المتميّز

الجيل الثاني
2G

المتيسّر في الرياضيات

4 متوسط

AM

حلول تمارين الكتاب المدرسي

إعداد: بوعجاب نورالدين
مفتش مادة الرياضيات

دار الكتب العلمية
للطباعة والنشر والتوزيع

المتيسر في الرياضيات

4AM

حلول تمارين الكتاب المدرسي

السنة الرابعة متوسط

وفق منهاج معدل الجيل الثاني

من إعداد المفتش :
بوعجاب نورالدين

الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة

تحدَّ:

اقتراح طريقة لتوزيع المآزر بالتساوي على أكبر عدد ممكن من المدارس بحيث تتحصل كل مدرسة على العدد نفسه من المآزر من كل لون:

لدينا: $936 = 845 \times 1 + 91$

$845 = 91 \times 9 + 26$

$91 = 26 \times 3 + 13$

$26 = 13 \times 2 + 0$

وعليه أكبر عدد ممكن من المدارس هو 13 مدرسة.

تنال كل مؤسسة : $\frac{936}{845} = \frac{936 \div 13}{845 \div 13} = \frac{72}{65}$

عدد المآزر الوردية هو 72.

عدد المآزر الزرقاء هو 65.

أستعد:

1/ حاصل قسمة 1954 على 4 هو 488 **صحيح** لأن : $1954 = 4 \times 488 + 2$

2/ المساواة $137 = 5 \times 25 + 12$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 137 على 5. **خاطئ**
لأن : $12 > 5$.

3/ المساواة $72 = 24 \times 3$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 72 على 24 إذن باقي القسمة هو 3 . **خاطئ** لأن 3 هو حاصل القسمة وباقي القسمة هو 0.

4/ العدد 2017 يقبل القسمة على 2 لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 2. **خاطئ**
لأن 2017 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده فردي.

5/العدد 2935 يقبل القسمة على 5 لأن رقم وحداته يقبل القسمة على 5. **صحيح**

6/ العدد 70902 يقبل القسمة لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9. **صحيح**

7/ العدد المجهول في المساواة $\frac{13}{5} = \frac{\cdots\cdots}{-10}$ هو -26 .

لأن: $5 \times (-2) = -10$ و $13 \times (-2) = -26$

8/ الكسر $\frac{34}{9}$ يساوي $\frac{238}{63}$ **صحيح** لأن:

$9 \times 7 = 63$ ، $34 \times 7 = 238$

9/ مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{11}{13}$ وحاصل قسمة $\frac{-9}{4} \div 9$ يساوي $\frac{-81}{4}$ **خاطئ**

لأن مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{-13}{11}$

وحاصل القسمة هو: $\frac{-9}{4}\div 9=\frac{-9}{4}\times\frac{1}{9}=\frac{-9}{4\times 9}=\frac{-1}{4}$

10/ المجموع $\frac{7}{6}+\frac{6}{7}$ هو 1 والمجموع $1+\frac{3}{5}$ هو $\frac{4}{5}$ خاطئ لأن :

$$\frac{6}{7}+\frac{7}{6}=\frac{6\times 6}{7\times 6}+\frac{7\times 7}{6\times 7}$$
$$=\frac{36}{42}+\frac{49}{42}=\frac{36+49}{42}=\frac{85}{42}$$
$$1+\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$$

أوظف تعلماتي:

قواسم عدد طبيعي:

1/ كتابة المساواة التي تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21 :

$$1512=21\times 72+0$$

حاصل القسمة هو 72 .
باقي القسمة هو 0 .

2/ الأعداد التي تقبل القسمة على 6 هي : 120 ، 132.

3/ تعيين قواسم العدد 84

لدينا: $84=1\times 84$ ، $84=2\times 42$ ، $84=3\times 28$
$84=4\times 21$ ، $84=6\times 14$ ، $84=7\times 12$

وعليه قواسم العدد 84 هي : $\{1;2;3;4;6;7;12;14;21;28;42;84\}$.

4/ تعيين جميع قواسم الأعداد التالية:

$910=1\times 910$	$1000=1\times 1000$
$910=2\times 455$	$1000=2\times 500$
$910=5\times 182$	$1000=4\times 250$
$910=7\times 130$	$1000=5\times 200$
$910=10\times 91$	$1000=8\times 125$
$910=13\times 70$	$1000=10\times 100$
$910=14\times 65$	

$910=26\times35$ $\quad$ $1000=20\times50$

$1000=25\times40$

وعليه قواسم العدد 910 هي:

$\{1 ; 2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ; 14 ; 26 ; 35 ; 65 ; 70 ; 91 ; 130 ; 182 ; 455 ; 910\}$

قواسم العدد 1000 هي:

$\{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 25 ; 40 ; 50 ; 100 ; 125 ; 200 ; 250 ; 500 ; 1000\}$

قواسم العدد 11×5 هي: $\{1 ; 5 ; 11 ; 55\}$.

5/ الإجابة بصحيح أو خطأ :

8 يقسم 4. **خطأ**

360 يقبل القسمة على 180. **صحيح**

9 يقسم $2\times3^{10}\times5\times7$. **صحيح**

6/ تعيين رقم الوحدات u ورقم العشرات d في العدد $1956du$ حتى يصبح قابلاً للقسمة على 5و 9 في آن واحد.

أولا: حتى يقبل القسمة على 5يجب أن يكون $u=0$ أو $u=5$.

في حالة $u=0$ مجموع الأرقام يصبح $21+d$ وعليه حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون مجموع أرقام العدد قابلا للقسمة على 9 أي يجب أن يكون: $21+d=27$ أي $d=6$ وبالتالي العدد هو 195660 .

في حالة $u=5$: مجموع الأرقام هو $26+d$ حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون $26+d=27$ أي $d=1$ وبالتالي العدد هو 195615.

الحالتين هما: $u=0$ و $d=6$.

$u=5$ و $d=1$.

7/ بما أن حجم الخزان هو $30m^3$ وارتفاعه $1m$ فإن مساحة قاعدته هي:

$S=V\div h=30$

وعليه بُعدا القاعدة هما: الطول $30m$، العرض $1m$

الطول $15m$، العرض $2m$

الطول $10m$، العرض $3m$

الطول $6m$، العرض $5m$

لأن: $30=1\times30$ ، $30=2\times15$ ، $30=3\times10$ ، $30=5\times6$

8/ قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{18}{a}$ عددًا طبيعيًا هي قواسم العدد 18

أي: $1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18$

لأن: $18=1\times18$ ، $18=2\times9$ ، $18=3\times6$

9/ تعيين قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{24}{a+7}$ عددًا طبيعيًا.

لدينا: قواسم العدد 24 هي: $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 12 ; 24$

حتى يكون العدد $\frac{24}{a+7}$ طبيعيًا يجب أن يكون $(a+7)$ من قواسم العدد 24 وعليه:

$a+7=8$	$a+7=12$	$a+7=24$	$a+7=6$	
$a=1$	$a=5$	$a=17$	$a=-1$	(ليس طبيعي)

وعليه قيم العدد الطبيعي a هي: $\{1 ; 5 ; 17\}$

10/ تعيين قائمة قواسم العددين 155 ، 141:

$155=1\times155$ $\qquad$ $141=1\times41$

$155=5\times31$ $\qquad$ $141=3\times47$

وعليه قواسم العدد **155** هي: $\{155 ; 31 ; 5 ; 1\}$

وعليه قواسم العدد **141** هي: $\{141 ; 47 ; 3 ; 1\}$

أكبر قاسم مشترك للعددين 155 و 141هو 1.

أصغر قاسم مشترك للعددين 155 و 141هو 1.

11/ تعيين كل الأعداد الطبيعية التي تتكوّن من ثلاثة أرقام وتقبل القسمة على 3 وعلى 5في آن واحد علما أن رقم العشرات هو 7.

لدينا حالتين لرقم الآحاد إما 0 أو 5.

في حالة رقم الآحاد 0 العدد يصبح مكتوب من الشكل $a70$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+7$ حتى يقبل القسمة على 3 يجب أنْ يكون:

$a+7=9$ أو $a+7=12$ أو $a+7=15$

$a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

وعليه الأعداد هي: 270 ; 570 ; 870.

من جهة أخرى في حالة رقم الآحاد 5 يصبح العدد مكتوب من الشكل $a75$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+12$ وحتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+12=15$ ، $a+12=18$ ، $a+12=21$

أي: $a=3$ ، $a=6$ ، $a=9$

وعليه الأعداد هي: 375 ; 675 ; 975.

إذن الأعداد المطلوبة هي :

270 ; 570 ; 870 ; 375 ; 675 ; 975.

12/ 1) التحقق أن العددين a و b يقبلان القسمة على 3 :

$$a=471=3\times157+0$$

$$b=192=3\times64+0$$

وعليه العددان a و b يقبلان القسمة على 3 .

2) لدينا:

$$a-b=471-192=279=3\times93+0$$

$$a+b=471+192=663=3\times221+0$$

وعليه العددان $a-b$ و $a+b$ يقبلان القسمة على 3.

13/ إثبات أن 11 من قواسم 14300:

لدينا: $14300 = 11 \times 1300$

وعليه 11من قواسم 14300.

استنتاج أن 11من قواسم 14322:

لدينا: $14322 = 14300 + 22$

11يقسم 14300 ،11 يقسم 22 وعليه فإن 11 يقسم المجموع $22 + 14300$ أي 11 يقسم 14322.

14/ إثبات أن 7من قواسم 217:

بما أن: $31 \times 7 = 217$ فإن 7من قواسم 217.

استنتاج أن 7من قواسم 21700000:

لدينا: $21700000 = 217 \times 100000$

$= 7 \times 31 \times 100000$

$= 7 \times 3100000$

وبالتالي 7من قواسم العدد 21700000.

15/ 1) حساب $a-b$:

$$a-b = (n+19)-(n+1)$$

$$= n+19-n-1$$

$$a-b = 18$$

2) بما أن d قاسم مشترك للعددين a و b فهو قاسم للفرق $a-b$ أي d قاسم للعدد 18أي d من قواسم العدد 18.

3) قواسم العدد 18 هي: $1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18$ وعليه هي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين هي a و b.

16/ بوضع $a = n+2$ ، $b = n+32$

$b-a = n+32-n-2 = 30$

قواسم العدد 30 هي: $1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30$

وهي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين.

القاسم المشترك الأكبر

17/ إيجاد القواسم المشتركة للعددين a و b ثم استنتاج القاسم المشترك الأكبر لهما:

أ) $a = 18$ و $b = 30$

قواسم العدد 18هي: $1 ; 2 ; 3 ; 6 ; 9 ; 18$

لأن: $1 \times 18 = 18$ ، $2 \times 9 = 18$ ، $3 \times 6 = 18$

قواسم العدد 30هي: $1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30$

لأن: $1 \times 30 = 30$ ، $2 \times 15 = 30$ ، $3 \times 10 = 30$ ، $5 \times 6 = 30$

القواسم المشتركة للعددين 18 ; 30 هي: $1 ; 2 ; 3 ; 6$

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 ; 30 هو 6.

ب) $a = 27$ و $b = 36$

لدينا: $1 \times 27 = 27$ ، $3 \times 9 = 27$

$6\times6=36$ ، $4\times9=36$ ، $3\times12=36$ ، $2\times18=36$ ، $1\times36=36$

وعليه: قواسم 27 هي: $1 ; 3 ; 9 ; 27$

قواسم 36هي: $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36$

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 27 ; 36 هي: $1 ; 3 ; 9$

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 27 و 36 هو 9.

ج) $a=57$ و $b=95$

لدينا: $57\times1=57$ ، $3\times19=57$

و $1\times95=95$ ، $5\times19=95$

قواسم العدد 57 هي: $1 ; 3 ; 19 ; 57$.

قواسم العدد 95 هي: $1 ; 5 ; 19 ; 57$.

وبالتالي القواسم المشتركة هي: $1 ; 19$ وعليه القاسم المشترك الأكبر هو 19.

18/ تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 112و 120والقاسم المشترك الكبر للعددين 120و 88.

قواسم 112 هي: $1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 16 ; 28 ; 56 ; 112$

قواسم 120هي: $1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120$

وعليه القواسم المشتركة للعددين 112و 120هي: $1 , 2 , 4 , 8$.

وبالتالي: $d=PGCD\,(112\ ;\ 120)=8$.

من جهة أخرى قواسم 88: $1 , 2 , 4 , 8 , 11 , 22 , 44 , 88$

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 120و 88هي: $1 , 2 , 4 , 8$

وبالتالي: $PGCD\,(120\ ;\ 88)=8$.

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين d و 88:

قواسم العدد d هي: $1 , 2 , 4 , 8$.

القواسم المشتركة للعددين d و 88 هي قواسم العدد 8وبالتالي

$PGCD\,(d\ ,\ 88)=8$

19/ باستعمال الفوارق المتتالية إيجاد في كل حالة القاسم المشترك الأكبر:

أ) $b=1035$ و $a=437$:

$$1035-437=598$$
$$598-437=161$$
$$437-161=276$$
$$376-161=115$$
$$161-115=46$$
$$115-46=69$$
$$69-46=23$$
$$46-23=23$$
$$23-23=0$$

وعليه : $PGCD\,(1035\ ;\ 437) = 23$

ب) $a = 3906$ و $b = 7914$:

$7914 - 3906 = 4008$
$4008 - 3906 = 102$
$3906 - 102 = 3804$
$33804 - 102 = 3702$
$3702 - 102 = 3600$
$3600 - 102 = 3498$
$3498 - 102 = 3396$
$3396 - 102 = 3294$
$3294 - 102 = 3192$
$3192 - 102 = 3090$
$3090 - 102 = 2988$
$2988 - 102 = 2886$
$2886 - 102 = 2784$
$2784 - 102 = 2682$
$2682 - 102 = 2580$
$2580 - 102 = 2478$
$2478 - 102 = 2376$
$2376 - 102 = 2274$
$2274 - 102 = 2172$
$2172 - 102 = 2070$
$2070 - 102 = 1968$
$1968 - 102 = 1866$
$1866 - 102 = 1764$
$1764 - 102 = 1662$
$1662 - 102 = 1560$
$1560 - 102 = 1458$
$1458 - 102 = 1356$
$1356 - 102 = 1254$
$1254 - 102 = 1152$
$1152 - 102 = 1050$
$1050 - 102 = 948$
$948 - 102 = 846$
$846 - 102 = 744$
$744 - 102 = 642$
$642 - 102 = 540$
$540 - 102 = 438$
$438 - 102 = 336$
$336 - 102 = 234$
$234 - 102 = 132$
$132 - 102 = 30$
$102 - 30 = 72$
$72 - 30 = 42$
$42 - 30 = 12$
$30 - 12 = 18$
$18 - 12 = 6$
$12 - 6 = 6$
$6 - 6 = 0$

وعليه : $PGCD\,(3906\ ;\ 7914) = 6$.

ج) $a = 943$ و $b = 861$:

$943-861=82$

$861-82=779$

$779-82=697$

$697-82=615$

$615-82=533$

$533-82=451$

$451-82=369$

$369-82=287$

$287-82=205$

$205-82=123$

$123-82=41$

$82-41=41$

$41-41=0$

وعليه : $PGCD(943;861)=41$.

د) $a=1111$ ، $b=111111$:

بنفس الطريقة نجد: $PGCD(111111;1111)=11$

20/ لدينا :

$6767=5858\times1+909$

$5858=909\times6+404$

$909=404\times2+101$

$404=101\times4+0$

وعليه : $PGCD(6767;5858)=101$

21/ حساب $PGCD(21957;43351)$

لدينا:

$43351=21957\times1+21394$

$21957=21394\times1+563$

$21394=563\times38+0$

وعليه: $PGCD(21957;43351)=563$

22/ تعيين العدد الطبيعي a المحصور بين 40 و 55 والذي يحقق $PGCD(a;15)=5$:

لدينا قواسم العدد 15 هي : 15 ، 5 ، 3 ، 1 .

وبالتالي قيم الممكنة a هي : 45 أو 50.

لكن a من مضاعفات 5 وليس من مضاعفات 3.

وبالتالي العدد الذي يحقق ذلك هو 50 إذن: $a=50$.

العددان الأوليان فيما بينهما:

23/ إثبات أن العددين 143و 153أوليان فيما بينهما:

$153=143\times1+1$

$143=10\times14+3$

$10=3\times3\ +1$

لدينا: $3\ =1\times3\ +0$

وعليه: $PGCD\,(143\ ;\ 153)=1$

وبالتالي العددان 143و 153أوليان فيما بينهما.

24/ معرفة هل العددان 104و 147أوليان فيما بينهما

$147=104\times1+43$

$104=43\times2+18$

$43=18\times2+7$

$18=7\times2+4$

$7=4\times1+3$

$4=3\times1+1$

$3=1\times3+0$

وعليه: $PGCD\,(147\ ;\ 104)=1$

وبالتالي العددان 104و 147 أوليان فيما بينهما.

25/ لدينا:

$65=56\times1+9$

$56=9\times6+2$

$9=2\times4+1$

$2=1\times2+0$

وعليه: $PGCD\,(56\ ;\ 65)=1$ وبالتالي العددان 56 و 65 أوليان فيما بينهما.

26/ 1) إثبات أن العددان 23و 29 أوليان فيما بينهما:

لدينا قواسم 23: 1 , 23

قواسم 29: 1 , 29

القواسم المشتركة للعددين 23 , 29 هي: 1.

وبالتالي: $PGCD\,(23\ ;\ 29)=1$

وعليه العددان 23و 29 أوليان فيما بينهما.

2) برهان أن $\frac{23}{29}=\frac{207}{261}$:

لدينا:

$$261 = 207\times1+54$$
$$207 = 54\times3+45$$
$$54 = 45\times1+9$$
$$45 = 9\times5+0$$

وعليه: $PGCD\,(207\ ;\ 261) = 9$

وبالتالي: $\dfrac{207}{261} = \dfrac{207\div9}{261\div9} = \dfrac{23}{29}$

3) تعيين العدد الطبيعي a حيث $\dfrac{161}{161+a} = \dfrac{207}{261}$:

بما أن: $\dfrac{207}{261} = \dfrac{23}{29} = \dfrac{23\times7}{29\times7} = \dfrac{161}{203}$

فإن: $161+a = 203$ أي: $a = 203-161$

وعليه: $a = 42$

27/ أ) العددان $a = 152$ و $b = 250$ ليس أوليين فيما بينهما لأنهما عددان زوجيان.

ب) العددان $a = 18$، $b = 135$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3 و 9.

ج) $a = 235$ و $b = 1840$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

د) العددان $a = 87$ و $b = 84$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3.

هـ) العددان $a = 12345$ و $b = 67895$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

الكسور غير القابلة للإختزال:

28/ كتابة كل كسر من الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال:

أولا: إيجاد $PGCD\,(529\ ;\ 69)$

$$529 = 69\times7+46$$
$$69 = 46\times1+23$$
$$46 = 23\times2+0$$

وعليه: $PGCD\,(529\ ;\ 69) = 23$

وبالتالي: $\dfrac{529}{63} = \dfrac{529\div23}{69\div23} = \dfrac{23}{3}$

* اختزال الكسر $\dfrac{91}{28}$:

لدينا:

$$91 = 28\times3+7$$
$$28 = 7\times4+0$$

وعليه: $PGCD\,(91\ ;\ 28)=7$

وبالتالي: $\dfrac{91}{28}=\dfrac{91\div 7}{28\div 7}=\dfrac{13}{4}$

* اختزال الكسر $\dfrac{707}{909}$:

$909=707\times 1+202$

$707=202\times 3+101$

لدينا: $202=101\times 2+0$

وعليه: $PGCD\,(909\ ;\ 707)=101$

وبالتالي: $\dfrac{707}{909}=\dfrac{707\div 101}{909\div 101}=\dfrac{7}{9}$

* اختزال الكسر $\dfrac{1111}{1919}$:

لدينا:

$1919=1111\times 1+808$

$1111=808\times 1+303$

$808=303\times 2+202$

$303=202\times 1+101$

$202=101\times 2+0$

وعليه: $PGCD\,(1111\ ;\ 1919)=101$

وبالتالي: $\dfrac{1111}{1919}=\dfrac{1111\div 101}{1919\div 101}=\dfrac{11}{19}$

* اختزال الكسر $\dfrac{20418}{12190}$

$20418=12190\times 1+8228$

$12190=8228\times 1+3962$

$8228=3962\times 2+304$

$3962=304\times 13+10$

$304=10\times 30+4$

$10=4\times 2+2$

$4=2\times 2+0$

وعليه $PGCD\,(20418;12190)=2$

وبالتالي: $\dfrac{20418}{12190}=\dfrac{20418\div 2}{12190\div 2}=\dfrac{10209}{6095}$

* اختزال الكسر $\frac{42354}{10080}$:

لدينا :

$$42354 = 10080 \times 4 + 2034$$
$$10080 = 2034 \times 4 + 1908$$
$$2034 = 1908 \times 1 + 126$$
$$1908 = 126 \times 15 + 18$$
$$126 = 18 \times 7 + 0$$

وعليه : $PGCD(42354;10080) = 18$

وبالتالي: $\frac{42354}{10080} = \frac{42354 \div 18}{10080 \div 18} = \frac{2353}{560}$

* اختزال الكسر $\frac{312054}{21870}$:

لدينا :

$$312054 = 21870 \times 14 + 5874$$
$$21870 = 5874 \times 3 + 4248$$
$$5874 = 4248 \times 1 + 1626$$
$$4248 = 1626 \times 2 + 996$$
$$1626 = 996 \times 1 + 630$$
$$996 = 630 \times 1 + 366$$
$$630 = 366 \times 1 + 264$$
$$366 = 264 \times 1 + 102$$
$$264 = 102 \times 2 + 60$$
$$102 = 60 \times 1 + 42$$
$$60 = 42 \times 1 + 18$$
$$42 = 18 \times 2 + 6$$
$$18 = 6 \times 3 + 0$$

وعليه : $PGCD(312054;21870) = 6$

وبالتالي : $\frac{312054}{21870} = \frac{312054 \div 6}{21870 \div 6} = \frac{52009}{3645}$

29/ 1) تعيين في كل حالة الكسر غير القابل للاختزال :

في حالة $n = 9$: $A = \frac{9+7}{9+1} = \frac{16}{10} = \frac{16 \div 2}{10 \div 2} = \frac{8}{5}$

في حالة $n=11$: $A=\frac{11+7}{11+1}=\frac{18}{12}=\frac{18\div 6}{12\div 6}=\frac{3}{2}$

في حالة $n=13$: $A=\frac{13+7}{13+1}=\frac{20}{14}=\frac{20\div 2}{14\div 2}=\frac{10}{7}$

2) إثبات أن $A=1+\frac{6}{n+1}$

لدينا : $A=\frac{n+7}{n+1}=\frac{n+1+6}{n+1}=\frac{n+1}{n+1}+\frac{6}{n+1}=1+\frac{6}{n+1}$

3) استنتاج قيم n حتى يكون A عددا طبيعيا :

بما أن $A=1+\frac{6}{n+1}$

حتى يكون A عددا طبيعيا فإنه يجب أن يكون $(n+1)$ من قواسم 6 .

لدينا قواسم العدد 6 هي : $6;3;2;1$

وعليه : $n+1=1$ أو $n+1=2$ أو $n+1=3$ أو $n+1=6$

أي : $n=0$ أو $n=1$ أو $n=2$ أو $n=5$

قيم n هي : $\{5;2;1;0\}$.

30/ لدينا :

$n+1=n\times 1+1$

$n=1\times n+0$

وعليه : $PGCD(n+1;n)=1$

وبالتالي الكسر $\frac{n}{n+1}$ هو كسر غير قابل للاختزال.

/31

لدينا : $\frac{35n+7}{55n+11}=\frac{7(5n+1)}{11(5n+1)}=\frac{7}{11}$

وعليه الكسر $\frac{35n+7}{55n+11}$ قابل للاختزال من أجل كل عدد طبيعي n ويساوي دائما $\frac{7}{11}$.

32/ حساب وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{2}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{8}{21}$$
$$A=\frac{2}{7}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{2\times21}{7\times21}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{42-24}{147}$$
$$A=\frac{18}{147}=\frac{6\times3}{49\times3}$$
$$A=\frac{6}{49}$$

$$B=\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\left(\frac{14}{12}-\frac{9}{12}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\frac{5}{12}\times\frac{4}{5}$$
$$B=\frac{4}{12}$$
$$B=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$$

$$C=10\div\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)$$
$$C=10\div\left(\frac{49}{21}-\frac{9}{21}\right)$$
$$C=10\div\frac{40}{21}$$
$$C=\frac{10}{1}\times\frac{21}{40}$$
$$C=\frac{210}{40}=\frac{21}{4}$$

$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\div\frac{5}{24}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\times\frac{24}{5}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{112}{5}$$
$$D=\frac{10}{15}-\frac{336}{15}$$
$$D=\frac{-326}{15}$$

33/ حساب وإعطاء النتائج على شكل كسر غير للاختزال :

$$A=\frac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}$$
$$A=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}$$
$$A=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{5}{8}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{15}{24}-\frac{20}{24}}{\frac{4}{12}+\frac{9}{12}}$$
$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{-5}{24}}{\frac{13}{12}}=\frac{24}{25}\times\frac{-5}{24}\times\frac{12}{13}$$
$$B=\frac{-5\times12}{5\times5\times13}=\frac{-12}{65}$$

34/

1) العددان 1005و 315ليسا أوليين فيما بينهما لأنها يقبلان القسمة على 5.

ب) حساب $PGCD\,(1005;315)$

$$1005 = 315\times 3 + 60$$
$$315 = 60\times 5 + 15$$
$$60 = 15\times 4 + 0$$

ومنه $PGCD\,(1005;315) = 15$

3) كتابة الكسر $\frac{1005}{315}$ على شكل غير قابل للاختزال :

$$\frac{1005}{315} = \frac{1005 \div 15}{315 \div 15} = \frac{67}{21}$$

/35

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210و 441:

$$441 = 210\times 2 + 21$$
$$210 = 21\times 10 + 0$$

وعليه : $PGCD\,(441;210) = 21$

2) كتابة الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{441}{210} = \frac{441 \div 21}{210 \div 21} = \frac{21}{10}$$

/36

1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496و 806:

$$806 = 496\times 1 + 310$$
$$496 = 310\times 1 + 186$$
$$310 = 186\times 1 + 124$$
$$186 = 124\times 1 + 62$$
$$124 = 62\times 2 + 0$$

وعليه : $PGCD\,(806;496) = 62$

2) كتابة الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{496}{806} = \frac{496 \div 62}{806 \div 62} = \frac{8}{13}$$

3) حساب الفرق وكتابة النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{3}{26} - \frac{496}{806} = \frac{3}{26} - \frac{8}{13} = \frac{3}{26} - \frac{16}{26} = -\frac{13}{26} = -\frac{1}{2}$$

/37 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 45و 162:

لدينا :

$$162 = 45 \times 3 + 27$$
$$45 = 27 \times 1 + 18$$
$$27 = 18 \times 1 + 9$$
$$18 = 9 \times 2 + 0$$

وعليه : $PGCD(162;45) = 9$

2) كتابة الكسر $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

لدينا : $162a = 45b$ وعليه : $\frac{a}{b} = \frac{45}{162}$

وبالتالي : $\frac{a}{b} = \frac{45 \div 9}{162 \div 9} = \frac{5}{18}$

38/

1) حساب $PGCD(5175;3825)$

لدينا :

$$5175 - 3825 = 1350$$
$$3825 - 1350 = 2475$$
$$2475 - 1350 = 1124$$
$$1350 - 1125 = 225$$
$$1125 - 225 = 900$$
$$900 - 225 = 675$$
$$675 - 225 = 450$$
$$450 - 225 = 225$$
$$225 - 225 = 0$$

وعليه : $PGCD(5175;3825) = 225$

2) كتابة الكسر $\frac{5175}{3825}$ على الشكل غير القابل للاختزال :

$$\frac{5175}{3825} = \frac{5175 \div 225}{3825 \div 225} = \frac{23}{17}$$

3) استنتاج كتابة العدد A على الشكل $b + \frac{c}{d}$:

$$A = \frac{5175}{3825} + \frac{19}{17} = \frac{23}{17} + \frac{19}{17} = \frac{23+19}{17} = \frac{42}{17}$$
$$A = \frac{34+8}{17} = \frac{34}{17} + \frac{7}{17} = 2 + \frac{8}{17}$$

حيث : $b = 2$ ، $c = 8$ ، $d = 17$.

/39

لا أوافق ليلى فيما قامت به لأنه لا يكفي اختبار قواعد قابلية القسمة على $10,9,5,4,3,2$ لمعرفة هل العددان أوليان فيما بينهما.

اقتراح طريقة مناسبة :

حساب قواسم العدد الأصغر 253 ثم اختبار قابلية قسمة 407 على هذه الأعداد.

/40

1) حساب $PGCD\,(19251;22816)$:

لدينا :

$$22816 = 19251 \times 1 + 3565$$
$$19251 = 3565 \times 5 + 1426$$
$$3565 = 1426 \times 2 + 713$$
$$1426 = 713 \times 2 + 0$$

وعليه : $PGCD\,(19251;22816) = 713$

2) كتابة الكسر $\frac{22816}{19251}$ على كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{22816}{19251} = \frac{22816 \div 713}{19251 \div 713} = \frac{32}{27}$$

أوكد تعلماتي:

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1- في القسمة الإقليدية للعدد 72 على 5: (1) حاصل القسمة هو 14 والباقي 2

لأن : $72 = 5 \times 14 + 2$

2- في القسمة الإقليدية للعدد 84 على 12: (2) حاصل القسمة هو 7 والباقي 0

لأن : $84 = 12 \times 7 + 0$.

3- قواسم العدد 121 هي : (3) $\{121;11;1\}$

لأن : $121 = 1 \times 121$ ، $121 = 11 \times 11$

4- قواسم العدد 34 هي : (1) $\{34;17;2;1\}$

لأن : $1 \times 34 = 34$ ، $17 \times 2 = 34$

5- قواسم العدد $2^3 \times 7$ هي : (2) $\{56;28;14;7;8;4;2;1\}$ لأن :

$2^3 \times 7 = 8 \times 7 = 56$ ، $8 \times 7 = 56$ ، $4 \times 14 = 56$ ، $2 \times 28 = 56$ ، $1 \times 56 = 56$

6- القواسم المشتركة للعددين 15 و 28 هي : (1) 1 لأن :

قواسم 15 هي : $\{15;5;3;1\}$

قواسم 28 هي : $\{28;14;7;4;2;1\}$

7- القواسم المشتركة للعددين $2^3 \times 3$ و $3^3 \times 2$ هي : (1) $\{6;3;2;1\}$ لأن :

قواسم $2^3 \times 3$ هي : $24;12;8;6;4;3;2;1$

قواسم 2×3^3 هي : $54;27;18;9;6;3;2;1$

8) القاسم المشترك الأكبر للعددين 29 و 39 هو : (1) 1

لأن قواسم العدد 29 هي : $29;1$

قواسم العدد 39 هي : $39;1$

9- من المساواة $125 = 75\times1+50$ ينتج :

(2) $PGCD(125;75) = PGCD(75;50)$

أدمج تعلماتي:

* بما أن عدد القطع يقبل القسمة على 10 فرقم آحاده 0.
من جهة أخرى رقمها العشرات والمئات متساويان ويساويان ضعف رقم الآلاف وعليه يوجد احتمالان هما 2440 أو 1220 وبما أن 1220 لا يقبل القسمة على 8 فإن عدد القطع الخزفية التي سيستعملها هذا الخبير لتغطية الواجهة هو 2440 قطعة.

أتعمق:

/41

1) التحقق أن 111، 222 ، 333 يقبل القسمة على 37:

$$111 = 37\times3+0$$
$$222 = 37\times6+0$$
$$333 = 37\times9+0$$

وعليه الأعداد 111، 222 ، 333 تقبل القسمة على 37.

ب) إثبات أن $aaa = 111a$:

لدينا :

$$aaa = a + a\times10 + a\times100$$
$$aaa = (1+10+100)a$$
$$aaa = 111a$$

استنتاج أن aaa يقبل القسمة على 37:

بما أن $111 = 37\times3$ فإن : $aaa = 37\times3a$

وعليه كل عدد مكتوب على شكل aaa يقبل القسمة على 37 .

/42

أكبر عدد من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 84.

لدينا :

$$105 = 84\times1+21$$
$$84 = 21\times4+0$$

وعليه : $PGCD(105;84) = 21$

وبالتالي أكبر عدد من الغرف هو 21 غرفة.

حساب عدد الطوابق في كل فندق :

عدد الطوابق في الفندق ذو 105 غرفة هو : 5 لأن : $105 \div 21 = 5$

عدد الطوابق في الفندق ذو 84 غرفة هو : 4 لأن : $84 \div 21 = 4$

/43

باستعمال الآلة الحاسبة نجد: $\frac{5}{4}+\frac{3}{8}-(17+15)+11\times 7=\frac{373}{8}$

/44 1) كتابة A على شكل غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{6}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}$$

$$A=\frac{6}{7}-\frac{20}{14}$$

$$A=\frac{12}{14}-\frac{20}{14}$$

$$A=\frac{-8}{14}=\frac{-4}{7}$$

2) كتابة B على شكل عدد نسبي صحيح :

$$B=\frac{\frac{3}{4}-4}{\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}=\frac{\frac{3}{4}-\frac{16}{4}}{\frac{9}{12}+\frac{4}{12}}$$

$$B=\frac{\frac{-13}{4}}{\frac{13}{12}}=\frac{-13}{4}\times\frac{12}{13}$$

$$B=\frac{-12}{4}=-3$$

/45 باستعمال الحاسبة نجد : $7+\frac{1}{9999999999}=7$

نستنتج أن القيمة $\frac{1}{9999999999}$ مهملة لأنها تؤول إلى الصفر.

/46 من امتحان شهادة التعليم المتوسط

❶ حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 :

باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$$220=140\times 1+80$$

$$140=80\times 1+60$$

$$80=60\times 1+20$$

$$60=20\times 3+0$$

ومنـه : $PGCD\,(220;140)=20$.

❷. صفيحة زجاجيـة مستطيلة الشكل بعداها $1,40m$ و $2,20m$ جزئت إلى مربعات متساوية بـأكبر ضلع دون ضياع .

لدينـا : $1,40m=140cm$ و $2,20m=220cm$.

أ) طول ضلع كل مربع هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 .

مما سبق لدينا: $PGCD\,(220;140)=20$

وعليه طول ضلع كل مربع هـو $20cm$.

ب) تعيين عدد المربعـات الناتجـة:

لدينا: $$N=\frac{140\times 220}{20\times 20}=7\times 11=77$$

وعليه عدد المربعـات الناتجـة هو 77 مربع .

47/ عدد تلاميذ هذا القسم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 62 و 93:

لدينا :

$$93=62\times 1+31$$
$$62=31\times 2+0$$

وعليه : $PGCD\,(93;62)=31$

وبالتالي عدد تلاميذ القسم هو 32 .

حصة كل تلميذ : 2 حبات حلوى بنكهة الليمون و 3 حبات حلوى بنكهة الفراولة

لأن : $\frac{62}{93}=\frac{62\div 31}{93\div 31}=\frac{2}{3}$

48/ بما أن بواقي قسمة أي عدد طبيعي على 6 هي : $0;1;2;3;4;5$

وبما أن الباقي يساوي حاصل القسمة فإن :

$a=6\times 0+0=0$ أو $a=6\times 1+1=7$

أو $a=6\times 2+2=14$ أو $a=6\times 3+3=21$

أو $a=6\times 4+4=28$ أو $a=6\times 5+5=35$

وعليه قيم a هي : $0;7;14;21;28;35$

49/ لدينا : $60=60\times 1$ ، $60=30\times 2$ ، $60=20\times 3$

$60=4\times 15$ ، $60=5\times 12$ ، $60=10\times 6$

بما أن بعدا المستطيل عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما فإن :

الحالة الأولى : الطول $12m$ والعرض $5m$

الحالة الثانية : الطول $15m$ والعرض $4m$

الحالة الثالثة : الطول $20m$ والعرض $3m$

الحالة الرابعة : الطول $60m$ والعرض $1m$

50/

1) أ- العدد 1845 يقبل القسمة على $3;5;9$

العدد 234 يقبل القسمة على $2;3;9$

العدد 308 يقبل القسمة على 2

ب- الكسر $\frac{234}{1845}$ قابل للاختزال لأن العددان 1845;234 يقبلان القسمة على 3 و 9 .

الكسر $\frac{308}{234}$ يقبل الاختزال لأن العددين 308 و 234 زوجيان.

2) أ) لا يمكن القول أنّ الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للاختزال لمجرد تجريب قواعد قابلية القسمة على 9 , 5 , 3 , 2.

ب) حساب $PGCD\,(308\;;\;1845)$:

$$1845 = 308\times5+305$$
$$308 = 305\times1+3$$
$$305 = 3\times101+2$$
$$3 = 2\times1+1$$
$$2 = 1\times2+0$$
$$PGCD\,(1845\;;\;308)=1$$

$PGCD\,(308\;;\;1848)=1$.

جـ) الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للإختزال لأن:

51/ تعيين a حتى يكون $PGCD\,(a+24\;;\;a)=12$:

لدينا: $a+24=a\times1+24$

إذن: $PGCD\,(a+24\;;\;a)=PGCD\,(a\;;\;24)$

وعليه: $PGCD\,(a\;;\;24)=12$

بما أن: $24=12\times2$ فإن: $a=12\times k$ مع k فردي.

52/ العددان 105 و 130 ليسا أوليان فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

2) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 105و 130:

$$130 = 105\times1+25$$
$$105 = 25\times4+5$$
$$25 = 5\times5+0$$

وعليه: $PGCD\,(105\;;\;130)=5$.

3) كتابة الكسر $\frac{105}{130}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{105}{130}=\frac{105\div5}{130\div5}=\frac{21}{26}$

53/ أ) أكبر مسافة يختارها صاحب الحقل بين كل عمودين متتاليين هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 78.

لدينا: $102=78\times1+24$

$$78 = 24 \times 3 + 6$$
$$24 = 6 \times 4 + 0$$

وعليه: $PGCD(102\ ;\ 78) = 6$

وبالتالي أكبر مسافة هي $6m$.

ب) معرفة عدد الأعمدة:
$$N = \frac{P}{6} = \frac{2(102+78)}{6}$$
$$N = \frac{2 \times 180}{6} = 60$$

وعليه عدد الأعمدة هو 60 عمود.

/54

1) لدينا: $208 - 88 = 120$

عدد الذكور هو 88 وعدد الإناث هو 120.

عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 120 و 88.

لدينا:
$$120 = 88 \times 1 + 32$$
$$88 = 32 \times 2 + 24$$
$$32 = 24 \times 1 + 8$$
$$24 = 8 \times 3 + 0$$

وعليه: $PGCD(120\ ;\ 88) = 8$

وبالتالي عدد الأساتذة المؤطرين هو 8.

2) إيجاد عدد تلاميذ كل فوج : $\frac{120}{88} = \frac{120 \div 8}{88 \div 8} = \frac{15}{11}$

عدد تلاميذ كل فوج هو 26 : 15 تلميذة و 11 تلميذ.

/55

لدينا: $4,95m = 495cm$ و $3,15m = 315cm$

1) طول ضلع كل قطعة مربعة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 495 و 315 بوحدة السنتيمتر.

لدينا:
$$495 = 315 \times 1 + 180$$
$$315 = 180 \times 1 + 135$$
$$180 = 135 \times 1 + 45$$
$$135 = 45 \times 3 + 0$$

وعليه: $PGCD(495\ ;\ 315) = 45$

وبالتالي طول ضلع كل قطعة مربعة هو $45cm$ أي $0,45m$.

ب) عدد المربعات المحصل عليها : $N = \frac{495 \times 315}{45 \times 45} = \frac{155925}{2025}$

$N = 77$

وبالتالي عدد المربعات هو 77.

الحساب على الجذور

تحدَّ:

مساعدة الفلاح على إيجاد طول ضلع قاعدة الخزان

بما أن : $V = S_B \times h$ فإن $S_B = \dfrac{V}{h}$

وعليه: $S_B = \dfrac{36}{1,8}$ أي: $S_B = 20$

وبما أن القاعدة مربعة الشكل مساحتها a^2 فإن : $a^2 = 20$

أي : $a = \sqrt{20}$

بالتدوير إلى $1cm$ نجد : $a = 447cm$.

أستعد:

1) مربع العدد 4 هو 8 **خاطئ** لأن مربع 4 هو 16: $4 \times 4 = 6$.

2) مربع العدد -5 هو -25 **خاطئ** لأن مربع (-5) هو 25 لأن : $25 = (-5) \times (-5)$

3) العدد 36 هو مربع العدد الوحيد 6 **خاطئ**

العدد 36 هو مربع العددين 6 و (-6).

4) إذا حجزنا على الآلة الحاسبة : $\sqrt{\ }$ 9 يظهر على الشاشة العدد 81 **خاطئ**

يظهر على الشاشة العدد 3 لأن : $\sqrt{9} = 3$

5) a و b عددان : العدد $(ab)^2$ يساوي $a^2 \times b^2$ **صحيح**

6) a و b عددان حيث $b \neq 0$ العدد $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\dfrac{a^2}{b}$ **خاطئ**

لأن العدد $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\dfrac{a^2}{b^2}$.

7) a و b عددان. العدد $(a+b)(a+b)$ ينشر على الشكل $a^2 + b^2$ **خاطئ**

ينشر على الشكل $a^2 + 2ab + b^2$.

8) a و b عددان. العدد $(a-b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2 - 2ab + b^2$ **صحيح**

9) a و b عددان. العدد $(a+b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2 - b^2$ **صحيح**

10) ABC مثلث حيث : $AB = 4cm$ ، $AC = 3cm$ و $BC = 5cm$ إذن المثلث

ABC قائم في A **صحيح**

لأن: $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2 = BC^2$ حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث.

أوظف تعلماتي:

1/ نقل وإتمام الجمل:

144 هو مربع العدد 12 أو (-12).
13 هو الجذر التربيعي للعدد 169.
100 هو مربع العدد 10 أو (-10).
2,5 هو الجذر التربيعي للعدد 6,25.
625 هو مربع العدد 25.
5 هو الجذر التربيعي للعدد 25.

2/ كتابة العبارة المناسبة مكان النقط :
0,64 هو مربع العدد 0,8.
8 هو الجذر التربيعي للعدد 64.
$\frac{1}{7}$ هو الجذر التربيعي للعدد $\frac{1}{49}$.
1 هو الجذر التربيعي للعدد (-1).
0,01 هو الجذر التربيعي للعدد 0,0001.
0,3 هو الجذر التربيعي للعدد 0,09.

3/ كتابة الأعداد التالية كتابة عشرية :

$\sqrt{289}=17$ ، $\sqrt{81}=9$ ، $\sqrt{1,44}=1,2$ ، $\sqrt{0,04}=0,2$

$\sqrt{0,0001}=0,01$ ، $\sqrt{1,21}=1,1$ ، $\sqrt{6,25}=2,5$

4/ كتابة الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي :

$\sqrt{0}=0$ ، $\sqrt{(-1)^2}=1$

$\sqrt{-(-49)}=\sqrt{49}=7$ ، $\sqrt{(-1)^6}=\sqrt{1}=1$

5/ كتابة الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

$\sqrt{10^{-6}}=\sqrt{(10^{-3})^2}=10^{-3}$ ، $\sqrt{10^2}=\sqrt{(10^1)^2}=10^1$

$\sqrt{10^{10}}=\sqrt{(10^5)^2}=10^5$ ، $\sqrt{10^4}=\sqrt{(10^2)^2}=10^2$

$\sqrt{10^{-20}}=\sqrt{(10^{-10})^2}=10^{-10}$ ، $\sqrt{10^6}=\sqrt{(10^3)^2}=10^3$

$\sqrt{10^{-100}}=\sqrt{(10^{-50})^2}=10^{-50}$

6/ حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{400}\right)^2=400$ ، $\left(\sqrt{0,01}\right)^2=0,01$

$\left(\sqrt{909}\right)^2=909$ ، $\left(\sqrt{14}\right)^2=14$

$\left(\sqrt{2019}\right)^2=2019$ ، $\left(\sqrt{25}\right)^2=25$

7/ حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{\frac{100}{49}}\right)^2=\frac{100}{49}$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2=\frac{1}{9}$

$\left(-\sqrt{17}\right)^2=17$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{25}}\right)^2=\frac{1}{25}$

8/ كتابة كل عدد بدون استعمال الرمز $\sqrt{\ }$:

$$\sqrt{(14,2)^2}=14,2$$

$$\sqrt{(-3,5)^2}=\sqrt{(3,5)^2}=3,5$$

$$\sqrt{\pi^2}=\pi$$

بما أن $3-\pi<0$ فإن : $\sqrt{(3-\pi)^2}=\sqrt{(\pi-3)^2}=\pi-3$

بما أن : $\pi-5<0$ فإن : $\sqrt{(\pi-5)^2}=\sqrt{(5-\pi)^2}=5-\pi$

بما أن : $\pi-2>0$ فإن : $\sqrt{(\pi-2)^2}=\pi-2$

حساب قيم تقريبية:

9/ تعيين القيم المقربة إلى الجزء من 10 بالنقصان والقيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة :

العدد	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة
$\sqrt{43}$	6,5	6,6
$\sqrt{16,5}$	4,0	4,1
$\sqrt{8}$	2,8	2,9
$13+\sqrt{7}$	15,6	15,7
$13-\sqrt{7}$	10,3	10,4
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,4	0,5
$2\sqrt{3}-2$	1,4	1,5

/10

مساحة المربع هي $12cm^2$.

طول المربع هو $\sqrt{12}cm$.

المدور إلى الجزء من 10 لطول ضلع هذا المربع هو : $3,5cm$.

حل معادلات من الشكل: $x^2=a$

/11

أ) المعادلة $x^2=81$ تعني $x^2=9^2$ وبالتالي : $x=9$ أو $x=-9$.

ب) المعادلة $x^2=2,89$ تعني $x^2=(1,7)^2$ وبالتالي : $x=1,7$ أو $x=-1,7$.

ج) المعادلة $x^2=361$ تعني $x^2=(19)^2$ وبالتالي : $x=19$ أو $x=-19$.

د) المعادلة $x^2=0$ تعني $x^2=0^2$ وبالتالي : $x=0$.

هـ) المعادلة $x^2=-16$ بما أنه من أجل كل عدد x: $x^2\geq 0$ و $-9<0$ إذن لا يوجد عدد يحقق $x^2=-16$ وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

/12 حل المعادلات التالية :

المعادلة $x^2=2$ تعني $x^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$ وبالتالي $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$.

المعادلة $x^2=1$ تعني $x^2=(1)^2$ وبالتالي $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=-1$ لا تقبل حلول لأن : $-1<0$ و $x^2\geq 0$.

المعادلة $x^2=(-1)^2$ وعليه المعادلة تقبل حلين هما $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=\frac{1}{4}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ وبالتالي : $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$.

المعادلة $x^2=\frac{48}{49}$ تعني $x^2=\left(\frac{\sqrt{48}}{7}\right)^2$ وبالتالي $x=\frac{\sqrt{48}}{7}$ أو $x=-\frac{\sqrt{48}}{7}$.

/13 حل المعادلات التالية :

- المعادلة $3-x^2=0$ تعني $x^2=3$ أي : $x^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$

وعليه المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$.

- المعادلة $3+x^2=0$ تعني $x^2=-3$ المعادلة لا تقبل حلول لأن : $-3<0$ و $x^2\geq 0$.

- المعادلة $1-9x^2=0$ تعني : $-9x^2=-1$ أي : $x^2=\frac{1}{9}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$ وبالتالي :

$x=\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$.

/14
أ) نشر وتبسيط العبارة A:

$$A = x(x-5)+5(x+2)+6$$
$$A = x^2-5x+5x+10+6$$
$$A = x^2+16$$

ب) تعيين قيم x التي تكون من أجلها $A=0$:

$A=0$ تعني : $x^2+16=0$ أي : $x^2=-16$

المعادلة لا تقبل حلول لأن $-16<0$ و $x^2 \geq 0$.

2) أ) نشر وتبسيط العبارة A:

$$A=(x-7)(x+4)+3x+21$$
$$A=x(x+4)-7(x+4)+3x+21$$
$$A=x^2+4x-7x-28+3x+21$$
$$A=x^2-7$$

ب) تعيين قيم x حتى يكون $A=0$:

$A=0$ تعني : $x^2-7=0$ تعني $x^2=7$

أي : $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ وعليه : $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$

استعمال المساواة $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$:

/15 حساب ما يلي :

$$\sqrt{9\times 81}=\sqrt{9}\times\sqrt{81}=3\times 9=27$$
$$\sqrt{121\times 100}=\sqrt{121}\times\sqrt{100}=11\times 10=110$$
$$\sqrt{16\times 900}=\sqrt{16}\times\sqrt{900}=4\times 30=120$$
$$\sqrt{10^2\times 10^4}=\sqrt{10^2}\times\sqrt{10^4}=10\times 10^2=10^3=1000$$
$$\sqrt{\frac{1}{4}\times 10^6}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{10^6}=\frac{1}{2}\times 10^3=\frac{1000}{2}=500$$
$$\sqrt{1,44\times 0,25}=\sqrt{1,44}\times\sqrt{0,25}=1,2\times 0,5=0,6$$

/16 حساب ما يلي :

$$\sqrt{0,01\times 64}=\sqrt{0,01}\times\sqrt{64}=0,1\times 8=0,8$$
$$\sqrt{0,81\times 0,0001}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{0,0001}=0,9\times 0,01=0,009$$
$$\sqrt{2,56\times 0,16}=\sqrt{2,56}\times\sqrt{0,16}=1,6\times 0,4=0,64$$
$$\sqrt{5,76\times 0,0144}=\sqrt{5,76}\times\sqrt{0,0144}=2,4\times 0,12=0,288$$

17/ حساب ما يلي :

$$\sqrt{2}\times\sqrt{50}=\sqrt{2\times50}=\sqrt{100}=10$$
$$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times2}=\sqrt{64}=8$$
$$\sqrt{3}\times\sqrt{48}=\sqrt{3\times48}=\sqrt{144}=12$$
$$\sqrt{125}\times\sqrt{5}=\sqrt{125\times5}=\sqrt{625}=25$$
$$\sqrt{0,04\times0,09}=\sqrt{0,04}\times\sqrt{0,09}=0,2\times0,3=0,06$$

استعمال المساواة $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

18/ كتابة كل عدد على الشكل $a\sqrt{b}$ مع b أصغر ما يمكن:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{288}=\sqrt{144\times2}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$$
$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$$
$$\sqrt{363}=\sqrt{121\times3}=\sqrt{11^2\times3}=11\sqrt{3}$$
$$\sqrt{6250}=\sqrt{625\times10}=\sqrt{25^2\times10}=25\sqrt{10}$$

19/ كتابة كل عدد على الشكل $\sqrt{n}$:

$$4\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{48}$$
$$2\sqrt{5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{20}$$
$$7\sqrt{2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{98}$$
$$5\sqrt{5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{125}$$
$$2\sqrt{7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{28}$$
$$3\sqrt{27}=\sqrt{9}\times\sqrt{27}=\sqrt{9\times27}=\sqrt{243}$$
$$4\sqrt{0,25}=\sqrt{16}\times\sqrt{0,25}=\sqrt{16\times0,25}=\sqrt{4}$$
$$0,9\sqrt{100}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{100}=\sqrt{0,81\times100}=\sqrt{81}$$

استعمال المساواة $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

20/ كتابة كل عدد على شكل كسر :

$$\sqrt{\frac{49}{16}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}=\frac{7}{4}$$

$$\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{324}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{324}}=\frac{1}{18}$$

$$\sqrt{\frac{12100}{900}}=\frac{\sqrt{12100}}{\sqrt{900}}=\frac{110}{30}=\frac{11}{3}$$

$$\sqrt{\frac{1}{2500}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2500}}=\frac{1}{50}$$

$$\sqrt{\frac{4900}{32400}}=\frac{\sqrt{4900}}{\sqrt{32400}}=\frac{70}{180}=\frac{7}{180}$$

21/ تبسيط كل عدد وإعطاء النتيجة على شكل كسر :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{2}{18}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{3}{48}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$

$$\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}}=\sqrt{\frac{400}{900}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{\sqrt{6875}}{\sqrt{1100}}=\sqrt{\frac{6875}{1100}}=\sqrt{\frac{625}{100}}=\frac{25}{10}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{448}}=\sqrt{\frac{7}{448}}=\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$$

22/ كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{42}}=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

23/ كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$$

$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{5}-3\right)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5-3\sqrt{5}}{5}$$

$$\frac{2\sqrt{5}-2}{3\sqrt{7}}=\frac{\left(2\sqrt{5}-2\right)\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{35}-2\sqrt{7}}{21}$$

$$\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{6}}=\frac{\left(2\sqrt{3}-6\right)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{6}$$

$$=\frac{2\sqrt{9\times2}-6\sqrt{6}}{6}=\frac{6\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{6}$$

$$=\frac{6\left(\sqrt{2}-\sqrt{6}\right)}{6}=\sqrt{2}-\sqrt{6}$$

24/ تعيين العدد a في كل حالة :

- $\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ تعني أن : $a=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\sqrt{3}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$

أي : $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

- $\frac{\sqrt{2}}{a}=\frac{1}{\sqrt{5}}$ تعني أن : $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{1}$ أي : $a=\sqrt{10}$

- $\frac{a}{\sqrt{11}}=2-\sqrt{11}$ تعني أن : $a=\sqrt{11}\left(2-\sqrt{11}\right)$ أي : $a=2\sqrt{11}-11$

- $\frac{\sqrt{8}}{a}=\frac{-3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ تعني أن : $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{-3\sqrt{15}}$

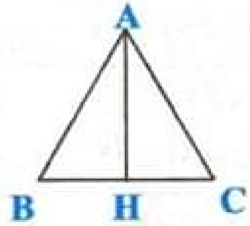
$a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{-3\sqrt{5}\times\sqrt{3}}$ أي : $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}{-3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

$a=-\frac{\sqrt{40}}{15}$ أي : $a=-\frac{2\sqrt{10}}{15}$

تمارين عامة:

25/ تعيين القيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة لمساحة المثلث ABC:

أولا : حساب طول الارتفاع AH:



بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا: $AH^2+BH^2=AB^2$ وعليه : $AH^2+(1)^2=4$

أي: $AH^2=3$ وبالتالي: $AH=\sqrt{3}$

وعليه : $S_{ABC}=\dfrac{BC\times AH}{2}=\dfrac{2\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

وبالتالي القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة لمساحة المثلث هي $1,8cm^2$.

/26

1) كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

$$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$$
$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{147}=\sqrt{49\times3}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$$

2) استنتاج كتابة مبسطة للعبارة A:

$$A=2\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$$
$$A=2\times2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$$
$$A=(4-4+5-7)\sqrt{3}$$
$$A=-2\sqrt{3}\ .$$

/27

كتابة كلا من A و B على الشكل $a\sqrt{b}$:

$$A=\sqrt{20}-3\sqrt{125}+4\sqrt{45}$$
$$A=\sqrt{4\times5}-3\sqrt{25\times5}+4\sqrt{9\times5}$$
$$A=\sqrt{2^2\times5}-3\sqrt{5^2\times5}+4\sqrt{3^2\times5}$$
$$A=2\sqrt{5}-3\times5\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}$$
$$A=(2-15+12)\sqrt{5}$$
$$A=-\sqrt{5}$$

$$B = 5\sqrt{24} + \sqrt{54} - 3\sqrt{216} + 2\sqrt{6}$$
$$B = 5\sqrt{4\times6} + \sqrt{9\times6} - 3\sqrt{36\times6} + 2\sqrt{6}$$
$$B = 5\times2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3\times6\sqrt{6} + 2\sqrt{6}$$
$$B = (10+3-18+2)\sqrt{6}$$
$$B = -3\sqrt{6}$$

/28

نشر وتبسيط العبارات :

أ) $\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+2\right) = \sqrt{3}\times\sqrt{3} + \sqrt{3}\times2 = 3+2\sqrt{3}$

ب) $\left(5+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{7}-4\right) = 5\left(\sqrt{7}-4\right) + \sqrt{7}\left(\sqrt{7}-4\right)$

$$= 5\sqrt{7} - 20 + 7 - 4\sqrt{7}$$
$$= (5-4)\sqrt{7} - 20 + 7$$
$$= \sqrt{7} - 13$$

$$\left(2\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right) = 2\sqrt{3}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right) - \sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)$$
$$= 2\sqrt{3}\times\sqrt{5} + 2\sqrt{3}\times\sqrt{3} - \left(\sqrt{5}\times\sqrt{5} + \sqrt{5}\times\sqrt{3}\right)$$
$$= 2\sqrt{15} + 2\times3 - \left(5+\sqrt{15}\right)$$
$$= 2\sqrt{15} + 6 - 5 - \sqrt{15}$$
$$= 1 + \sqrt{15}$$

/29 نشر وتبسيط ما يلي :

أ)

$$\left(\sqrt{5}+\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{5}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2.\sqrt{5}.\sqrt{3}$$
$$= 5 + 3 + 2\sqrt{15}$$
$$= 8 + 2\sqrt{15}$$

ب)

$$\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)^2 = \left(\sqrt{7}\right)^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2 + 2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$$
$$= 7 + 3 + 2\sqrt{21}$$
$$= 10 + 2\sqrt{21}$$

ج) $\left(\sqrt{25}-4\right)\left(\sqrt{25}+4\right) = \left(\sqrt{25}\right)^2 - (4)^2$

$$= 25 - 16$$
$$= 9$$

د)

$$\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{2}\right)^2-5\left(6+\sqrt{6}\right)=\left(2\sqrt{3}\right)^2+\left(3\sqrt{2}\right)^2+2\left(2\sqrt{3}\right)\left(3\sqrt{2}\right)-\left(30+5\sqrt{6}\right)$$
$$=4\times3+9\times2+12\sqrt{3\times2}-30-5\sqrt{6}$$
$$=12+18-30+12\sqrt{6}-5\sqrt{6}$$
$$=7\sqrt{6}$$

/30

1) حساب ما يلي :

$$A+B=7+\sqrt{32}+7-4\sqrt{2}$$
$$=14+\sqrt{16\times2}-4\sqrt{2}=14+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}=14$$
$$A-B=7+\sqrt{32}-\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$=7+4\sqrt{2}-7+4\sqrt{2}$$
$$=8\sqrt{2}$$
$$A\times B=\left(7+\sqrt{32}\right)\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$A\times B=\left(7+4\sqrt{2}\right)\left(7-4\sqrt{2}\right)$$
$$A\times B=(7)^2-\left(4\sqrt{2}\right)^2$$
$$A\times B=49-16\times2$$
$$A\times B=49-32$$
$$A\times B=17$$

2) كتابة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{A}{B}=\frac{7+4\sqrt{2}}{7-4\sqrt{2}}=\frac{\left(7+4\sqrt{2}\right)\left(7+4\sqrt{2}\right)}{\left(7-4\sqrt{2}\right)\left(7+4\sqrt{2}\right)}$$
$$\frac{A}{B}=\frac{(7)^2+\left(4\sqrt{2}\right)^2+2\times7\times4\sqrt{2}}{17}$$
$$\frac{A}{B}=\frac{49+32+56\sqrt{2}}{17}=\frac{81+56\sqrt{2}}{17}$$

أوكد تعلماتي:

في كل حالة اختيار الأجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) الجذر التربيعي للعدد 0,25 هو 0,5

لأن : $(0,5)^2=0,25$

2) $\sqrt{3^2}$ يساوي 3 لأن $\sqrt{a^2}=a$ و a موجب.

3) $\sqrt{(-2)^2}$ يساوي 2 لأن $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

4) المعادلة $x^2=0,25$ تقبل حلين هما $-0,5$ و $0,5$

لأن : $x^2=0,25$ تعني $x^2=(0,5)^2$ أي $x=0,5$ أو $x=-0,5$

5) المعادلة $x^2=(-1)^2$ تقبل حلين هما $x=1$ و $x=-1$.

6) المعادلة $x^2=-\sqrt{3}$ لا تقبل أي حل لأن : $-\sqrt{3}<0$ و $x^2\geq 0$

7) العدد $\sqrt{3^2\times 7}$ يكتب على الشكل $3\sqrt{7}$ لأن : $\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$

8) العدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ يبسط على الشكل $\frac{3}{5}$ لأن : $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$

9) العدد $\sqrt{\frac{1}{28}}$ يكتب: $\frac{1}{\sqrt{28}}$ أو $\frac{1}{2\sqrt{7}}$

لأن : $\sqrt{\frac{1}{28}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{4\times 7}}=\frac{1}{2\sqrt{7}}$

10) المعادلة $x^2-7=0$ تقبل حلين هما $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$

لأن المعادلة $x^2-7=0$ تعني $x^2=7$ أي $x^2=(\sqrt{7})^2$ ومنه $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$

11) المعادلة $-x^2-16=0$ لا تقبل أي حل لأن : $-x^2-16=0$ تعني : $x^2=-16$ و $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

أدمج تعلماتي:

بفرض طول الزربية هو L وعرضها ℓ وبما أن طولها هو ضعف عرضها فإن $L=2\ell$ وبما أن مساحة الزربية $24m^2$ فإن : $2\ell\times\ell=24$ أي : $2\ell^2=24$

وبالتالي $\ell^2=12$ أي : $\ell^2=(\sqrt{12})^2$ ومنه $\ell=\sqrt{12}$ لأن العرض موجب.

وعليه: $L=2\sqrt{12}$

بالتدوير إلى cm : طول الزربية هو $693cm$ وعرض الزربية هو $346cm$.

أتعمق:

/31

1) استعمال حاسبة الحساب $x-y$:

$$x-y=\sqrt{2}-1,414213562373095$$

$$x-y=3,73095\times 10^{-10}$$

$y \neq x$ لأن القيمة x هي قيمة مقربة لـ $\sqrt{2}$ بالنقصان إلى $\frac{1}{10^{15}}$.

(2

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\approx 0,317837245$$
$$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}\approx 0,317837245$$

نعم $a=b$ لأن :

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$a=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}=b$$

/32

1) طبيعة المثلث BCF قائم في B ومتساوي الساقين لأن: $BF=BC$.
المثلث EFC مثلث قائم في F.

2) حساب الطولين CF و CE:
بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث BCF القائم في B نجد :

$$CF^2=BC^2+BF^2=(5)^2+(5)^2=50$$
$$CF=\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times 2}=5\sqrt{2}$$

من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث EFC القائم في F

$$EC^2=EF^2+FC^2=(5)^2+\left(\sqrt{50}\right)^2=25+50=75$$

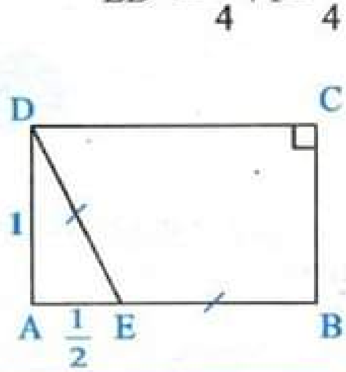
وعليه : $EC=\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$

/33 حساب القيمة المضبوطة للطول ED:
بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد :

$$ED^2=AE^2+AD^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1)^2$$

$$ED^2=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4}$$

وعليه : $ED=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$



2) إنشاء النقطتين B و C:

3) التحقق أن $AB = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

لدينا : $AB = AE + EB = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

4) إعطاء ملخص لطريقة إنشاء العدد الذهبي باستعمال المسطرة والمدور:

- رسم مثلث ABC قائم في A حيث: $AB = \frac{1}{2}$ و $AC = 1$.

- رسم دائرة مركزها B ونصف قطرها BC تقطع نصف المستقيم $[AB)$ في النقطة E حيث: $AE = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

34/ 1) حساب الطول BC بدلالة x:

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABC القائم في A نجد :

$BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي: $BC^2 = x^2 + x^2$ وعليه: $BC^2 = 2x^2$

وبالتالي: $BC = \sqrt{2x^2} = \sqrt{2}x$

2) التعبير عن محيط المثلث ABC بدلالة x:

$$P = AB + AC + BC$$

$$P = x + x + \sqrt{2}x$$

$$P = \left(1+1+\sqrt{2}\right)x$$

$$P = \left(2+\sqrt{2}\right)x$$

3) حساب المدور إلى $\frac{1}{100}$ لـ P في كل حالة :

الحالة الأولى : $x = 3cm$:

$$P = \left(2+\sqrt{2}\right)\times 3$$

$$P \approx 10,24$$

الحالة الثانية : $x = 5cm$

$$P = \left(2+\sqrt{2}\right)\times 5$$

$$P = 17,07$$

35/ 1) حصر العددين بين عددين طبيعيين متتاليين :

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$10 < \sqrt{113} < 11$$

2) استعمال الحاسبة لإعطاء المدوّر إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد مما يلي :

$$\sqrt{7}+\sqrt{11}\approx 5,96 \quad ، \quad \sqrt{7}+3\approx 5,65$$

$$\sqrt{54}\approx 7,35 \quad ، \quad \frac{15}{3+\sqrt{2}}\approx 3,40$$

/36

1) كتابة كلا من العددين x^2 و y^2 على الشكل $a+b\sqrt{3}$:

$$x^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{27}}\right)^2=3+\sqrt{27}=3+\sqrt{9\times 3}$$

$$x^2=3+3\sqrt{3}$$

$$y^2=\left(\sqrt{-3+\sqrt{12}}\right)^2=\sqrt{12}-3=\sqrt{4\times 3}-3$$

$$y^2=2\sqrt{3}-3$$

ب) كتابة العدد z^2 على شكل $a\sqrt{3}$:

$$z^2=\left(\sqrt{\sqrt{75}}\right)^2=\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$$

2) إثبات أن المثلث قائم :

لدينا : $x^2+y^2=3+3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=5\sqrt{3}=z^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث قائم.

/37

❶ نبين أن A عدد طبيعي :

لدينا : $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ ومنه : $A=3\sqrt{8\times 2}$ أي: $A=3\sqrt{16}$

وعليه : $A=3\times 4$ وبالتالي $A=12$ وهو عدد طبيعي.

❷ كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

لدينا: $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$ ومنه : $B=2\sqrt{9\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{4\times 3}$

أي: $B=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ ومنه : $B=6\sqrt{3}$.

❸ نبين أن : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

لدينا: $\frac{A}{B}=\frac{12}{6\sqrt{3}}$ ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ أي : $\frac{A}{B}=\frac{12\sqrt{3}}{18}$

أي: $\frac{A}{B}=\frac{6\times 2\sqrt{3}}{6\times 3}$

ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

/38

❶ حساب A ثم كتابته على الشكل العشري:

$$A=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3}{5}+\frac{2\times 7}{5\times 4}=\frac{3}{5}+\frac{14}{20}=\frac{3\times 4}{5\times 4}+\frac{14}{20}$$

$$A=\frac{12}{20}+\frac{14}{20}=\frac{26}{20}=\frac{26\div 2}{20\div 2}=\frac{13}{10}$$

الشكل العشري للعدد A : $A=1,3$

❷ إعطاء الكتابة العلمية للعدد B:

$$B=\frac{1,2\times 10^{-2}\times 7}{12,5\times 10^{3}}=\frac{1,2\times 7}{12,5}\times 10^{-2}\times 10^{-3}$$

$$B=0,672\times 10^{-2-3}=6,72\times 10^{-1}\times 10^{-5}$$

$$B=6,72\times 10^{-6}$$

❸ كتابة C على أبسط شكل ممكن:

لدينا: $\sqrt{175}=\sqrt{25\times 7}=\sqrt{5^2\times 7}=5\sqrt{7}$

$\sqrt{112}=\sqrt{16\times 7}=\sqrt{4^2\times 7}=4\sqrt{7}$

$$C=\sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7}$$

$$C=5\sqrt{7}-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}$$

$$C=(5-4+6)\sqrt{7}$$

$$C=7\sqrt{7}$$

الحساب الحرفي

تحدَّ:

تحديد قيمة x التي من أجلها يكون المثلث ABC قائما في A:
لدينا :

$$AB^2=(x+1)^2=x^2+2x+1$$

$$AC^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$$

$$BC^2=(x+3)^2=x^2+6x+9$$

حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $AB^2+AC^2=BC^2$
وعليه : $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$
أي : $x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9$
ومنه : $2x^2+6x+5=x^2+6x+9$
أي : $2x^2+6x-x^2-6x=9-5$
أي : $x^2=4$ ومنه : $x^2=(2)^2$
وعليه : $x=2$ و $x=-2$ مرفوض لأن : $AB \quad 0$
وبالتالي حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $x=2$.

أستعد:

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من أجل $x=0$ العبارة $3x-3$ تساوي 0. **خاطئ**
لأن : $3\times0-3=0-3=-3$

2) من أجل $x=\sqrt{3}$ العبارة x^2-3 تساوي 0. **صحيح**
لأن : $\left(\sqrt{3}\right)^2-3=3-3=0$

3) نشر العبارة $-2\times(a-1)$ هو $-2a+2$. **صحيح**
لأن : $-2\times(a-1)=-2\times a-2\times(-1)=-2a+2$

4) نشر العبارة $4(2-b)$ هو $8-b$. **خاطئ**
لأن : $4(2-b)=4\times2-4\times b=8-4b$

5) نشر العبارة $(1+x)(1+y)$ هو $1+xy$. **خاطئ**
لأن : $(1+x)(1+y)=1(1+y)+x(1+y)=1+y+x+xy$

6) نشر العبارة $(1-x)(1-y)$ هو $1-x-y-xy$. خاطئ

لأن : $(1-x)(1-y)=1(1-y)-x(1-y)=1-y-x+xy$

7) العبارة $3a+\sqrt{3}$ تساوي $3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$. صحيح

لأن: $3a+\sqrt{3}=3a+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

8) العبارة $16-\frac{1}{2}x$ تساوي $\frac{1}{2}(8-x)$. خاطئ

لأن : $16-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}\times 32-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}(32-x)$

9) العبارة x^2+3x تساوي $x(x+3)$. صحيح

لأن : $x^2+3x=x\times x+3x=x(x+3)$

10) العبارة $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$ تساوي $3\sqrt{2}x$. خاطئ

لأن : $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+2)$

أوظف تعلماتي:

1/ نشر وتبسيط كل عبارة مما يلي :

$A=2(5x-1)$

$A=2\times 5x-2\times 1$

$A=10x-2$

$B=-3(3-x)$

$B=-3\times 3-3\times(-x)$

$B=-9+3x$

$C=\frac{2}{5}\left(-20x+\frac{15}{2}\right)$

$C=\frac{2}{5}\times(-20x)+\frac{2}{5}\times\left(\frac{15}{2}\right)$

$C=\frac{-40x}{5}+\frac{30}{10}$

$C=-8x+3$

$D=-4\left(7-\frac{3}{2}x\right)$

$D=-4\times 7-4\times\left(\frac{-3}{2}x\right)$

$D=-28+\frac{12}{2}x$

$D=-28+6x$

/2

1) حساب قيمة A من أجل $x=0$:

$A=(0+2)(3\times 0-1)$

$A=2\times(-1)$

$A=-2$

2) نشر العبارة A وتبسيطها :

$A=(x+2)(3x-1)$

$A=x(3x-1)+2(3x-1)$

$A=3x^2-x+6x-2$

$A=3x^2+5x-2$

3) حساب قيمة A من أجل $x = 0$:

$$A = 3(0)^2 + 5\times 0 - 2 = -2$$

وجدت نفس النتيجة.

3/ نشر وتبسيط كل عبارة :

$$K = (2x+1)(x+2)$$
$$K = 2x(x+2) + 1(x+2)$$
$$K = 2x^2 + 4x + x + 2$$
$$K = 2x^2 + 5x + 2$$

$$L = (3x+2)(4x-5)$$
$$L = 3x(4x-5) + 2(4x-5)$$
$$L = 12x^2 - 15x + 8x - 10$$
$$L = 12x^2 - 7x - 10$$

$$P = (-x-2)(5-x)$$
$$P = -x(5-x) - 2(5-x)$$
$$P = -5x + x^2 - 10 + 2x$$
$$P = x^2 - 3x - 10$$

$$M = (x-7)(1-x)$$
$$M = x(1-x) - 7(1-x)$$
$$M = x - x^2 - 7 + 7x$$
$$M = -x^2 + 8x - 7$$

/4

1- التحقق أنه من أجل $x = 3$ فإن $A = 21$:

$$A = \left(\frac{2}{3}\times 3 + 5\right)\left(4 - \frac{1}{3}\times 3\right)$$
$$A = (2+5)(4-1)$$
$$A = 7\times 3$$
$$A = 21$$

2- نشر وتبسيط العبارة A:

$$A = \left(\frac{2}{3}x + 5\right)\left(4 - \frac{1}{3}x\right)$$
$$A = \frac{2}{3}x\left(4 - \frac{1}{3}x\right) + 5\left(4 - \frac{1}{3}x\right)$$
$$A = \frac{8}{3}x - \frac{2}{9}x^2 + 20 - \frac{5}{3}x$$
$$A = -\frac{2}{9}x^2 + \left(\frac{8}{3} - \frac{5}{3}\right)x + 20$$
$$A = -\frac{2}{9}x^2 + x + 20$$

3- التحقق من قيمة A من أجل $x=3$ مرّة ثانية :

$$A=-\frac{2}{9}(3)^2+3+20$$
$$A=-\frac{2}{9}\times 9+23$$
$$A=-2+23$$
$$A=21$$

5/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$B=\left(2x+\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x\left(x+\frac{2}{5}\right)+\frac{1}{5}\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x^2+\frac{4}{5}x+\frac{1}{5}x+\frac{2}{25}$$
$$B=2x^2+x+\frac{2}{25}$$

$$C=\left(\frac{4}{3}x-2\right)\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{4}{3}x\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)-2\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{12}{6}x^2-\frac{4}{12}x-3x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{4}{12}x-\frac{36}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{40}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{10}{3}x+\frac{1}{2}$$

6/ كلا، الإجابة الثانية هي الإجابة الصحيحة :

$$P=3(x-1)-(x+1)(4x-3)$$
$$P=3x-3-\left(4x^2-3x+4x-3\right)$$
$$P=3x-3-4x^2+3x-4x+3$$
$$P=-4x^2+2x$$

7/ نشر وتبسيط العبارات :

$$R=a-3-2(a+3)$$
$$R=a-3-2a-6$$
$$R=-a-9$$

$$S=-(a+2)-(3a-5)(2a-4)$$
$$S=-a-2-\left(6a^2-12a-10a+20\right)$$
$$S=-a-2-6a^2+12a+10a-20$$
$$S=-6a^2+21a-22$$

$$T=(a+3)\left(a+\frac{1}{3}\right)-(a+2)\left(a-\frac{1}{2}\right)$$

$$T=a\left(a+\frac{1}{3}\right)+3\left(a+\frac{1}{3}\right)-\left[a\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(a-\frac{1}{2}\right)\right]$$

$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-\left[a^2-\frac{1}{2}a+2a-1\right]$$

$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-a^2+\frac{1}{2}a-2a+1$$

$$T=\frac{1}{3}a+a+\frac{1}{2}a+2$$

$$T=\frac{2}{6}a+\frac{6}{6}a+\frac{3}{6}a+2$$

$$T=\frac{11}{6}a+2$$

/8

1) شرح عمل كل من رياض وإيمان :

قام رياض بتوزيع (-5) على $(x+2)$ ثم نشر الناتج على $(3x-1)$.

بينما قامت إيمان بنشر الجداء $(3x-1)(x+2)$ ثم وزعت (-5) على الناتج.

2) إكمال عمل كل منهما :

رياض :

$$A=-5(x+2)(3x-1)$$

$$A=(-5x-10)(3x-1)$$

$$A=-5x(3x-1)-10(3x-1)$$

$$A=-15x^2+5x-30x+10$$

$$A=-15x^2-25x+10$$

إيمان :

$$A=-5(x+2)(3x-1)$$

$$A=-5\left(3x^2-x+6x-2\right)$$

$$A=-15x^2+5x-30x+10$$

$$A=-15x^2-25x+10$$

نلاحظ أن النتيجتين متساويتين.

الجداءات الشهيرة:

9/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A = (x+5)^2$$
$$A = (x)^2 + 2(x)(5) + (5)^2$$
$$A = x^2 + 10x + 25$$

$$B = (x+0,3)^2$$
$$B = (x)^2 + 2x(0,3) + (0,3)^2$$
$$B = x^2 + 0,6x + 0,09$$

$$C = \left(x + \frac{2}{3}\right)^2$$
$$C = (x)^2 + 2x\left(\frac{2}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}\right)^2$$
$$C = x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$$

10/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A = (4x+1)^2$$
$$A = (4x)^2 + 2(4x)(1) + (1)^2$$
$$A = 16x^2 + 8x + 1$$

$$B = (2x+0,5)^2$$
$$B = (2x)^2 + 2(2x)(0,5) + (0,5)^2$$
$$B = 4x^2 + 2x + 0,25$$

$$C = \left(3x + \frac{5}{3}\right)^2$$
$$C = (3x)^2 + 2(3x)\left(\frac{5}{3}\right) + \left(\frac{5}{3}\right)^2$$
$$C = 9x^2 + 10x + \frac{25}{9}$$

11/ حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

$$31^2 = (30+1)^2 = (30)^2 + 2(30)(1) + (1)^2$$
$$= 900 + 60 + 1 = 961$$
$$(105)^2 = (100+5)^2 = (100)^2 + 2(100)(5) + (5)^2$$
$$= 10000 + 1000 + 25$$
$$= 11025$$
$$(1009)^2 = (1000+9)^2 = (1000)^2 + 2(1000)(9) + (9)^2$$
$$= 1000000 + 18000 + 81$$
$$= 1018081$$

12/ نقل وإتمام المساواة التالية :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2) $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

3) $x^2+10x+25=(x+5)^2$

13/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$A=(x-4)^2$

$A=(x)^2-2(x)(4)+(4)^2$

$A=x^2-8x+16$

$B=(x-1,5)^2$

$B=(x)^2-2x(1,5)+(1,5)^2$

$B=x^2-3x+2,25$

$$C=\left(x-\frac{5}{11}\right)^2$$

$$C=(x)^2-2x\left(\frac{5}{11}\right)+\left(\frac{5}{11}\right)^2$$

$$C=x^2-\frac{10}{11}x+\frac{25}{121}$$

14/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$A=(2x-3)^2$

$A=(2x)^2-2(2x)(3)+3^2$

$A=4x^2-12x+9$

$B=(5x-1,4)^2$

$B=(5x)^2-2(5x)(1,4)+(1,4)^2$

$B=25x^2-14x+1,96$

$$C=\left(\frac{4}{3}x-\frac{3}{5}\right)^2$$

$$C=\left(\frac{4}{3}x\right)^2-2\left(\frac{4}{3}x\right)\left(\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)^2$$

$$C=\frac{16}{9}x^2-\frac{8}{5}x+\frac{9}{25}$$

15/ نشر وتبسيط العبارتين :

$A=(3x-4)^2+(x-3)^2$

$A=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2+(x)^2-2(x)(3)+(3)^2$

$A=9x^2-24x+16+x^2-6x+9$

$A=10x^2-30x+25$

$B=4(1-2x)^2+(4x-1)^2$

$B=4\left[(1)^2-2(1)(2x)+(2x)^2\right]+\left[(4x)^2-2(4x)(1)+(1)^2\right]$

$B=4(1-4x+4x^2)+16x^2-8x+1$

$B=4-16x+16x^2+16x^2-8x+1$

$B=32x^2-24x+5$

16/ نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$D=(5x+1)^2+5(x-1)^2$

$D=\left[(5x)^2+2(5x)(1)+(1)^2\right]+5\left[x^2-2x(1)+(1)^2\right]$

$D=(25x^2+10x+1)+5(x^2-2x+1)$

$D=25x^2+10x+1+5x^2-10x+5$

$D=30x^2+6$

$E=(3x-4)^2-4(1-x)^2$

$E=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2-4\left[1^2-2\times1\times x+x^2\right]$

$E=9x^2-24x+16-4(1-2x+x^2)$

$E=9x^2-24x+16-4+8x-4x^2$

$E=5x^2-16x+12$

17/ نشر وتبسيط العبارات :

$A=(x+7)(x-7)$

$A=(x)^2-(7)^2$

$A=x^2-49$

$B=(x+0,2)(x-0,2)$

$B=(x)^2-(0,2)^2$

$B=x^2-0,04$

$C=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$

$C=(x)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$

$C=x^2-\frac{1}{9}$

18/ نشر وتبسيط العبارات :

$A=(3x+5)(3x-5)$

$A=(3x)^2-(5)^2$

$A=9x^2-25$

$B=(1,5+2x)(1,5-2x)$

$B=(1,5)^2-(2x)^2$

$B=2,25-4x^2$

$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x+\frac{1}{3}\right)$$

$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

$$C=\frac{2}{25}x^2-\frac{1}{9}$$

/19

1- نشر العبارة A وتبسيطها :

$$A=x^2-(x-1)(x+1)$$

$$A=x^2-\left[(x)^2-(1)^2\right]$$

$$A=x^2-x^2+1$$

$$A=1$$

/2 إعطاء نتيجة ما يلي دون حساب :

$$B=978654321^2-978654320\times 978654322$$

$$B=1$$

بوضع : $x=978654321$ وعليه : $x-1=978654320$ ، $x+1=978654322$

$$C=999888777^2-999888778\times 999888776$$

$$C=1$$

بوضع : $x=999888777$ ، $x-1=999888776$ ، $x+1=999888778$

/20 التحليل :

1) تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$$A=x^2-5x$$

$$A=x\times x-5x$$

$$A=x(x-5)$$

2) تحليل العبارة B إلى جداء عاملين :

$$B=(x+3)(1-2x)+5(1-2x)$$

$$B=(1-2x)(x+3+5)$$

$$B=(1-2x)(x+8)$$

3) تحليل العبارة C إلى جداء عاملين :

$$C=(1+x)(x-5)-(1+2x)(1+x)$$

$$C=(1+x)\left[(x-5)-(1+2x)\right]$$

$$C=(1+x)(x-5-1-2x)$$

$$C=(1+x)(-6-x)$$

/21

1) حساب من أجل $x = 0$ قيمة A في العبارة المعطاة وفي النتيجة :

$$A=(0-1)(0+2)+0(0+2)-(0+2)$$
$$A=(-1)(2)+0-2$$
$$A=-4$$

النتيجة المتحصل عليها :

$$A=(0+2)(2\times 0-1)$$
$$A=2(-1)$$
$$A=-2$$

استنتج أن تحليل العبارة خاطئ.

2) كتابة التحليل الصحيح للعبارة A:

$$A=(x-1)(x+2)+x(x+2)-(x+2)$$
$$A=(x+2)(x-1+x-1)$$
$$A=(x+2)(2x-2)$$

/22 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$C=5x(2x+1)+(2x+1)$$
$$C=(2x+1)(5x+1)$$

$$D=(x+7)(x-3)-(x-3)$$
$$D=(x-3)(x+7-1)$$
$$D=(x-3)(x+6)$$

$$E=(x+1)(x-4)-x+4$$
$$E=(x+1)(x-4)-(x-4)$$
$$E=(x-4)(x+1-1)$$
$$E=x(x-4)$$

/23 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$A=2x+6$$
$$A=2x+2\times 3$$
$$A=2(x+3)$$

$$B=7x-21$$
$$B=7x-7\times 3$$
$$B=7(x-3)$$

$$C=x^2-3x$$
$$C=x\times x-3x$$
$$C=x(x-3)$$

/24 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(4x+3)-(x+2)\left(x-\sqrt{2}\right)$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)\left[(4x+3)-(x+2)\right]$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(4x+3-x-2)$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(3x+1)$$

$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}\right)+(2-5x)\left(x-\frac{4}{3}\right)$$

$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}+x-\frac{4}{3}\right)$$

$$E=(2-5x)(2x-2)$$

25/ تحليل كل عبارة مما يلي :

$$F=2x\left(\frac{2}{7}-x\right)+\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{5x-4}{3}\right)$$

$$F=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(2x+\frac{5x}{3}-\frac{4}{3}\right)$$

$$F=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{11}{3}x-\frac{4}{3}\right)$$

$$G=(1,2x-3,5)(3,7+x)-(0,2x-6,5)(3,7+x)+(3,7+x)$$

$$G=(3,7+x)(1,2x-3,5-0,2x+6,5+1)$$

$$G=(3,7+x)(x+4)$$

26/ تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$A=x^2+6x+9$

$A=x^2+2(x)(3)+(3)^2$

$A=(x+3)^2$

$B=4x^2+20x+25$

$B=(2x)^2+2(2x)(5)+(5)^2$

$B=(2x+5)^2$

$C=9x^2+42x+49$

$C=(3x)^2+2(3x)(7)+7^2$

$C=(3x+7)^2$

$D=1+8x+16x^2$

$D=(1)^2+2(1)(4x)+(4x)^2$

$D=(1+4x)^2$

27/ تحليل العبارات باستعمال المتطابقة $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$:

$A=x^2-10x+25$

$A=(x)^2-2(x)(5)+(5)^2$

$A=(x-5)^2$

$B=9x^2-12x+4$

$B=(3x)^2-2(3x)(2)+(2)^2$

$B=(3x-2)^2$

$C=81x^2-18x+1$

$C=(9x)^2-2(9x)(1)+(1)^2$

$C=(9x-1)^2$

$D=9-6x+x^2$

$D=(3)^2-2(3)(x)+(x)^2$

$D=(3-x)^2$

28/ حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

أ)

$101\times99=(100+1)(100-1)$

$101\times99=(100)^2-(1)^2$

$101\times99=10000-1$

$101\times99=9999$

$21\times19=(20+1)(20-1)$

$21\times19=20^2-1^2$

$21\times19=400-1$

$21\times19=399$

$1008\times992=(1000+8)(1000-8)$

$1008\times992=(1000)^2-(8)^2$

$1008\times992=1000000-64$

$1008\times992=999936$

ب)

$98^2-2^2=(98+2)(98-2)$

$98^2-2^2=100\times96$

$98^2-2^2=9600$

$408^2-407^2=(408-407)(408+407)$

$408^2-407^2=1\times815$

$408^2-407^2=815$

$777^2-223^2=(777+223)(777-223)$

$777^2-223^2=1000\times554$

$777^2-223^2=554000$

29/ نقل المساويات وأتممها باستعمال المتطابقات الشهيرة :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2) $36x^2-12x+1=(6x-1)^2$

3) $x^2-10x+25=(x-5)^2$

4) $x^2-81=(x+9)(x-9)$

30/ تحليل إلى جداء عوامل العبارات التالية :

$A=9x^2+24x+16$

$A=(3x)^2+2(3x)(4)+(4)^2$

$A=(3x+4)^2$

$B=121-22x+x^2$

$B=(11)^2-2(11)(x)+(x)^2$

$B=(11-x)^2$

31/ تحليل إلى جداء عاملين العبارات التالية:

$$R=\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}$$

$$R=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$R=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}\right)^2$$

$$S=\frac{25}{9}x^2-\frac{5}{2}x+\frac{9}{16}$$

$$S=\left(\frac{5}{3}x\right)^2-2\left(\frac{5}{3}x\right)\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\right)^2$$

$$S=\left(\frac{5}{3}x-\frac{3}{4}\right)^2$$

32/ تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$:

$$A=(3-2x)^2-9$$

$$A=(3-2x)^2-(3)^2$$

$$A=(3-2x+3)(3-2x-3)$$

$$A=(6-2x)(-2x)$$

$$B=\frac{1}{4}-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$$

$$B=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$$

$$B=\left(\frac{1}{2}+x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-x-\frac{3}{2}\right)$$

$$B=(x+2)(-x-1)$$

$$C=(x+2)^2-(3x-1)^2$$

$$C=\left[(x+2)+(3x-1)\right]\left[(x+2)-(3x-1)\right]$$

$$C=(x+2+3x-1)(x+2-3x+1)$$

$$C=(4x+1)(-2x+3)$$

33/

1- تحليل العبارات :

$$A=(2-x)^2-4x^2$$

$$A=(2-x)^2-(2x)^2$$

$$A=(2-x+2x)(2-x-2x)$$

$$A=(2+x)(2-3x)$$

$$B=(2x+3)^2-(x+1)^2$$
$$B=[(2x+3)+(x+1)][(2x+3)-(x+1)]$$
$$B=(2x+3+x+1)(2x+3-x-1)$$
$$B=(3x+4)(x+2)$$

2) نشر وتبسيط العبارتين A و B ثم حساب كلا من $A+B$ و $A-B$:

$$A=(2+x)(2-3x)$$
$$A=2(2-3x)+x(2-3x)$$
$$A=4-6x+2x-3x^2$$
$$A=-3x^2-4x+4$$

$$B=(3x+4)(x+2)$$
$$B=3x(x+2)+4(x+2)$$
$$B=3x^2+6x+4x+8$$
$$B=3x^2+10x+8$$

$$A+B=-3x^2-4x+4+3x^2+10x+8$$
$$A+B=6x+12$$
$$A-B=-3x^2-4x+4-(3x^2+10x+8)$$
$$A-B=-3x^2-4x+4-3x^2-10x-8$$
$$A-B=-6x^2-14x-4$$

34/ 1) التحقق أن مساحة المثلث ABC تساوي $2x^2+8x$:

لدينا :

$$S_{ABC}=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{4x(x+4)}{2}$$
$$=2x(x+4)=2x^2+8x$$

حساب هذه المساحة من أجل $x=1$:

$$S_{ABC}=2(1)^2+8\times 1=2+8=10$$

2) التعبير عن AC^2 بدلالة x وكتابة العبارة على شكل نشر مبسط :

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا : $AC^2=AB^2+BC^2$ وعليه :

$$AC^2=(x+4)^2+(4x)^2$$
$$AC^2=x^2+2x(4)+(4)^2+16x^2$$
$$AC^2=x^2+8x+16+16x^2$$
$$AC^2=17x^2+8x+16$$

3) حساب الطول AC من أجل $x=2$:

لدينا :

$$AC^2=17(2)^2+8\times 2+16$$
$$AC^2=17\times 4+16+16$$
$$AC^2=68+32$$
$$AC^2=100$$

وعليه: $AC=\sqrt{100}=10$.

أوكد تعلماتي:

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) نشر الجداء $2x(x+2)$ هو $2x^2+4x$ لأن :

$$2x(x+2)=2x\times x+2x\times 2=2x^2+4x$$

2) نشر الجداء $(-x)(1-x)$ هو x^2-x لأن :

$$(-x)(1-x)=-x\times 1-x(-x)=-x+x^2=x^2-x$$

3) نشر الجداء $(4+x)(1-x)$ هو $4-3x-x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}(4+x)(1-x)&=4(1-x)+x(1-x)\\&=4-4x+x-x^2\\&=4-3x-x^2\end{aligned}$$

4) تحليل العبارة $ab+b$ هو $(a+1)b$ لأن :

$$ab+b=ab+1\times b=(a+1)b$$

5) تحليل العبارة $\sqrt{2}x+2$ هو $\sqrt{2}(x+\sqrt{2})$ لأن :

$$\sqrt{2}x+2=\sqrt{2}x+\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+\sqrt{2})$$

6) تحليل العبارة $a-ab$ هو $a(1-b)$ لأن :

$$a-ab=a\times 1-a\times b=a(1-b)$$

7) نشر العبارة $(\sqrt{3}+x)^2$ هو $3+2\sqrt{3}x+x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+x)^2&=(\sqrt{3})^2+2(\sqrt{3})(x)+(x)^2\\&=3+2\sqrt{3}x+x^2\end{aligned}$$

8) نشر العبارة $(1-\sqrt{2}x)^2$ هو $1-2\sqrt{2}x+2x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}(1-\sqrt{2}x)^2&=(1)^2-2(1)(\sqrt{2}x)+(\sqrt{2}x)^2\\&=1-2\sqrt{2}x+2x^2\end{aligned}$$

9) العبارة x^2+25 لا تقبل تحليلا لأنها عبارة عن مجموع مربعين.

10) العبارة $x^2+10x+25$ تحلل على الشكل $(x+5)^2$ لأن :

$$\begin{aligned}x^2+10x+25&=x^2+2(x)(5)+(5)^2\\&=(x+5)^2\end{aligned}$$

11) العبارة x^2-25 تحلل على الشكل $(x-5)(x+5)$ لأن :

$$x^2-25=x^2-5^2$$
$$=(x-5)(x+5)$$

12) العبارة $x^2-10x+25$ تحلل على الشكل $(x-5)^2$ لأن :

$$x^2-10x+25=x^2-2(x)(5)+(5)^2$$
$$=(x-5)^2$$

13) الجداء 21×19 يساوي 399 لأن:

$$21\times19=(20+1)(20-1)$$
$$21\times19=(20)^2-(1)^2$$
$$21\times19=400-1$$
$$21\times19=399$$

أدمج تعلماتي:

تعيين قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$

مساحة الشريط بدلالة x :

$$S=4x^2+4\times10x$$
$$S=4x^2+40x$$

لأن الشريط يتكون من 4 مربعات طول ضلعها x و 4 مستطيلات طولها 10 وعرضها x :

بما أن : $S=44$ فإن : $4x^2+40x=44$

ومنه : $4x^2+40x-44=0$ بالقسمة على 4 نجد : $x^2+10x-11=0$

من المعطيات : $(x-1)(x+11)=0$

أي : $x-1=0$ أو $x+11=0$

$x=1$ أو $x=-11$ مرفوض

وبالتالي قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$ هي $x=1$.

أتعمق:

35/ 1- نشر وتبسيط العبارة E:

$$E=(x+1)(x+9)-(x+3)^2$$
$$E=x(x+9)+1(x+9)-\left[x^2+2\times x\times3+3^2\right]$$
$$E=x^2+9x+x+9-x^2-6x-9$$
$$E=4x$$

2) باستعمال النتيجة (1) حَساب ما يلي :

$$101\times109-103^2=(100+1)(100+9)-(100+3)^2$$
$$=4\times100$$
$$=400$$

$$1,5\times9,5-(3,5)^2=(0,5+1)(0,5+9)-(0,5+3)^2$$
$$=4\times0,5$$
$$=2$$

36/ 1) باستعمال الحاسبة لدينا :

$a=35^2-36\times34$
$a=1221-1224$
$a=1$

$b=97^2-98\times96$
$b=9409-9408$
$b=1$

$c=321^2-322\times320$
$c=103041-103040$
$c=1$

2) التخمين نتيجة الحساب:

$$2018^2-2019\times2017=1$$

التحقق : $2018^2-2019\times2017=4072324-4072323=1$

3) شرح لماذا كل الصيغ تعبر عن الحسابات السابقة ثم ننشرها وتبسيطها :

في حالة فرض : $x=35$ فإن : $x+1=36$ و $x-1=34$

في حالة فرض مثلا : $x-1=97$ فإن $x=98$ و $x-2=96$

الأعداد المعطاة متتالية : $x-1$، x، $x+1$ أو $x-2$، $x-1$، x أو x، $x+1$، $x+2$ وبالتالي فهي تعبر عن الحسابات السابقة.

$E_1=x^2-(x+1)(x-1)$
$E_1=x^2-(x^2-1)$
$E_1=x^2-x^2+1$
$E_1=1$

$E_2=(x-1)^2-x(x-2)$
$E_2=(x^2-2x+1^2)-(x^2-x2)$
$E_2=x^2-2x+1-x^2+2x$
$E_2=1$

$E_3=(x+1)^2-(x+2)x$
$E_3=(x^2+2x+1)-(x^2+2x)$
$E_3=x^2+2x+1-x^2-2x$
$E_3=1$

/37

1) إيجاد حصرا للعدد x: $0 \le x \le 6$

2) إثبات أن الطولين GH و EF متساويان والتعبير عنهما بدلالة x:

$$GH = AD - AG - HD \qquad EF = AB - AE - BF$$
$$GH = 10 - x - 4 \qquad EF = 10 - x - 4$$
$$GH = 6 - x \qquad EF = 6 - x$$

وعليه: $EF = GH$.

3) التحقق بطريقتين أن مساحة الجزء غير الملون هي $A = 60 - 4x - x^2$

الطريقة الأولى :

مساحة الجزء غير الملون تساوي الفرق بين مساحة المربع الكلية ومجموع المساحات الملونة :

$$A = 10 \times 10 - \left(x^2 + 4x + 4 \times 10\right)$$
$$A = 100 - x^2 - 4x - 40$$
$$A = 60 - 4x - x^2$$

الطريقة الثانية :

$$A = EF \times BC + GH \times AE$$
$$A = (6 - x) \times 10 + (6 - x)x$$
$$A = 60 - 10x + 6x - x^2$$
$$A = 60 - 4x - x^2$$

4) حساب مساحة الجزء غير الملون من أجل $x = 4$:

$$A = 60 - 4 \times 4 - (4)^2$$
$$A = 60 - 16 - 16$$
$$A = 60 - 32$$
$$A = 28$$

/38

1- التعبير عن AB^2 بدلالة x:

بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $AB^2 + BC^2 = AC^2$

وعليه : $AB^2 = AC^2 - BC^2$ أي : $AB^2 = (2x + 5)^2 - (x + 2)^2$

2- كتابة عبارة AB^2 على شكل جداء ومرة أخرى على شكل نشر مبسط :

$$AB^2=(2x+5)^2-(x+2)^2$$
$$AB^2=[(2x+5)-(x+2)][(2x+5)+(x+2)]$$
$$AB^2=(2x+5-x-2)(2x+5+x+2)$$
$$AB^2=(x+3)(3x+7)$$

$$AB^2=(2x+5)^2-(x+2)^2$$
$$AB^2=\left[(2x)^2+2(2x)(5)+5^2\right]-\left[(x)^2+2(x)(2)+2^2\right]$$
$$AB^2=(4x^2+20x+25)-(x^2+4x+4)$$
$$AB^2=4x^2+20x+25-x^2-4x-4$$
$$AB^2=3x^2+16x+21$$

3- حساب بطريقتين مختلفتين الطول $[AB]$ من أجل $x=0$:

لدينا بالطريقة الأولى :
$$AB^2=3(0)^2+16(0)+21$$
$$AB^2=21$$

وعليه : $AB=\sqrt{21}\approx 4,58$

بالطريقة الثانية :
$$AB^2=(0+3)(3\times 0+7)$$
$$AB^2=3\times 7$$
$$AB^2=21$$

وعليه : $AB=\sqrt{21}\approx 4,58$

/39

1- نشر العبارة D:
$$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$$
$$D=x^2-4+3x^2+5x-6x-10$$
$$D=4x^2-x-14$$

2- تحليل x^2-4 ثم استنتاج تحليلا للعبارة D:

لدينا : $x^2-4=(x)^2-(2)^2=(x-2)(x+2)$
$$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$$
$$D=(x+2)(x-2)+(x-2)(3x+5)$$
$$D=(x-2)(x+2+3x+5)$$
$$D=(x-2)(4x+7)$$

3- استعمال العبارة المناسبة لحساب قيمة D:

من أجل $x=2$:

$$D=(2-2)(4\times2+7)$$
$$D=0\times15=0$$

من أجل $x=0$:

$$D=4(0)^2-0-14$$
$$D=-14$$

من أجل $x=-1,75$:

$$D=(-1,75-2)(4(-1,75)+7)$$
$$D=(-3,75)\times0$$
$$D=0$$

/40

1- حساب E من أجل $x=0,5$:

$$E=4(0,5)^2-8(0,5)-5$$
$$E=4(0,25)-4-5$$
$$E=1-4-5$$
$$E=-8$$

2- أ) نشر العبارة F:

$$F=(2x-2)^2-9$$
$$F=(2x)^2-2(2x)(2)+2^2-9$$
$$F=4x^2-8x+4-9$$
$$F=4x^2-8x-5$$

ب) تحليل العبارة F:

لدينا :

$$F=(2x-2)^2-9$$
$$F=(2x-2)^2-3^2$$
$$F=(2x-2-3)(2x-2+3)$$
$$F=(2x-5)(2x+1)$$

ج) العبارة المناسبة التي تسمح بمعرفة قيمة F من أجل $x=0$ دون حساب هي عبارة النشر لأنها مساوية لعبارة E.

معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تحدَّ:

تعيين قيمة x علما أن $x^2+12x=85$

$x^2+12x=85$ تعني : $x^2+12x-85=0$

بما أن: $-85=36-121$ فإن : $x^2+12x+36-121=0$

بما أن : $x^2+12x+36=(x+6)^2$ ، $121=11^2$

وعليه المعادلة تصبح:

$$(x+6)^2-(11)^2=0$$

$$(x+6-11)(x+6+11)=0$$

$$(x-5)(x+17)=0$$

$x+17=0$ أو $x-5=0$

$x=-17$ مرفوض $x=5$

وبالتالي قيمة x هي 5.

أستعد:

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $2x-1=0$ فإن $x=1$. خاطئ

لأنه إذا كان $2x-1=0$ فإن $2x=1$ أي : $x=\frac{1}{2}$

2) حل المعادلة $x+3=2x+3$ هو 0 صحيح

لأن المعادلة $x+3=2x+3$ تعني: $2x-x=3-3$ أي : $x=0$

3) الجداء $x(x-1)$ ينشر على الشكل x^2-x صحيح

لأن : $x(x-1)=x\times x-1\times x=x^2-x$

4) المجموع $4x^2+x$ يحلل على الشكل $x(4x+1)$ صحيح

لأن : $4x^2+x=4x\times x+1\times x=x(4x+1)$

5) المجموع $b^2+16b+64$ يحلل على الشكل $(b+8)^2$. صحيح

لأن : $b^2+16b+64=b^2+2b\times 8+8^2=(b+8)^2$

وبما أن وسيط السلسلة يساوي 8 فإن : $b=2$ وبالتالي : $a=1$

لأن الوسيط هو الوسط الحسابي للقيمتين اللتين ترتيبهما 5 و 6.

/21

تعيين التواتر المجمع الصاعد والتواتر المجمع النازل لكل علامة من العلامات التالية :

العلامة	8,5	10	12,5	14	16,5
التكرار المجمع الصاعد	3	13	22	29	30
التكرار	3	10	9	7	1
التكرار المجمع النازل	30	27	17	8	1
التواتر المجمع الصاعد	$\frac{3}{30}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{22}{30}$	$\frac{29}{30}$	1
التواتر المجمع النازل	1	$\frac{27}{30}$	$\frac{17}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{1}{30}$

/22

أ) بما أن تم حذف أصغر علامة وهى 4 وأكبر علامة وهى 19 فمعدل الحذف

هو : $\frac{4+9}{2}=11,5$

وبالتالي: معدل العلامات سيبقى 11,5 وكذلك وسيط العلامات لا يتغير 11 لأن لتم حذف قيمة أكبر من الوسيط وأصغر منه فقط.

ب) بفرض عدد تلاميذ هذا القسم هو x وبفرض مجموع العلامات الأصلي هو m

فإن : $\frac{m}{x}=11,5$ وبالتالي : $m=11,5x$

من جهة أخرى عند حذف أكبر علامة وهي 19 يصبح معدل العلامات هو 11,25

أي : $\frac{m-19}{x-1}=11,25$

بتعويض m بـ $11,5x$ نجد : $\frac{11,5x-19}{x-1}=11,25$

وعليه: $11,5x-19=11,25(x-1)$

أي: $11,5x-19=11,25x-11,25$

وبالتالي: $11,5x-11,25x=19-11,25$

إذن: $0,25x=7,75$

وعليه: $x=\frac{7,75}{0,25}$

أي: $x=31$.

ومنه عدد التلاميذ هو 31.

/23 باستعمال لمسات الحاسبة نجد :

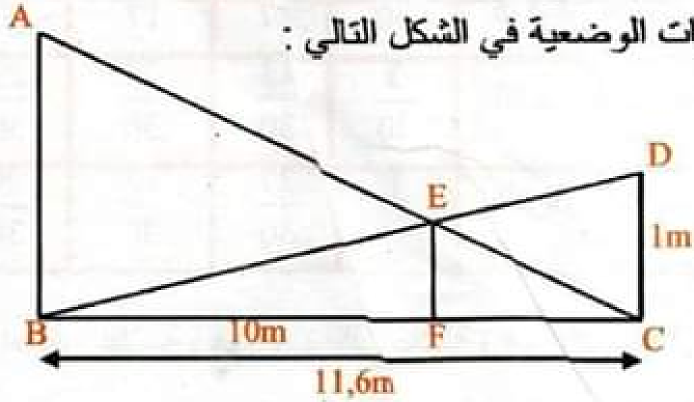
متوسط السلسلة الإحصائية هو 100,1.

9 خاصية طالس

تحدّ:

الطريقة المقترحة هي تناسب بين أطوال قطع لمستقيمين المتقاطعين في نقطة عندما يقطعهما مستقيمان متوازيان.

تلخص معطيات الوضعية في الشكل التالي :



حساب EF :

BCD مثلث $E\in(BD)$ و $F\in(BC)$ و $(DC)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا $\frac{BE}{BD}=\frac{BF}{BC}=\frac{EF}{DC}$

ومنه : $\frac{EF}{DC}=\frac{BF}{BC}$ أي : $EF=\frac{DC\times BF}{BC}$

$$EF=\frac{1\times10}{11,6}$$

$$EF=\frac{10}{11,6}$$

$$EF=\frac{100}{116}$$

$$EF=\frac{25}{29}$$

حساب AB :

ABC مثلث فيه $E\in[AC]$ و $F\in(BC)$ و $(AB)//(EF)$ (عموديان على نفس المستقيم) ومنه بتطبيق خاصية طالس لدينا : $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}=\frac{EF}{AB}$

ومنه : $\frac{EF}{AB}=\frac{CF}{CB}$

$CF=11,6m-10m$ ومنه : $CF=1,6m$

إذن : $AB = \dfrac{EF \times CB}{CF}$

$$AB = \frac{\frac{25}{29} \times 11,6}{1,6}$$

$$AB = \frac{10}{1,6}$$

ومنه : $AB = 6,25m$

ارتفاع المأذنة هو $6,25m$.

أستعد :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من المساواة $\frac{1,5}{x} = \frac{3}{4}$ ينتج أن : $x = 2$. صحيح

لأن : $x = \frac{4 \times 1,5}{3} = 2$

2) ABC مثلث، I منتصف $[AB]$ و J منتصف $[AC]$

ينتج أن $(IJ)//(BC)$. صحيح

لأنها خاصية مستقيم المنتصفين.

3) ABC مثلث.

I منتصف AB ، J منتصف $[AC]$ ينتج: $IJ = \frac{1}{2}BC$. صحيح

حسب خاصية مستقيم المنتصفين.

4) ABC مثلث حيث : $(AB)//(DE)$ إذن : $BE = 4$. صحيح

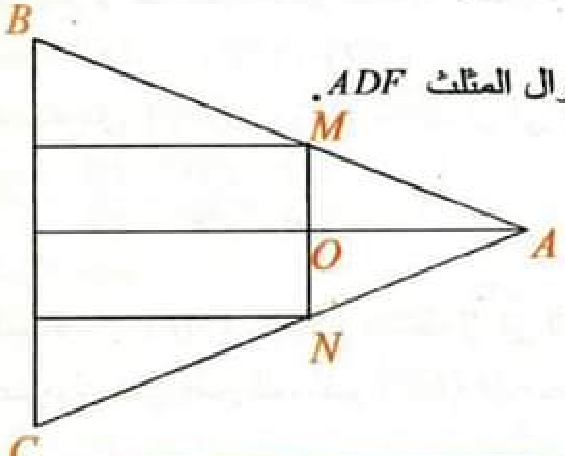
لأن : $\frac{CE}{CB} = \frac{CD}{CA}$ وعليه : $\frac{8}{x} = \frac{6}{9}$ أي : $x = 12$

وبالتالي : $BE = BC - EC = 12 - 8$ أي : $BE = 4$

5) في الشكل المقابل حيث $(DF)//(CE)$، ينتج : أطوال المثلث ACE متناسبة مع أطوال المثلث ADE خاطئ

لأن أطوال المثلث ACE متناسبة مع أطوال المثلث ADF.

حساب حجم الأسطوانة في حالة $h = r$:



المثلثان AMD و ABE في وضعية طالس إذن: $\frac{18-h}{18}=\frac{r}{6}$

ومنه نجد : $h=18-3r....(*)$

من أجل $h=r$ تكتب المعادلة $(*)$ $h=18-3h$ نجد عندئذ $h=r=\frac{9}{2}$

وفي هذه الوضعية الحجم V لهذه الأسطوانة يكون: $V=\pi r^2h=\pi h^3$

$$V=\pi\left(\frac{9}{2}\right)^3 cm^3$$

$$V=\frac{729\pi}{8}cm^3$$

وعليه حجم الأسطوانة في حالة $h=r$ هي: $V=\frac{729\pi}{8}cm^3$.

أوظف تعلماتي:

خاصية طالس

/1 1) أطوال المثلث OAB متناسبة مع أطوال المثلث OEF.

2) استنتاج النسب المتساوية :

$$\frac{OE}{OA}=\frac{OF}{OB}=\frac{EF}{AB}$$

/2 حساب الطول BC :

بما أن (EF) يوازي (BC)

فإن المثلثان ABC و AEF في وضعية طالس وبالتالي : $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$

نحتفظ بالمساواة $\frac{AC}{AF}=\frac{BC}{EF}$ أي : $\frac{4,5}{9}=\frac{BC}{10}$

ومنه : $BC=\frac{10\times4,5}{9}=5$.

/3 التبرير أنه يمكن تطبيق خاصية طالس ثم كتابة النسب الثلاثة المتساوية في كل حالة.

الحالة الأولى : $(AD)//(EB)$

المستقيمان (AB) و (ED) متقاطعان في النقطة C وبما أن $(AD)//(EB)$

فإن : $\frac{CA}{CB}=\frac{CD}{CE}=\frac{AD}{EB}$

الحالة الثانية :

المستقيمان (FH) و (JG) متقاطعان في النقطة I وبما أن $(HJ)//(FG)$ لأنهما عموديان على نفس المستقيم (FH) فإنه حسب خاصية طالس : $\frac{IJ}{IG}=\frac{IH}{IF}=\frac{JH}{FG}$

الحالة الثالثة :

الزاويتان $\widehat{SMK}$ و $\widehat{K'LK}$ متقايسان وهما متماثلتان بالنسبة إلى المستقيمين (SM) و (LK') والقاطع لهما (KM) وبالتالي: $(LK')//(SM)$

وبما أن المستقيمان (ML) و (SK') متقاطعان في K فإنه حسب خاصية طالس :

$$\frac{KK'}{KS}=\frac{KL}{KM}=\frac{K'L}{MS}$$

الحالة الرابعة : $\widehat{PNO}=180°-(40°+35°)$ أي : $\widehat{PNO}=105°$

وبالتالي $\widehat{PNO}=\widehat{ORQ}$ وهما متبادلتان داخليا بالنسبة إلى المستقيمين (NP) و (RQ) والقاطع لهما (NR) وبالتالي فإن: $(QR)//(NP)$

من جهة أخرى المستقيمان (QP) و (NR) متقاطعان في النقطة O حسب خاصية طالس : $\frac{ON}{OR}=\frac{OP}{OQ}=\frac{PN}{RQ}$

وبما أن المستقيمان (ML) و (SK') متقاطعان في K فإنه حسب خاصية طالس :

$$\frac{KK'}{KS}=\frac{KL}{KM}=\frac{K'L}{MS}$$

4/ 1) حساب القيمتين المضبوطتين لكل من OD و CD :

بما أن (AC) و (BD) يتقاطعان في النقطة O والمستقيمين (AB) و (CD) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{OA}{OC}=\frac{OB}{OD}=\frac{AB}{CD}$

بالتعويض : $\frac{3}{5}=\frac{2}{OD}=\frac{4}{CD}$

وعليه : $OD=\frac{2\times5}{3}=\frac{10}{3}$ و $CD=\frac{5\times4}{3}=\frac{20}{3}$

2) إعطاء المدور إلى الجزء من 10 لكل من OD و CD :

المدور إلى الجزء من 10 لـ OD هو : 3,3.

المدور إلى الجزء من 10 لـ CD هو : 6,7.

5/ 1. حساب كلا من الطولين OF و GH :

المستقيمان GF و EH متقاطعان في O.

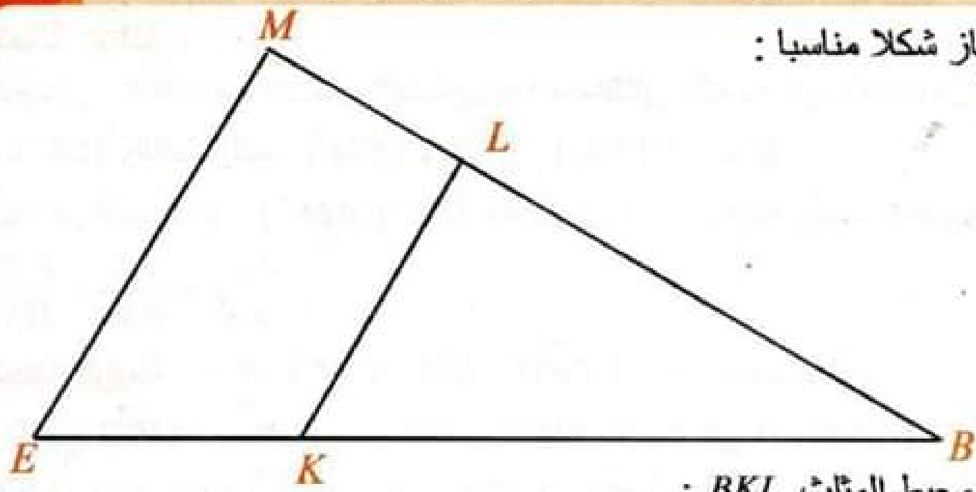
المستقيمان (EF) و (GH) متوازيان، حسب خاصية طالس

$\frac{OH}{OE}=\frac{OG}{OF}=\frac{HG}{EF}$ بالتعويض : $\frac{3,9}{1,3}=\frac{4}{OF}=\frac{HG}{2}$

وعليه: $OF=\frac{4\times1,3}{3,9}=\frac{4}{3}$ ، $HG=\frac{2\times3,9}{1,3}=6$

ب) المثلث OGH يمثل تكبيرا للمثلث OEF بمعامل التكبير هو 3 لأن : $\frac{OH}{OE}=\frac{3,9}{1,3}=3$

6/ 1- إنجاز شكلا مناسبا :



2- حساب محيط المثلث BKL :

حساب الأطوال BK ، BL ، LK :

لدينا : $BK = BE - EK = 12 - 4 = 8$

المستقيمان (EK) و (ML) متقاطعان في النقطة B.

المستقيمان (KL) و (EM) متوازيان حسب خاصية طالس : $\frac{BL}{BM} = \frac{BK}{BE} = \frac{KL}{EM}$

بالتعويض : $\frac{BL}{9} = \frac{8}{12} = \frac{KL}{6}$

وبالتالي : $BL = \frac{9 \times 8}{12} = \frac{72}{12} = 6$

و : $KL = \frac{6 \times 8}{12} = \frac{48}{12} = 4$

ومنه : $P_{BKL} = BK + KL + BL = 8 + 4 + 6 = 18$

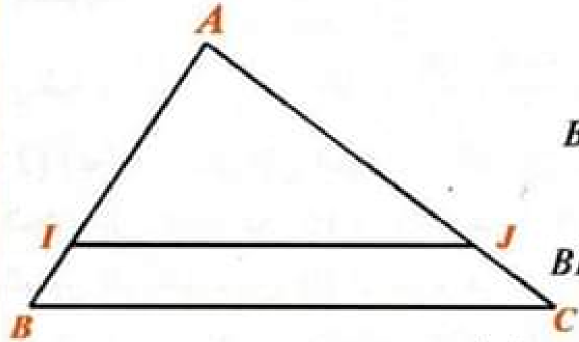
إذن محيط المثلث BKL هو $18cm$

7/ 1) أ. رسم المثلث ABC حيث :

$BC = 6cm$ ، $AC = 5cm$ ، $AB = 4cm$

ب. تعليم النقطتين I و J حيث :

$BI = CJ = 1cm$ و $J \in [AC]$ ، $I \in [AB]$



2) معرفة هل المستقيمين (IJ) و (BC) متوازيان:

النقاط A,J,C والنقاط A,I,B في استقامية وبنفس الترتيب :

$\frac{AJ}{AC} = \frac{5-1}{5} = \frac{4}{5}$ و $\frac{AI}{AB} = \frac{4-1}{4} = \frac{3}{4}$

بما أن : $\frac{4}{5} \neq \frac{3}{4}$ فإن $\frac{AI}{AB} \neq \frac{AJ}{AC}$

حسب خاصية طالس لو كان المستقيمين متوازيين لكان $\frac{AI}{AB} = \frac{AJ}{AC}$ لكن المساواة خاطئة، إذن المستقيمان (BC) و (IJ) غير متوازيين.

8/ حساب الطولين AP و LP :

المستقيمان (MN) و (LP) متقاطعان في A

المستقيمان (ML) و (NP) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{AM}{AN}=\frac{AL}{AP}=\frac{ML}{NP}$

بالتعويض نجد : $\frac{6}{AP}=\frac{9}{15}$ أي : $AP=\frac{6\times15}{9}=10$

وعليه : $LP=AP-AL=10-6=4$

إذن : $AL=10$ و $LP=4$.

9/ حساب الطول AF :

المستقيمان (BF) و (AD) متقاطعان في E.

المستقيمان (BD) و (AF) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{EA}{ED}=\frac{EF}{EB}=\frac{AF}{BD}$

بالتعويض نجد : $\frac{AF}{4,5}=\frac{3,3}{2}$ أي : $AF=\frac{3,3\times4,5}{2}$

وعليه : $AF=7,425cm$

الخاصية العكسية لخاصية طالس:

10/ معرفة هل المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان :

لدينا : $\frac{CE}{CA}=\frac{3}{2}=1,5$ و $\frac{CF}{CB}=\frac{6}{4}=1,5$

وعليه : $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$

على المستقيمين (AE) و (BF) المتقاطعين في النقطة C.

النقاط $B;C;F$ من جهة والنقاط $A;C;E$ من جهة أُخرى في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(EF)//(AB)$

11/ إثبات المستقيمين (AB) و (EF) متوازيان :

لدينا : $AM=AB-BM=36-20=16$

وأيضا : $\frac{AM}{AB}=\frac{16}{36}=\frac{4}{9}$ و $\frac{AN}{AC}=\frac{20}{45}=\frac{4}{9}$

وعليه : $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$

والنقاط $A;M;B$ في استقامية ومن جهة أخرى $A;N;C$ في استقامية وبنفس الترتيب حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(MN)//(BC)$.

/12 معرفة هل المستقيمين (BC) و (AD) متوازيان :

لدينا : $\frac{ED}{EB}=\frac{3,2}{4,8}=\frac{32}{48}=\frac{2}{3}$ و $\frac{EA}{EC}=\frac{1,2}{1,8}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$

وعليه : $\frac{ED}{EB}=\frac{EA}{EC}$

النقاط $A;E;C$ من جهة والنقاط $B;E;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب و $\frac{CE}{CA}=\frac{CF}{CB}$

فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(BC)//(AD)$

/13 معرفة هل المستقيمين (EF) و (BD) متوازيان :

لدينا : $AE=AB-BE=8-2,4=5,6$

و $\frac{AE}{AB}=\frac{5,6}{8}=0,7$ و $\frac{AF}{AD}=\frac{1,2}{6}=0,2$

إذن : $\frac{AE}{AB}\neq\frac{AF}{AD}$

لو كان المستقيمان (EF) و (BD) متوازيان لكان $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AD}$ حسب خاصية طالس لكن المساواة خاطئة وبالتالي المستقيمين (EF) و (BD) غير متوازيان :

/14 معرفة هل المستقيمين (AB) و (DC) متوازيان :

أولا : حساب الطولين OA و OD :

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث OAB لدينا : $AB^2=AO^2+OB^2$

وعليه : $OA^2=AB^2-OB^2=(2,5)^2-(1,5)^2$

وعليه : $OA^2=6,25-2,25=4$

وبالتالي : $OA=2$ من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث ODC نجد : $DC^2=OC^2+OD^2$ إذن : $OD=3$

لدينا : $\frac{OB}{OD}=\frac{1,5}{3}=0,5$ ، $\frac{OA}{OC}=\frac{2}{4}=0,5$ إذن : $\frac{OB}{OD}=\frac{OA}{OC}$

النقاط $A;M;B$ استقامية من جهة والنقاط $A;N;D$ من جهة أخرى في استقامية وبنفس الترتيب فحسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن: $(BD)//(MN)$.

/15 لدينا: $\frac{AN}{AD}=\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$ و $\frac{AM}{AB}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

وعليه: $\frac{AN}{AD}=\frac{AM}{AB}$

وبما أن النقط A ، N ، D استقامية والنقط A ، M ، B استقامية بنفس الترتيب حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس فإن : $(BD)//(MN)$.

وضع نقط على مستقيم:

16/ إجابة إيناس أصوب من إجابة يونس لأنه لإثبات أن $\frac{OM}{OA}=\frac{ON}{OP}$

يكفي إثبات أن: $9\times3=5,4\times5=27$.

17/ إنشاء دون استعمال مسطرة مدرّجة النّقطة M من $[AB]$ حيث $\frac{AM}{AB}=\frac{3}{7}$:

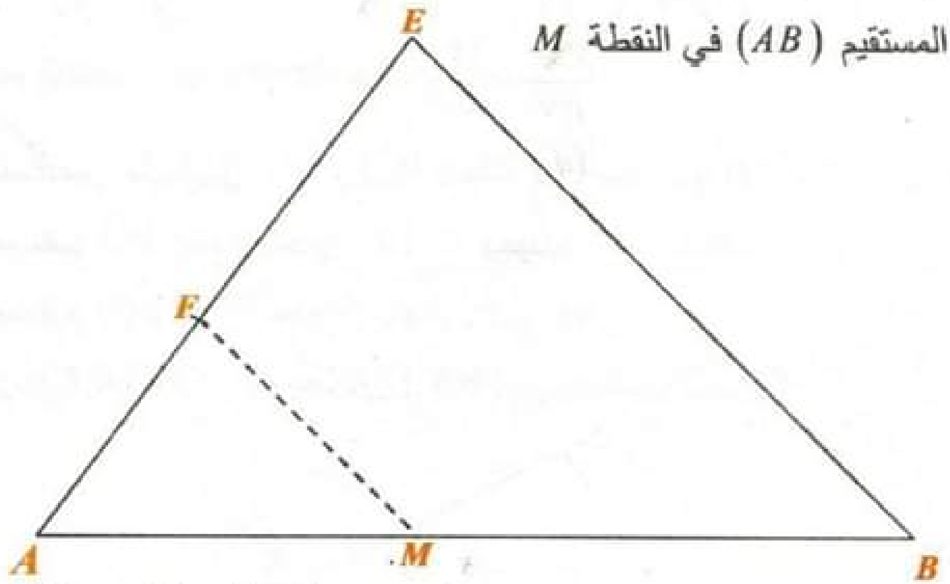
* نرسم القطعة $[AB]$:

ننشئ نصف مستقيم مبدأه A وحامله يختلف عن المستقيم (AB)

- على نصف مستقيم هذا نمثّل نقطتين E و F حيث: $AE=7a$ و $AF=3a$

- نرسم المستقيم (EB) ثم المستقيم الموازي له ويشمل F

يقطع المستقيم (AB) في النقطة M



المثلثان AFM و AEB في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AB}=\frac{AF}{AE}=\frac{3a}{7a}=\frac{3}{7}$

18/ إنشاء دون استعمال مسطرة مدرجة النقطة M من (AB) ولا تنتمي إلى $[AB]$

حيث : $\frac{AM}{AB}=\frac{4}{9}$

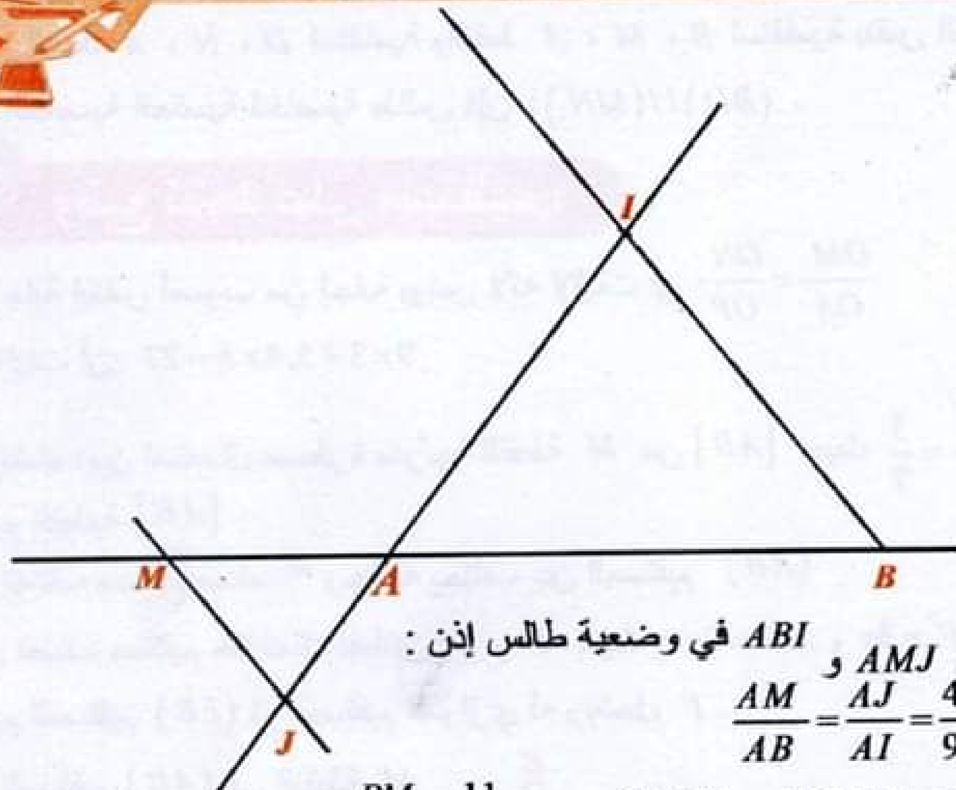
* نرسم المستقيم (AB).

* ننشئ مستقيم يشمل A وحامله يختلف عن المستقيم (AB).

- على هذا المستقيم تعيين نقطتين I و J في جهتين مختلفتين عن A حيث:

$AI=9a$ ، $AJ=4a$.

- نرسم المستقيم (IB) ثم المستقيم الموازي له ويشمل النقطة J فيقطع (AB) في النقطة M.



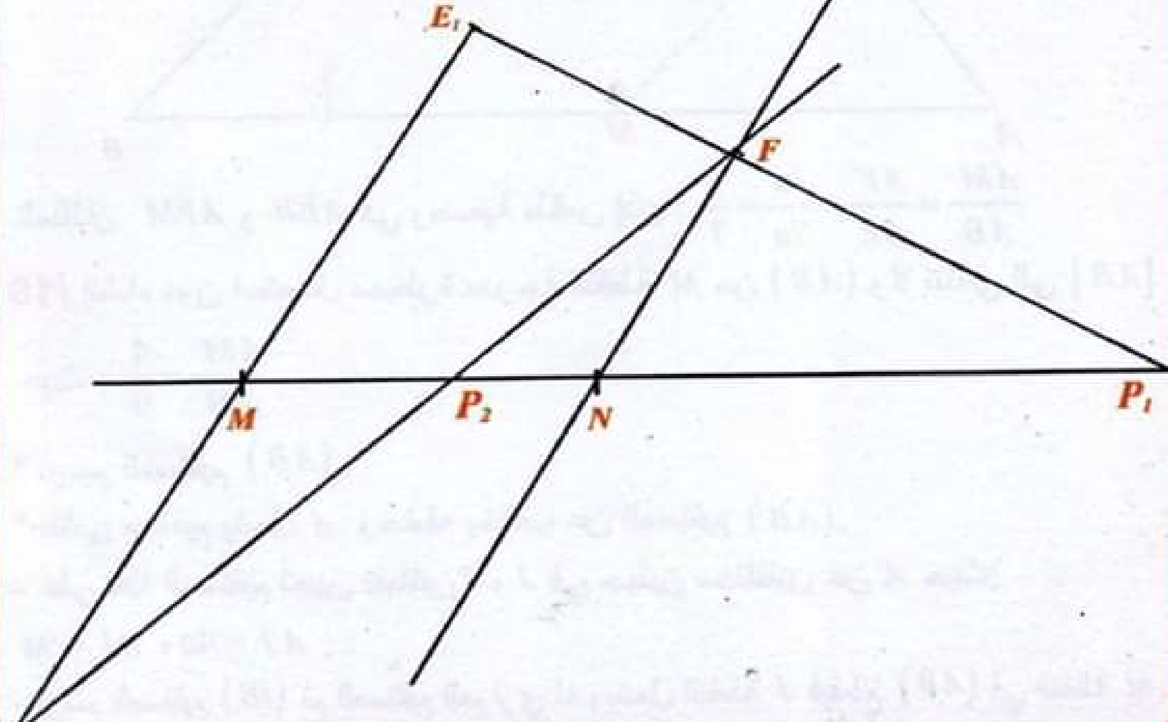
المثلثان AMJ و ABI في وضعية طالس إذن :

$$\frac{AM}{AB}=\frac{AJ}{AI}=\frac{4a}{9a}=\frac{4}{9}$$

19/ إنشاء النقطة P من (MN) حيث : $\frac{PM}{PN}=\frac{11}{7}$

- نرسم مستقيمين متوازيين (d) و (d') بحيث (d) يمر من M و (d') يمر من N.
- على المستقيم (d) نعلم النقطتين E_1 و E_2 بحيث: $ME_1=ME_2=11$
- على المستقيم (d') نعلم النقطة F بحيث : $NF=7$.

المستقيمين (E_1F) و (E_2F) يقطعان (MN) في نقطتين P_1 و P_2



المثلثان P_1ME_2 و P_1NF في وضعية طالس.

إذن : $\frac{P_1M}{P_1N}=\frac{ME_2}{MF_2}=\frac{11}{7}$

النقطتان P_1 و P_2 هما المطلوبتان.

أؤكد تعلماتي:

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة :

1) في الشكل الآتي $(BC)//(IJ)$

ينتج : $x=6$ ، $y=\frac{9}{2}$ أو $y=4,5$

لأن المثلثان AIJ و ABC في وضعية طالس وعليه : $\frac{AI}{AB}=\frac{AJ}{AC}=\frac{IJ}{BC}$

بالتعويض : $\frac{x}{10}=\frac{y}{y+3}=\frac{3}{5}$ إذن : $x=\frac{10\times3}{5}=6$

ولدينا : $\frac{3}{5}=\frac{y}{y+3}$ وعليه : $5\times y=3(y+3)$

أي : $5y=3y+9$ وبالتالي : $2y=9$ أي : $y=\frac{9}{2}=4,5$

2) في الشكل الآتي : $(LM)//(BC)$

ينتج : $x=4$ ، $y=6$

لأن المثلثان AML و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{AM}{AC}=\frac{AL}{AB}=\frac{ML}{BC}$

وعليه : $\frac{2}{4}=\frac{2}{x}=\frac{3}{y}$ وبالتالي: $x=4$ و $y=\frac{3\times4}{2}=6$

3) في الشكل الآتي، ينتج $(BC)//(EF)$

لدينا : $\frac{1}{3}=\frac{11}{33}=\frac{11}{11+22}=\frac{AB}{AE}$

$\frac{1}{3}=\frac{15}{45}=\frac{AC}{AF}$

إذن : $\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AF}$

والنقاط $A;B;E$ استقامية والنقاط $A;C;E$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن : $(BC)//(EF)$.

4) نختار تدريجيا منتظما على (AB) ونرسم مستقيمات موازية لـ (BC)

ينتج المثلثان AMN و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{3}{5}=\frac{MN}{BC}=\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$

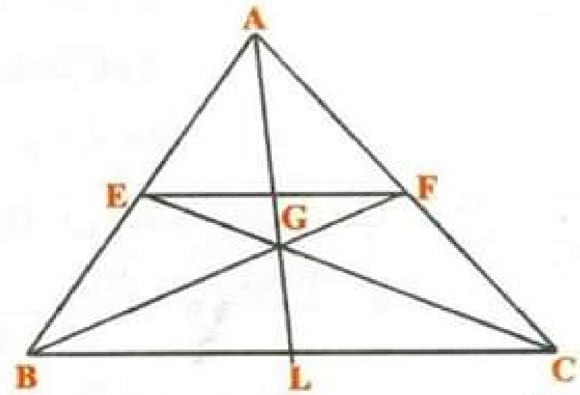
وعليه : $\frac{3}{5}=\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$ صحيحة

$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$ **صحيحة**

$5\times MN=3\times BC$ **صحيحة** انطلاقا من $\frac{MN}{BC}=\frac{3}{5}$.

أتعمق:

/20 1. رسم شكلا مناسبا:



2. إثبات أن $\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{1}{2}$:

المثلثان GEF و GBC في وضعية طالس إذن : $\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{EF}{BC}=\frac{\frac{1}{2}BC}{BC}=\frac{1}{2}$

وعليه: $\frac{GE}{GC}=\frac{GF}{GB}=\frac{1}{2}$.

3. إثبات أن F هي منتصف $[AC]$ و E منتصف $[AB]$:

المثلثان AEF و ABC في وضعية طالس إذن : $\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$

لكن : $\frac{EF}{BC}=\frac{1}{2}$ وعليه : $\frac{AF}{AC}=\frac{1}{2}$

أي : $AF=\frac{1}{2}AC$ و $F\in[AC]$ فإن : F منتصف $[AC]$

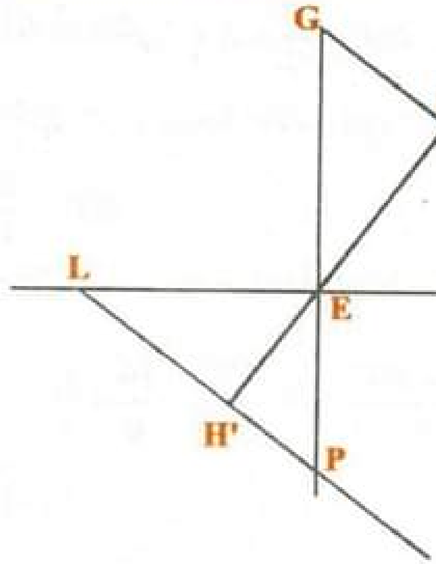
من جهة أخرى : $\frac{AE}{AB}=\frac{1}{2}$ أي : $AE=\frac{1}{2}AB$ و $E\in[AB]$

إذن E منتصف $[AB]$.

4. إثبات أن L منتصف $[BC]$:

بما أن G نقطة تقاطع المتوسطات في المثلث ABC فإن (AL) هو المتوسط هو المتعلق بالضلع $[BC]$ وبالتالي: L هو منتصف $[BC]$.

/21 إنشاء المثلث EFC قائما في E حيث : $EF=4cm$ و $EG=3cm$



1) حساب A_1 مساحة المثلث EFG :

$$A_1 = \frac{EF \times EG}{2} = \frac{4 \times 3}{2}$$

$$A_1 = 6cm^2$$

2) إنشاء النقطتين L و P حيث: $\frac{EL}{EF} = \frac{2}{3}$ ، $\frac{EP}{EG} = \frac{2}{3}$

استنتاج أن $(GF)//(LP)$:

بما أن $\frac{EL}{EF} = \frac{2}{3}$ و $\frac{EP}{EG} = \frac{2}{3}$

فإن : $\frac{EP}{EG} = \frac{EL}{EF}$ والنقاط G,E,P استقامية والنقاط $F;E;L$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لطالس المستقيمين (GF) و (LP) متوازيين.

3) حساب القيمة المضبوطة لكل من الطول LP وارتفاع المثلث ELP المتعلق بالرأس E :

أولا حساب الطول GF : بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد: $GF^2 = EG^2 + EF^2$

أي : $GF^2 = 3^2 + 4^2$ وبالتالي: $GF^2 = 25$ وعليه: $GF = 5cm$

وبما أن المثلثان EGF و ELP في وضعية طالس فإن: $\frac{EL}{EF} = \frac{EP}{EG} = \frac{LP}{GF}$

أي : $\frac{LP}{5} = \frac{2}{3}$ وبالتالي: $LP = \frac{10}{3}cm$

نفرض H' هي المسقط العمودي للنقطة E على (LP) وبما أن H هي المسقط العمودي للنقطة E على $[GF]$.

لدينا: $S_{EFG} = 6$ وعليه : $\frac{GF \times EH}{2} = 6$

أي : $GF \times EH = 12$ وبالتالي: $EH = \frac{12}{5} = 2,4$

المثلثان $EH'P$ و EHG في وضعية طالس إذن: $\frac{EH'}{EH} = \frac{EP}{EG} = \frac{2}{3}$

وعليه: $EH' = \frac{2}{3} EH = 1,6$

4) حساب القيمة المضبوطة لـ A_2 مساحة المثلث ELP :

$$A_2 = \frac{LP \times EH'}{2} = \frac{\frac{10}{3} \times 1,6}{2} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

التحقق أن $A_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1$

لدينا : $\left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1 = \frac{4}{9} \times 6 = \frac{24}{9} = \frac{8}{3} = A_2$

وعليه : $A_2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 A_1$

22/ حساب الطول OB:

المستقيمان (AC) و (BD) متقاطعان في O

المستقيمان (AB) و (CD) متوازيان

حسب خاصية طالس : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

بالتعويض : $\frac{OB}{OB + BD} = \frac{2}{5}$ بفرض $OB = x$

نجد : $\frac{x}{x+6} = \frac{2}{5}$ وعليه : $5x = 2(x+6)$

أي : $5x = 2x + 12$ إذن : $3x = 12$ وعليه : $x = 4$

وبالتالي : $OB = 4m$.

23/ معرفة هل (CK) يوازي (AD) :

أولا حساب الطولين CL و LK :

المستقيمين (CL) و (BK) يتقاطعان في النقطة A، المستقيمان (BC) و (LK)

متوازيان حسب خاصية طالس : $\frac{AL}{AC} = \frac{AK}{AB} = \frac{LK}{BC}$ وعليه : $\frac{20}{AC} = \frac{30}{50} = \frac{LK}{30}$

إذن : $AC = \frac{50 \times 20}{30} = \frac{100}{3}$ ، $LK = \frac{30 \times 30}{50} = 18$

وعليه : $CL = AC - AL = \frac{100}{3} - 20 = \frac{40}{3}$

من جهة أخرى لدينا: $\frac{LK}{LD}=\frac{18}{13,5}=\frac{4}{3}$

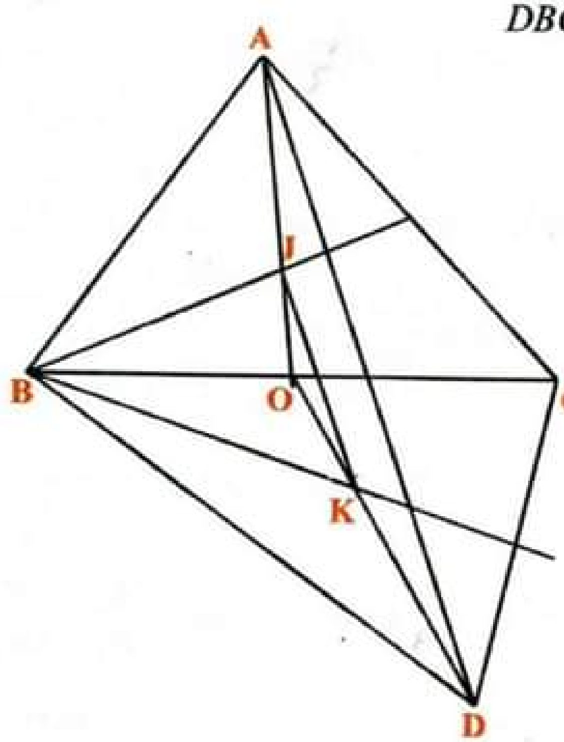
$$\frac{LC}{LA}=\frac{\frac{40}{3}}{20}=\frac{40}{3}\times\frac{1}{20}=\frac{2}{3}$$

بما أن $\frac{LC}{LA}\neq\frac{LK}{LD}$ وبما أن المساواة خاطئة حسب خاصية طالس، نستنتج أن المستقيمان (CK) و (AD) غير متوازيان.

24/ ABC و DBC مثلثان، O منتصف $[BC]$

J هي مركز ثقل المثلث ABC

و K هي مركز ثقل المثلث DBC



إثبات أن (JK) يوازي (AD) :

بما أن J مركز ثقل المثلث ABC فإن : $OJ=\frac{1}{3}OA$ أي : $\frac{OJ}{OA}=\frac{1}{3}$....(1)

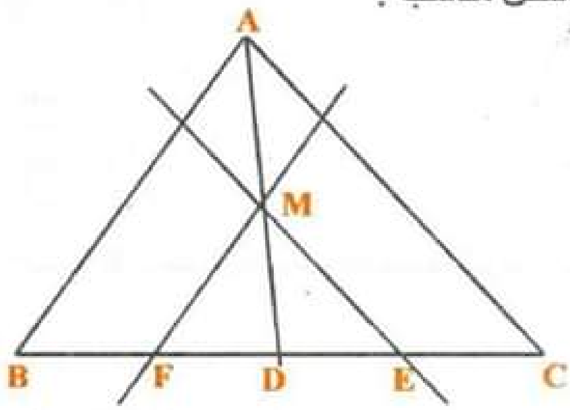
من جهة أخرى K مركز ثقل المثلث BCD فإن : $OK=\frac{1}{3}OD$

أي : $\frac{OK}{OL}=\frac{1}{3}$....(2)

من (1) و(2) ينتج أن : $\frac{OJ}{OA}=\frac{OK}{OD}$

والنقاط $O;J;A$ استقامية والنقاط $O;K;D$ استقامية وبنفس الترتيب، حسب الخاصية العكسية لخاصية طالس نستنتج أن (JK) و (AD) متوازيان.

25/ 1) رسم شكل مناسب :



2) إثبات أن $\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}$ واستنتاج أن D منتصف $[EF]$:

لدينا في المثلث ADC : $(AC)//(ME)$ والمثلثان DME و ADC في وضعية

طالس إذن: $\frac{DM}{DA}=\frac{DE}{DC}$.....(1)

من جهة أخرى لدينا في المثلث ABD : $(AB)//(MF)$ والمثلثان DMF و ADB

في وضعية طالس إذن: $\frac{DM}{DA}=\frac{DF}{DB}$......(2)

من (1) و(2) ينتج أن: $\frac{DE}{DC}=\frac{DF}{DB}$

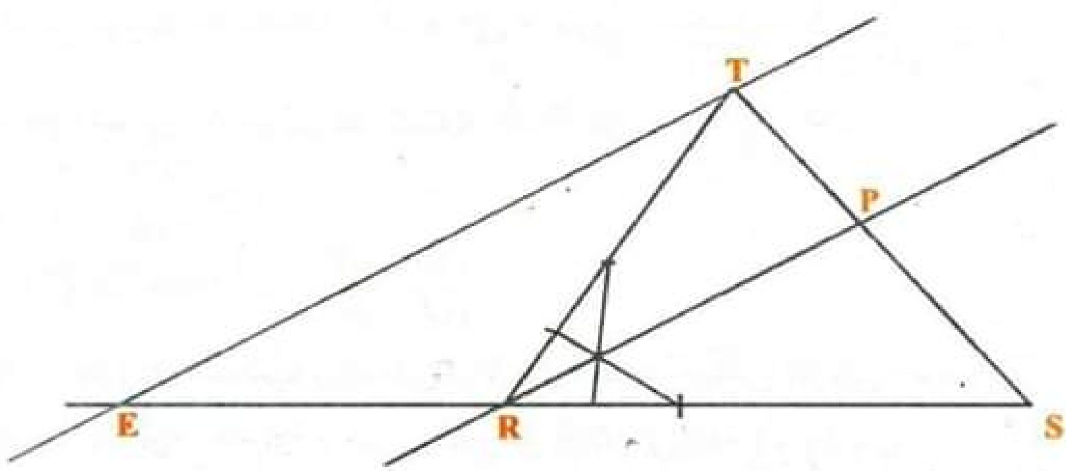
بما أن (AD) المتوسط المتعلق بالضلع $[BC]$ فإن: D منتصف $[BC]$

أي: $DC=DB$.

وعليه فإن : $\frac{DF}{DB}=\frac{DE}{DC}$ تعني أن: $DF=DE$ و $D\in[EF]$

وبالتالي D منتصف $[EF]$

26/ 1. رسم شكلا مناسبا :



2) إثبات أن $\frac{SE}{SR}=\frac{ST}{SP}$ واستنتاج أن $\frac{RE}{SR}=\frac{PT}{SP}$:

لدينا المستقيمان (TP) و (ER) متقاطعين في النقطة S.

المستقيمين (ET) و (RP) متوازيان.

حسب خاصية طالس : $\frac{TE}{ER}=\frac{SE}{SR}=\frac{ST}{SP}$ وعليه : $\frac{SE}{SR}=\frac{ST}{SP}$

بما أن : $\frac{SE}{SR}=\frac{ST}{SP}$ فإن : $\frac{SE-SR}{SR}=\frac{ST-SP}{SP}$ (من خواص التناسب)

وعليه : $\frac{RE}{SR}=\frac{PT}{SP}$.

3) إثبات أن المثلث RTE متساوي الساقين :

لدينا : $R\widehat{E}T=P\widehat{R}S$ (بالتماثل). $R\widehat{T}E=P\widehat{R}T$ (بالتبادل الداخلي).

وبما أن : $P\widehat{R}T=P\widehat{R}S$ فإن: $R\widehat{E}T=R\widehat{T}E$ وعليه فإن المثلث RTE متساوي الساقين رأسه الأساسي R وقاعدته $[ET]$.

4) إثبات أن $\frac{RT}{SR}=\frac{PT}{SP}$:

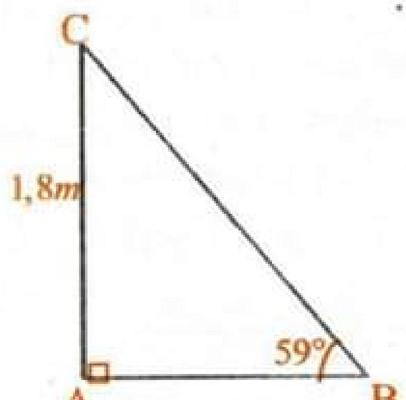
بما أن المثلث RTE متساوي الساقين فإن: $RT=RE$

وبما أن : $\frac{RE}{SR}=\frac{PT}{SP}$ فإن: $\frac{RT}{SR}=\frac{PT}{SP}$

حساب المثلثات في المثلث القائم

تحدٍّ:

حساب قيمة مقربة إلى الجزء من 10 لطول السلم :



لدينا : $\sin A\widehat{B}C=\frac{AC}{BC}$

وعليه : $\sin 59°=\frac{1,80}{BC}$

أي : $BC=\frac{1,80}{\sin 59°}$

بالتقريب إلى $\frac{1}{10}$ نجد: $BC=2,1m$

طول السلم هو $2,1m$.

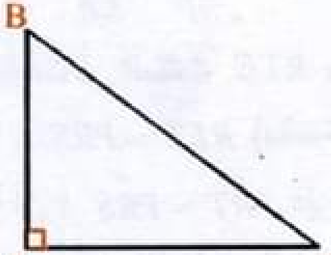
أستعد:

1) مجموع أقياس زوايا مثلث يساوي 180°. **صحيح**

2) مدوّر العدد 1,267103 إلى الوحدة هو 1 . **صحيح**
لأن رقم الأعشار 2 أقل من 5.

3) مدوّر العدد 1,267103 إلى الجزء من 10 هو 1,2. **خاطئ**
لأن مدور العدد هو 1,3 لأن رقم الأجزاء من مائة 6 أكبر من 5.

4) في المثلث ABC القائم في A.



- الوتر هو $[BC]$. **صحيح**
- الضلع المقابل للزاوية $\widehat{C}$ هو $[BC]$.
خاطئ هو $[AB]$.
- الضلع المجاور للزاوية $\widehat{C}$ هو $[AB]$.
خاطئ هو $[AC]$.

5) في مثلث قائم جيب تمام زاوية حادّة يساوي : طول الضلع المقابل ÷ طول الوتر
خاطئ
جيب تمام زاوية حادة يساوي : طول الضلع المجاور ÷ طول الوتر.

6) اعتمادا على الشكل : $\cos A\widehat{B}C = \dfrac{AC}{AB}$ **خاطئ**

لأن : $\cos A\widehat{B}C = \dfrac{AC}{AB}$

أوظف تعلماتي:

النسب المثلثية – استعمال حاسبة

1/ 1) برهان أن المثلث JKL قائم في J:

لدينا : $JK^2 = 7{,}8^2 = 60{,}84$ ، $JL^2 = 10{,}4^2 = 108{,}16$ ، $KL^2 = 13^2 = 169$

نلاحظ أن : $JL^2 + JK^2 = 108{,}16 + 60{,}84 = 169 = KL^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث JKL قائم في J

2) حساب $\tan\widehat{K}$ ، $\tan\widehat{L}$:

لدينا : $\tan\widehat{K} = \dfrac{\text{طول الضلع المقابل}}{\text{طول الضلع المجاور}}$

$$\tan\widehat{K} = \frac{LJ}{JK} = \frac{10{,}4}{7{,}8} = \frac{104}{78} = \frac{4}{3}$$

$$\tan\widehat{L}=\frac{JK}{LJ}=\frac{7,8}{10,4}=\frac{3}{4}=0,75$$

/2 1) برهان أن المثلث ABC قائم في A :

لدينا : $AC^2=196$ ، $AB^2=10,5^2=110,25$ ، $BC^2=17,5^2=306,25$

نلاحظ أن : $AB^2+AC^2=110,5+196=306,25=BC^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث ABC قائم في A .

حساب $\tan\widehat{B}$ ، $\tan\widehat{C}$:

$$\tan\widehat{B}=\frac{AC}{AB}=\frac{14}{10,5}=\frac{140}{105}=\frac{4}{3}$$

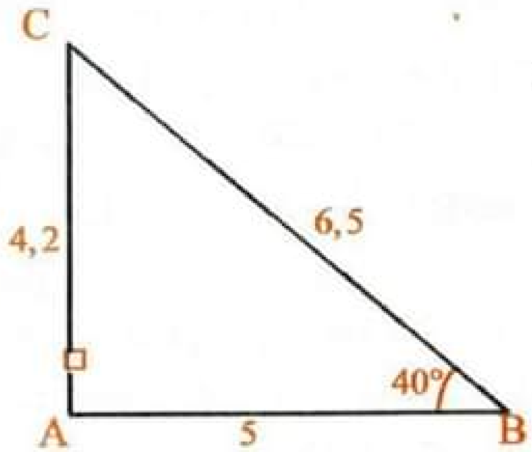
$$\tan\widehat{C}=\frac{AB}{AC}=\frac{10,5}{14}=0,75$$

/3 1) إنشاء مثلثا قائما إحدى زواياه حادتين قيسها $40°$

الوسائل المستعملة : المسطرة ، المنقلة ، الكوس

2) بالتدوير إلى الجزء من 100 :

أ) باستعمال أقياس أطوال أضلاع المثلث :



$$\sin 40°=\frac{AC}{BC}=\frac{4,2}{6,5}=0,65$$

$$\cos 40°=\frac{AB}{BC}=\frac{5}{6,5}=0,77$$

$$\tan 40°=\frac{AC}{AB}=\frac{4,2}{5}=0,84$$

ب) باستعمال حاسبة :

$\cos 40°=0,77$ ، $\sin 40°=0,64$ ، $\tan 40°=0,84$

ج) النتائج المتحصل عليها متساوية وبالتالي الإنشاء دقيق.

/4 1) إثبات أن المثلث ABC قائم :

$AC^2=3,52=12,25$ ، $BC^2=1,2^2=1,44$ ، $AB^2=3,7^2=13,69$

نلاحظ أن : $AC^2+BC^2=12,25+1,44=13,69=AB^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث ABC قائم في C.

2) حساب النسب المثلثية :

$$\cos\widehat{A}=\frac{AC}{AB}=\frac{3,5}{3,7}=\frac{35}{37}$$

$$\sin\widehat{A}=\frac{BC}{AB}=\frac{1,2}{3,7}=\frac{12}{37}$$

$$\tan\widehat{A}=\frac{BC}{AC}=\frac{1,2}{3,5}=\frac{12}{35}$$