٥ تمارين تدريبيّة حول: " القاسم المُشترك الأكبر PGCD "

تمرين رقم (01)

أحْسب المجاميع الجَبْريّة التالية :

$$\begin{vmatrix} A = (+6) + (-10) - (-12) + (-1) \\ B = (-5) - (-3) + (-14) + (+2) - (+11) \\ C = -(-9) + (-13) - (-4) - (+5) + (+10) \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (02)

أحْسب الجداءات التالية :

$$\begin{vmatrix} A = (+4) \times (-7) \times (-0,5) \times (-10) \\ B = 8 \times (-2) \times \left(\dfrac{1}{-4}\right) \times (-4) \\ C = (-2) \times (-5) \times (-1) \times 5 \times (-3) \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (03)

أحْسب ما يلي :

$$\begin{vmatrix} A_0 = \dfrac{3}{7} + \dfrac{4}{5} \\ A_1 = -\dfrac{5}{6} + \dfrac{3}{7} \\ A_2 = \dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{4} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} A_3 = \dfrac{3}{8} \times \dfrac{-3}{2} \\ A_4 = 2 \times \dfrac{5}{12} \\ A_5 = 9 - \dfrac{2}{4} \times \dfrac{10}{11} \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (04)

أحْسب ما يلي :

$$\begin{vmatrix} B_0 = -\dfrac{8}{5} \div (-9) \\ B_1 = \dfrac{13}{2} \div \dfrac{26}{4} \\ B_2 = \left(\dfrac{11}{7} - \dfrac{2}{5}\right) \div \dfrac{24}{7} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} B_3 = 11 \div \left(\dfrac{2}{3} - \dfrac{5}{2}\right) \\ B_4 = -\dfrac{3}{14} - \dfrac{3}{\frac{7}{5}} + 2 \\ B_5 = \dfrac{\frac{3}{2} - \frac{1}{3}}{\frac{3}{4} + \frac{2}{3}} \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (05)

أحْسب ما يلي :

$$\begin{vmatrix} x_0 = -5 + \dfrac{4}{3} \\ x_1 = \dfrac{4}{3} + \dfrac{-5}{2} \\ x_2 = \dfrac{-3}{8} - \dfrac{-10}{-5} \\ x_3 = \dfrac{-17}{3} - \dfrac{2}{4} \\ x_4 = \dfrac{7}{5} + \dfrac{5}{6} \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} x_5 = -\dfrac{3}{14} + \dfrac{3}{95} \\ x_6 = \dfrac{-15}{5} - \dfrac{2}{7} \\ x_7 = -\dfrac{6}{-4} - \dfrac{-8}{-10} \\ x_8 = \dfrac{17}{18} - 2 \\ x_9 = 13 - \dfrac{-5}{4} \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (06)

أكْتب من الأعْداد A و B و C على شكل كتابة علْميّة.

$$\begin{vmatrix} A = 0,00000879 \times 10^5 \\ B = \dfrac{3}{2} \times 10^2 + 16 \times 10^{-2} \\ C = \dfrac{-2 \times 10^2 \times 70 \times \left(10^{-3}\right)^{-4}}{-500 \times 10^8} \end{vmatrix}$$

تمرين رقم (07)

في كلّ من الحالات الآتية، أُكتب لائحة بقواسم كلّ من العددين a و b، ثُمَّ إسْتنتج القاسم المشترك الأكبر لهما.

(1) $\begin{vmatrix} a = 18 \\ b = 24 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} a = 35 \\ b = 28 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} a = 65 \\ b = 39 \end{vmatrix}$

تمرين رقم (08)

أجب ذهْنيا ثُمَّ كتابيًا، إنْ كان العددان a وَ b أوّليّيْن فيما بيْنهما أمْ لا؟.

(1) $\begin{vmatrix} a = 4 \\ b = 7 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} a = 63 \\ b = 54 \end{vmatrix}$ (3) $\begin{vmatrix} a = 45 \\ b = 100 \end{vmatrix}$

تمرين رقم (09)

ليكن العددان 36 و 60.

1. أُكْتب، بترتيب تصاعدي، القواسم التسعة للعدد 36 والقواسم الاثني عشر للعدد 60.
2. أُكْتب، بترتيب تصاعدي، القواسم المشْتركة للعددين 36 و 60.
3. إسْتنتج $\mathcal{PGCD}\ (60; 36)$ أيْ القاسم المشْترك الأكْبر لهذين العدديْن.
4. أُكْتب، بترتيب تصاعدي، قواسم $\mathcal{PGCD}\ (60; 36)$. مما تكون قد تحققت؟.

تمرين رقم (10)

في كل ما يلي، أوْجد $\mathcal{PGCD}\ (a; b)$:

1. $a = 182,\ b = 175$	6. $a = 330,\ b = 114$
2. $a = 490,\ b = 525$	7. $a = 494,\ b = 143$
3. $a = 375,\ b = 250$	8. $a = 667,\ b = 493$
4. $a = 598,\ b = 455$	9. $a = 1215,\ b = 945$
5. $a = 475,\ b = 304$	10. $a = 682,\ b = 352$

●○●○●○●○● **تمرين رقم (11)** ○●○●○●○●○

○ في كلٍّ من الحالتين الآتيتين، بَيِّن إذا كان العددان أوليَّين فيما بينهما. علِّلْ إجابتك.

(1) $\begin{vmatrix} x = 380 \\ y = 175 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} x = 55 \\ y = 39 \end{vmatrix}$

●○●○●○●○● **تمرين رقم (12)** ○●○●○●○●○

○ في كلٍّ مما يأتي، سمِّ قاسماً مشتركاً للعددين a و b، ثُمَّ اِخْتزل الكسر $\frac{a}{b}$.

(1) $\begin{vmatrix} a = 18 \\ b = 32 \end{vmatrix}$ (2) $\begin{vmatrix} a = 18 \\ b = 27 \end{vmatrix}$

(3) $\begin{vmatrix} a = 12 \\ b = 39 \end{vmatrix}$ (4) $\begin{vmatrix} a = 35 \\ b = 100 \end{vmatrix}$

●○●○●○●○● **تمرين رقم (13)** ○●○●○●○●○

❶ عَيِّن القاسم المشترك الأكْبر للعددين 112 و 120 ثُمَّ للعددين 120 و 88.

❷ نسمّي d القاسم المشترك الأكبر لـ 112 و 120.

◃ أُحْسب القاسم المشترك الأكْبر للعددين d و 88.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (14)** ○●○●○●○●○

أُحْسب $\mathcal{PGCD}$ لكل عددين من الأعداد الآتية باستعمال خوارزمية إقليدس :

أ. $a = 45$ و $b = 162$ ، ثُمَّ اِخْتزل الكسر $\frac{45}{162}$.

ب. $a = 210$ و $b = 441$ ، ثُمَّ اِخْتزل الكسر $\frac{210}{441}$.

ج. $a = 47$ و $b = 91$ ، ثُمَّ اِخْتزل الكسر $\frac{47}{91}$.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (15)** ○●○●○●○●○

لدينا : $A = \frac{117}{63}$ و $B = \left(3 - \frac{3}{2}\right) \div \left(-\frac{8}{7}\right)$.

❶ أُكْتب الكسر A على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

❷ أُكْتب الكسر B على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

❸ أُحْسب $A - B$.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (16)** ○●○●○●○●○

❶ بَيِّنْ أَنَّ العددين 666 و 23 أوّليان فيما بينهما.

❷ بَيِّنْ أَنَّ العددين 56 و 65 أوّليان فيما بينهما.

❸ برهن أَنَّ : $\frac{56}{65} = \frac{224}{260}$.

❹ عَيِّن العدد الطبيعي α حيث : $\frac{\alpha}{130} = \frac{224}{260}$.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (17)** ○●○●○●○●○

○ أَوْجد عددَيْن طبيعيَيْن مجموعهما 81 وقاسمهما المشترك الأكْبر 27.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (18)** ○●○●○●○●○

○ أَوْجد عددَيْن طبيعيَيْن جداؤهما 1617 والقاسم المشترك الأكْبر لهما 7 (**أُذْكر حميع الحلول**).

●○●○●○●○● **تمرين رقم (19)** ○●○●○●○●○

○ β عدد طبيعي بحيث $\mathcal{PGCD}(378; \beta) = 54$.

● ما هي قيَم β ؟ (**أُذْكر بعض الحلول**).

●○●○●○●○● **تمرين رقم (20)** ○●○●○●○●○

❶ α و β عددان طبيعيان حيث : $5\alpha \leq 4\beta$ بيّن أنّ :

أ. 7 يقسم $28\beta - 35\alpha$.

ب. 7 يقسم $28\beta + 35\alpha$.

❷ إذا علمت أنّ $2160\alpha = 1320\beta$. عيّن الكسر $\frac{\alpha}{\beta}$.

● أَعْطِ النّتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (21)** ○●○●○●○●○

○ نضع : $A = \frac{n + 12}{n + 4}$ حيث n عددٌ طبيعيٌّ كيْفي.

❶ عيّن، في كل حالة من الحالات الآتية، الكسر غير القابل للاختزال الذي يساوي A.

$n = 10$; $n = 15$; $n = 23$.

❷ بَيِّنْ أَنَّ : $A = 1 + \frac{8}{n + 4}$.

❸ اِسْتنتج قيَم n التي يكون من أجلها A عددًا طبيعيًا.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (22)** ○●○●○●○●○

○ x ، y وَ z أعْداد ناطقة، حيث :

$$\begin{vmatrix} x = \frac{1}{2} \div \frac{3 - \frac{1}{2}}{\frac{4}{3} + \frac{7}{5}} \\ y = \frac{0,75 \times \left(10^{-5}\right)^4 \times 5}{120 \times 10^{-7}} \\ z = \frac{629}{407} \end{vmatrix}$$

❶ أُحْسب العدد x.

❷ جِدْ الكتابة العلْميَّة للعدد y.

❸ أُكْتب z على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

●○●○●○●○● **تمرين رقم (23)** ○●○●○●○●○

○ A و B عددان معرّفان كما يلي :

$$\left|A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{14}\right. \qquad \left|B = \frac{5^{-2} \times 10^{-5} \times 12}{2 \times 10^{-6} \times 4}\right.$$

❶ أُكْتب A على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

❷ أُكْتب B كتابة علْميَّة.

تمرين رقم (24)

1 أُحْسب القاسم المشْترك الأكْبر للعددَيْن 2280 و 1320.

2 أُكْتب $\frac{2280}{1320}$ على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

تمرين رقم (25)

إليْك العددَيْن A و B حيث :

$$\begin{cases} A = \frac{3}{5} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{3}{2}\right) + 1 \\ B = \frac{3,6 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^{2}}{504 \times 10^{-9}} \end{cases}$$

1 أُحسب A واكْتبه على الشكْل العَشري.

2 أعْط الكتابة العِلمية للعدد B مع توضيح مراحل الحساب.

تمرين رقم (26)

1 أُحْسب $\mathcal{PGCD}\,(345;115)$.

2 أُكْتب $\frac{115}{345}$ على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

3 جِدْ الكتابة العلْميَّة للعدد

$$A = \frac{4 \times 10^{3} \times 10^{-4}}{20 \times 10^{6}}.$$

تمرين رقم (27)

لتكن الأعْداد

$$\begin{cases} A = \frac{2021 \times 10^{4}}{625 \times 10^{-1}} \\ B = \frac{5}{4} + \frac{1}{2} \div \frac{1}{4} \\ C = \frac{7}{4} \times \frac{1}{6} - \frac{1}{8} \end{cases}$$

1 جِدْ الكتابة العلْميَّة A.

2 أُحْسب العددَيْن B و C.

3 بَيِّنْ أنَّ : $B - 117 \times C^2 = 0$.

تمرين رقم (28)

1 هلْ العددان 2024 وَ 600 أوّليّان فيما بيْنهما؟ برِّر جوابك **دون حساب**.

2 أُحْسب القاسم المشْترك الأكْبر لـ 2024 وَ 600.

3 أُكْتب $\frac{600}{2024}$ على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

4 بَيِّنْ أنَّ العدد Z هو عددٌ طبيعيٌّ، يُطْلب تعْيِّينه، حيثُ : $Z = \frac{47}{75} + \left(\frac{600}{2024}\right)^{-1}$.

تمرين رقم (29)

لدينا العدد $A = \frac{1530}{1360} - \frac{3}{8}$.

1 أُحْسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1530 وَ 1360 ثمّ أُكتب الكسر المختزل المساوي للكسر $\frac{1530}{1360}$.

2 أُحْسب A واكْتبه على شكل كسر غير قابل للاخْتزال.

3 هلْ A عدد عَشْري؟ هلْ هو عدد ناطق؟ علِّلْ.

تمرين رقم (30)

1 جِدْ الكتابة العلميَّة للعدد Z، حيث :

$$Z = \frac{822 \times (10^{-3})^{2} \times 71}{0,16 \times 10^{2} \times 5 \times 10^{-5}}.$$

2 a و b عددان طبيعيان أوّليان فيما بينهما، حيث :

$$\frac{a}{b} = \frac{147}{84}.$$

جِدْ كلاً من a و b.

تمرين رقم (31)

x و y عددان طبيعيان، حيث :

$252x = 324y$ $(y \neq 0)$.

1 أُحسب الكسر $\frac{x}{y}$ واكتبه على شكل كسر غير قابل للإخْتزال.

2 أُحسب العدد F، حَيْثُ :

$$F = \frac{7}{5} \div \frac{x}{y} \div \frac{3 - 2 \div \frac{1}{4}}{\frac{7}{5} + 7}.$$

تمرين رقم (32)

نعتبر العددان A و B المعرّفان كما يلي :

$$\begin{cases} A = \frac{10^{6} \times 7 \times (10^{-2})^{-3} \times 8}{(2 \times 5)^{12}} \\ B = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} + \frac{3 + \sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}} \end{cases}$$

1 جِدْ الكتابة العلميَّة للعدد A.

2 بَيِّنْ أَنَّ $\sqrt{B}$ عدد طبيعي غير معدوم.

3 أُكتب $\frac{2B}{A}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

تمرين رقم (33)

1 أُحْسب القاسم المشترك الأكْبر للعددين 148 وَ 185.

2 x و y عددان طبيعيان $(y \neq 0)$، حَيْثُ :

$185 \times x = 148 \times y$.

أُحْسب $\frac{x}{y}$ واكتبه على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3 يملك هشام 185 كرية حمراء و 148 كرية بيضاء. يُريد تشكيل أكْبر عدد مُمْكن من العُلب المتماثلة من حيث عدد الكريات الحمراء والكريات البيضاء.

أ. ما هو عدد العلب التي يُمْكن تشكيلها؟.

ب. ما هو عدد الكريات الحمراء وعدد الكريات البيضاء في كل علبة؟.

تمرين رقم (34)

○ a و b عددان طبيعيان غير معْدومَيْن، بحيث : $a > b$ و $a \times b = 2025$ و $\mathcal{PGCD}(a;b) = 5$.

❶ أثْبت أنَّ $a = 5k_0$ و $b = 5k_1$ مع : k_0 و k_1 عددان طبيعيان أوليّان فيما بيْنهما.

❷ بَيِّنْ أنَّ : $k_0 \times k_1 = 81$.

❸ أ. أوْجد كل القيم المُمْكنة للعدديْن k_0 و k_1.

ب. اسْتنتج كل القيم المُمْكنة للعدديْن a و b.

تمرين رقم (35)

○ حقل مسْتطيل الشكل طوله 102m وعرضه 78m. أراد صاحبه وضع أعْمدة وتثبيت سياج حوله، بحيث تكون مسافة التي تفصل كل عموديْن متتالييْن ثابتة.

❶ ما هي أكْبر مسافة يخْتارها صاحب الحقل بين كل عموديْن متتالييْن؟.

❷ ما هو عدد هذه الأعْمدة؟.

تمرين رقم (36)

○ طلب مقاول من حِرَفيّ في الرخام أنْ يحضّر له صفيحة رخامية مسْتطيلة الشكل طولها 4,95m وعرضها 3,15m ثُمَّ كلّفه بتقْسيمها إلى مربعات متماثلة ذات أكْبر ضلع مُمْكن وبدون ضياع أية قطعة من الصفيحة.

❶ ما هو طول ضلع كل قطْعة مربّعة؟.

❷ ما هو طول عدد المربّعات المحصّل عليْها؟.

تمرين رقم (37)

❶ أُحسب $\mathcal{PGCD}(110;88)$.

❷ عامل لديه قطعة حديدة مستطيلة الشكل طولها $110cm$ وعرضها $88cm$.

○ أراد أن يقسّمها إلى قطع مرّبعة الشّكل كلها متماثلة بحيث لا يُضِيع منها أيْ شيء.

أ. ما هو طول حرف المربع؟.

ب. ما هو عدد القطع المرّبعة المحصّل عليها؟.

تمرين رقم (38)

○ ليوسف 2024 وردة حمراء و 198 وردة بيضاء. يُريد يوسف أن يضع باقات متماثلة من حَيْثُ عدد الوردات الحمراء والبيضاء.

❶ ما هو أكبر عدد من الباقات التي يمكن تشكيلها؟.

❷ ما هو عدد الوردات الحمراء وعدد الوردات البيضاء التي تكون في كل باقة؟، ثُمَّ أُحْسب عدد وردات الباقة الواحدة.

تمرين رقم (39)

○ بمناسبة الدخول المدرسي الجديد، قَرَّرَ رئيس البلدية توزيع حصص من المآزر للإناث والذكور على المدارس الإبتدائية الواقعة في إقليم البلدية. لتحقيق هذه العملية اقتنت مصالح البلدية 936 مئزرا ورديا للإناث و 845 مئزرا أزرقا للذكور.

○ اِقْترح طريقة لتوزيع هذه المآزر بالتساوي على أكبر عدد ممكن من المدارس بحيث تتحصل كل مدرسة على العدد نفسه من المآزر من كل لون.

تمرين رقم (40)

○ لصاحب مكتبة 78 كتاب رياضيات و 102 كتاب تكنولوجيا. أراد أن يرتّبها في رفوف مكتبته بحيث تكون كلّ الرّفوف متماثلة من حيث عدد كتب الرِّياضيَّات وكتب تكنولوجيا.

❶ ما هو أكبر عدد من الرفوف المستعملة؟.

○ إذا كان سمك كتاب الرِّياضيَّات هو $1,5cm$ وسمك كتاب التكنولوجيا هو $1cm$.

❷ فما هو طول كلّ رف **(توضع الكتب جنبًا إلى جنب في الرّف)**؟.

دعواتكم لي وجزاكم الله خيرًا

وفقكم الله أولادي

صفحة : منارة جيوخ العربي للرّياضيّات