightarrow mg\cancel{h_2} = f.\cancel{h_2} \Rightarrow f = mg \Rightarrow f = 70\times 10 = 700\, N$$

**التمرين(6):** (التمرين: 004 في بنك التمارين) (**)

جسم $(S)$ نعتبره نقطي (أبعاده مهملة) كتلته $m = 1\ Kg$ يتحرك على المسار $ABCD$ (الشكل) حيث:

$AB$ : مستوي مائل طوله $AB = 2\ m$ ويميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ به الاحتكاك مهمل.

$BC$ : مسار مستقيم أفقي طوله $BC = 2\ m$ .




يخضع الجسم $(S)$ على المسار $BC$ لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة.

1- يُدفع الجسم $(S)$ من الموضع $(A)$ بسرعة ابتدائية قدرها $v_A = 4\ m/s$ . يعطى: $g = 10\ m/s^2$

أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة جسم $(S)$ ثم اكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الإنتقال من $A$ إلى $B$ .

ب- أحسب سرعة مركز عطالة الجسم $(S)$ عند الموضع $(B)$ أسفل المستوي المائل.

2 – إذا علمت أن الجسم $(S)$ يصل إلى الموضع $C$ بسرعة قدرها $4m/s$ .

أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية واكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من $B$ إلى $C$ .

ب- جِد شدة قوة الاحتكاك $f$ .

3 – عند وصول الجسم $(S)$ إلى النقطة $C$ التي تبعد عن سطح الأرض بمقدار $h$، يندفع الجسم في الهواء ويسقط تحت تأثير ثقله حتى يصطدم بالأرض في الموضع $D$ بسرعة $v_D = 7\ m/s$ .

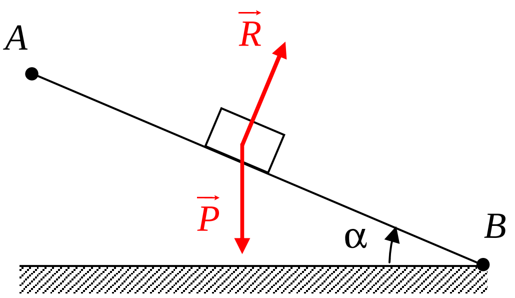
أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية واكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من الموضع $C$ إلى الموضع $D$ .

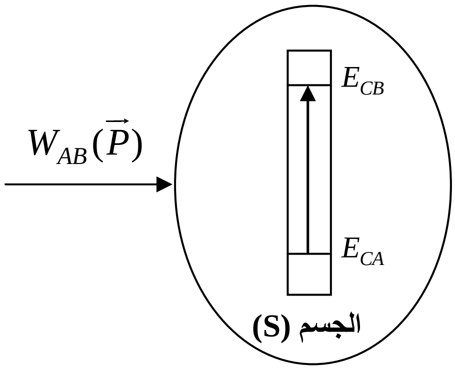
ب- جِد الارتفاع $h$ ( تهمل كل قوى الاحتكاك و دافعة أرخميدس).

**الحل المفصل:**

1- مخطط الحصيلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم $S$ .
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$ .



▪ معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

▪ السرعة عند $B$ :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة السابقة:

$$\frac{1}{2}m.v_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2}m.v_B^2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}.v_A^2 + \cancel{m}.g.h = \frac{1}{2}\cancel{m}.v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + g.h = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2g.h = v_B^2$$

من الشكل: $h = AB.\sin\alpha \Leftarrow \sin\alpha = \dfrac{h}{AB}$، ومنه:

$$v_A^2 + 2g.AB.\sin\alpha = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g.AB.\sin\alpha = v_B^2}$$

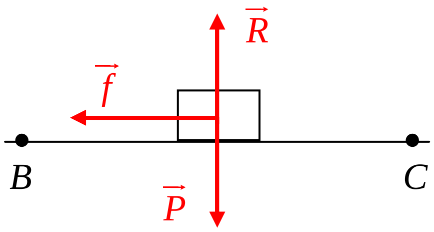
$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2g.AB.\sin\alpha = v_B^2} \Rightarrow v_B = \sqrt{4^2 + 2\times 10\times 2\times \sin 30°} = 6m/s$$

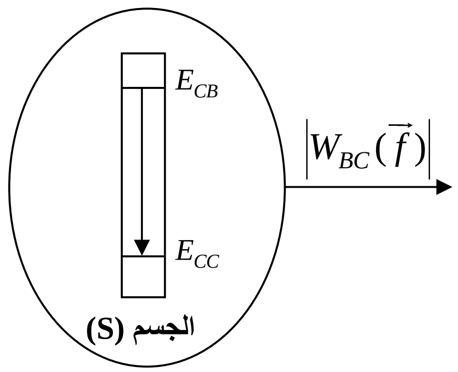
2– أ– مخطط الحصيلة الطاقوية:

– الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .




▪ معادلة انحفاظ الطاقة:

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $B$ و $C$ :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

ب– شدة قوة الاحتكاك $f$ :

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \left|-f.BC\right| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

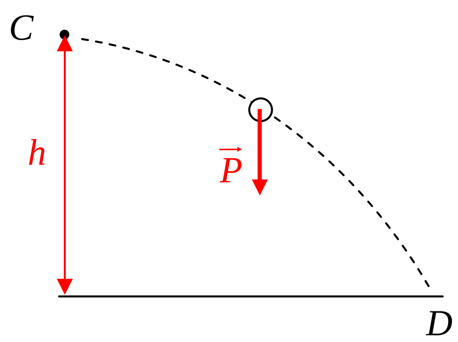
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f.BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f.BC = mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f.BC$$

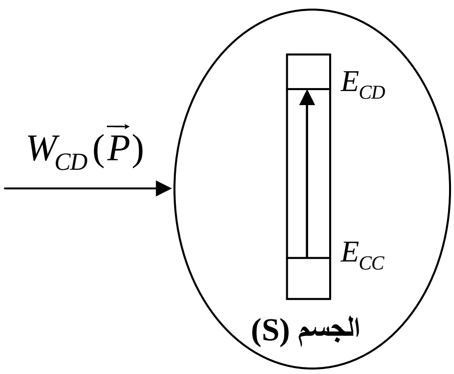
$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f.BC \Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2.BC}$$

$$f = \frac{1\times(6^2 - 4^2)}{2\times 2} = 5N$$

3- أ- مخطط الحصيلة الطاقوية:

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.




▪ معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $C$ و $D$ :

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{CD}(\vec{P}) = E_{CD}$$

▪ حساب الارتفاع $h'$ :

بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_C^2 + m.g.h' = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 + \cancel{m}.g.h' = \frac{1}{2}\cancel{m}v_D^2 \Rightarrow v_C^2 + 2g.h' = v_D^2$$

$$2g.h' = v_D^2 - v_C^2 \Rightarrow h' = \frac{v_D^2 - v_C^2}{2g}$$

$$h' = \frac{7^2 - 4^2}{2\times 10} = 1,65m$$

**التمرين(7):** (التمرين: 018 في بنك التمارين) (**)

ينزلق جسم صلب $(S)$ يمكن اعتباره نقطيا كتلته $m=100\ g$ على مسار $ABCD$ يقع في مستوي شاقولي.

- $AB$ يمثل ربع دائرة مركزها $O$ ونصف قطرها $R=65\ cm$، الإحتكاك فيه يكون مهمل.
- $BC$ مستوي أفقي طوله $BC=1\ m$.

1- ندفع الجسم $(S)$ من النقطة $A$ بسرعة إبتدائية قدرها $v_A=6\ m/s$.

أ- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية بين الموضعين $A$ و $B$ للجملة (جسم $-S$)، واكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- استنتج سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $B$.

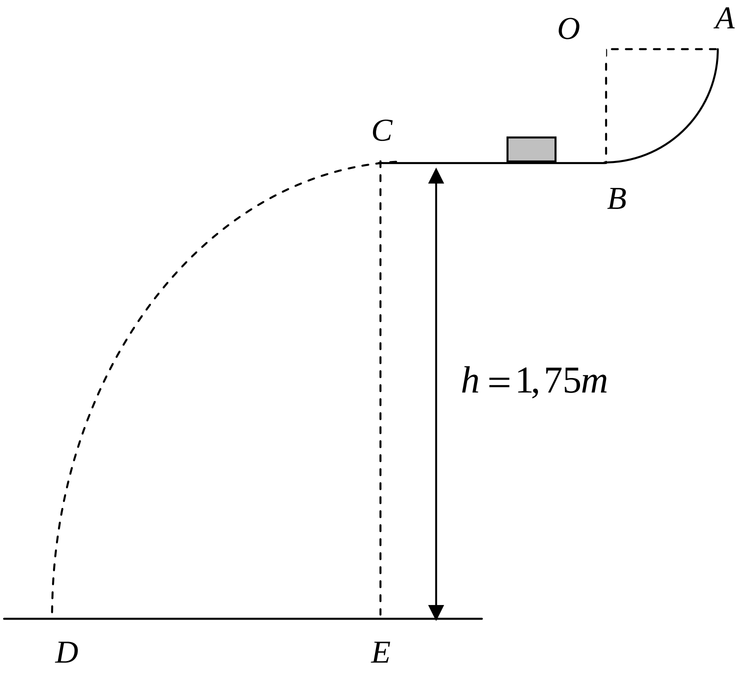
2- يصل الجسم $(S)$ إلى الموضع $C$ بسرعة قدرها $v_C=5\ m/s$.

أ- بين أنه توجد قوة احتكاك على الجزء $BC$ من المسار؟

ب- أحسب شدتها باعتبارها ثابتة.

3- يغادر $(S)$ المستوي $BC$ عند الموضع $C$ ليسقط عند الموضع $D$. بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $C$ و $D$، جِدْ سرعة الجسم $(S)$ لحظة وصوله إلى النقطة $D$.

**يعطى:** $g=10\ m/s^2$.

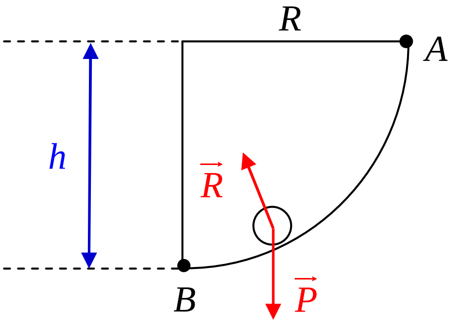


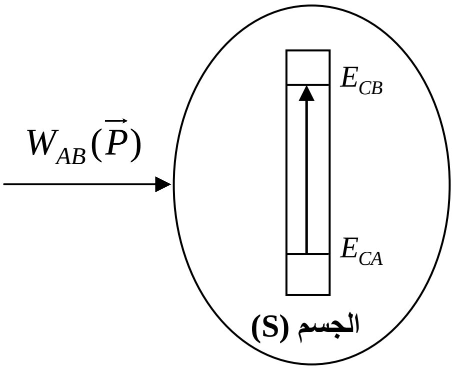

## الحل المفصل:

1- أ- تمثيل الحصيلة الطاقوية بين الموضعين $A$ و $B$ للجملة (جسم $-S$)، وكتابة معادلة انحفاظ الطاقة:

الجملة المدروسة: جسم $S$.

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

جـ- استنتاج سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $B$ :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة يكون:

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}g.h = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2g.h = v_B^2$$

من الشكل $h = R$ حيث $R$ هو نصف قطر المسار الدائري، ومنه:

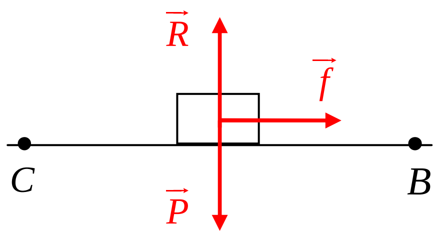
$$v_A^2 + 2gR = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gR} \Rightarrow v_B = \sqrt{(6)^2 + (2\times10\times0,65)} = 7\,m/s$$

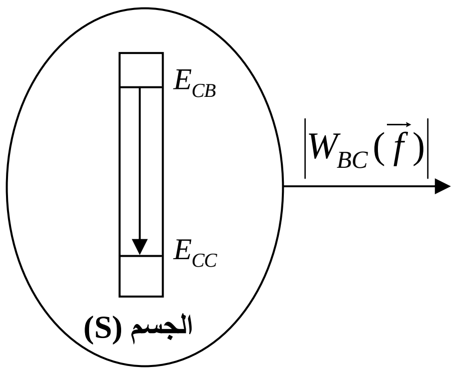
2- أ- تبيين أنه توجد قوة احتكاك على الجزء $BC$ من المسار:

سرعة الجسم عند الموضع $B$ هي $v_B = 7\,m/s$، وسرعته عند الموضع $C$ هي $v_C = 5\,m/s$، هذا يعني أن سرعة الجسم تناقصت أثناء الانتقال من الموضع $B$ إلى الموضع $C$، كون أن الحركة تتم على مستوي افقي، يفسر تناقص السرعة بقوة معيقة هي قوة الاحتكاك.

ب- حساب شدة قوة الاحتكاك:

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .




- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $B$ و $C$ :

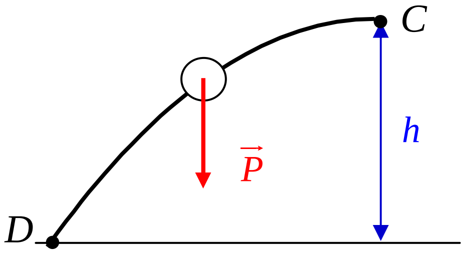
$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - |-f.BC| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f.BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f.BC = mv_C^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_C^2 = 2f.BC$$

$$m(v_B^2 - v_C^2) = 2f.BC \Rightarrow f = \frac{m(v_B^2 - v_C^2)}{2.BC} \Rightarrow f = \frac{0,1\times\left((7)^2 - (5)^2\right)}{2\times1} = 1,2N$$

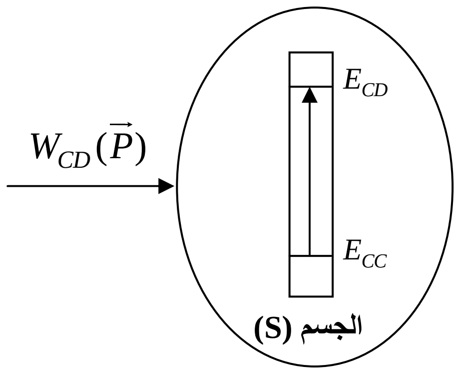
3– إيجاد سرعة الجسم $(S)$ لحظة وصوله إلى النقطة $D$:




– الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $C$ و $D$:

$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + W_{CD}(\vec{P}) = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + m.g.h' = \frac{1}{2}mv_D^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 + \cancel{m}.g.h = \frac{1}{2}\cancel{m}v_D^2$$

$$v_C^2 + 2g.h = v_D^2 \Rightarrow v_D = \sqrt{v_C^2 + 2g.h} \Rightarrow v_D = \sqrt{(5)^2 + (2\times10\times1,75)} = 7,75\,m/s$$

## التمرين(8): (التمرين: 028 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب $(S)$ كتلته $m = 300\ g$، يتحرك على المسار $ABCD$ (الشكل) والمتكون من:

- $AB$: ربع دائرة مركزها $o$ ونصف قطرها $R = 60\ cm$، الاحتكاك به مهمل.
- $BC$: مستوي أفقي، يخضع فيه الجسم إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة $f = 1\ N$.
- $CD$: مستوي مائل طوله $CD = 90\ cm$، يميل على الأفق بزاوية $\alpha$، الاحتكاك به مهمل.

1– ينطلق الجسم $(S)$ على المسار الدائري من الموضع $A$ بسرعة ابتدائية $v_A$ (مجهولة)، تحت تأثير ثقله، فيبلغ $B$ بسرعة $v_B = 4\ m/s$.


أ– مثل القوى المؤثرة على الجسم $(S)$ خلال حركته على المسار الدائري.

ب– مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) أثناء الانتقال من الموضع $A$ إلى الموضع $B$، ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء هذا الانتقال.

جـ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، أحسب سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $A$.

2- يواصل الجسم $(S)$ حركته على بقية المسار فيبلغ الموضع $C$ بسرعة $v_C = 3\ m/s$، ليتوقف بعد ذلك في الموضع $D$، بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة على الجملة (جسم $S$) جِد ما يلي:

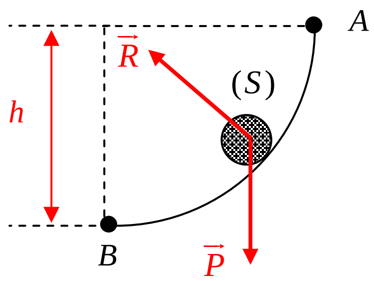
أ- المسافة $BC$.

ب- قيمة الزاوية $\alpha$.

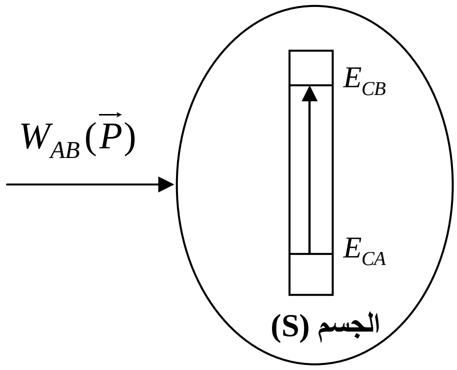
**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

## الحل المفصل:

1- سرعة الكرية $(S)$ عند الموضع $A$:




- الجملة المدروسة : جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.




- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$.

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

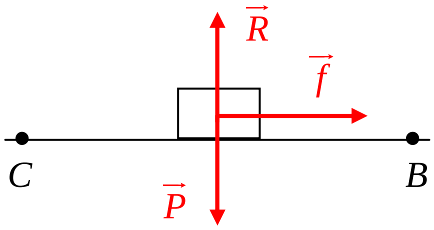
$$\frac{1}{2}mv_A^2 + m.g.h = \frac{1}{2}m.v_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}.g.h = \frac{1}{2}\cancel{m}.v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2g.h = v_B^2$$

من الشكل: $h = R$ ، منه:

$$v_A^2 + 2g.R = v_B^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2g.R}$$

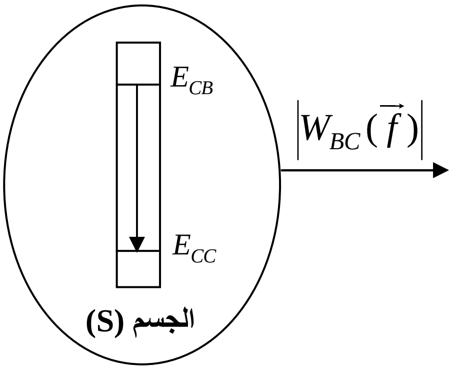
$$v_A = \sqrt{4^2 - 2\times 10\times 0{,}6} = 2\ m/s$$

ب- المسافة $BC$:




- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ ، $\vec{f}$ .




– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $B$ و $C$ .

$E_B$ + $E_{\text{مكتسبة}}$ - $E_{\text{مقدمة}}$ = $E_C$

$$E_{CB} - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

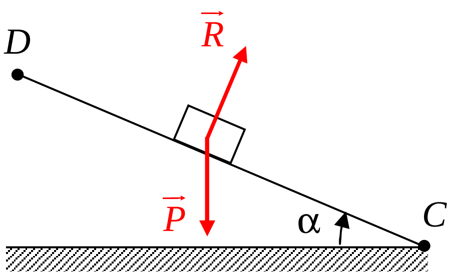
$$\frac{1}{2}mv_B^2 - |-f.BC| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - f.BC = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$mv_B^2 - 2f.BC = mv_B^2 \Rightarrow mv_B^2 - mv_B^2 = 2f.BC$$

$$m(v_B^2 - v_B^2) = 2f.BC \Rightarrow BC = \frac{m(v_B^2 - v_B^2)}{2f}$$

$$BC = \frac{0,3\times(4^2 - 3^2)}{2\times1} = 1,05\,m$$

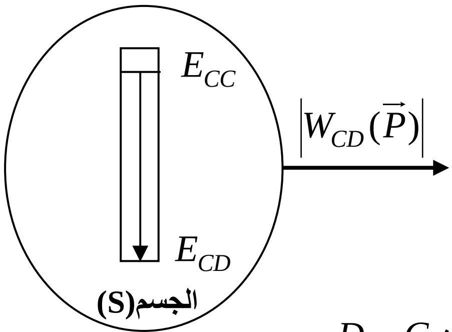
ب– قيمة الزاوية α:




– الجملة المدروسة: جسم $(S)$ .

– مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ .




– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $C$ و $D$ .

$E_C$ + $E_{\text{مكتسبة}}$ - $E_{\text{مقدمة}}$ = $E_D$

$$E_{CC} - |W_{CD}(\vec{P})| = E_{CD}$$

$$\frac{1}{2}m.v_C^2 - |-m.g.h| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}m.v_C^2 - m.g.h = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}.v_C^2 - \cancel{m}.g.h = 0$$

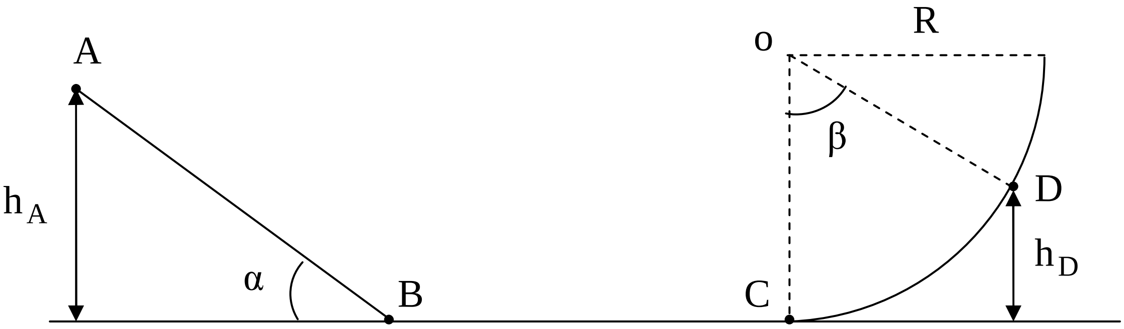
$$v_C^2 - 2g.h = 0 \Rightarrow v_C^2 = 2g.h$$

من الشكل: $h = CD.\sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{h}{CD}$، منه:

$$v_C^2 = 2g.CD.\sin\alpha \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \frac{v_C^2}{2g.CD} \;\Rightarrow\; \sin\alpha = \frac{3^2}{2\times10\times0,9} = 0,5 \Rightarrow \alpha = 30°$$

**التمرين(9):** (التمرين: 022 في بنك التمارين) (**)

من الموضع $(A)$ الموجود أعلى مستوي مائل طوله يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 60°$، نترك جسم $(S)$ مهمل الأبعاد، كتلته $m = 300\ g$ بدون سرعة ابتدائية لينتقل وفق المسار $(ABCD)$ المبين في الشكل المقابل والمكون من عدة أجزاء، حيث الجزء $(AB)$ خشن طوله $AB = 1,6\,m$ والجزء $(BC)$ أملس والجزء $(CD)$ دائري أملس نصف قطره $R = 1,6\ m$.




1- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم $(S)$ أثناء انتقاله على جزء المسار $(AB)$.

2- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) عند انتقاله من $(A)$ الى $(B)$ ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة بين هذين الموضعين، علما أن حركة الجسم $(S)$ متسارعة على هذا الجزء من المسار.

3- اذا علمت أن السرعة عند الموضع $(B)$ هي $v_B = 4\ m/s$. جِد شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

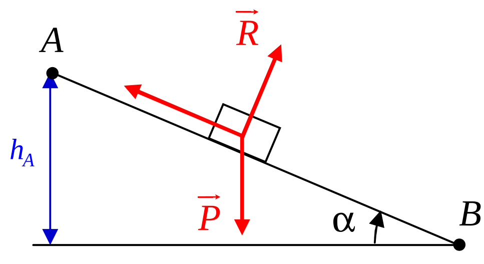
4- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الكرة بين $(B)$ و $(C)$ ثم استنتج السرعة $V_C$ عند الموضع $(C)$.

5- جِدْ أقصى ارتفاع $h_D$ تبلغه الكرة عند الموضع $D$ على جزء المسار الدائري $(CD)$، ثم استنتج الزاوية $\beta$ المحددة لهذا الموضع.

**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

**الحل المفصل:**

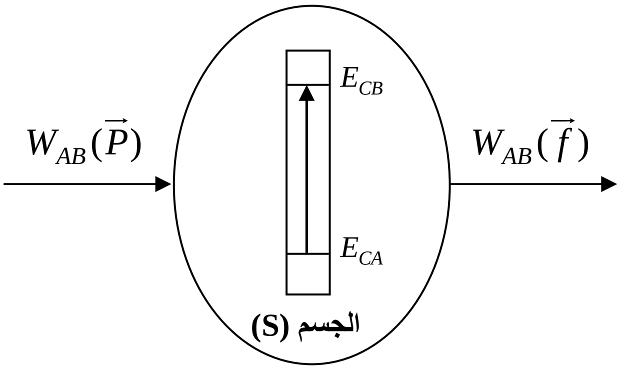
1- تمثيل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم $(S)$ في المسار $(AB)$:




(الشكل)

2- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) عند انتقالها من $(A)$ الى $(B)$ وكتابة معادلة انحفاظ الطاقة:

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) - \left|-W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) - \left|-W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB}$$

3- حساب شدة قوة الاحتكاك $\vec{f}$ :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة، يكون:

$$mgh - \left|-f.AB\right| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow mgh - f.AB = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow 2mgh - 2f.AB = mv_B^2$$

من الشكل:

$$\sin\alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB.\sin\alpha$$

ومنه:

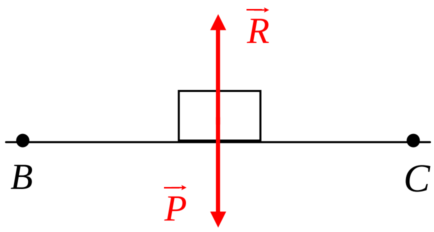
$$2mg.AB.\sin\alpha - 2f.AB = mv_B^2 \Rightarrow 2mg.AB.\sin\alpha - mv_B^2 = 2f.AB$$

$$m\left(2g.AB.\sin\alpha - v_B^2\right) = 2f.AB \Rightarrow f = \frac{m\left(2g.AB.\sin\alpha - v_B^2\right)}{2AB}$$

$$f = \frac{0,3\left(\left(2\times10\times1,6.\sin30\right) - (4)^2\right)}{2\times1,6} = 1,10\,N$$

$$2mg.AB.\sin\alpha - mv_B^2 = 2f.AB$$

4- مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم $(S)$ بين $(B)$ و $(C)$:

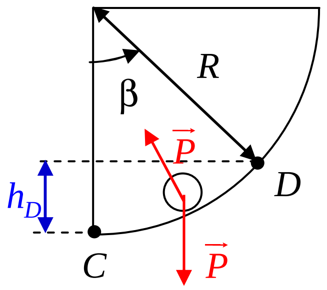


● استنتاج السرعة $v_C$ عند الموضع $(C)$:

لاتوجد قوة تعيق حركة الجسم $(S)$، وبالتالي حسب مبدأ العطالة يعافظ على سرعته التي اكتسبها عند الموضع $B$، فيكون:

$v_B = v_C = 4\,m/s$

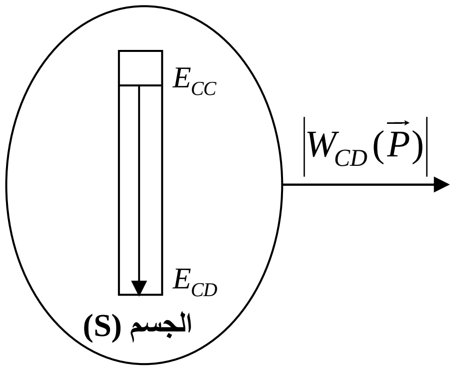
5- إيجاد أقصى ارتفاع $h_D$ تبلغه الكرة على جزء المسار الدائري $(CD)$:




- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $C$ و $D$:

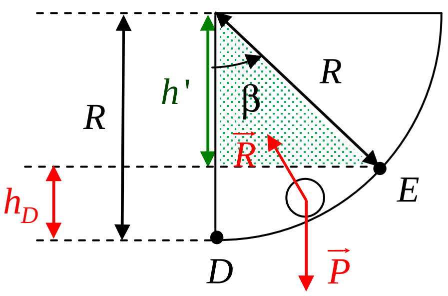
$$E_C + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CC} + |W_{CD}(\vec{P})| = \cancel{E_{CD}} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + |-mgh_D| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 - \cancel{m}gh_D = 0$$

$$v_C^2 - 2gh_D = 0 \Rightarrow v_C^2 = 2gh_D \Rightarrow h_D = \frac{v_C^2}{2g} \Rightarrow h_D = \frac{(4)^2}{2\times 10} = 0{,}8\,m$$

● استنتاج الزاوية $\beta$ المحددة للموضع $D$:

من الشكل:



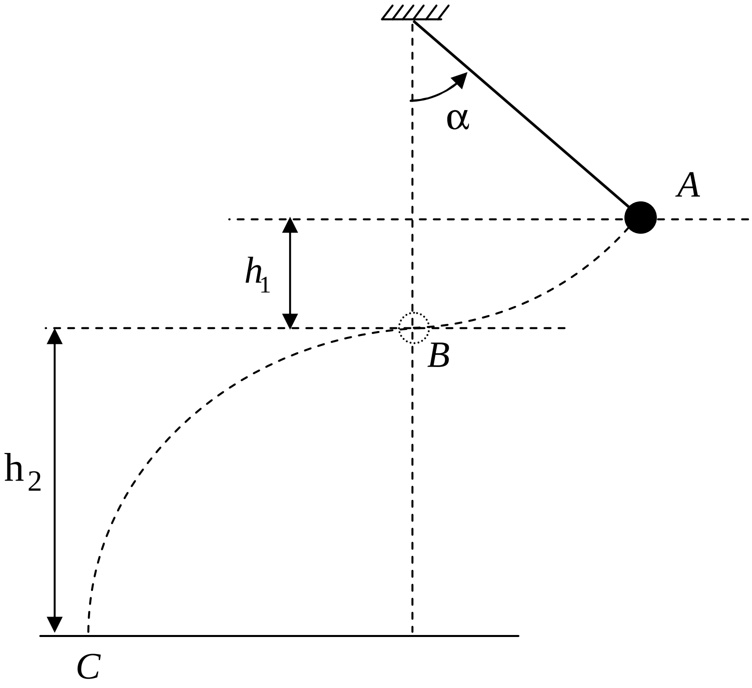

$$\begin{cases} h_D = R - h' \\ \cos\beta = \dfrac{h'}{R} \Rightarrow h' = R\cos\beta \end{cases} \Rightarrow h_D = R - R\cos\beta$$

$$R\cos\beta = R - h_D \Rightarrow \cos\beta = \frac{R - h_D}{R}$$

$$\cos\beta = \frac{1{,}6 - 0{,}8}{1{,}6} = 0{,}5 \Rightarrow \beta = 60°$$

## التمرين(10): (التمرين: 025 في بنك التمارين) (**)

نواس بسيط يتكون من خيط مهمل الكتلة وعديم الامتطاط طوله $L = 90\ cm$ مثبت من أحد طرفيه بكرية صغيرة كتلتها $m = 100\ g$ وطرفه الثاني مثبت بنقطة ثابتة، نزيح النواس البسيط عن وضع توازنه بزاوية $\alpha = 60°$ ثم يترك حرا لحاله دون سرعة ابتدائية وعند بلوغ الكرية الموضع $B$ التي تبعد عند سطح الأرض بمقدار $h_2 = 2\ m$ ينقطع الخيط لتواصل بعدها الكرية حركتها في الهواء وتصطدم في النهاية بالأرض عند الموضع $C$.




تهمل كل قوى الإحتكاك، يعطى: $g = 10\ m/s^2$

1– مثل بشكل كيفي أشعة السرعة عند المواضع $A$، $B$، $C$.

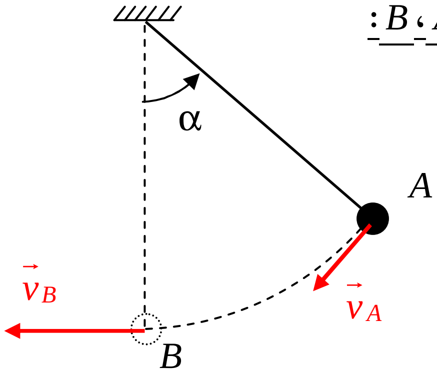
2– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرية)، جِدْ:

أ– سرعة الكرية عند الموضع $B$.

ب– سرعة الكرية عند الموضع $C$.

## الحل المفصل:

**1– تمثيل أشعة السرعة عند المواضع $A$، $B$:**



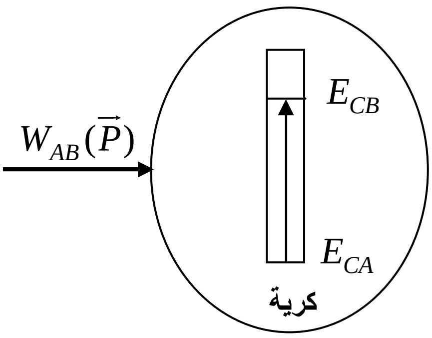

**2– أ– سرعة الكرية عند الموضع $B$:**

– الجملة المدروسة: كرية.

– مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$.

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين $A$ و $B$:




$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow \cancel{m} g h_1 = \frac{1}{2}\cancel{m} v_B^2 \Rightarrow 2gh_1 = v_B^2$$

من الشكل:

- $h_1 = L - h'$
- $\cos\alpha = \frac{h'}{L} \Rightarrow h' = L.\cos\alpha \Rightarrow h_1 = L - L.\cos\alpha \Rightarrow h_1 = L(1-\cos\alpha)$

ومنه يصبح:

$$2g.L(1-\cos\alpha) = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2g.L(1-\cos\alpha)}$$
$$v_B = \sqrt{2\times 10\times 0,9(1-\cos 60°)} = 3 m/s$$

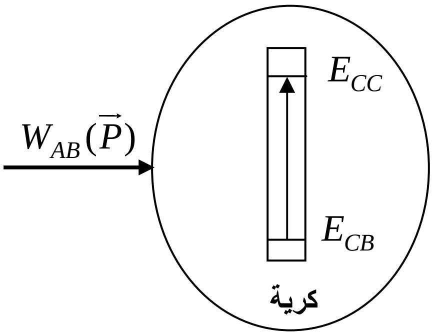
ب- سرعة الكرية عند الموضع $C$:

– الجملة المدروسة: كرية.

– مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ .

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين $B$ و $C$:

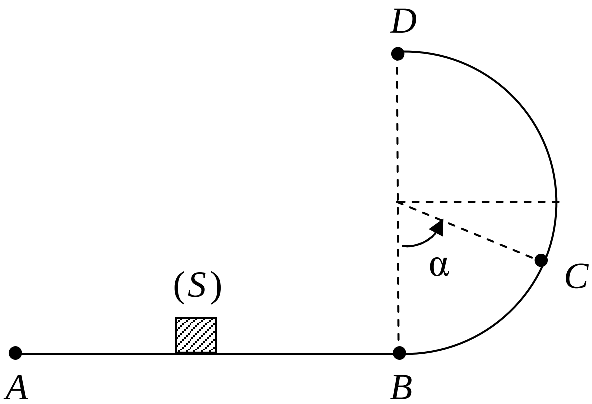



$$E_B + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_C$$
$$E_{CB} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{BC}$$
$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{P}) = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 + \cancel{m}gh_2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 \Rightarrow$$
$$v_V = \sqrt{v_B^2 + 2gh_2} \Rightarrow v_V = \sqrt{(3)^2 + (2\times 10\times 2)} = 7\, m/s$$

## التمرين(11): (التمرين: 026 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب $(S)$ نعتبره نقطي كتلته $m = 200\ g$ يتحرك على المسار $ABCD$ الموضح في (الشكل) التالي:

- المسار $AB$ مستقيم طوله $AB = 2\ m$ ، والجسم على هذا المسار خاضع إلى قوة احتكاك شدتها $f = 0,6\ N$ .
- المسار $BCD$ دائري نصف قطره $R = 80\ cm$ الاحتكاك به مهمل.




1– ندفع الجسم $(S)$ من الموضع $A$ بسرعة ابتدائية $v_A$ فيبلغ سرعة $v_B = 2\ m/s$ عند الموضع $B$.

أ– مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$ ) بين $A$ و $B$ .

ب– أوجد سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $A$ .

2– بعد أن يصل الجسم $(S)$ إلى الموضع $B$ يواصل حركته على المسار الدائري فيتوقف عند الموضع $C$ المعرف بالزاوية $\alpha$ . أوجد قيمة الزاوية $\alpha$ .

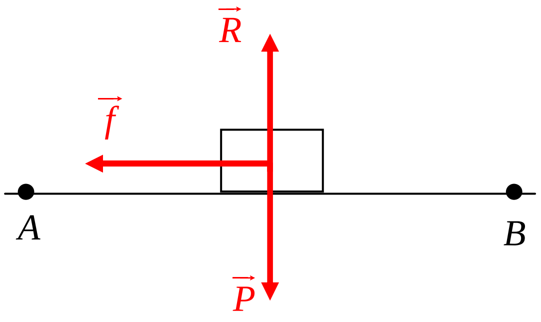
3– كم يجب أن تكون قيمة السرعة $v_B$ حتى يبلغ الجسم $(S)$ الموضع $D$ من المسار الدائري بسرعة معدومة.

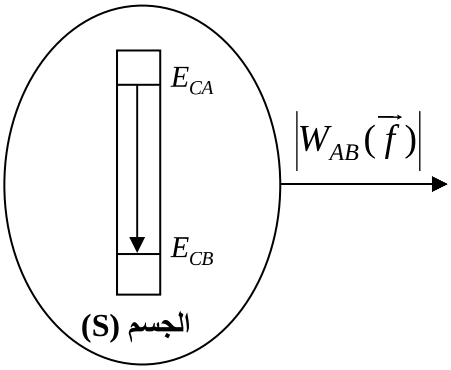
**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$ .

## الحل المفصل:

1- الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) بين $A$ و $B$ :

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$، $\vec{R}$، $\vec{f}$ .




ب- سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $A$ :

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$ وبالاعتماد على الحصيلة الطاقوية السابقة:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - |W_{AB}(\vec{f})| = E_{CB}$$

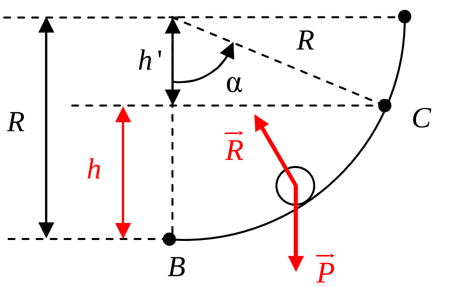
$$\frac{1}{2}mv_A^2 - |-f.AB| = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - f.AB = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow mv_A^2 - 2f.AB = mv_B^2$$

$$mv_A^2 = mv_B^2 + 2f.AB \Rightarrow v_A^2 = \sqrt{\frac{mv_B^2 + 2f.AB}{m}}$$

$$v_A^2 = \sqrt{\frac{0,2\times 2^2 + (2\times 0,6\times 2)}{0,2}} = 4m/s$$

2- الزاوية $\alpha$ :

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$ .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $B$ و $C$ .




$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_C$$

$$E_{CB} - |-W_{BC}(\vec{P})| = 0$$

$$\frac{1}{2}m.v_B^2 - |-m.g.h| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}.v_B^2 - \cancel{m}.g.h = 0 \Rightarrow v_B^2 - 2g.h = 0$$

من الشكل:

- $h = R - h'$
- $\cos\alpha = \dfrac{h}{R} \Rightarrow h' = R.\cos\alpha \Rightarrow h = L(1-\cos\alpha) \Rightarrow h = R(1-\cos\alpha)$

ومنه يصبح:

$$v_B^2 - 2g.R(1-\cos\alpha) = 0 \Rightarrow v_B^2 = 2g.R(1-\cos\alpha)$$

$$\frac{v_B^2}{2R.g} = 1-\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{v_B^2}{2R.g}$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{2^2}{2\times 0,8\times 10} = 0,75 \Rightarrow \alpha = 0,75 \Rightarrow \alpha = 41°$$

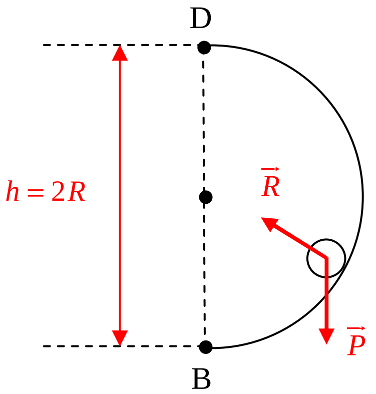
3– قيمة $v_B$ حتى يبلغ الجسم $(S)$ الموضع $D$:

– الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

– مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{R}$.

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $B$ و $D$.




$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_D$$

$$E_{CB} - \left|W_{BD}(\vec{P})\right| = \cancel{E_{CD}}$$

$$\frac{1}{2}m.v_B^2 - \left|-m.g.h\right| = 0 \quad \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}.v_B^2 - \cancel{m}.g.h = \Rightarrow v_B^2 - 2g.h = 0$$

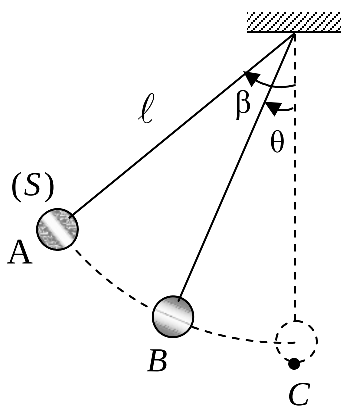
من الشكل $h = 2R$ ، ومنه:

$$v_B^2 - 2g.(2R) = 0 \Rightarrow v_B^2 - 4g.R = 0 \Rightarrow v_B = \sqrt{4g.R}$$

$$v_B = \sqrt{4\times 10\times 0,8} = 5,66\, m/s$$

## التمرين(12): (التمرين: 019 في بنك التمارين) (**)

كرية صغيرة $(S)$ نعتبرها نقطية كتلتها $m = 600g$ مثبتة بطرف خيط مهمل الكتلة طوله $\ell = 90\,cm$ والذي بدوره مثبت بنقطة ثابتة من الأعلى، يزاح هذا الخيط مع الكرية عن وضع التوازن بزاوية $\beta = 60°$ ثم يترك دون سرعة ابتدائية، تمر الكرية من الموضع $B$ المعرف بالزاوية $\theta = 30°$ ثم الموضع $C$ (الشكل).




1– أثبت أن سرعة الكرية $(S)$ عند الموضع $B$ تعطى بالعلاقة التالية:

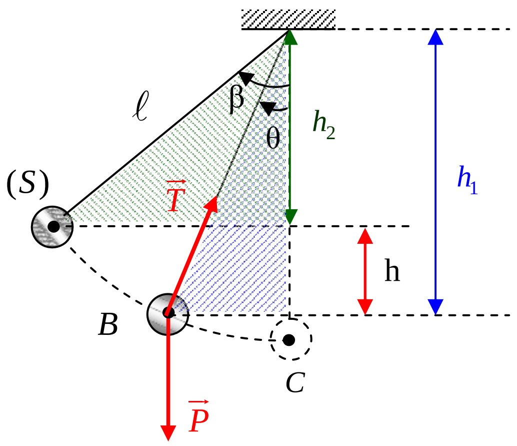
$$v_B = \sqrt{2g.\ell\,(\cos\theta - \cos\beta)}$$

2– أحسب سرعة الكرية عند $B$ ثم استنتج سرعتها عند الموضع $C$.

**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

## الحل المفصل:

1- عبارة سرعة الكرية $(S)$ عند الموضع $B$:




- الجملة المدروسة: كرية $(S)$.
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: $\vec{P}$ ، $\vec{T}$.
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$.

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

$$\cancel{m}.g.h = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow 2g.h = v_B^2$$

من الشكل:

$$\begin{cases} h = h_1 - h_2 \\ \cos\theta = \dfrac{h_1}{\ell} \Rightarrow h_1 = \ell.\cos\theta \\ \cos\beta = \dfrac{h_2}{\ell} \Rightarrow h_2 = \ell.\cos\beta \end{cases}$$

ومنه:

$$h = \ell.\cos\theta - \ell.\cos\beta = \ell(\cos\theta - \cos\beta)$$

يصبح لدينا:

$$2g.\ell(\cos\theta - \cos\beta) = v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2g.\ell(\cos\theta - \cos\beta)}$$

2- قيمة $v_B$:

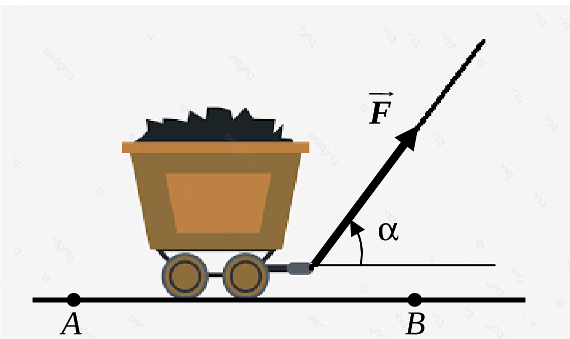
$$v_B = \sqrt{2\times 10\times 0,9(\cos 30° - \cos 60°)} = 2,57\, m/s$$

- قيمة $v_C$:

عند الموضع $C$ تكون $\theta = 0$ ، و بالاعتماد على عبارة $v$ السابقة يمكن كتابة:

$$v_B = \sqrt{2\times 10\times 0,9(\cos 0 - \cos 60°)} = 3\, m/s$$

## التمرين(13): (التمرين: 005 في بنك التمارين) (**)




عربة صغيرة محملة بالفحم، تجر على خط مستقيم بواسطة حبل يصنع زاوية $\alpha = 60^0$ ، مع الأفق (الشكل) وذلك ببذل قوة $\vec{F}$ ثابتة شدتها $400\ N$ ، العربة تتحرك بسرعة ثابتة قدرها $v = 2\ m/s$.

1- أكتب عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة $F$ ، $v$ ، $\alpha$.

2- ثم أحسب قيمتها.

## الحل المفصل:

1- عبارة الاستطاعة المحولة بواسطة الحبل بدلالة $F$، $v$، $\alpha$:

$$P=\frac{W_{AB}(\vec{F})}{\Delta t}=\frac{F.AB.\cos\alpha}{\Delta t}\Rightarrow P=F.\frac{AB}{\Delta t}.\cos\alpha$$

حركة العربة مستقيمة منتظمة ومنه يمكن كتابة $v=\frac{AB}{\Delta t}$ ليصبح لدينا:

$$P=F.v.\cos\alpha$$

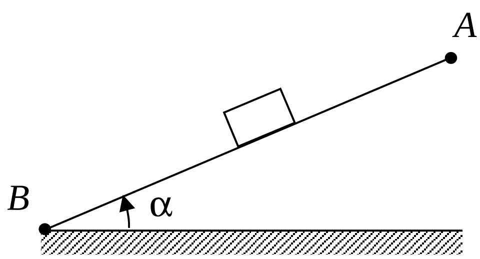
2- قيمة الإستطاعة:

$$P=400\times 2\times cos60°=400\ W$$

## التمرين(14): (التمرين: 007 في بنك التمارين) (**)

جسم صلب $(S)$ كتلته $m=200\ g$ ينتقل من الموضع $A$ إلى الموضع $B$ على مستوي مائل خشن طوله $AB=1\ m$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha=30°$.

يتحرك الجسم $(S)$ من الموضع $A$ إلى الموضع $B$ بسرعة ثابتة قدرها $v=5\ m/s$، وأثناء ذلك يخضع إلى قوة احتكاك $\vec{f}$ ثابتة في الشدة ومعاكسة لجهة الحركة.



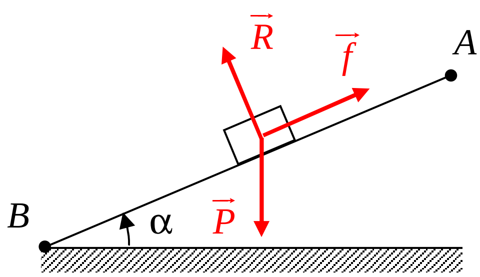

1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) أثناء الانتقال من الموضع $A$ إلى الموضع $B$.

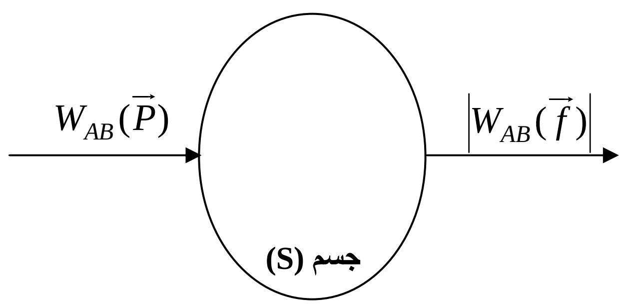
2- أثبت أن الإستطاعة $P$ المحولة من الأرض إلى الجسم يعبر عنها بالعلاقة: $P=m.g.v.sin\alpha$ ثم أحسب قيمتها.

## الحل المفصل:

1- تمثيل الحصيلة الطاقوية بين $A$ و $B$ للجملة (جسم):

- الجملة المدروسة: جسم $S$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.



2– عبارة الاستطاعة المحولة من الأرض إلى الجسم $(S)$:

$$P = \frac{W_{AB}(\vec{P})}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{m.g.h}{\Delta t}$$

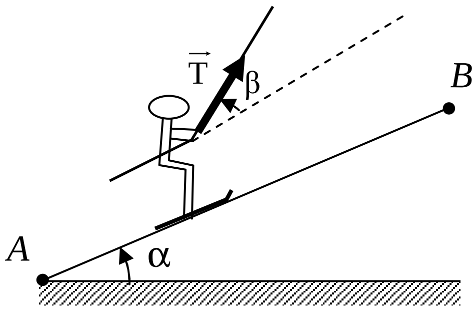
من الشكل: $\sin\alpha = \frac{h}{AB} \Rightarrow h = AB.\sin\alpha$، ومنه:

$$P = \frac{m.g.AB.\sin\alpha}{\Delta t} = m.g.\frac{AB}{\Delta t}.\sin\alpha$$

حركة الجسم $(S)$ مستقيمة منتظمة ومنه يمكن كتابة $v = \frac{AB}{\Delta t}$ ليصبح لدينا:

$$P = m.g.v.\sin\alpha \Rightarrow P = 0,2\times10\times5\times\sin30° = 5W .$$

## التمرين(15): (التمرين: 015 في بنك التمارين) (**)




من النقطة $A$ أسفل مستوي مائل يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ يُجَر متزحلق كتلته $m = 60\ kg$ بسرعة ثابتة باتجاه نقطة $B$ تقع أعلى هذا المستوي المائل بقوة $\vec{T}$ شدتها $T = 700\ N$ ناتجة عن حبل يصنع الزاوية $\beta = 60°$ مع المستوي المائل (الشكل)، كما يخضع المتزحلق لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة معاكسة لجهة حركته.

1– إذا علمت أن $AB = 5\ m$ وأن المتزحلق قطع المسافة $AB$ خلال 5 ثواني.

أوجد:

أ– سرعة المتزحلق على المستوي المائل.

ب– عمل قوة التوتر $\vec{T}$ والإستطاعة المحولة من طرف الحبل إلى الجملة (متزحلق و تجهيزه).

2– مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (متزحلق و تجهيزه) أثناء انتقالها من الموضع $A$ إلى الموضع $B$.

3– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (متزحلق و تجهيزه ) بين $A$ و $B$ أوجد شدة قوة الإحتكاك $f$ التي يطبقها المستوي المائل على المتزحلق.

**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$

**الحل المفصل:**

1– أ– سرعة المتزحلق على المستوي المائل:

بما أن حركة المتزحلق مستقيمة منتظمة يكون:

$$v = \frac{AB}{\Delta t} = \frac{5}{5} = 1m/s$$

ب– عمل قوة التوتر:

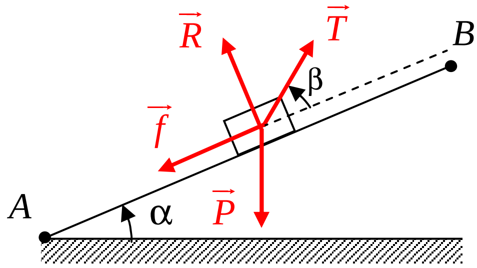
$$W_{AB}(\vec{T}) = T.AB.\cos\beta \Rightarrow W_{AB}(\vec{T}) = 700\times5.\cos60 = 1750\,J$$

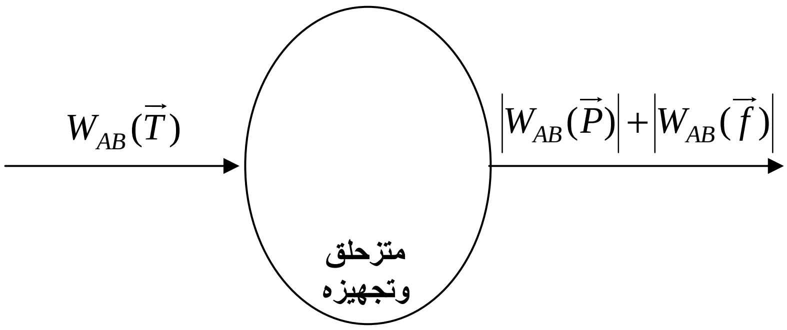
- الإستطاعة المحولة من طرف الحبل:

$$P=\frac{W_{AB}(\vec{T})}{\Delta t}\Rightarrow P=\frac{1750}{5}=350W$$

2- الحصيلة الطاقوية للجملة (متزحلق و تجهيزه):

- الجملة المدروسة: (متزحلق وتجهيزه ).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة التوتر $\vec{T}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .




3- شدة قوة الاحتكاك:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (متزحلق و تجهيزه) بين الموضعين $A$ و $B$ .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_C+W_{AB}(\vec{T})-\left(|W_{AB}(\vec{P})|+|W_{AB}(\vec{f})|\right)=E_{CB}$$

$$E_C+W_{AB}(\vec{T})-|W_{AB}(\vec{P})|-|W_{AB}(\vec{f})|=E_{CB}$$

$$W_{AB}(\vec{T})-|W_{AB}(\vec{P})|-|W_{AB}(\vec{f})|=E_{CB}-E_{CA}$$

الحركة مستقيمة منتظمة لذا يكون $E_{CB}-E_{CA}=0$ ، ومنه يصبح لدينا:

$$W_{AB}(\vec{T})-|W_{AB}(\vec{P})|-|W_{AB}(\vec{f})|=0$$

$$T.AB.\cos\beta-|-m.g.h|-|-f.AB|=0$$

$$T.AB.\cos\beta-m.g.h-f.AB=0$$

من الشكل: $h=AB.\sin\alpha \Leftarrow \sin\alpha=\frac{h}{AB}$ ، ومنه يصبح:

$$T.AB.\cos\beta-m.g.AB.\cos\alpha-f.AB=0$$

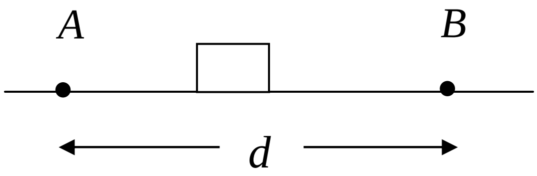
$$T.\cancel{AB}.\cos\beta-m.g.\cancel{AB}.\cos\alpha-f.\cancel{AB}=0$$

$$T.\cos\beta-m.g.\cos\alpha-f=0 \quad\Rightarrow\quad f=T.\cos\beta-m.g.\cos\alpha$$

$$f=(700.\cos 60)-(60.10.\sin 30)=50\,N$$

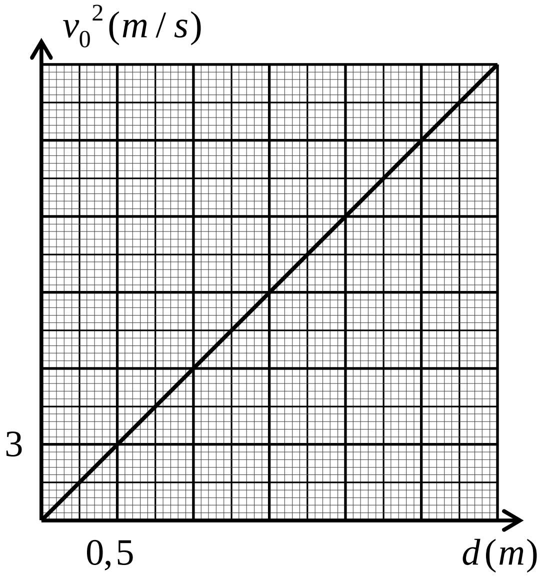
**التمرين(16):** (التمرين: 008 في بنك التمارين) (**)

نريد تعيين شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$ التي تعيق حركة جسم صلب $(S)$ كتلته $m = 400\ g$ ينتقل على سطح طاولة أفقية كبيرة (الشكل).




– نعطى للجسم $(S)$ سرعة إبتدائية معلومة $v_0$، فينتقل على سطح الطاولة ليقطع مسافة $AB = d$ قبل أن يتوقف عن الحركة عند الموضع $B$.

نكرر هذه التجربة عدة مرات ونرسم البيان $v_0{}^2 = f(d)$ الذي يمثل تغيرات مربع السرعة الإبتدائية $v_0{}^2$ بدلالة المسافة المقطوعة $d$.




1– مثل القوى الخارجية المؤثرة على الجسم $(S)$.

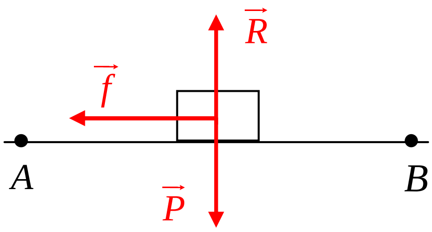
2– بتطبيق مبدأ إنحفاظ الطاقة، جِدْ العلاقة التي تعطي $v_0{}^2$ بدلالة $m$، $d$، $f$.

3– اعتمادا على البيان جِدْ شدة القوة $\vec{f}$.

**الحل المفصل:**

1– تمثيل القوى الخارجية:

(الشكل)




2– العلاقة بين $v_0{}^2$ و $m$، $d$، $f$ :

– الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CA} - \left|-W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \left|-f.d\right| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 - f.d = 0 \Rightarrow mv_0^2 - 2f.d = 0 \Rightarrow mv_0^2 = 2f.d \Rightarrow v_0^2 = \frac{2f.d}{m}$$

3– قيمة $f$ :

**بيانيا:**

المنحنى $v_0{}^2 = f(d)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$v_0^2 = a\,d$$

حيث $a$ معامل توجيه المستقيم (الميل) ومن البيان:

$$a=\frac{(6-0)\times 3}{(6-0)\times 0,5}=6$$

إذن: $v_0^2=6d$ .

نظريا ومما سبق:

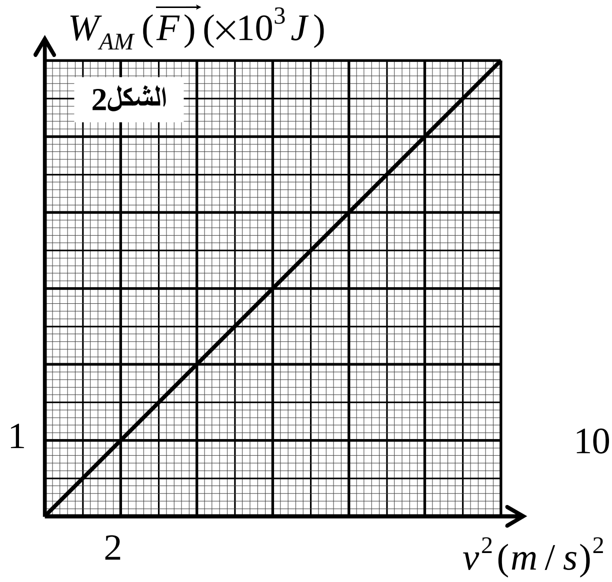
$$v_0^2=\frac{2f}{m}.d$$

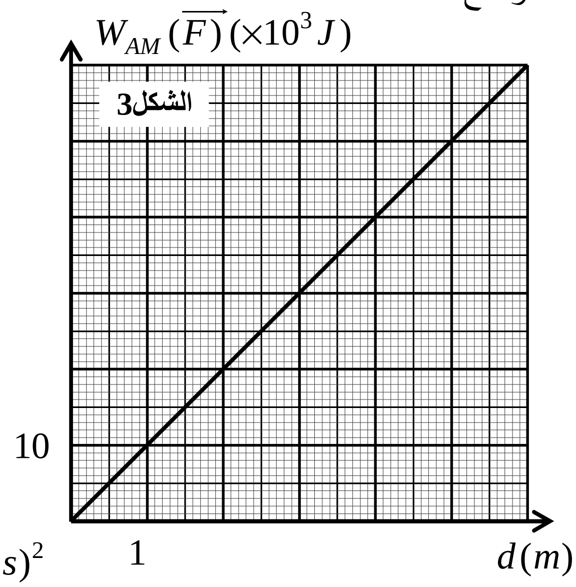
بالمطابقة:

$$\frac{2f}{m}=a \Rightarrow f=\frac{m.a}{2}=\frac{0,4\times 6}{2}=1,2\,N$$

**التمرين(17):** (التمرين: 017 في بنك التمارين) (**)


سيارة $(S)$ كتلتها $m$ تنتقل وفق مسار مستقيم من موضع $A$ إلى موضع $M$ كيفي بدون احتكاك وبدون سرعة ابتدائية تحت تأثير قوة $\vec{F}$ موازية لمسارها وفي جهة حركتها. بياني الشكلين 2 و 3، يمثلان على الترتيب، تغيرات عمل القوة المحركة $\vec{F}$ أثناء الإنتقال $AM$ بدلالة المسافة المقطوعة $d=AM$ والثاني تغيرات عمل القوة المحركة $\vec{F}$ أثناء الإنتقال $AM$ بدلالة مربع السرعة $v^2$ حيث $v$ هي سرعة السيارة عند الموضع $M$.




1- أكتب عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة المسافة $d$ وشدة القوة $F$.

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جِدْ عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة مربع السرعة $v^2$ وكتلة السيارة $m$.

3- استنتج من البيانين:

أ- شدة القوة $\vec{F}$.

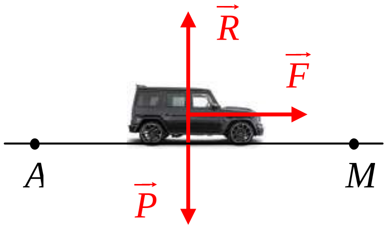
ب- كتلة السيارة $m$.

## الحل المفصل:

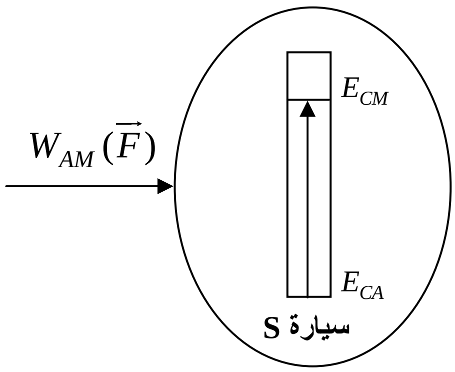
1- كتابة عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة المسافة $d$ وشدة القوة $F$:

$$W_{AM}(\vec{F}) = F.AM \quad \Rightarrow W_{AM}(\vec{F}) = F.d$$

2- عبارة عمل القوة $\vec{F}$ بدلالة مربع السرعة $v^2$ وكتلة السيارة $m$:




- الجملة المدروسة: سيارة $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$، القوة المحركة $\vec{F}$.




▪ معادلة انحفاظ الطاقة:

- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $M$:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AM}(\vec{F}) = E_{CM} \;\Rightarrow\; W_{AM}(\vec{F}) = \frac{1}{2} m v^2$$

3-أ- استنتاج شدة القوة $\vec{F}$:

بيانيا:

المنحنى $W_{AM}(\vec{F}) = f(d)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$W_{AM}(\vec{F}) = a\, d$$

حيث $a$ معامل التوجيه ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta W_{AM}(\vec{F})}{\Delta d} \;\Rightarrow\; a = \frac{(10-0)\times 10^3}{(1-0)} = 10^4$$

ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $W_{AM}(\vec{F}) = 10^4\, d$

- نظريا ومما سبق:

$$W_{AM}(\vec{F}) = F\, d$$

بالمطابقة نجد:

$$F = a \;\Rightarrow\; F = 10^4\ N$$

ب- كتلة السيارة $m$:

- بيانيا:

المنحنى $W_{AM}(\vec{F}) = f(v^2)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$W_{AM}(\vec{F}) = a'v^2$$

حيث $a'$ معامل التوجيه ومن البيان:

$$a' = \frac{\Delta W_{AM}(\vec{F})}{\Delta v^2} \Rightarrow a' = \frac{(1-0)\times 10^3}{(2-0)} = 500$$

ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $W_{AM}(\vec{F}) = 200v^2$

- نظريا ومما سبق:

$$W_{AM}(\vec{F}) = \frac{1}{2}mv^2$$

بالمطابقة نجد:

$$\frac{1}{2}m = a' \Rightarrow m = 2a' = 2\times 500 = 1000\,kg$$

## التمرين (18) : (التمرين : 030 في بنك التمارين) (**)

- يحرر بدون سرعة ابتدائية جسم $(S)$ كتلته $m = 200\ g$ من النقطة $(A)$ ليتحرك على مستوي مائل $(AB)$ طوله $AB = 1\ m$ ويميل عن المستوي الأفقي بزاوية $\alpha = 30°$ (الشكل-1)، يخضع الجسم $(S)$ أثناء حركته إلى قوة احتكاك ثابتة $\vec{f}$ جهتها معاكسة لجهة الحركة.

**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$ .

بيان (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجسم $(S)$ بدلالة المسافة المقطوعة $(x)$ حيث $x$ هي المسافة على المستوي المائل بين النقطة $A$ وموضع $M$ كيفي يكون بين الموضعين $A$ و $B$ .

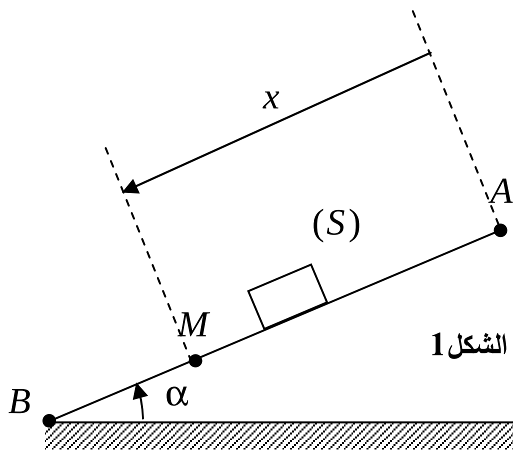
1- مثل القوى المؤثرة على الجسم $(S)$ أثناء حركته.

2- أكتب العبارة النظرية للطاقة الحركية $Ec$ للجسم $(S)$ عند الموضع $M$ بدلالة $m$، $g$، $f$، $\alpha$، $x$ .

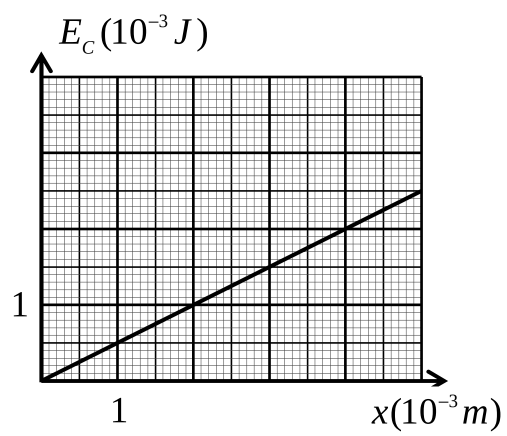
3- اعتمادا على البيان جد:

أ- استنتج شدة قوة الإحتكاك $\vec{f}$ .

ب- سرعة الجسم $(S)$ في الوضع $B$ .



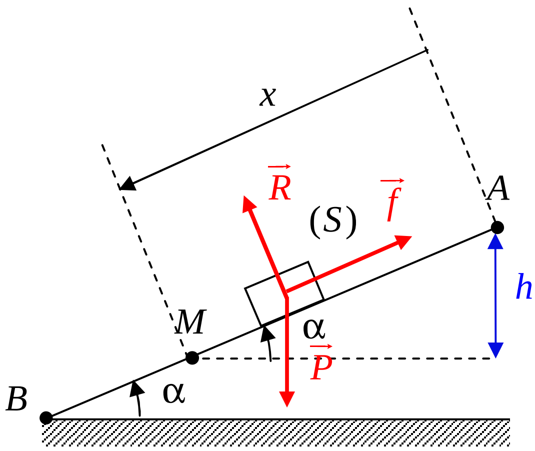

الشكل1



## الحل المفصل:

1- تمثيل القوى المؤثرة على الجسم $(S)$ أثناء حركته:

(الشكل).




2- كتابة العبارة النظرية للطاقة الحركية $Ec$ للجسم $(S)$ عند الموضع $M$ بدلالة $m$ ، $g$ ، $f$ ، $\alpha$ ، $x$ :

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $M$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} - W_{AM}(\vec{P}) - \left|W_{AM}(\vec{f})\right| = E_C$$

$$mgh - \left|-f.AM\right| = E_C \Rightarrow mgh - f.AM = E_C \Rightarrow mgh - f.x = E_C$$

من الشكل:

$$\sin\alpha = \frac{h}{AM} = \frac{h}{x} \Rightarrow h = \sin\alpha.x$$

ومنه:

$$mg.\sin\alpha.x - f.x = E_C \Rightarrow (mg.\sin\alpha - f).x = E_C$$

$$E_C = (mg.\sin\alpha - f).x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

3- أ- شدة قوة الاحتكاك:

المنحنى $E_C = f(x)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a\,x \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

حيث $a$ هو معامل التوجيه، ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta Ec}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{(2-1)\times 10^{-3}}{(4-1)\times 10^{-3}} = 0,5$$

ومنه تصبح العلاقة الرياضية: $E_C = 0,5x$ .

بمطابقة العلاقتين: الرياضية (2) والنظرية (1) نجد:

$$mg.\sin\alpha - f = a \Rightarrow mg.\sin\alpha - a = f \Rightarrow f = mg.\sin\alpha - a$$

$$f = (0,2\times 10\times \sin 30) - 0,5 = 0,5\,N$$

ب- حساب سرعة الجسم $(S)$ في الوضع $B$:

- مما سبق لدينا المعادلة الرياضية للبيان: $E_C = 0,5x$ .
- عند الموضع $B$ ، يكون: $x = AB = 1m$ ، بالتعويض نجد:

$$E_{CB} = 0,5 \times 1 = 0,5\ J$$

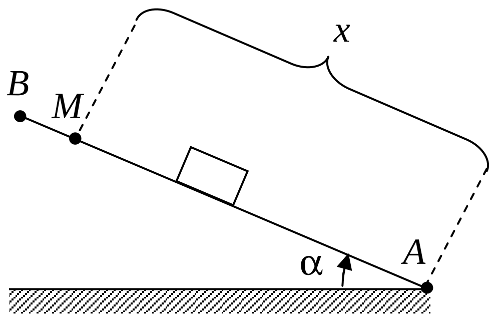
ومنه:

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m.v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\times 0,5}{0,2}} = 2,24 m/s$$

- يمكن الحصول على نفس النتيجة بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ ، $B$ .

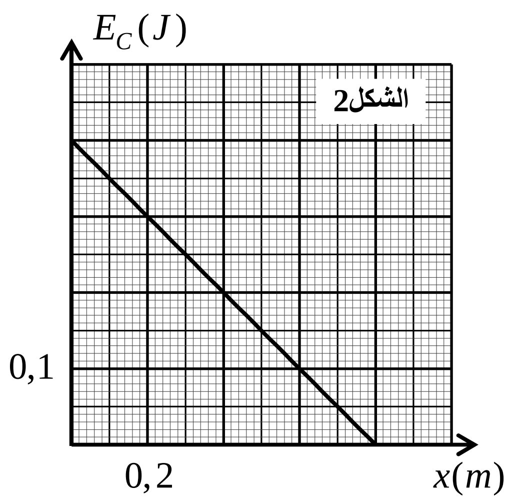
## التمرين(19): (التمرين: 012 في بنك التمارين) (**)

من موضع $A$ أسفل مستوي مائل $AB$ يميل على الأفق بزاوية $\alpha = 30°$ (الشكل1)، ندفع جسم نقطي $(S)$ كتلته $m$ وأبعاده مهملة بسرعة ابتدائية $\vec{v}_0$، فيتحرك هذا الجسم على المستوي المائل بدون احتكاك، حتى تنعدم سرعته عند الموضع $B$ ليقطع مسافة $d$ عندئذ.



الشكل1

بيان (الشكل-2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجملة (جسم $S$) عند الموضع $M$ بدلالة المسافة $x$ التي يقطعها الجسم $(S)$ أثناء انتقاله من الموضع $A$ إلى الموضع الكيفي $M$ .




1- جِدْ عبارة الطاقة الحركية $E_C$ للجسم $(S)$ عند الموضع $M$ بدلالة $m$ ، $v_0$ ، $g$ ، $x$ ، $\alpha$ .

2- اعتمادا على البيان جِدْ:

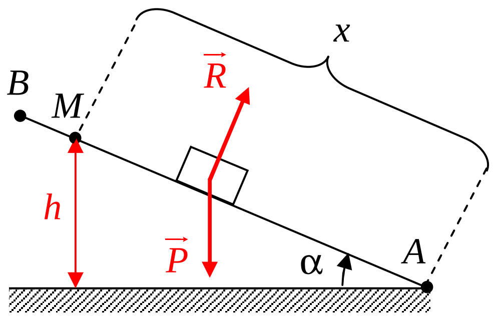
أ- الكتلة $m$ للجسم $(S)$ وسرعته الابتدائية $v_0$ .

ب- المسافة $d$ التي يقطعها الجسم $(S)$ قبل أن يتوقف عند الموضع $B$ .

**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$ .

### الحل المفصل:

1- العلاقة النظرية بين $E_C$ و $x$ :




- الجملة المدروسة: جسم $(S)$ .
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ .
- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $M$ :

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_M$$

$$E_{CA}-\left|W_{AM}(\vec{P})\right|=E_C$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2-\left|-m.g.h\right|=E_C \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2-m.g.h=E_C$$

من الشكل: $\sin\alpha=\frac{h}{x}\Rightarrow h=x.\sin\alpha$، ومنه:

$$\frac{1}{2}mv_0^2-m.g.x.\sin\alpha=E_C \Rightarrow E_C=\frac{1}{2}mv_0^2-m.g.x.\sin\alpha$$

2– أ– قيمتي $m$، $v_0$:

– بيانيا:

المنحنى $E_C(x)$ هو مستقيم لا يشمل المبدا معادلته من الشكل:

$$E_C=a\,x+b \quad ......................................... (1)$$

ومن البيان:

- $a=\frac{(4-0)\times 0,1}{(4-0)\times 0,2}=-0,5$
- $b=4\times 0,1=0,4$

ومنه: $E_C=-0,5\,x+0,4$

– بالمطابقة :

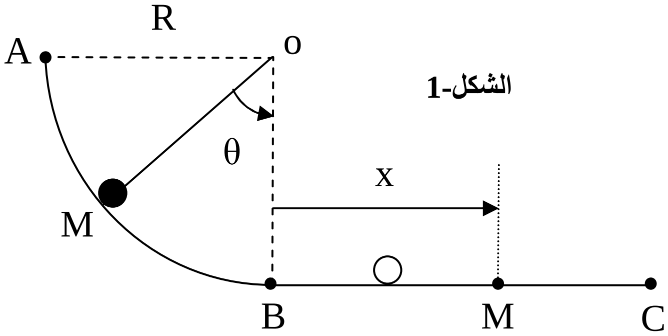
- $-m.g.\sin\alpha=a \Rightarrow m=-\frac{a}{g.\sin\alpha}=-\frac{-0,5}{10.\sin 30°}=0,1kg=100\,g$
- $\frac{1}{2}mv_0^2=b \Rightarrow v_0=\sqrt{\frac{2b}{m}}=\sqrt{\frac{2\times 0,4}{0,1}}=2,83m/s$

ب– المسافة $d$:

من البيان تنعدم الطاقة الحركية وبالتالي تنعدم السرعة عند $x=0,8\ m$ وهي المسافة $d$ التي يقطعها الجسم $(S)$ عندما يتوقف عند الموضع $B$ .

**التمرين(20):** (التمرين: 021 في بنك التمارين) (**)

جسم نقطي $(S)$ كتلته $m=1\ kg$ يتحرك على مسار $ABC$ يتكون من جزئين: الأول، ربع دائرة $AB$ شاقولي أملس نصف قطره $R$ والثاني مسار أفقي $BC$ خشن يخضع الجسم $(S)$ فيه لقوة احتكاك $\vec{f}$ شدتها ثابتة، نترك دون سرعة ابتدائية الجسم $(S)$ من الموضع $A$ فيتحرك على المسار $ABC$ حتى بلوغ الموضع $C$.

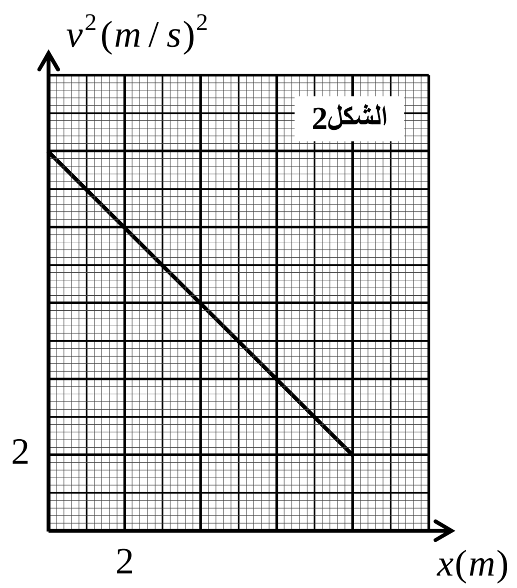


الشكل-1

1- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة جسم $(S)$ ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من $A$ إلى $B$.

2- جِد عبارة نصف قطر المسار $R$ بدلالة $v_B$، $g$.

3- يواصل الجسم $(S)$ حركته على الجزء $BC$ من المسار، بيان (الشكل2) يمثل تغيرات مربع سرعة الجسم $(S)$ على هذا المسار بدلالة المسافة $x = BM$ حيث $M$ موضع يقع بين $B$ و$C$.




- مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) ثم أكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من $B$ إلى $M$.

ب- أثبت أنه يعبر عن سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $M$ بدلالة $x$ بالعلاقة التالية: $v^2 = v_b^2 - \frac{2f.x}{m}$.

جـ- جِد اعتمادا على البيان:

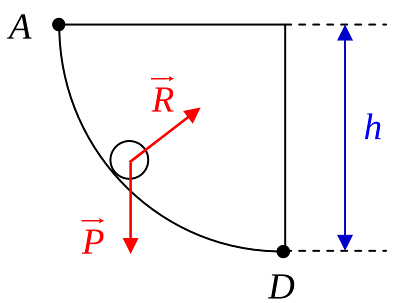
- شدة قوة الاحتكاك $f$ والسرعة $v_B$.
- نصف القطر $R$ للمسار الدائري.

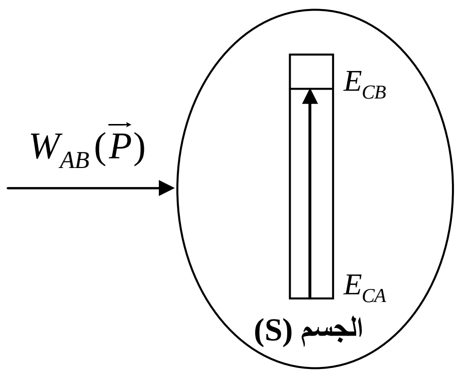
**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

## الحل المفصل:

1- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة جسم $(S)$ وكتابة معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من $A$ إلى $B$:

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.



بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$\cancel{E_{CA}} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB} \Rightarrow W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

2– إيجاد عبارة نصف قطر المسار $R$ بدلالة $v_B$ ، $g$ :

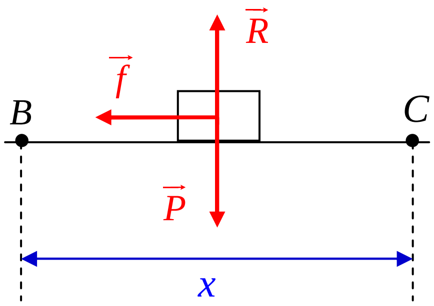
بالاعتماد على معادلة انحفاظ الطاقة يكون:

$$\cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow 2gh = v_B^2$$

من الشكل $h = R$ ، ومنه:

$$2g.R = v_B^2 \Rightarrow R = \frac{v_B^2}{2g}$$

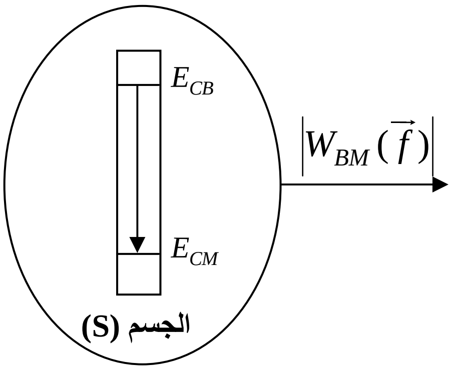
3– تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$)، وأكتب معادلة انحفاظ الطاقة أثناء الانتقال من $B$ إلى $M$ :




– الجملة المدروسة: جسم $(S)$.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .




بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ :

$$E_B + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_M$$

$$E_{CB} - |W_{BM}(\vec{f})| = E_{CM}$$

ب– إثبات أنه يعبر عن سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $M$ بدلالة $x$ بالعلاقة التالية: $v^2 = v_b^2 - \frac{2f.x}{m}$ :

اعتمادا على معادلة انحفاظ الطاقة:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - f.x = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow mv_B^2 - 2f.x = mv^2 \Rightarrow v^2 = \frac{mv_B^2 - 2f.x}{m} \Rightarrow v^2 = v_B^2 - \frac{2f.x}{m}$$

جـ- إيجاد شدة قوة الاحتكاك $f$ والسرعة $v_B$:

بيانيا:

المنحنى $v^2 = f(x)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$v^2 = a\,x + b$$

حيث $a$ معامل التوجيه، ومن البيان يكون:

- $a = \frac{\Delta v^2}{\Delta x} \Rightarrow a = \frac{(1-5)\times 2}{(4-0)\times 2} = -1$
- $b = 5\times 2 = 10$

ومنه المعادلة الرياضية للمنحنى هي: $v^2 = -x + 10$

نظريا ومما سبق:

$$v^2 = -\frac{2f}{m}.x + v_B^2$$

بمطابقة العلاقتين الرياضية والنظرية يكون:

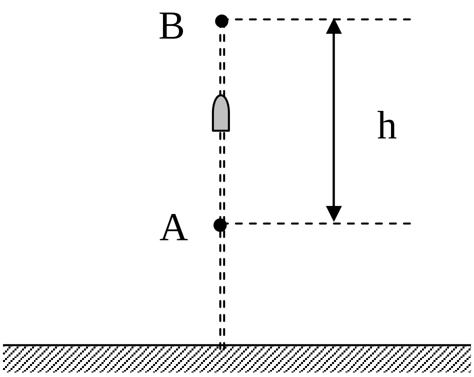
- $-\frac{2f}{m} = a \Rightarrow f = -\frac{m.a}{2} \Rightarrow f = -\frac{1\times(-1)}{2} = 0,5\,N$
- $v_B^2 = b \Rightarrow v_B = \sqrt{b} \Rightarrow v_B = \sqrt{10} = 3,16\,m/s$

● استنتج نصف القطر $R$ للمسار الدائري:

مما سبق وجدنا $R = \frac{v_B^2}{2g}$، ومنه:

$$R = \frac{(3,16)^2}{2\times 10} = 0,5\,m$$

**التمرين(21):** (التمرين: 009 في بنك التمارين) (**)




رصاصة كتلتها $m = 7\ g$ تقذف شاقوليا بواسطة مسدس من الموضع $A$ نحو الأعلى بسرعة $v_A = 200\ m/s$.

1- أحسب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها.

2- بإهمال تأثير الهواء على الرصاصة، أوجد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها $A$.

3– إذا علمت أن الارتفاع الحقيقي الذي بلغته الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها هو $h' = 1200\ m$. أوجد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة والتي يؤثر بها الهواء على الرصاصة باعتبار أن هذه القوة ثابتة.

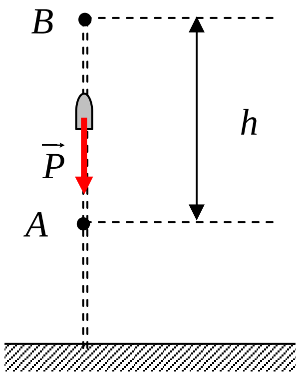
**يعطى:** $g = 10\ m/s^2$.

## <u>الحل المفصل:</u>

<u>1– حساب الطاقة الحركية للرصاصة لحظة قذفها :</u>

$$E_{CA} = \frac{1}{2}m.v^2 \Rightarrow E_{CA} = 0,5\times 7\times 10^{-3}\times (200)^2 = 140\ J$$

<u>2– إيجاد أقصى ارتفاع تبلغه الرصاصة بالنسبة لموضع قذفها:</u>




– الجملة المدروسة: رصاصة.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.

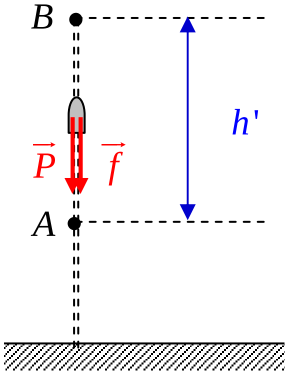
– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ حيث $A$ موضع القذف و $B$ موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع.

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

$$E_{CA} - \left|W_{AB}(\vec{P})\right| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2}m.v_A^2 - \left|-mgh\right| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}.v_A^2 - \cancel{m}gh = 0$$

$$v_A^2 - 2gh = 0 \Rightarrow v_A^2 = 2gh \Rightarrow h = \frac{v_A^2}{2g} \Rightarrow h = \frac{(200)^2}{2\times 10} = 2000\,m$$

<u>3– إيجاد شدة قوة الاحتكاك المعاكسة للحركة والتي يؤثر بها الهواء على الرصاصة:</u>




– الجملة المدروسة: رصاصة.

– مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $A$ و $B$ حيث $A$ موضع القذف و $B$ موضع الرصاصة عند بلوغها أقصى ارتفاع.

$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

$$E_{CA} - \left|W_{AB}(\vec{P})\right| - \left|W_{AB}(\vec{f})\right| = E_{CB} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - \left|-m.g.h'\right| - \left|-f.h'\right| = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 - m.g.h' - f.h' = 0$$

$$\Rightarrow mv_A^2 - 2m.g.h' - 2f.h' = 0 \Rightarrow mv_A^2 - 2m.g.h' = 2f.h' \Rightarrow f = \frac{mv_A^2 - 2m.g.h'}{2h'}$$

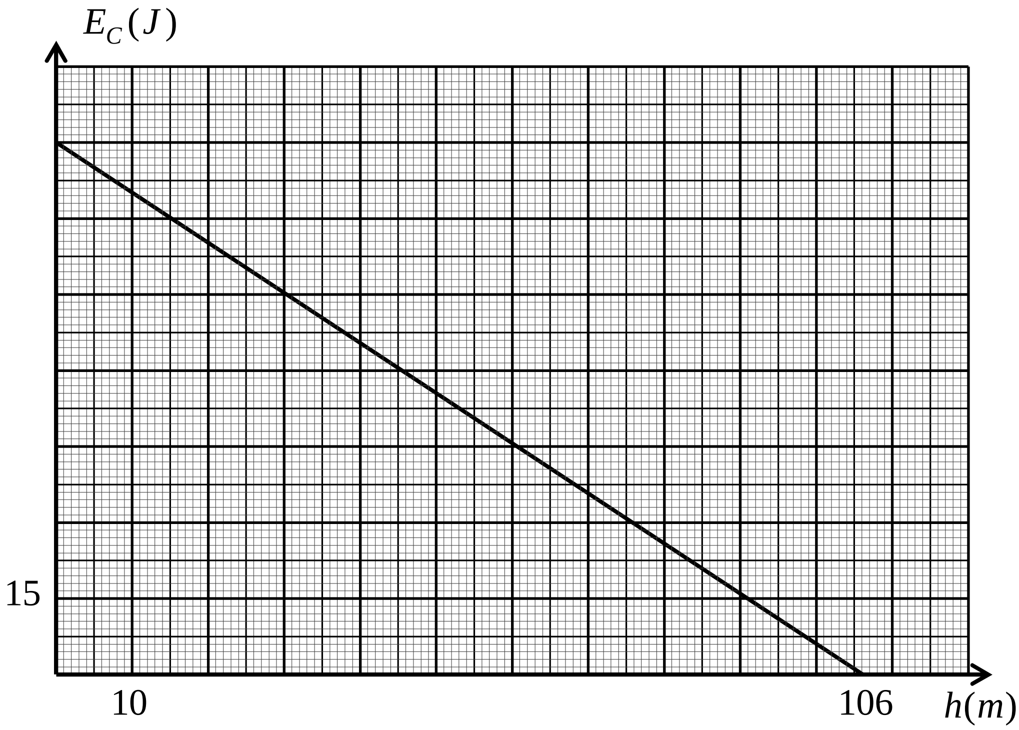
$$f = \frac{m\left(v_A^2 - 2g.h'\right)}{2h'} \Rightarrow f = \frac{7\times 10^{-3}\times\left((200)^2 - \left(2\times 10\times 1,2\times 10^3\right)\right)}{2\times 1,2\times 10^3} = 4,67\times 10^{-2}\ N$$

**التمرين(22):** (التمرين: 020 في بنك التمارين) (**)

بني جسر سيدي راشد بين 1908 و1912 على ضفتي وادي الرمال بقسنطينة الذي يربط حي الكدية محطة القطار، يهدف هذا التمرين إلى إيجاد ارتفاع الجسر الذي نرمز له بـ $h_0$.

في إطار رحلة مدرسية إلى قسنطينة زار التلاميذ جسر سيدي راشد فانبهرت "منى" من علو هذا الجسر وأرادت معرفة ارتفاعه بالنسبة لسطح الماء في الوادي، من أجل ذلك تركت حجرا كتلته $m$ عند اللحظة $t = 0$ يسقط شاقوليا دون سرعة ابتدائية من نقطة $O$ تقع على حافة الجسر ليرتطم بسطح الماء من الوادي في نقطة $N$،

وفي مكان مقابل للجسر قامت زميلتها " شريفة" بتصوير فيديو بكاميرا رقمية عالية الوضوح لحركة سقوط الحجر، بعد الرجوع من الرحلة قام أستاذ العلوم الفيزيائية بمعالجة الفيديو ببرمجية *Avistep*، (الشكل−2) يمثل تغيرات الطاقة الحركية للجملة (حجر) بين الموضعين $O$ و $N$ بدلالة ارتفاعه $h$ عن سطح الأرض.



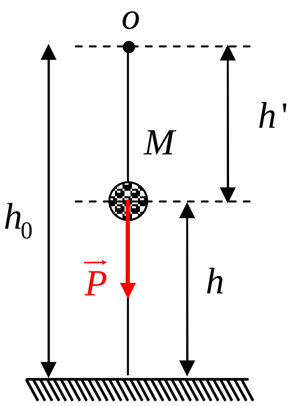

نهمل الاحتكاك ونأخذ $g = 9{,}8\ m/s^2$.

1− مثل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (حجر) بين الموضع $O$ وموضع كيفي $M$ يبعد بمقدار $h$ عن سطح الماء من الوادي.

2− بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة، جِد عبارة الطاقة الحركية للجملة (حجر) عند موضع كيفي $M$ بدلالة: $m$، $g$، $h$، $h_0$، ثم استنتج من البيان قيمتي $m$، $h_0$.

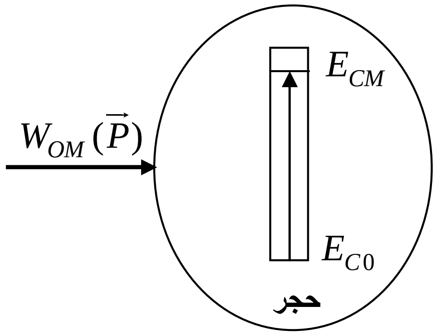
3− اعتمادا على البيان جِد سرعة اصطدام الحجر بسطح الأرض عند الموضع $M_0$.

## الحل المفصل:




**1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية:**

- الجملة المدروسة: حجر.
- مرجع الدراسة سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.




**2- عبارة الطاقة الحركية بدلالة $m$ ، $g$ ، $h$ ، $h_0$:**

بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (كرة) بين الموضعين $o$ و $M$:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{C0} + W_{OM}(\vec{P}) = E_C$$

$$W_{OM}(\vec{P}) = E_C \quad (v_0 = 0) \quad \Rightarrow m.gh' = E_C$$

من الشكل: $h' = h_0 - h$، ومنه:

$$m.g(h_0 - h) = E_C \Rightarrow E_C = m.g(h_0 - h)$$

**- قيمتي $m$ و $h_0$:**

المنحنى $E_C = f(h)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a\,h + b$$

حيث $a$ معامل التوجيه (ميل المستقيم)، ومن البيان:

- $a = \dfrac{(0-7)\times 15}{(10,6-0)\times 10} = -0,99$
- $b = 7\times 15 = 35$

ومنه: $E_C = -0,99\,h + 35$.

نظريا ومما سبق:

$$E_C = m.g.h_0 - m.g.h$$

$$E_C = (-m.g)h + m.g.h_0$$

بالمطابقة بين العلاقة النظرية و البيانية:

- $-m.g = a \Rightarrow m = \dfrac{-a}{g} = \dfrac{-(-0,99)}{9,8} = 0,10\,kg = 100\,g$
- $m.g.h_0 = b \Rightarrow h_0 = \dfrac{b}{m.g} = \dfrac{105}{0,1\times 9,8} = 107,14\ m$ .

3- سرعة الحجر عند اصطدامه بسطح الأرض عند الموضع $M_0$:

عند الموضع $M_0$ (على سطح الأرض) يكون $h=0$، بالإسقاط في البيان نجد:

$$E_{CM_0} = 7\times 15 = 105\,J$$

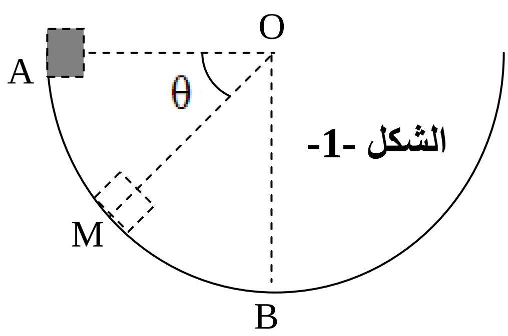
ومنه:

$$E_{CM_0} = \frac{1}{2}m.v_{M_0}^2 \Rightarrow v_{M_0} = \sqrt{\frac{2E_{CM_0}}{m}} \Rightarrow \ v_{M_0} = \sqrt{\frac{2\times 105}{0,1}} = 45,83\,m/s$$

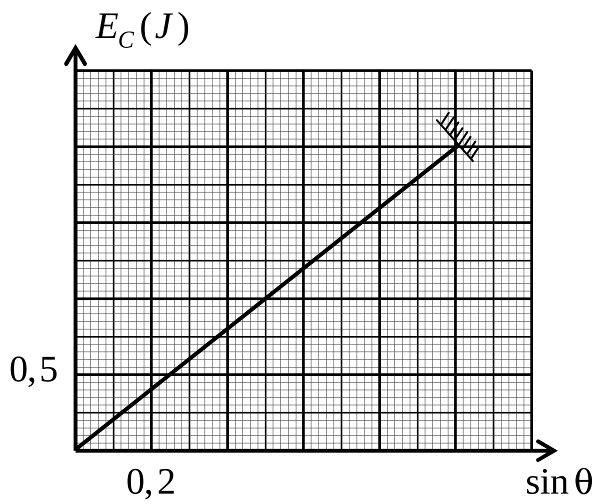
## التمرين (23): (التمرين: 024 في بنك التمارين) (**)

نعتبر في هذا التمرين أن الاحتكاكات مهملة، و قيمة الجاذبية الأرضية هي: $g = 10m/s^2$.

يتحرك جسم $(S)$ كتلته $m$ على مسار دائري أملس نصف قطره $R = 80\ cm$، حيث ينطلق ابتداء من الموضع $A$ بدون سرعة ابتدائية ليمر بالموضع $M$ المحدد بالزاوية $\theta$ (الشكل-1).




قمنا بدراسة تغيرات الطاقة الحركية $Ec$ للجملة (جسم) بدلالة $sin\theta$ فتحصلنا البيان المقابل:




1- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين الموضعين $A$ و $M$.

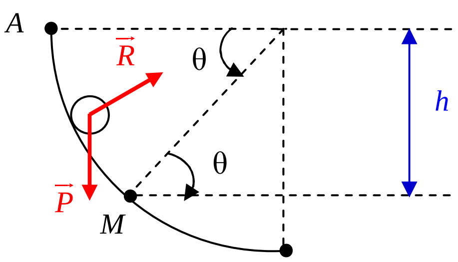
2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين $A$ و $B$، جِد عبارة الطاقة الحركية $E_C$ عند الموضع $M$ بدلالة $m$، $g$، $R$ و $sin\theta$.

3- أكتب المعادلة الرياضية للمنحنى، واستنتج من البيان كتلة الكرية $m$.

4- استنتج من المنحنى $v_B$ سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $B$.

## الحل المفصل:

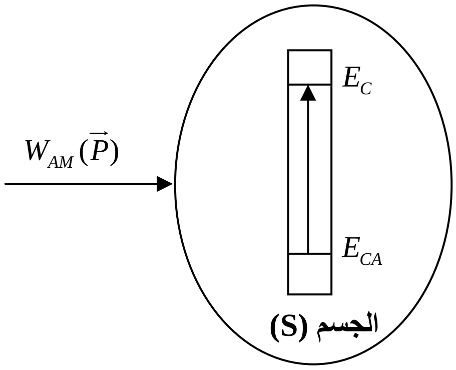
1- تمثيل مخطط الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم) بين $A$ و $M$:




- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.

2– معادلة انحفاظ الطاقة:

بتطبيق مبدا انحفاظ الطاقة بين $A$ و $M$ :




$$E_A + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_B$$

بالاعتماد على مخطط الحصيلة الطاقوية السابقة يكون:

$$0 + W_{AM}(\vec{P}) = E_{CM} \Rightarrow E_C = mgh$$

من الشكل:

$$\sin\theta = \frac{h}{R} \Rightarrow h = R.\sin\theta$$

ومنه يصبح:

$$E_C = mg.h.\sin\theta$$

3– كتابة المعادلة الرياضية للمنحنى:

المنحنى $E_C = f\ (sin\theta)$ هو مستقيم يشمل المبدأ معادلته من الشكل:

$$E_C = a\ sin\theta$$

حيث a هو ميل مماس المنحنى (معامل التوجيه) ومن البيان يكون:

$$a = \frac{\Delta E_C}{\Delta sin\theta} \Rightarrow a = \frac{(4-0)\times 0,5}{(5-0)\times 0,2} = 2$$

و منه المعادلة الرياضية هي: $E_C = 2\ sin\theta$ .

● استنتاج كتلة الكرية $m$ من البيان:

بمطابقة العلاقة البيانية (الرياضية) مع العلاقة النظرية، نجد:

$$m.g.R = a \Rightarrow m = \frac{a}{g.R} \Rightarrow m = \frac{2}{10\times 0,8} = 0,25kg$$

4– استنتاج قيمة السرعة $v_B$ في هذا الموضع:

في الموضع $B$ يكون:

$$\theta = 90 \Rightarrow sin\theta = 1$$

بالإسقاط في البيان:

$$E_{CB} = 4\times 0,5 = 2\ J$$

ومنه:

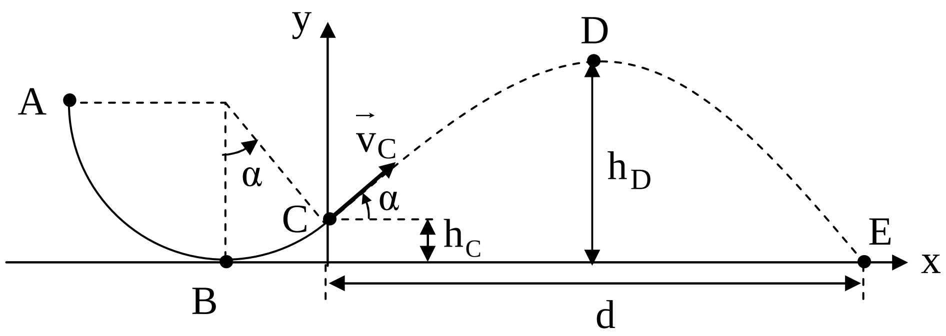
$$E_{CB} = \frac{1}{2}m.v_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2E_{CB}}{m}} \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2\times 2}{0,25}} = 4m/s$$

# تمارين محلولة 2

## التمارين ذات درجة ثانية من الصعوبة

**التمرين(24):** (التمرين: 014 في بنك التمارين) (**)

ينطلق جسم $(S)$ نعتبره نقطي كتلته $m$ بسرعة ابتدائية $v_A$ من موضع $A$ ينتمي إلى مسار دائري $ABC$ نصف قطره $R = 90\ cm$، يمر من النقطة $B$ بسرعة $v_B = 5\ m/s$ ثم يبلغ النقطة $C$ بسرعة $v_C$، بعد ذلك يواصل حركته في الهواء مار بالنقطة $D$ الموافقة لأعلى ارتفاع يبلغه (الذروة) ليصطدم في النهاية بالأرض في الموضع $D$ (الشكل).




- تهمل كل قوى الاحتكاك.
- يعطي: $g = 10\ m/s^2$، $\alpha = 60°$.

1- مثل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) بين $A$ و $B$.

2- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم $S$) بين الموضعين $A$ و $B$:

أ- أكتب معادلة انحفاظ الطاقة.

ب- أوجد سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $A$.

3- أحسب $h_C$ ارتفاع الموضع $C$ عن المستوي الأفقي $BE$.

4- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم $S$)، أحسب سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $C$.

5- سرعة الجسم عند الموضع $D$ هي $v_D = 2\ m/s$.

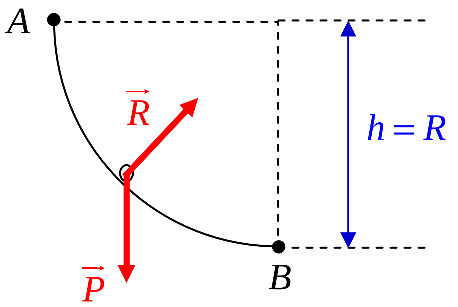
أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (جسم $S$) بين $C$ و $D$ جِدْ $h_D$ أقصى ارتفاع يبلغه الجسم $S$ بالنسبة للمستوي الأفقي $BE$.

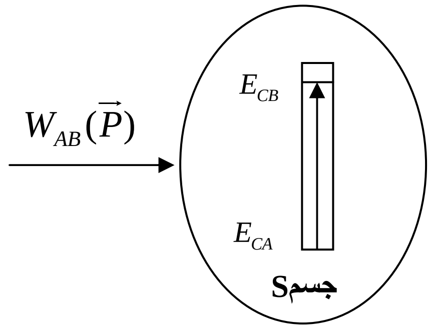
ب- عبر عن $v_D$ سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $D$ بدلالة $v_C$ و $\alpha$ من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة.

**الحل المفصل:**

1- تمثيل الحصيلة الطاقوية للجملة (جسم $S$) بين $A$ و $B$:

- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$، قوة رد الفعل $\vec{R}$.




3– أ– كتابة معادلة انحفاظ الطاقة:

– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين $A$ و $B$ .

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

اعتمادا على الحصيلة الطاقوية السابقة:

$$E_{CA} + W_{AB}(\vec{P}) = E_{CB}$$

ب– إيجاد سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $A$ :

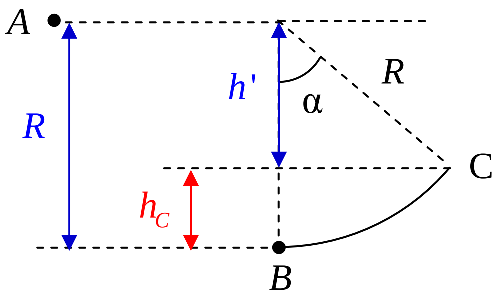
من معادلة انحفاظ الطاقة السابقة:

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 + \cancel{m}gR = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \Rightarrow v_A^2 + 2gR = v_B^2 \Rightarrow v_A^2 = v_B^2 - 2gR \Rightarrow v_A = \sqrt{v_B^2 - 2gR}$$

$$v_A = \sqrt{(5)^2 - (2\times10\times0{,}9)} = 2{,}65\,m/s$$

3– حساب $h_C$ ارتفاع الموضع $C$ عن المستوى الأفقي $BE$ :

من الشكل :




- $h_C = R - h'$
- $\cos\alpha = \frac{h'}{R} \Rightarrow h' = R.\cos\alpha$

و منه:

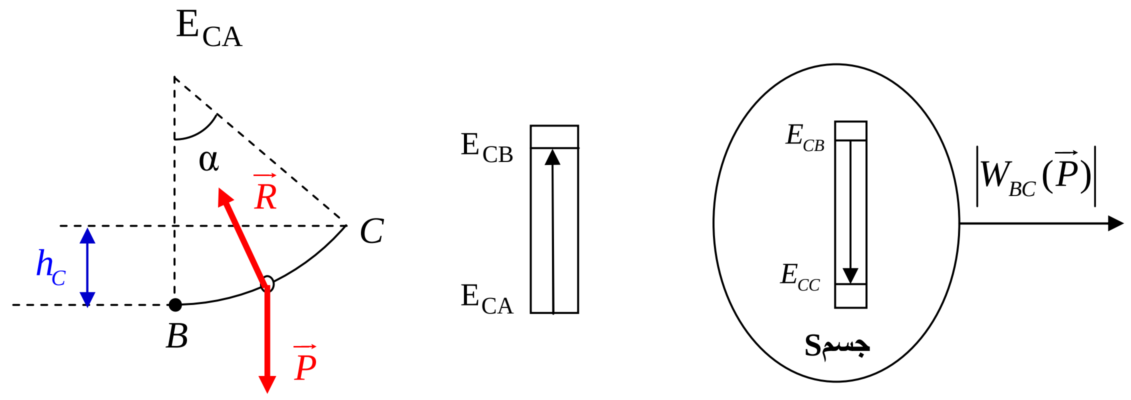
$$h_C = R - R.\cos\alpha \Rightarrow h_C = R(1-\cos\alpha)$$

$$h_C = 0{,}9(1-\cos 60°) = 0{,}45\,m$$

4– حساب سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $C$:

– الجملة المدروسة: جسم $(S)$ .

– القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ .



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين $B$ و $C$ .

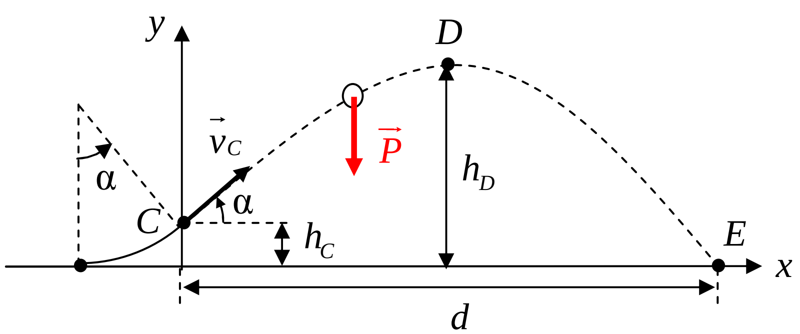
$E_B + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_C$

$$E_{CB} - \left|W_{BC}(\vec{P})\right| = E_{CC} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_B^2 - \left|-mgh_C\right| = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 - \cancel{m}gh_C = \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2$$

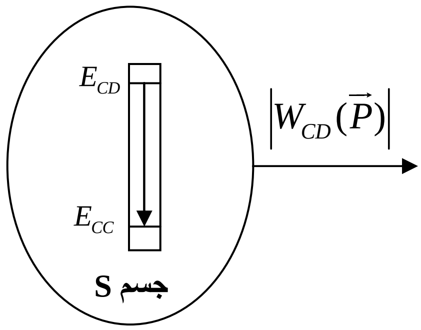
$$v_B^2 - 2gh_C = v_C^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 - 2gh_C}$$

$$v_C = \sqrt{(5)^2 - (2\times10\times0,45)} = 4\,m/s$$

5- أ- إيجاد $h_D$ أقصى ارتفاع يبلغه الجسم $S$ بالنسبة للمستوى الأفقي $BE$ :



- الجملة المدروسة: جسم $(S)$.
- القوى الخارجية المؤثرة: الثقل $\vec{P}$.



- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة على الجملة (سيارة) بين $C$ و $D$ .

$E_B + E_{مكتسبة} - E_{مقدمة} = E_C$

$$E_{CC} - \left|W_{CD}(\vec{P})\right| = E_{CD} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 - \left|-mg(h_D - h_C)\right| = \frac{1}{2}mv_D^2$$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2-\cancel{m}g(h_D-h_C)=\frac{1}{2}\cancel{m}v_D^2 \Rightarrow v_C^2-2g(h_D-h_C)=v_D^2 \Rightarrow v_C^2-v_D^2=2g(h_D-h_C)$$

$$h_D-h_C=\frac{v_C^2-v_D^2}{2g} \Rightarrow h_D=\frac{v_C^2-v_D^2}{2g}+h_C$$

$$h_D=\frac{v_C^2-v_D^2}{2g}+h_C \Rightarrow h_D=\frac{(4)^2-(2)^2}{2\times 10}+0,45=1,05m$$

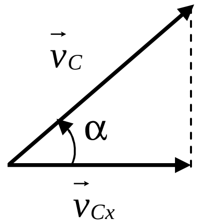
ب- التعبير عن $v_D$ سرعة الجسم $(S)$ عند الموضع $D$ بدلالة $v_C$ و $\alpha$ من دون تطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة:

$$v_D=\sqrt{(v_{xD})^2+(v_{yD})^2}$$

- نعلم أن مسقط حركة القذيفة على المحور $ox$ هي حركة مستقيمة منتظمة لذا يكون:

$$v_{xD}=v_{xC}$$

من الشكل:




$$\cos\alpha=\frac{v_{xC}}{V_C} \Rightarrow v_{xC}=v_C\cos\alpha$$

و منه :

$$v_{xD}=v_C\cos\alpha$$

عند الذروة يكون $v_{yD}=0$

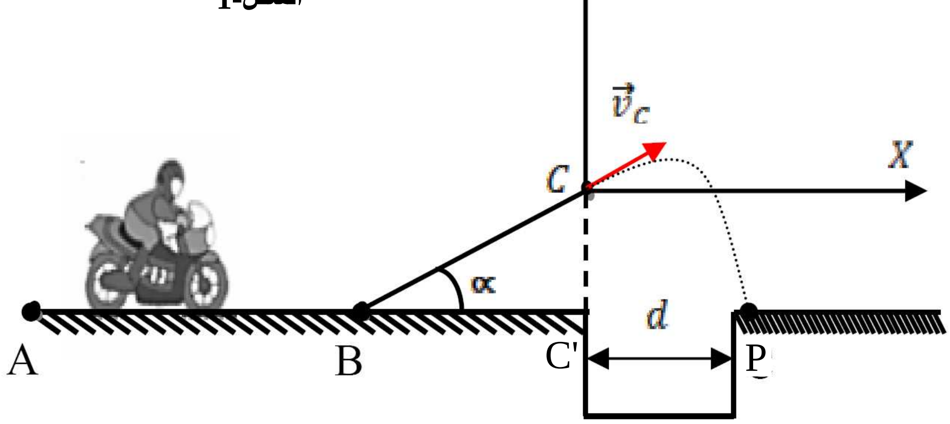
يصبح:

$$v_D=\sqrt{(v_C\cos\alpha)^2+(0)^2} \Rightarrow v_D=v_C\cos\alpha$$

## التمرين(25): (التمرين: 029 في بنك التمارين) (**)

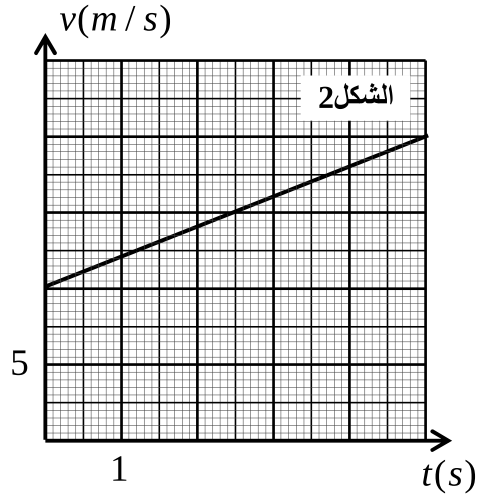
يعتبر القفز على الخنادق بواسطة الدراجات النارية أحد التحديات التي تواجه المجازفين. يتكون مسلك المجازفة من مسار مستقيم أفقي $AB$ وآخر $BC$ يميل عن الأفق بزاوية $\alpha=10°$ وخندق عرضه $d=40\ m$ (الشكل-1).

الشكل-1



ننمذج الجملة ( دراج + دراجة ) بجسم صلب كتلته $m = 170\ kg$ ، تعطى $g = 10\ m/s^2$ .

1- تمر الجملة $(S)$ بالموضع $A$ في اللحظة $t = 0\ s$ وفي اللحظة $t_1 = 5\ s$ تمر من الموضع $B$ ، يمثل بيان (الشكل-2) تغيرات سرعة الجملة $(S)$ بدلالة الزمن.




اعتمادا على البيان:

أ- حدد طبيعة الحركة.

ب-أحسب المسافة المقطوعة $AB$ .

جـ- قيمة السرعة $v_B$ .

2- تخضع الجملة في الجزء $BC$ لقوة دفع المحرك $\vec{F}$ وقوة احتكاك شدتها $f = 500\ N$ . القوتان ثابتتان وموازيتان للمسار $BC$ حيث $BC = 56,3\ m$ .

تصل الجملة إلى الموضع $C$ بسرعة $v_C = 25\ m/s$ .

أ- بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة. جِدْ شدة القوة $\vec{F}$ .

ب- حدد خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_C$ .

3- تغادر الجملة $(S)$ الموضع $C$ لتسقط في الموضع $P$ .

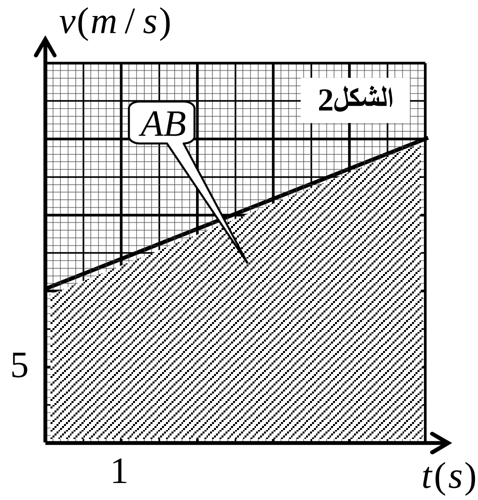
أ- حدد طبيعة الحركة على المحور $ox$ .

ب- هل يجتاز الدراج الخندق أم لا ؟ برر إجابتك.علما أن زمن السقوط $t_P = 1,9\ s$ .

## الحل المفصل:

1- أ- تحديد طبيعة الحركة:

المنحنى $v(t)$ هو مستقيم لا يشمل المبدأ معادلته من الشكل $v = at + b$ وحيث أن السرعة متزايدة فالحركة مستقيمة متسارعة بانتظام.




ب- حساب المسافة المقطوعة $AB$ :

باستعمال طريقة المساحة (شبه منحرف):

$$AB = \frac{\left((2\times5)+(4\times5)\right)\times(5-0)}{2} = 75m$$

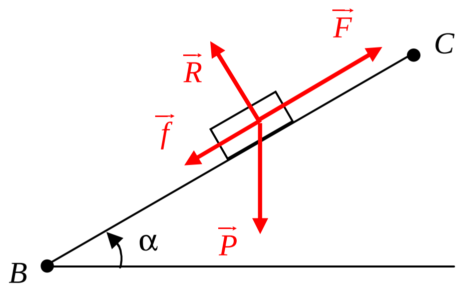
جـ- حساب قيمة السرعة $v_B$ :

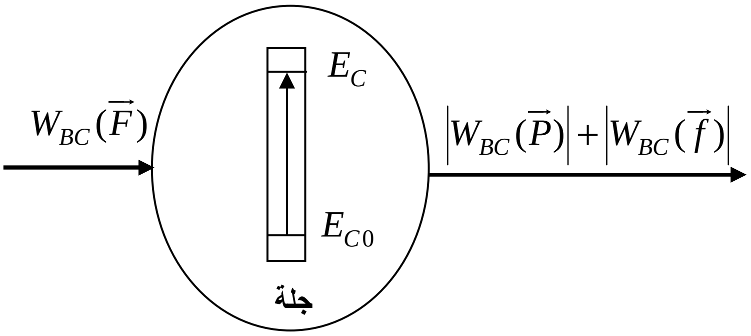
يبلغ الدراج الموضع $B$ عند اللحظة $t = 5s$ ، وبالإسقاط في البيان نجد:

$$v_B = 4\times5 = 20\,m/s$$

2- أ- إيجاد شدة القوة $\vec{F}$ :

- الجملة المدروسة: (دراج + دراجته).
- مرجع الدراسة: سطحي أرضي نعتبره غاليلي.
- القوى الخارجية المؤثرة على الجملة: قوة دفع المحرك $\vec{F}$ ، قوة الثقل $\vec{P}$ ، قوة رد الفعل $\vec{R}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$ .




– بتطبيق مبدأ انحفاظ الطاقة بين الموضعين $B$ و $C$ وبالاعتماد على الحصيلة الطاقوية يكون:

$$E_A + E_{\text{مكتسبة}} - E_{\text{مقدمة}} = E_B$$

$$E_{CB} + W_{BC}(\vec{F}) - |W_{BC}(\vec{P})| - |W_{BC}(\vec{f})| = E_{CC}$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F.BC - |-mgh| - |-f.BC| = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F.BC - mgh - f.BC = \frac{1}{2}mv_C^2$$

من الشكل:

$$\sin\alpha = \frac{h}{BC} \Rightarrow h = BC.\sin\alpha$$

ومنه يصبح:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + F.BC - mg.BC.\sin\alpha - f.BC = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow F.BC = \frac{1}{2}mv_C^2 - \frac{1}{2}mv_B^2 + mg.BC.\sin\alpha + f.BC$$

$$F.BC = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) + BC(mg.\sin\alpha + f) \Rightarrow F = \frac{\frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) + BC(mg.\sin\alpha + f)}{BC}$$

$$F = \frac{\left(0,5\times170\times\left((25)^2-(20)^2\right)\right)+\left(56,3\left((170\times10\times\sin10)+500\right)\right)}{56,3} = 1134,90\,N$$

ب– تحديد خصائص شعاع السرعة $\vec{v}_C$:

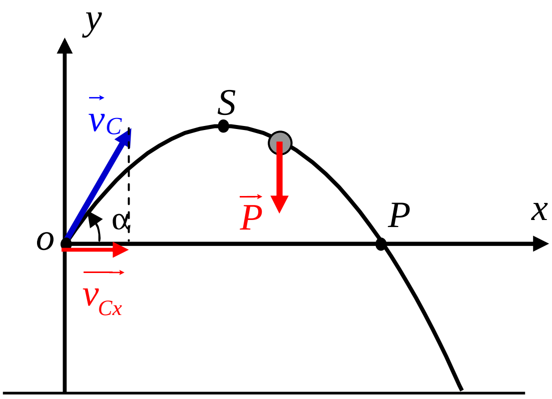
– نقطة التأثير : الموضع $C$.

– الجهة: جهة الحركة.

– المنحى: يعمل الزاوية $\alpha = 30°$ مع المحور $(ox)$.

– الطويلة: $v_C = 25\,m/s$.

3- أ- تحديد طبيعة الحركة على المحور $ox$:




- تخضع الجملة (دراج+ دراجته) إلى تأثير قوة $\vec{P}$ الثقل الشاقولية(الشكل) والتي من خصائصها أنها ثابتة في الشدة.
- مسقط هذه القوة على المحور $(ox)$ معدوم وحسب مبدأ العطالة تكون طبيعة الحركة على هذا المحور مستقيمة منتظمة.
- مسقط هذه القوة على المحور $(oy)$ هي قوة ثابتة (في المنحة والجهة والشدة ) ومنه تكون طبيعة الحركة على هذا المحور مستقيمة متغيرة بانتظام.

ب- إمكانية اجتياز الدراج للخندق مع برر إجابتك:

- نحسب المسافة $c'P$، إذا وجدنا $c'P \geq d$ فإن الدراج يجتاز الخندق، أما إذا وجدنا $c'P < d$ فالدراج لا يجتازه.
- مسقط حركة الجملة (الدراج + دراجته) على المحور $(ox)$ حركتها مستقيمة منتظمة وبالتالي قيمة مركبة السرعة $v_x$ على هذا المحور تكون ثابتة في كل المواضع،وعليه اعتمادا على الشكل السابق، نكتب:

$$v_x = v_{Cx} = v_C \cos\alpha \Rightarrow v_x = 25 \times \cos 10° = 24,62\, m/s$$

ومنه:

$$v_x = \frac{C'P}{\Delta t} \Rightarrow C'P = v_x . \Delta t \Rightarrow C'P = 46,78 \times 1,9 = 46,78\, m$$

نلاحظ $C'P > 46,78\, m$، ومنه الدراج يجتاز الخندق بسلام.

# تمارين محلولة 3

**التمارين ذات درجة ثالثة من الصعوبة**

**التمرين(26):** (التمرين: 027 في بنك التمارين) (**)

نركب مضخة كهربائية لرفع الماء إلى خزان موجود على ارتفاع $h = 20\ m$ فوق مستوى الماء في بئر. غزارة المضخة $450\ L$ في الدقيقة. العمل الذي تبذله هو مقابل لعمل ثقل الماء.

1- جِد ما يلي:

أ- الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر إلى الخزان.

ب- استطاعة المضخة $P$.

3- نعرف مردود المضخة بالعلاقة: $r = \frac{P_m}{P_e} \times 100$، حيث:

- $P_m$ هي الاستطاعة الميكانيكية التي تقدمها المضخة لرفع الماء
- $P_e$ هي الاستطاعة الكهربائية التي تستقبلها المضخة.

إذا كانت الاستطاعة الكهربائية التي تستقبلها المضخة هي $P_e = 2\ kW$، أحسب مردود المضخة $r$.

**يعطى:** $\rho(H_2O) = 1\ kg/L$ ، $g = 10\ m/s^2$.

**الحل المفصل:**

1- أ- حساب الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر:

- في كل دقيقة يتدفق إلى الخزان $450L$ من الماء، نحسب عمل ثقل $450L$ من الماء أثناء الانتقال من موضع $A$ من البئر إلى موضع $B$ من الخزان والذي يعلوا بمقدار $h = 20\ m$ من الموضع $A$ ، هذا العمل يمثل الطاقة التي تقدمها المضخة لرفع الماء في كل دقيقة.

- نحسب أولا كتلة $450L$ من الماء و من ثم نحسب العمل:

$$W_{AB}(\vec{P}) = -mgh$$

- $\rho(H_2O) = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \Rightarrow m = 1 \times 450 = 450\ kg$
- $W_{AB}(\vec{P}) = -450 \times 10 \times 20 = -9 \times 10^4\ J$

إذن الطاقة التي تقدمها المضخة في كل دقيقة لرفع الماء من البئر هي: $9 \times 10^4\ J$

ب- حساب استطاعة المضخة:

وجدنا سابقا أنه في كل دقيقة تقدم المضخة طاقة لرفع $450L$ من الماء قدرها $9 \times 10^4\ J$ بواسطة الماء المرفوع وعليه:

$$P = \frac{\left|W_{AB}(\vec{P})\right|}{\Delta t} \Rightarrow P = \frac{9\times 10^4}{60} = 1,5\times 10^3 W = 1500W$$

3– حساب مردود المضخة:

تستقبل المضخة استطاعة كهربائية قدرها $P_0 = 2000\ W$ وتقدم استطاعة ميكانيكية قدرها $P = 1500\ W$ لذا يكون:

$$r = \frac{P}{P_0}\times 100 \quad \Rightarrow r = \frac{1500}{2000}\times 100 = 75\%$$

facebook.com/faresfergani25
www.sites.google.com/site/faresfergani