مطابق لمنهاج
الجيل 2

سهيلة ليشاني | عمر عليك

الجواب الكافي

الرياضيات

حلول تمارين الكتاب المدرسي

السنة 4 متوسط
جميع شعب التدريس وفق منهاج مجلس

دار التحدي

emeAM
Guide

دار التحدي

العنوان:

الجواب الكافي في الرياضيات

المستوى:

السنة الرابعة متوسط

إعداد :

عليك عمر / ليشاني سهيلة

1- النعداد الطبيعية والنعداد الناطقة

تحَد: صفحة 7 من الكتاب المدرسي

اقتراح طريقة لتوزيع المآزر بالتساوي على أكبر عدد ممكن من المدارس بحيث تتحصل كل مدرسة على العدد نفسه من المآزر من كل لون:

لدينا: $936 = 845 \times 1 + 91$

$845 = 91 \times 9 + 26$

$91 = 26 \times 3 + 13$

$26 = 13 \times 2 + 0$

وعليه أكبر عدد ممكن من المدارس **هو 13 مدرسة.**

لدينا: $\frac{72}{65} = \frac{936 \div 13}{845 \div 13} = \frac{936}{845}$

نتال كل مؤسسة:

عدد المآزر الوردية **هو** 72.

عدد المآزر الزرقاء **هو** 65.

أستعدّ:

1/ حاصل قسمة 1954 على 4 هو 488 **صحيح** لأن : $1954 = 4 \times 488 + 2$

2/ المساواة $137 = 5 \times 25 + 12$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 137 على 5.

خاطئ لأن: $12 > 5$.

3/ المساواة $72 = 24 \times 3$ تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 72 على 24 إذن باقي القسمة هو 3. **خاطئ** لأن 3 هو حاصل القسمة وباقي القسمة هو 0.

4/ العدد 2017 يقبل القسمة على 2 لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 2.

خاطئ لأن 2017 لا يقبل القسمة على 2 لأن رقم آحاده فردي.

5/العدد 2935 يقبل القسمة على 5 لأن رقم وحداته يقبل القسمة على 5. **صحيح**

6/ العدد 70902 يقبل القسمة لأن مجموع أرقامه يقبل القسمة على 9. **صحيح**

7/ العدد المجهول في المساواة $\frac{13}{5} = \frac{\dots\dots}{-10}$ هو 26-. **صحيح**

لأن: $5\times(-2)=-10$ و $13\times(-2)=-26$.

8/ الكسر $\frac{34}{9}$ يساوي $\frac{238}{63}$ **صحيح** لأن:

$9\times7=63$ ، $34\times7=238$

9/ مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{11}{13}$ وحاصل قسمة $9\div\frac{-9}{4}$ يساوي $\frac{-81}{4}$ **خاطئ**

لأن: مقلوب العدد الناطق $\frac{-11}{13}$ هو $\frac{-13}{11}$.

وحاصل قسمة هو: $9\div\frac{-9}{4}=9\times\frac{4}{-9}=\frac{9\times4}{-9}=\frac{-4}{1}$

10/ المجموع $\frac{6}{7}+\frac{7}{6}$ هو 1 والمجموع $1+\frac{3}{5}$ هو $\frac{4}{5}$ **خاطئ** لأن :

$$\frac{6}{7}+\frac{7}{6}=\frac{6\times6}{7\times6}+\frac{7\times7}{6\times7}$$

$$=\frac{36}{42}+\frac{49}{42}=\frac{36+49}{42}=\frac{85}{42}$$

$$1+\frac{3}{5}=\frac{5}{5}+\frac{3}{5}=\frac{8}{5}$$

أوظف تعلّماتي

حلول التمارين | صفحة 14 من الكتاب المدرسي

قواسم عدد طبيعي:

1 كتابة المساواة التي تعبّر عن القسمة الإقليدية للعدد 1512 على العدد 21:

$1512=21\times72+0$

حاصل القسمة هو 72.

باقي القسمة هو 0.

2 الأعداد التي تقبل القسمة على 6 هي : 120 ، 132.

3 تعيين قواسم العدد 84

لدينا: $84=1\times84$ ، $84=2\times42$ ، $84=3\times28$

$84=4\times21$ ، $84=6\times14$ ، $84=7\times12$

وعليه قواسم العدد 84 هي: {1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 8 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84}

4 تعيين جميع قواسم الأعداد 910 ; 1000 ; 11×5:

$910=1\times910$ ، $1000=1\times1000$

$910=2\times455$ ، $1000=2\times500$

$910=5\times182$ ، $1000=4\times250$

$910=7\times130$ ، $1000=5\times200$

$910=10\times91$ ، $1000=8\times125$

$910=13\times70$ ، $1000=10\times100$

$910=14\times65$ ، $1000=20\times50$

$910=26\times35$ ، $1000=25\times40$

وعليه قواسم العدد 910 هي:

{1 ; 2 ; 5 ; 7 ; 10 ; 13 ; 14 ; 26 ; 35 ; 65 ; 70 ; 91 ; 130 ; 182 ; 455 ; 910}

قواسم العدد 1000 هي:

{1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 8 ; 10 ; 20 ; 25 ; 40 ; 50 ; 100 ; 125 ; 200 ; 250 ; 500 ; 1000}

قواسم العدد 5×11 هي: {1 ; 5 ; 11 ; 55}.

5 الإجابة بصحيح أو خطأ :

8 يقسم 4. **خطأ**

360 يقبل القسمة على 180. **صحيح**

9 يقسم $2\times3^{10}\times5\times7$. **صحيح**

6 تعيين رقم الوحدات u ورقم العشرات d في العدد $1956du$ حتى يصبح قابلاً للقسمة على 5 و 9 في آن واحد.

أولاً: حتى يقبل القسمة على 5 يجب أن يكون $u=0$ أو $u=5$.

في حالة $u=0$ مجموع الأرقام يصبح $21+d$ وعليه حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون المجموع قابلا للقسمة على 9 أي: $21+d=27$ أي $d=6$

وبالتالي العدد هو 195660.

في حالة $u=5$: مجموع الأرقام هو $26+d$ حتى يقبل القسمة على 9 يجب أن يكون: $26+d=27$ أي $d=1$ وبالتالي العدد هو 195615

الحالتين هما: $u=0$ و $d=6$. $u=5$ و $d=1$.

7 بما أن حجم الخزان هو $30m^3$ وارتفاعه $1m$ فإن مساحة قاعدته هي:

$S=V\div h=30$

وعليه بُعدا القاعدة هما: الطول $30m$، العرض $1m$

أو الطول $15m$، العرض $2m$

أو الطول $10m$، العرض $3m$

أو الطول $6m$، العرض $5m$

لأن: $30=1\times30$ ، $30=2\times15$ ، $30=3\times10$ ، $30=5\times6$

8 قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{18}{a}$ عددًا طبيعيًا هي قواسم العدد 18

أي: $1;2;3;6;9;18$

لأن: $18=1\times18$ ، $18=2\times9$ ، $18=3\times6$

9 تعيين قيم العدد الطبيعي a التي من أجلها يكون $\frac{24}{a+7}$ عددًا طبيعيًا.

لدينا: قواسم العدد 24 هي: $1;2;3;4;6;8;12;24$

حتى يكون العدد $\frac{24}{a+7}$ طبيعيًا يجب أن يكون $(a+7)$ من قواسم العدد 24 وعليه:

$a+7=8$	$a+7=12$	$a+7=24$	$a+7=6$ (ليس طبيعي)
$a=1$	$a=5$	$a=17$	$a=-1$

وعليه قيم العدد الطبيعي a هي: $\{1;5;17\}$.

10 تعيين قائمة قواسم العددين 155 ، 141:

$155=1\times155$ $141=1\times141$

$155=5\times31$ $141=3\times47$

وعليه قواسم العدد 155 هي: $\{1;5;31;155\}$

وعليه قواسم العدد 141 هي: $\{1;3;47;141\}$

أكبر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

أصغر قاسم مشترك للعددين 155 و 141 هو 1

11 تعيين كل الأعداد الطبيعية التي تتكون من ثلاثة أرقام وتقبل القسمة على 3

وعلى 5 في آن واحد، علما أن رقم العشرات هو 7.

لدينا حالتين لرقم الآحاد إما 0 أو 5.

في حالة رقم الآحاد 0 العدد يصبح مكتوب من الشكل $a70$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+7$ حتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+7=9$ أو $a+7=12$ أو $a+7=15$

أي: $a=2$ أو $a=5$ أو $a=8$

وعليه الأعداد هي: 270 ; 570 ; 870.

من جهة أخرى في حالة رقم الآحاد 5 يصبح العدد مكتوب من الشكل $a75$ وبالتالي مجموع أرقامه هو $a+12$ وحتى يقبل القسمة على 3 يجب أن يكون:

$a+12=15$ ، $a+12=18$ ، $a+12=21$

أي: $a=3$ ، $a=6$ ، $a=9$

وعليه الأعداد هي: 375 ; 675 ; 975.

إذن الأعداد المطلوبة هي :

270 ; 570 ; 870 ; 375 ; 675 ; 975.

12 1) التحقق أن العددين a و b يقبلان القسمة على 3:

لدينا: $a=471=3\times157+0$

$b=192=3\times64+0$

وعليه العددان a و b يقبلان القسمة على 3.

2) لدينا:

$a-b=471-192=279=3\times93+0$

$a+b=471+192=663=3\times221+0$

وعليه العددان $a-b$ و $a+b$ يقبلان القسمة على 3.

13 إثبات أن 11 من قواسم 14300:

لدينا: $14300=11\times1300$

وعليه 11 من قواسم 14300.

استنتاج أن 11 من قواسم 14322:

لدينا: $14322=14300+22$

11 يقسم 14300 ، 11 يقسم 22 وعليه فإن 11 يقسم المجموع $14300+22$

أي 11 يقسم 14322.

14 إثبات أن 7 من قواسم 217:

بما أن: $217=7\times31$ فإن 7 من قواسم 217.

استنتاج أن 7 من قواسم 21700000:

لدينا: $21700000=217\times100000$

$=7\times31\times100000$

$=7\times3100000$

وبالتالي 7 من قواسم العدد 21700000.

15 1) حساب $a-b$:

$$a-b=(n+19)-(n+1)$$
$$=n+19-n-1$$
$$a-b=18$$

2) بما أن d قاسم مشترك للعددين a و b فهو قاسم للفرق $a-b$ أي d قاسم للعدد 18 أي d من قواسم العدد 18.

3) قواسم العدد 18 هي: $1;2;3;6;9;18$ وعليه هي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين هي a و b.

16 بوضع $a=n+2$ ، $b=n+32$

$$b-a=n+32-n-2=30$$

قواسم العدد 30 هي: $1;2;3;5;6;10;15;30$

وهي الأعداد التي يمكن أن تكون قواسم مشتركة للعددين.

القاسم المشترك الأكبر

17 إيجاد القواسم المشتركة للعددين a و b ثم استنتاج القاسم المشترك الأكبر لهما:

أ) $a=18$ و $b=30$:

قواسم العدد 18 هي: $1;2;3;6;9;18$

لأن: $18=1\times18$ ، $18=2\times9$ ، $18=3\times6$

قواسم العدد 30 هي: $1;2;3;5;6;10;15;30$

لأن: $30=1\times30$ ، $30=2\times15$ ، $30=3\times10$ ، $30=5\times6$

القواسم المشتركة للعددين 18 ; 30 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 6.

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 18 ; 30 هو 6.

ب) $a=27$ و $b=36$:

لدينا: $27=1\times27$ ، $27=3\times9$

$36=1\times36$ ، $36=2\times18$ ، $36=3\times12$ ، $36=4\times9$ ، $36=6\times6$

وعليه: قواسم 27 هي: 1 ; 3 ; 9 ; 27

قواسم 36 هي: 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 9 ; 12 ; 18 ; 36

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 27 ; 36 هي: 1 ; 3 ; 9

وعليه القاسم المشترك الأكبر للعددين 27 و 36 هو 9.

ج) $a=57$ و $b=95$:

لدينا: $57=1\times57$ ، $57=3\times19$

و $95=1\times95$ ، $95=5\times19$

قواسم العدد 57 هي: 1 ; 3 ; 19 ; 57

قواسم العدد 95 هي: 1 ; 5 ; 19 ; 57

وبالتالي القواسم المشتركة هي: 1 ; 19 وعليه القاسم المشترك الأكبر هو 19.

18 تعيين القاسم المشترك الأكبر للعددين 112 و 120 والقاسم المشترك الكبر للعددين 120 و 88.

قواسم 112 هي: 1 ; 2 ; 4 ; 7 ; 8 ; 14 ; 16 ; 28 ; 56 ; 112

قواسم 120 هي:

1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 24 ; 30 ; 40 ; 60 ; 120

وعليه القواسم المشتركة للعددين 112 و 120 هي: 1 , 2 , 4 , 8.

وبالتالي: $d=PGCD(112\ ;\ 120)=8$

من جهة أخرى قواسم 88: 1 , 2 , 4 , 8 , 11 , 22 , 44 , 88

وبالتالي القواسم المشتركة للعددين 120 و 88 هي: 1 , 2 , 4 , 8

وبالتالي $PGCD(120\ ;\ 88)=8$

حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين d و88:

قواسم العدد d هي: 1 , 2 , 4 , 8.

القواسم المشتركة للعددين d و88هي قواسم العدد 8 وبالتالي $PGCD(d\ ,\ 88)=8$

12 باستعمال الفوارق المتتالية إيجاد في كل حالة القاسم المشترك الأكبر:

أ) $b=1035$ و $a=437$:

$1035-437=598$

$598-437=161$

$437-161=276$

$376-161=115$

$161-115=46$

$115-46=69$

$69-46=23$

$46-23=23$

$23-23=0$

وعليه : $PGCD(1035\ ;\ 437)=23$.

ب) $a=3906$ و $b=7914$:

$7914-3906=4008$	$2886-102=2784$
$4008-3906=102$	$2784-102=2682$
$3906-102=3804$	$2682-102=2580$
$33804-102=3702$	$2580-102=2478$
$3702-102=3600$	$2478-102=2376$
$3600-102=3498$	$2376-102=2274$
$3498-102=3396$	$2274-102=2172$
$3396-102=3294$	$2172-102=2070$
$3294-102=3192$	$2070-102=1968$
$3192-102=3090$	$1968-102=1866$
$3090-102=2988$	$1866-102=1764$
$2988-102=2886$	$1764-102=1662$

$1662-102=1560$	$438-102=336$
$1560-102=1458$	$336-102=234$
$1458-102=1356$	$234-102=132$
$1356-102=1254$	$132-102=30$
$1254-102=1152$	$102-30=72$
$1152-102=1050$	$72-30=42$
$1050-102=948$	$42-30=12$
$948-102=846$	$30-12=18$
$846-102=744$	$18-12=6$
$744-102=642$	$12-6=6$
$642-102=540$	$6-6=0$
$540-102=438$	

وعليه: $PGCD(3906\ ;\ 7914)=6$.

ج) $a=943$ و $b=861$:

$943-861=82$

$861-82=779$

$779-82=697$

$697-82=615$

$615-82=533$

$533-82=451$

$451-82=369$

$369-82=287$

$287-82=205$

$205-82=123$

$123-82=41$

$82-41=41$

$41-41=0$

وعليه : $PGCD(943;861)=41$.

د) $a=1111$ ، $b=111111$

بنفس الطريقة نجد: $PGCD(111111;1111)=11$

20 لدينا :

$$6767 = 5858\times1+909$$
$$5858 = 909\times6+404$$
$$909 = 404\times2+101$$
$$404 = 101\times4+0$$

وعليه : $PGCD(6767;5858)=101$

21 حساب $PGCD(21957;43351)$

لدينا:

$$43351 = 21957\times1+21394$$
$$21957 = 21394\times1+563$$
$$21394 = 563\times38+0$$

وعليه: $PGCD(21957\ ;\ 43351)=563$

حلول التمارين

صفحة 15 من الكتاب المدرسي

22 تعيين العدد الطبيعي a المحصور بين 40 و 55 والذي يحقق $PGCD(a\ ;\ 15)=5$:

لدينا قواسم العدد 15 هي: 15; 5 ; 3;1.

وبالتالي a من مضاعفات 5 وليس من مضاعفات 3.

وعليه العدد الذي يحقق ذلك هو 50 إذن: $a=50$.

العددان الأوليان فيما بينهما:

23 إثبات أن العددين 143 و 153 أوليان فيما بينهما:

لدينا:

$$153 = 143\times1+10$$
$$143 = 10\times14+3$$
$$10 = 3\times3+1$$
$$3 = 1\times3+0$$

وعليه: $PGCD(143\ ;\ 153)=1$

وبالتالي العددان 143 و 153 أوليان فيما بينهما.

24 معرفة هل العددان 104 و 147 أوليان فيما بينهما:

$$147 = 104\times1+43$$
$$104 = 43\times2+18$$
$$43 = 18\times2+7$$
$$18 = 7\times2+4$$
$$7 = 4\times1+3$$
$$4 = 3\times1+1$$
$$3 = 1\times3+0$$

وعليه: $PGCD(147\ ;\ 104)=1$

وبالتالي العددان 104 و 147 أوليان فيما بينهما.

25 لدينا:

$$65 = 56\times1+9$$
$$56 = 9\times6+2$$
$$9 = 2\times4+1$$
$$2 = 1\times2+0$$

وعليه: $PGCD(56\ ;\ 65)=1$ وبالتالي العددان 56 و 65 أوليان فيما بينهما.

26 1) إثبات أن العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما:

لدينا قواسم 23: 1 , 23

قواسم 29: 1 , 29

القواسم المشتركة للعددين 23 , 29 هي: 1.

وبالتالي: $PGCD(23\ ;\ 29)=1$

وعليه العددان 23 و 29 أوليان فيما بينهما.

2) برهان أن: $\frac{207}{261}=\frac{23}{29}$

لدينا:

$$261 = 207\times1+54$$
$$207 = 54\times3+45$$
$$54 = 45\times1+9$$
$$45 = 9\times5+0$$

وعليه: $PGCD(207\ ;\ 261)=9$

وبالتالي: $\frac{207}{261}=\frac{207\div9}{261\div9}=\frac{23}{29}$

3) تعيين العدد الطبيعي a حيث: $\frac{207}{261}=\frac{161}{161+a}$

بما أن: $\frac{161}{203}=\frac{23\times7}{29\times7}=\frac{23}{29}=\frac{207}{261}$

فإن: $161+a=203$ أي: $a=203-161$

وعليه: $a=42$.

22 أ) العددان $a=152$ و $b=250$ ليس أوليين فيما بينهما لأنهما عددان زوجيان.

ب) العددان $a=18$ ، $b=135$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3 و 9.

ج) $a=235$ و $b=1840$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

د) العددان $a=87$ و $b=84$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 3.

هـ) العددان $a=12345$ و $b=67895$ ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

الكسور غير القابلة للإختزال

23 كتابة كل كسر من الكسور التالية على شكل كسر غير قابل للاختزال:

أولاً: إيجاد $PGCD(529\ ;\ 69)$

$529=69\times7+46$

$69=46\times1+23$

$46=23\times2+0$

وعليه: $PGCD(529\ ;\ 69)=23$

وبالتالي: $\frac{529}{63}=\frac{529\div23}{69\div23}=\frac{23}{3}$

• اختزال الكسر $\frac{91}{28}$:

لدينا:

$91=28\times3+7$

$28=7\times4+0$

وعليه: $PGCD(91\ ;\ 28)=7$

وبالتالي: $\frac{91}{28}=\frac{91\div7}{28\div7}=\frac{13}{4}$

• اختزال الكسر $\frac{707}{909}$:

$909=707\times1+202$

لدينا: $707=202\times3+101$

$202=101\times2+0$

وعليه: $PGCD(909\ ;\ 707)=101$

وبالتالي: $\frac{707}{909}=\frac{707\div101}{909\div101}=\frac{7}{9}$

• اختزال الكسر $\frac{1111}{1919}$:

لدينا:

$1919=1111\times1+808$

$1111=808\times1+303$

$808=303\times2+202$

$303=202\times1+101$

$202=101\times2+0$

وعليه: $PGCD(1111\ ;\ 1919)=101$

وبالتالي: $\frac{1111}{1919}=\frac{1111\div101}{1919\div101}=\frac{11}{19}$

• اختزال الكسر $\frac{20418}{12190}$

$20418=12190\times1+8228$

$12190=8228\times1+3962$

$8228=3962\times2+304$

$3962=304\times13+10$

$304=10\times30+4$

$10=4\times2+2$

$4=2\times2+0$

وعليه $PGCD(20418;12190)=2$

أي: $\frac{20418}{12190}=\frac{20418\div2}{12190\div2}=\frac{10209}{6095}$

• اختزال الكسر $\frac{42354}{10080}$:

لدينا :

$42354 = 10080 \times 4 + 2034$

$10080 = 2034 \times 4 + 1908$

$2034 = 1908 \times 1 + 126$

$1908 = 126 \times 15 + 18$

$126 = 18 \times 7 + 0$

وعليه : $PGCD(42354;10080) = 18$

وبالتالي: $\frac{42354}{10080} = \frac{42354 \div 18}{10080 \div 18} = \frac{2353}{560}$

• اختزال الكسر $\frac{312054}{21870}$:

لدينا :

$312054 = 21870 \times 14 + 5874$

$21870 = 5874 \times 3 + 4248$

$5874 = 4248 \times 1 + 1626$

$4248 = 1626 \times 2 + 996$

$1626 = 996 \times 1 + 630$

$996 = 630 \times 1 + 366$

$630 = 366 \times 1 + 264$

$366 = 264 \times 1 + 102$

$264 = 102 \times 2 + 60$

$102 = 60 \times 1 + 42$

$60 = 42 \times 1 + 18$

$42 = 18 \times 2 + 6$

$18 = 6 \times 3 + 0$

وعليه : $PGCD(312054;21870) = 6$

وبالتالي : $\frac{312054}{21870} = \frac{312054 \div 6}{21870 \div 6} = \frac{52009}{3645}$

1) تعيين في كل حالة الكسر غير القابل للاختزال :

في حالة $n = 9$: $A = \frac{9+7}{9+1} = \frac{16}{10} = \frac{16 \div 2}{10 \div 2} = \frac{8}{5}$

في حالة $n = 11$: $A = \frac{11+7}{11+1} = \frac{18}{12} = \frac{18 \div 6}{12 \div 6} = \frac{3}{2}$

في حالة $n = 13$: $A = \frac{13+7}{13+1} = \frac{20}{14} = \frac{20 \div 2}{14 \div 2} = \frac{10}{7}$

2) إثبات أن $A = 1 + \frac{6}{n+1}$

لدينا : $A = \frac{n+7}{n+1} = \frac{n+1+6}{n+1} = \frac{n+1}{n+1} + \frac{6}{n+1} = 1 + \frac{6}{n+1}$

3) استنتاج قيم n حتى يكون A عددا طبيعيا :

بما أن $A = 1 + \frac{6}{n+1}$ حتى يكون A عددا طبيعيا فإنه يجب أن يكون $(n+1)$ من قواسم 6 .

لدينا قواسم العدد 6 هي : $6;3;2;1$

وعليه : $n+1=1$ أو $n+1=2$ أو $n+1=3$ أو $n+1=6$

أي : $n=0$ أو $n=1$ أو $n=2$ أو $n=5$

قيم n هي: $\{5;2;1;0\}$.

30 لدينا : $n+1 = n \times 1 + 1$

$n = 1 \times n + 0$

وعليه: $PGCD(n+1;n) = 1$

وبالتالي الكسر $\frac{n}{n+1}$ هو كسر غير قابل للاختزال.

31

لدينا : $\frac{35n+7}{55n+11} = \frac{7(5n+1)}{11(5n+1)} = \frac{7}{11}$

وعليه الكسر $\frac{35n+7}{55n+11}$ قابل للاختزال من أجل كل عدد طبيعي n ويساوي دائما $\frac{7}{11}$.

32 حساب وإعطاء النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{2}{7}-\frac{3}{7}\times\frac{8}{21}$$
$$A=\frac{2}{7}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{2\times21}{7\times21}-\frac{24}{147}$$
$$A=\frac{42-24}{147}$$
$$A=\frac{18}{147}=\frac{6\times3}{49\times3}$$
$$A=\frac{6}{49}$$

$$B=\left(\frac{7}{6}-\frac{3}{4}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\left(\frac{14}{12}-\frac{9}{12}\right)\times\frac{4}{5}$$
$$B=\frac{5}{12}\times\frac{4}{5}$$
$$B=\frac{4}{12}$$
$$B=\frac{4\div4}{12\div4}=\frac{1}{3}$$

$$C=10\div\left(\frac{7}{3}-\frac{3}{7}\right)$$
$$C=10\div\left(\frac{49}{21}-\frac{9}{21}\right)$$
$$C=10\div\frac{40}{21}$$
$$C=\frac{10}{1}\times\frac{21}{40}$$
$$C=\frac{210}{40}=\frac{21}{4}$$

$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\div\frac{5}{24}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{14}{3}\times\frac{24}{5}$$
$$D=\frac{2}{3}-\frac{112}{5}$$
$$D=\frac{10}{15}-\frac{336}{15}$$
$$D=\frac{-326}{15}$$

33 حساب وإعطاء النتائج على شكل كسر غير للاختزال :

$$A=\frac{1+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{2}{2}+\frac{1}{2}}{1+\frac{1}{\frac{3}{3}+\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{1}{\frac{4}{3}}}$$
$$A=\frac{\frac{3}{2}}{1+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{4}{4}+\frac{3}{4}}=\frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{4}}=\frac{3}{2}\times\frac{4}{7}$$
$$A=\frac{12}{14}=\frac{6}{7}$$

$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{5}{8}-\frac{5}{6}}{\frac{1}{3}+\frac{3}{4}}=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{15}{24}-\frac{20}{24}}{\frac{4}{12}+\frac{9}{12}}$$
$$B=\frac{24}{25}\times\frac{\frac{-5}{24}}{\frac{13}{12}}=\frac{24}{25}\times\frac{-5}{24}\times\frac{12}{13}$$
$$B=\frac{-5\times12}{5\times5\times13}=\frac{-12}{65}$$

34

1) العددان 1005 و 315 ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

ب) حساب $PGCD(1005;315)$:

$$1005=315\times3+60$$
$$315=60\times5+15$$
$$60=15\times4+0$$

ومنه $PGCD(1005;315)=15$

3) كتابة الكسر $\frac{1005}{315}$ على شكل غير قابل للاختزال :

$$\frac{1005}{315}=\frac{1005\div15}{315\div15}=\frac{67}{21}$$

35 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 210 و 441:

$$441=210\times2+21$$
$$210=21\times10+0$$

وعليه : $PGCD(441;210)=21$

2) كتابة الكسر $\frac{441}{210}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{441}{210}=\frac{441\div21}{210\div21}=\frac{21}{10}$$

36 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 496 و 806:

$$806=496\times1+310$$
$$496=310\times1+186$$
$$310=186\times1+124$$
$$186=124\times1+62$$
$$124=62\times2+0$$

وعليه : $PGCD(806;496)=62$

2) كتابة الكسر $\frac{496}{806}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{496}{806}=\frac{496\div62}{806\div62}=\frac{8}{13}$$

3) حساب الفرق وكتابة النتيجة على شكل كسر غير قابل للاختزال :

$$\frac{3}{26}-\frac{496}{806}=\frac{3}{26}-\frac{8}{13}=\frac{3}{26}-\frac{16}{26}=-\frac{13}{26}=-\frac{1}{2}$$

37 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 45 و 162:

لدينا :

$$162=45\times3+27$$
$$45=27\times1+18$$
$$27=18\times1+9$$
$$18=9\times2+0$$

وعليه : $PGCD(162;45)=9$

2) كتابة الكسر $\frac{a}{b}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال :

لدينا : $162a=45b$ وعليه : $\frac{a}{b}=\frac{45}{162}$

وبالتالي : $\frac{a}{b}=\frac{45\div 9}{162\div 9}=\frac{5}{18}$

38 1) حساب $PGCD(5175;3825)$

لدينا :

$5175-3825=1350$

$3825-1350=2475$

$2475-1350=1124$

$1350-1125=225$

$1125-225=900$

$900-225=675$

$675-225=450$

$450-225=225$

$225-225=0$

وعليه : $PGCD(5175;3825)=225$

2) كتابة الكسر $\frac{5175}{3825}$ على الشكل غير القابل للاختزال :

$\frac{5175}{3825}=\frac{5175\div 225}{3825\div 225}=\frac{23}{17}$

3) استنتاج كتابة العدد A على الشكل $b+\frac{c}{d}$:

$A=\frac{5175}{3825}+\frac{19}{17}=\frac{23}{17}+\frac{19}{17}=\frac{23+19}{17}=\frac{42}{17}$

$A=\frac{34+8}{17}=\frac{34}{17}+\frac{7}{17}=2+\frac{8}{17}$

حيث : $b=2$ ، $c=8$ ، $d=17$.

39 لا أوافق ليلى فيما قامت به لأنه لا يكفي اختبار قواعد قابلية القسمة على 10,9,5,4,3,2 لمعرفة هل العددان أوليان فيما بينهما.

اقتراح طريقة مناسبة :

حساب قواسم العدد الأصغر 253 ثم اختبار قابلية قسمة 407 على هذه الأعداد الطبيعية.

40 1) حساب $PGCD(19251;22816)$:

لدينا :

$22816=19251\times 1+3565$

$19251=3565\times 5+1426$

$3565=1426\times 2+713$

$1426=713\times 2+0$

وعليه : $PGCD(19251;22816)=713$

2) كتابة الكسر $\frac{22816}{19251}$ على كسر غير قابل للاختزال :

$\frac{22816}{19251}=\frac{22816\div 713}{19251\div 713}=\frac{32}{27}$

حلول التمارين | صفحة 16 من الكتاب المدرسي

أوكد تعلماتي

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1- في القسمة الإقليدية للعدد 72 على 5 : (1) حاصل القسمة هو 14 والباقي 2 لأن : $72=5\times 14+2$.

2- في القسمة الإقليدية للعدد 84 على 12 : (2) حاصل القسمة هو 7 والباقي 0 لأن : $84=12\times 7+0$.

3- قواسم العدد 121 هي : (3) $\{1;11;121\}$.

لأن : $121=1\times 121$ ، $121=11\times 11$

4- قواسم العدد 34 هي : (1) $\{1;2;17;34\}$

لأن : $34=1\times 34$ ، $34=17\times 2$

5- قواسم العدد 7×2^3 هي : (2) $\{56;28;14;7;8;4;2;1\}$ لأن :

$56=2^3\times7=8\times7$ ، $56=8\times7$ ، $56=4\times14$ ، $56=2\times28$ ، $56=1\times56$

6- القواسم المشتركة للعددين 15 و 28 هي: (1) 1 لأن :

قواسم 15 هي: $\{15;5;3;1\}$

قواسم 28 هي: $\{28;14;7;4;2;1\}$

7- القواسم المشتركة للعددين 3×2^3 و 2×3^3 هي: (1) $\{6;3;2;1\}$ لأن :

قواسم 3×2^3 هي: $24;12;8;6;4;3;2;1$

قواسم 2×3^3 هي: $54;27;18;9;6;3;2;1$

8) القاسم المشترك الأكبر للعددين 29 و 39 هو: (1) 1

لأن قواسم العدد 29 هي: $29;1$

قواسم العدد 39 هي: $39;1$

9- من المساواة $125=75\times1+50$ ينتج:

(2) $PGCD(125;75)=PGCD(75;50)$

أدمج تعلماتي :

• بما أن عدد القطع يقبل القسمة على 10 فرقم أحاده 0

من جهة أخرى رقما العشرات والمئات متساويان ويساويان ضعف رقم الآلاف

وعليه يوجد احتمالان هما 2440 أو 1220 وبما أن 1220 لا يقبل القسمة على 8

فإن عدد القطع الخزفية التي سيستعملها هذا الخبير لتغطية الواجهة هو 2440 قطعة.

حلول التمارين | صفحة 17 من الكتاب المدرسي

أتعمق :

41 1) التحقق أن $333;222;111$ تقبل القسمة على 37:

$111=37\times3+0$

$222=37\times6+0$

$333=37\times9+0$

وعليه الأعداد $333;222;171$ تقبل القسمة على 37.

ب) إثبات أن $aaa=111a$:

لدينا :

$$aaa=a+a\times10+a\times100$$
$$aaa=(1+10+100)a$$
$$aaa=111a$$

استنتاج أن aaa يقبل القسمة على 37:

بما أن $111=37\times3$ فإن : $aaa=37\times3a$

وعليه كل عدد مكتوب على شكل aaa يقبل القسمة على 37.

42 أكبر عدد من الغرف التي يمكن أن يحتوي عليها كل طابق هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 84.

لدينا :

$$105=84\times1+21$$
$$84=21\times4+0$$

وعليه : $PGCD(105;84)=21$

وبالتالي أكبر عدد من الغرف هو 21 غرفة.

حساب عدد الطوابق في كل فندق :

عدد الطوابق في الفندق ذو 105 غرفة هو: 5 لأن : $105\div21=5$

عدد الطوابق في الفندق ذو 84 غرفة هو: 4 لأن : $84\div21=4$

43 باستعمال الآلة الحاسبة نجد: $\frac{5}{4}+\frac{3}{8}-(17+15)+11\times7=\frac{373}{8}$

44 1) كتابة A على شكل غير قابل للاختزال :

$$A=\frac{6}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}$$
$$A=\frac{6}{7}-\frac{20}{14}$$
$$A=\frac{12}{14}-\frac{20}{14}$$
$$A=\frac{-8}{14}=\frac{-4}{7}$$

2) كتابة B على شكل عدد نسبي صحيح :

$$B=\frac{\frac{3}{4}-4}{\frac{3}{4}+\frac{1}{3}}=\frac{\frac{3}{4}-\frac{16}{4}}{\frac{9}{12}+\frac{4}{12}}$$

$$B=\frac{\frac{-13}{4}}{\frac{13}{12}}=\frac{-13}{4}\times\frac{12}{13}$$

$$B=\frac{-12}{4}=-3$$

45 باستعمال الحاسبة نجد : $7+\frac{1}{9999999999}=7$

نستنتج أن القيمة $\frac{1}{9999999999}$ مهملة لأنها تؤول إلى الصفر.

46 1) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 :

باستعمال خوارزمية إقليدس نجد :

$$220=140\times1+80$$
$$140=80\times1+60$$
$$80=60\times1+20$$
$$60=20\times3+0$$

ومنه : $PGCD(220;140)=20$.

2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها $1,40m$ و $2,20m$ جزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع .

لدينا : $1,40m=140cm$ و $2,20m=220cm$.

أ) طول ضلع كل مربع هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220 .

مما سبق لدينا: $PGCD(220;140)=20$

وعليه طول ضلع كل مربع هو $20cm$.

ب) تعيين عدد المربعات الناتجة:

لدينا: $N=\frac{140\times220}{20\times20}=7\times11=77$

وعليه عدد المربعات الناتجة هو 77 مربع .

47 عدد تلاميذ هذا القسم هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 62 و 93:

لدينا :

$$93=62\times1+31$$
$$62=31\times2+0$$

وعليه : $PGCD(93;62)=31$ وبالتالي عدد تلاميذ القسم هو 31.

حصة كل تلميذ: 2 حبات حلوى بنكهة الليمون و3 حبات حلوى بنكهة الفراولة

لأن: $\frac{62}{93}=\frac{62\div31}{93\div31}=\frac{2}{3}$.

48 بما أن بواقي قسمة أي عدد طبيعي على 6 هي : $5;4;3;2;1;0$

وبما أن الباقي يساوي حاصل القسمة فإن :

$a=6\times0+0=0$ أو $a=6\times1+1=7$

أو $a=6\times2+2=14$ أو $a=6\times3+3=21$

أو $a=6\times4+4=28$ أو $a=6\times5+5=35$

وعليه قيم a هي : $35;28;21;14;7;0$.

49 لدينا : $60=60\times1$ ، $60=30\times2$ ، $60=20\times3$

$60=15\times4$ ، $60=12\times5$ ، $60=10\times6$

بما أن بعدا المستطيل عددان طبيعيان أوليان فيما بينهما فإن :

الحالة الأولى : الطول $12m$ والعرض $5m$.

الحالة الثانية : الطول $15m$ والعرض $4m$.

الحالة الثالثة : الطول $20m$ والعرض $3m$.

الحالة الرابعة : الطول $60m$ والعرض $1m$.

50 1) أ- العدد 1845 يقبل القسمة على $9;5;3$.

العدد 234 يقبل القسمة على $9;3;2$.

العدد 308 يقبل القسمة على 2.

ب- الكسر $\frac{234}{1845}$ قابل للاختزال لأن العددان $1845;234$ يقبلان القسمة على 3 و 9.

الكسر $\frac{308}{234}$ يقبل الاختزال لأن العددين 308 و 234 زوجيان.

2) أ) لا يمكن القول أنّ الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للاختزال لمجرد تجريب قواعد

قابلية القسمة على 2 , 3 , 5 , 9.

ب) حساب $PGCD(308\ ;\ 1845)$:

$$1845 = 308\times5+305$$
$$308 = 305\times1+3$$
$$305 = 3\times101+2$$
$$3 = 2\times1+1$$
$$2 = 1\times2+0$$

$PGCD(1845\ ;\ 308)=1$

جـ) الكسر $\frac{308}{1845}$ غير قابل للإختزال لأن: $PGCD(308\ ;\ 1848)=1$.

51 تعيين a حتى يكون $PGCD(a+24\ ;\ a)=12$:

لدينا: $a+24=a\times1+24$ إذن: $PGCD(a+24\ ;\ a)=PGCD(a\ ;\ 24)$

وعليه: $PGCD(a\ ;\ 24)=12$

بما أن: $24=12\times2$ فإن: $a=12\times k$ مع k فردي.

52 العددان 105 و 130 ليسا أوليان فيما بينهما لأنهما يقبلان القسمة على 5.

2) حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 105 و 130:

$$130 = 105\times1+25$$
$$105 = 25\times4+5$$
$$25 = 5\times5+0$$

وعليه: $PGCD(105\ ;\ 130)=5$

3) كتابة الكسر $\frac{105}{130}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال: $\frac{105}{130}=\frac{105\div5}{130\div5}=\frac{21}{26}$

53 أ) أكبر مسافة يختارها صاحب الحقل بين كل عمودين متتاليين هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 102 و 78.

لدينا: $102 = 78\times1+24$

$$78 = 24\times3+6$$
$$24 = 6\times4+0$$

وعليه: $PGCD(102\ ;\ 78)=6$ وبالتالي أكبر مسافة هي $6m$.

ب) معرفة عدد الأعمدة:

$$N=\frac{P}{6}=\frac{2(102+78)}{6}$$
$$N=\frac{2\times180}{6}=60$$

وعليه عدد الأعمدة هو 60 عمود.

54 1) لدينا: $208-88=120$

عدد الذكور هو 88 وعدد الإناث هو 120

عدد الأساتذة اللازم لتأطير هذه الرحلة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 120 و 88

لدينا: $120 = 88\times1+32$

$$88 = 32\times2+24$$
$$32 = 24\times1+8$$
$$24 = 8\times3+0$$

وعليه: $PGCD(120\ ;\ 88)=8$ وبالتالي عدد الأساتذة المؤطرين هو 8.

2) إيجاد عدد تلاميذ كل فوج : $\frac{120}{88}=\frac{120\div8}{88\div8}=\frac{15}{11}$

عدد تلاميذ كل فوج هو 26 : 15 تلميذة و 11 تلميذ.

55 لدينا: $4,95m=495cm$ و $3,15m=315cm$

1) طول ضلع كل قطعة مربعة هو القاسم المشترك الأكبر للعددين 495 و 315 بوحدة السنتيمتر.

لدينا: $495 = 315\times1+180$

$$315 = 180\times1+135$$
$$180 = 135\times1+45$$
$$135 = 45\times3+0$$

وعليه: $PGCD(495\ ;\ 315)=45$

وبالتالي طول ضلع كل قطعة مربعة هو $45cm$ أي $0,45m$

ب) عدد المربعات المحصل عليها :

$$N=\frac{495\times315}{45\times45}=\frac{155925}{2025}=77$$

وبالتالي عدد المربعات هو 77.

2- الحساب على الجذور

تحد: — صفحة 19 من الكتاب المدرسي

مساعدة الفلاح على إيجاد طول ضلع قاعدة الخزان :

بما أن : $V = B \times h$ فإن $S_B = \frac{V}{h}$

وعليه: $S_B = \frac{36}{1,8}$ أي: $S_B = 20$

وبما أن القاعدة مربعة الشكل مساحتها a^2 فإن : $a^2 = 20$ أي : $a = \sqrt{20}$

بالتدوير إلى $1cm$ نجد: $a = 447cm$.

أستعد :

1) مربع العدد 4 هو 8 خاطئ لأن مربع 4 هو 16: $4 \times 4 = 6$.

2) مربع العدد 5- هو 25- خاطئ لأن مربع (5-) هو 25 لأن:
$(-5) \times (-5) = 25$.

3) العدد 36 هو مربع العدد الوحيد 6 **خاطئ**
العدد 36 هو مربع العددين 6 و (6-).

4) إذا حجزنا على الآلة الحاسبة: $\sqrt{\ }$ 9 يظهر على الشاشة العدد 81 **خاطئ**
يظهر على الشاشة العدد 3 لأن: $\sqrt{9} = 3$

5) a و b عددان: العدد $(ab)^2$ يساوي $a^2 \times b^2$ **صحيح.**

6) a و b عددان حيث $b \neq 0$ العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b}$ **خاطئ**

لأن العدد $\left(\frac{a}{b}\right)^2$ يساوي $\frac{a^2}{b^2}$.

7) a و b عددان. العدد $(a+b)(a+b)$ ينشر على الشكل a^2+b^2 **خاطئ**
ينشر على الشكل $a^2+2ab+b^2$.

8) a و b عددان. العدد $(a-b)(a-b)$ ينشر على الشكل $a^2-2ab+b^2$ **صحيح**

9) a و b عددان. العدد $(a+b)(a-b)$ ينشر على الشكل a^2-b^2 **صحيح**

10) ABC مثلث حيث: $AB = 4cm$ ، $AC = 3cm$ و $BC = 5cm$ إذن المثلث ABC قائم في A **صحيح**

لأن : $AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2 = BC^2$ حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث.

حاول التمارين — صفحة 26 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلماتي :

1 أنقلُ وأتمِمُ الجمل التالية :

144 هو مربع العدد 12 أو (12-).

13 هو الجذر التربيعي للعدد 169.

100 هو مربع العدد 10 أو (10-).

2,5 هو الجذر التربيعي للعدد 6,25.

625 هو مربع العدد 25.

5 هو الجذر التربيعي للعدد 25.

2 كتابة العبارة المناسبة مكان النقط :

0,64 هو مربع العدد 0,8.

8 هو الجذر التربيعي للعدد 64.

$\frac{1}{7}$ هو الجذر التربيعي للعدد $\frac{1}{49}$.

1 هو الجذر التربيعي للعدد $(-1)^2$.

0,01 هو الجذر التربيعي للعدد 0,0001.

0,3 هو الجذر التربيعي للعدد 0,09.

3 كتابة الأعداد التالية كتابة عشرية :

$\sqrt{289} = 17$ ، $\sqrt{81} = 9$ ، $\sqrt{1,44} = 1,2$ ، $\sqrt{0,04} = 0,2$

$\sqrt{0,0001} = 0,01$ ، $\sqrt{1,21} = 1,1$ ، $\sqrt{6,25} = 2,5$

4 كتابة الأعداد التالية على شكل عدد طبيعي :

$\sqrt{0} = 0$ ، $\sqrt{(-1)^2} = 1$ ، $\sqrt{-(-49)} = \sqrt{49} = 7$ ، $\sqrt{(-1)^6} = \sqrt{1} = 1$

5 كتابة الأعداد التالية على شكل قوة للعدد 10:

$\sqrt{10^{-6}}=\sqrt{\left(10^{-3}\right)^2}=10^{-3}$ ، $\sqrt{10^{2}}=\sqrt{\left(10^{1}\right)^2}=10^{1}$

$\sqrt{10^{10}}=\sqrt{\left(10^{5}\right)^2}=10^{5}$ ، $\sqrt{10^{4}}=\sqrt{\left(10^{2}\right)^2}=10^{2}$

$\sqrt{10^{-20}}=\sqrt{\left(10^{-10}\right)^2}=10^{-10}$ ، $\sqrt{10^{6}}=\sqrt{\left(10^{3}\right)^2}=10^{3}$

$\sqrt{10^{-100}}=\sqrt{\left(10^{-50}\right)^2}=10^{-50}$

6 حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{400}\right)^2=400$ ، $\left(\sqrt{0,01}\right)^2=0,01$ ، $\left(\sqrt{909}\right)^2=909$ ،

$\left(\sqrt{14}\right)^2=14$ ، $\left(\sqrt{2019}\right)^2=2019$ ، $\left(\sqrt{25}\right)^2=25$

7 حساب مربع كل عدد :

$\left(\sqrt{\frac{100}{49}}\right)^2=\frac{100}{49}$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{9}}\right)^2=\frac{1}{9}$ ، $\left(-\sqrt{17}\right)^2=17$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{25}}\right)^2=\frac{1}{25}$

8 كتابة كل عدد بدون استعمال الرمز $\sqrt{\ }$:

$\sqrt{(14,2)^2}=14,2$

$\sqrt{(-3,5)^2}=\sqrt{(3,5)^2}=3,5$

$\sqrt{\pi^2}=\pi$

بما أن $3-\pi<0$ فإن: $\sqrt{(3-\pi)^2}=\sqrt{(\pi-3)^2}=\pi-3$

بما أن : $\pi-5<0$ فإن: $\sqrt{(\pi-5)^2}=\sqrt{(5-\pi)^2}=5-\pi$

بما أن : $\pi-2>0$ فإن : $\sqrt{(\pi-2)^2}=\pi-2$

حساب قيم تقريبية :

9 تعيين القيم المقربة إلى الجزء من 10 بالنقصان والقيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة :

العدد	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالنقصان	القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة
$\sqrt{43}$	6,5	6,6
$\sqrt{16,5}$	4,0	4,1
$\sqrt{8}$	2,8	2,9
$13+\sqrt{7}$	15,6	15,7
$13-\sqrt{7}$	10,3	10,4
$\frac{1}{\sqrt{5}}$	0,4	0,5
$2\sqrt{3}-2$	1,4	1,5

10 مساحة المربع هي $12cm^2$.

طول المربع هو $\sqrt{12}cm$

المدور إلى الجزء من 10 لطول ضلع هذا المربع هو: $3,5cm$.

حل معادلات من الشكل $x^2=a$

11

أ) المعادلة $x^2=81$ تعني $x^2=9^2$ وبالتالي : $x=9$ أو $x=-9$.

ب) المعادلة $x^2=2,89$ تعني $x^2=(1,7)^2$ وبالتالي: $x=1,7$ أو $x=-1,7$.

ج) المعادلة $x^2=361$ تعني $x^2=(19)^2$ وبالتالي: $x=19$ أو $x=-19$.

د) المعادلة $x^2=0$ تعني $x^2=0^2$ وبالتالي: $x=0$.

هـ) المعادلة $x^2=-16$ بما أنه من أجل كل عدد x: $x^2\geq 0$ و $-9<0$ إذن لا يوجد عدد يحقق $x^2=-16$ وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

12 حل المعادلات التالية :

المعادلة $x^2=2$ تعني $x^2=\left(\sqrt{2}\right)^2$ وبالتالي $x=\sqrt{2}$ أو $x=-\sqrt{2}$.

المعادلة $x^2=1$ تعني $x^2=(1)^2$ وبالتالي $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=-1$ لا تقبل حلول لأن: $-1<0$ و $x^2\geq 0$.

المعادلة $x^2=(-1)^2$ وعليه المعادلة تقبل حلين هما $x=1$ أو $x=-1$.

المعادلة $x^2=\frac{1}{4}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2$ وبالتالي: $x=\frac{1}{2}$ أو $x=-\frac{1}{2}$.

المعادلة $x^2=\frac{48}{49}$ تعني $x^2=\left(\frac{\sqrt{48}}{7}\right)^2$ وبالتالي $x=\frac{\sqrt{48}}{7}$ أو $x=-\frac{\sqrt{48}}{7}$.

13 حل المعادلات التالية :

- المعادلة $x^2-3=0$ تعني $x^2=3$ أي: $x^2=\left(\sqrt{3}\right)^2$

وعليه المعادلة تقبل حلين هما $\sqrt{3}$ أو $-\sqrt{3}$.

- المعادلة $x^2+3=0$ تعني $x^2=-3$ المعادلة لا تقبل حلول لأن: $-3<0$ و $x^2\geq 0$.

- المعادلة $9x^2-1=0$ تعني: $9x^2=1$ أي: $x^2=\frac{1}{9}$ تعني $x^2=\left(\frac{1}{3}\right)^2$

وبالتالي : $x=\frac{1}{3}$ أو $x=-\frac{1}{3}$.

14 أ) نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=x(x-5)+5(x+2)+6$$
$$A=x^2-5x+5x+10+6$$
$$A=x^2+16$$

ب) تعيين قيم x التي تكون من أجلها $A=0$:

$A=0$ تعني: $x^2+16=0$ أي: $x^2=-16$

المعادلة لا تقبل حلول لأن $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

2) أ) نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=(x-7)(x+4)+3x+21$$
$$A=x(x+4)-7(x+4)+3x+21$$
$$A=x^2+4x-7x-28+3x+21$$
$$A=x^2-7$$

ب) تعيين قيم x حتى يكون $A=0$:

$A=0$ تعني: $x^2-7=0$ تعني $x^2=7$

أي : $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ وعليه : $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

استعمال المساواة $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$:

1 حساب ما يلي :

$$\sqrt{9\times 81}=\sqrt{9}\times\sqrt{81}=3\times 9=27$$
$$\sqrt{121\times 100}=\sqrt{121}\times\sqrt{100}=11\times 10=110$$
$$\sqrt{16\times 900}=\sqrt{16}\times\sqrt{900}=4\times 30=120$$
$$\sqrt{10^2\times 10^4}=\sqrt{10^2}\times\sqrt{10^4}=10\times 10^2=10^3=1000$$
$$\sqrt{\frac{1}{4}\times 10^6}=\sqrt{\frac{1}{4}}\times\sqrt{10^6}=\frac{1}{2}\times 10^3=\frac{1000}{2}=500$$
$$\sqrt{1,44\times 0,25}=\sqrt{1,44}\times\sqrt{0,25}=1,2\times 0,5=0,6$$

2 حساب ما يلي :

$$\sqrt{0,01\times 64}=\sqrt{0,01}\times\sqrt{64}=0,1\times 8=0,8$$
$$\sqrt{0,81\times 0,0001}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{0,0001}=0,9\times 0,01=0,009$$
$$\sqrt{2,56\times 0,16}=\sqrt{2,56}\times\sqrt{0,16}=1,6\times 0,4=0,64$$
$$\sqrt{5,76\times 0,0144}=\sqrt{5,76}\times\sqrt{0,0144}=2,4\times 0,12=0,288$$

حاول التمارين

صفحة 27 من الكتاب المدرسي

17 حساب ما يلي :

$$\sqrt{2}\times\sqrt{50}=\sqrt{2\times 50}=\sqrt{100}=10$$
$$\sqrt{32}\times\sqrt{2}=\sqrt{32\times 2}=\sqrt{64}=8$$
$$\sqrt{3}\times\sqrt{48}=\sqrt{3\times 48}=\sqrt{144}=12$$
$$\sqrt{125}\times\sqrt{5}=\sqrt{125\times 5}=\sqrt{625}=25$$
$$\sqrt{0,04\times 0,09}=\sqrt{0,04}\times\sqrt{0,09}=0,2\times 0,3=0,06$$

استعمال المساواة : $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$

18 كتابة كل عدد على الشكل $a\sqrt{b}$ مع b أصغر ما يمكن:

$$\sqrt{8}=\sqrt{4\times2}=\sqrt{2^2\times2}=2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{32}=\sqrt{16\times2}=\sqrt{4^2\times2}=4\sqrt{2}$$
$$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$$
$$\sqrt{288}=\sqrt{144\times2}=\sqrt{12^2\times2}=12\sqrt{2}$$
$$\sqrt{300}=\sqrt{100\times3}=\sqrt{10^2\times3}=10\sqrt{3}$$
$$\sqrt{363}=\sqrt{121\times3}=\sqrt{11^2\times3}=11\sqrt{3}$$
$$\sqrt{6250}=\sqrt{625\times10}=\sqrt{25^2\times10}=25\sqrt{10}$$

19 كتابة كل عدد على الشكل $\sqrt{n}$:

$$4\sqrt{3}=\sqrt{16}\times\sqrt{3}=\sqrt{16\times3}=\sqrt{48}$$
$$2\sqrt{5}=\sqrt{4}\times\sqrt{5}=\sqrt{4\times5}=\sqrt{20}$$
$$7\sqrt{2}=\sqrt{49}\times\sqrt{2}=\sqrt{49\times2}=\sqrt{98}$$
$$5\sqrt{5}=\sqrt{25}\times\sqrt{5}=\sqrt{25\times5}=\sqrt{125}$$
$$2\sqrt{7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{28}$$
$$3\sqrt{27}=\sqrt{9}\times\sqrt{27}=\sqrt{9\times27}=\sqrt{243}$$
$$4\sqrt{0,25}=\sqrt{16}\times\sqrt{0,25}=\sqrt{16\times0,25}=\sqrt{4}$$
$$0,9\sqrt{100}=\sqrt{0,81}\times\sqrt{100}=\sqrt{0,81\times100}=\sqrt{81}$$

استعمال المساواة $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

20 كتابة كل عدد على شكل كسر :

$$\sqrt{\frac{49}{16}}=\frac{\sqrt{49}}{\sqrt{16}}=\frac{7}{4}$$
$$\sqrt{\frac{36}{81}}=\frac{\sqrt{36}}{\sqrt{81}}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{324}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{324}}=\frac{1}{18}$$
$$\sqrt{\frac{12100}{900}}=\frac{\sqrt{12100}}{\sqrt{900}}=\frac{110}{30}=\frac{11}{3}$$
$$\sqrt{\frac{1}{2500}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2500}}=\frac{1}{50}$$
$$\sqrt{\frac{4900}{32400}}=\frac{\sqrt{4900}}{\sqrt{32400}}=\frac{70}{180}=\frac{7}{180}$$

21 تبسيط كل عدد وإعطاء النتيجة على شكل كسر :

$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}=\sqrt{\frac{2}{18}}=\sqrt{\frac{1}{9}}=\frac{1}{3}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}}=\sqrt{\frac{3}{48}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{32}}=\sqrt{\frac{2}{32}}=\sqrt{\frac{1}{16}}=\frac{1}{4}$$
$$\frac{\sqrt{400}}{\sqrt{900}}=\sqrt{\frac{400}{900}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}$$
$$\frac{\sqrt{6875}}{\sqrt{1100}}=\sqrt{\frac{6875}{1100}}=\sqrt{\frac{625}{100}}=\frac{25}{10}$$
$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{448}}=\sqrt{\frac{7}{448}}=\sqrt{\frac{1}{64}}=\frac{1}{8}$$

22 كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{2\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$$
$$\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{1\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$
$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$$
$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{42}}=\sqrt{\frac{6}{42}}=\sqrt{\frac{1}{7}}=\frac{1}{\sqrt{7}}=\frac{1\times\sqrt{7}}{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{\sqrt{7}}{7}$$

23 كتابة كل عدد على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{3}+3}{3}$$
$$\frac{\sqrt{5}-3}{\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{5}-3\right)\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{5-3\sqrt{5}}{5}$$
$$\frac{2\sqrt{5}-2}{3\sqrt{7}}=\frac{\left(2\sqrt{5}-2\right)\times\sqrt{7}}{3\sqrt{7}\times\sqrt{7}}=\frac{2\sqrt{35}-2\sqrt{7}}{21}$$

21

1) كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

$\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$

$\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=\sqrt{5^2\times3}=5\sqrt{3}$

$\sqrt{147}=\sqrt{49\times3}=\sqrt{7^2\times3}=7\sqrt{3}$

2) استنتاج كتابة مبسطة للعبارة A :

$A=2\sqrt{12}-4\sqrt{3}+\sqrt{75}-\sqrt{147}$

$A=2\times2\sqrt{3}-4\sqrt{3}+5\sqrt{3}-7\sqrt{3}$

$A=(4-4+5-7)\sqrt{3}$

$A=-2\sqrt{3}$

22

كتابة كلا من A و B على الشكل $a\sqrt{b}$:

$B=5\sqrt{24}+\sqrt{54}-3\sqrt{216}+2\sqrt{6}$

$B=5\sqrt{4\times6}+\sqrt{9\times6}-3\sqrt{36\times6}+2\sqrt{6}$

$B=5\times2\sqrt{6}+3\sqrt{6}-3\times6\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$B=(10+3-18+2)\sqrt{6}$

$B=-3\sqrt{6}$

$A=\sqrt{20}-3\sqrt{125}+4\sqrt{45}$

$A=\sqrt{4\times5}-3\sqrt{25\times5}+4\sqrt{9\times5}$

$A=\sqrt{2^2\times5}-3\sqrt{5^2\times5}+4\sqrt{3^2\times5}$

$A=2\sqrt{5}-3\times5\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}$

$A=(2-15+12)\sqrt{5}$

$A=-\sqrt{5}$

23 نشر وتبسيط العبارات :

أ) $\sqrt{3}(\sqrt{3}+2)=\sqrt{3}\times\sqrt{3}+\sqrt{3}\times2=3+2\sqrt{3}$

ب) $(5+\sqrt{7})(\sqrt{7}-4)=5(\sqrt{7}-4)+\sqrt{7}(\sqrt{7}-4)$

$=5\sqrt{7}-20+7-4\sqrt{7}$

$=(5-4)\sqrt{7}-20+7$

$=\sqrt{7}-13$

$(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(\sqrt{5}+\sqrt{3})=2\sqrt{3}(\sqrt{5}+\sqrt{3})-\sqrt{5}(\sqrt{5}+\sqrt{3})$

$=2\sqrt{3}\times\sqrt{5}+2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-(\sqrt{5}\times\sqrt{5}+\sqrt{5}\times\sqrt{3})$

$=2\sqrt{15}+2\times3-(5+\sqrt{15})$

$=2\sqrt{15}+6-5-\sqrt{15}$

$=1+\sqrt{15}$

$\frac{2\sqrt{3}-6}{\sqrt{6}}=\frac{(2\sqrt{3}-6)\times\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}}=\frac{2\sqrt{18}-6\sqrt{6}}{6}$

$=\frac{2\sqrt{9\times2}-6\sqrt{6}}{6}=\frac{6\sqrt{2}-6\sqrt{6}}{6}$

$=\frac{\not6(\sqrt{2}-\sqrt{6})}{\not6}=\sqrt{2}-\sqrt{6}$

24 تعيين العدد a في كل حالة :

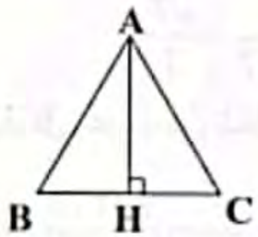
- $\sqrt{3}a=\frac{\sqrt{2}}{2}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\sqrt{3}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\times\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{6}$
- $\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{2}}{a}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{1}$ أي: $a=\sqrt{10}$
- $\frac{a}{\sqrt{11}}=2-\sqrt{11}$ تعني أن: $a=\sqrt{11}(2-\sqrt{11})$ أي: $a=2\sqrt{11}-11$
- $\frac{\sqrt{8}}{a}=\frac{-3\sqrt{15}}{\sqrt{3}}$ تعني أن: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{3}}{-3\sqrt{15}}$ أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\not\sqrt{3}}{-3\sqrt{5}\times\not\sqrt{3}}$

أي: $a=\frac{\sqrt{8}\times\sqrt{5}}{-3\sqrt{5}\times\sqrt{5}}$

أي: $a=-\frac{\sqrt{40}}{15}$ $a=-\frac{2\sqrt{10}}{15}$

تمارين عامة :

25 تعيين القيمة المقربة إلى الجزء من 10 بالزيادة لمساحة المثلث ABC :



أولا : حساب طول الارتفاع AH :

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا: $AH^2+BH^2=AB^2$ وعليه: $AH^2+(1)^2=4$

أي: $AH^2=3$ وبالتالي $AH=\sqrt{3}$ وعليه: $S_{ABC}=\frac{BC\times AH}{2}=\frac{2\times\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

وبالتالي القيمة المقربة إلى $\frac{1}{10}$ بالزيادة لمساحة المثلث هي $1,8cm^2$.

29 نشر وتبسيط ما يلي :

أ) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2+(\sqrt{3})^2+2.\sqrt{5}.\sqrt{3}$

$=5+3+2\sqrt{15}$

$=8+2\sqrt{15}$

ب) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})^2=(\sqrt{7})^2+(\sqrt{3})^2+2\times\sqrt{7}\times\sqrt{3}$

$=7+3+2\sqrt{21}$

$=10+2\sqrt{21}$

ج) $(\sqrt{25}-4)(\sqrt{25}+4)=(\sqrt{25})^2-(4)^2$

$=25-16$

$=9$

د)

$(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})^2-5(6+\sqrt{6})=(2\sqrt{3})^2+(3\sqrt{2})^2+2(2\sqrt{3})(3\sqrt{2})-(30+5\sqrt{6})$

$=4\times3+9\times2+12\sqrt{3\times2}-30-5\sqrt{6}$

$=12+18-30+12\sqrt{6}-5\sqrt{6}$

$=7\sqrt{6}$

30 1) حساب ما يلي :

$A+B=7+\sqrt{32}+7-4\sqrt{2}$

$=14+\sqrt{16\times2}-4\sqrt{2}=14+4\sqrt{2}-4\sqrt{2}=14$

$A-B=7+\sqrt{32}-(7-4\sqrt{2})$

$=7+4\sqrt{2}-7+4\sqrt{2}$

$=8\sqrt{2}$

$A\times B=(7+\sqrt{32})(7-4\sqrt{2})$

$A\times B=(7+4\sqrt{2})(7-4\sqrt{2})$

$A\times B=(7)^2-(4\sqrt{2})^2$

$A\times B=49-16\times2$

$A\times B=49-32$

$A\times B=17$

2) كتابة $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{A}{B}=\frac{7+4\sqrt{2}}{7-4\sqrt{2}}=\frac{(7+4\sqrt{2})(7+4\sqrt{2})}{(7-4\sqrt{2})(7+4\sqrt{2})}$$

$$\frac{A}{B}=\frac{(7)^2+(4\sqrt{2})^2+2\times7\times4\sqrt{2}}{17}$$

$$\frac{A}{B}=\frac{49+32+56\sqrt{2}}{17}=\frac{81+56\sqrt{2}}{17}$$

حاول التمارين | صفحة 28 من الكتاب المدرسي

أوكد تعلماتي :

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) الجذر التربيعي للعدد 0,25 هو 0,5 لأن : $(0,5)^2=0,25$.

2) $\sqrt{3^2}$ يساوي 3 لأن $\sqrt{a^2}=a$ و a موجب.

3) $\sqrt{(-2)^2}$ يساوي 2 لأن $\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$

4) المعادلة $x^2=0,25$ تقبل حلين هما 0,5- و 0,5

لأن: $x^2=0,25$ تعني $x^2=(0,5)^2$ أي $x=0,5$ أو $x=-0,5$.

5) المعادلة $x^2=(-1)^2$ تقبل حلين هما $x=1$ و $x=-1$.

6) المعادلة $x^2=-\sqrt{3}$ لا تقبل أي حل لأن : $-\sqrt{3}<0$ و $x^2\geq0$.

7) العدد $\sqrt{3^2\times7}$ يكتب على الشكل $3\sqrt{7}$ لأن : $\sqrt{a^2\times b}=a\sqrt{b}$.

8) العدد $\sqrt{\frac{9}{25}}$ يبسط على الشكل $\frac{3}{5}$ لأن: $\sqrt{\frac{9}{25}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}}=\frac{3}{5}$

9) العدد $\sqrt{\frac{1}{28}}$ يكتب $\frac{1}{\sqrt{28}}$ أو $\frac{1}{2\sqrt{7}}$

لأن: $\sqrt{\frac{1}{28}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{28}}=\frac{1}{\sqrt{4\times7}}=\frac{1}{2\sqrt{7}}$

10) المعادلة $x^2-7=0$ تقبل حلين هما $\sqrt{7}$ و $-\sqrt{7}$ لأن المعادلة $x^2-7=0$

تعني $x^2=7$ أي $x^2=\left(\sqrt{7}\right)^2$ ومنه $x=\sqrt{7}$ أو $x=-\sqrt{7}$.

11) المعادلة $-x^2-16=0$ لا تقبل أي حل لأن: $-x^2-16=0$ تعني: $x^2=-16$ و $-16<0$ و $x^2\geq 0$.

أدمج تعلماتي :

بفرض طول الزربية هو L وعرضها ℓ وبما أن طولها هو ضعف عرضها فإن $L=2l$ وبما أن مساحة الزربية $24m^2$ فإن: $2\ell\times\ell=24$ أي: $2\ell^2=24$

وبالتالي $\ell^2=12$ أي: $\ell^2=\left(\sqrt{12}\right)^2$ ومنه $\ell=\sqrt{12}$ لأن العرض موجب و $L=2\sqrt{12}$

إذن: طول الزربية هو $693cm$.

عرض الزربية هو $346cm$ بالتدوير إلى cm.

حلول التمارين | صفحة 29 من الكتاب المدرسي

أتعمق

1) استعمال حاسبة الحساب $x-y$:

$$x-y=\sqrt{2}-1,414213562373095$$

$$x-y=3,73095\times10^{-10}$$

$x\neq y$ لأن القيمة x هي قيمة مقربة لـ $\sqrt{2}$ بالنقصان إلى $\frac{1}{10^{15}}$

2)

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\approx 0,317837245$$

$$b=\sqrt{3}-\sqrt{2}\approx 0,317837245$$

نعم $a=b$ لأن :

$$a=\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=\frac{1\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}$$

$$a=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{3-2}=\sqrt{3}-\sqrt{2}=b$$

1) طبيعة المثلث BCF قائم في B ومتساوي الساقين لأن $BF=BC$

المثلث EFC مثلث قائم في F.

2) حساب الطولين CF و CE:

بتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث BCF القائم في B نجد :

$$CF^2=BC^2+BF^2=(5)^2+(5)^2=50$$

$$CF=\sqrt{50}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$$

من جهة أخرى وبتطبيق خاصية فيثاغورث في المثلث EFC القائم في F

$$EC^2=EF^2+FC^2=(5)^2+\left(\sqrt{50}\right)^2=25+50=75$$

وعليه : $EC=\sqrt{75}=\sqrt{25\times3}=5\sqrt{3}$

3) حساب القيمة المضبوطة للطول ED :

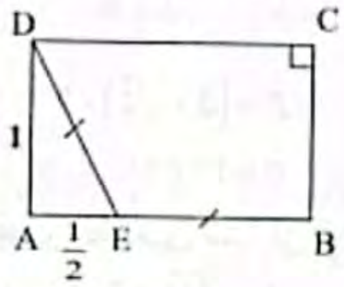
بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا :

$$ED^2=AE^2+AD^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2+(1)^2$$

$$ED^2=\frac{1}{4}+1=\frac{5}{4}$$

وعليه : $ED=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$

2) إنشاء النقطتين B و C:



3) التحقق أن $AB=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$:

لدينا : $AB=AE+EB=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

4) إعطاء ملخص لطريقة إنشاء العدد الذهبي باستعمال المسطرة والمدور:

- رسم مثلث ABC قائم في A حيث: $AB=\frac{1}{2}$ و $AC=1$.

- رسم دائرة مركزها B ونصف قطرها BC تقطع نصف المستقيم $[AB]$ في النقطة E حيث: $AE=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.

1) حساب الطول BC بدلالة x :

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABC القائم في A نجد :

$BC^2=AB^2+AC^2$ أي: $BC^2=x^2+x^2$ وعليه : $BC^2=2x^2$

وبالتالي $BC=\sqrt{2x^2}=\sqrt{2}x$

2) التعبير عن محيط المثلث ABC بدلالة x :

$$P=AB+AC+BC$$
$$P=x+x+\sqrt{2}x$$
$$P=\left(1+1+\sqrt{2}\right)x$$
$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)x$$

3) حساب المدور إلى $\frac{1}{100}$ لـ P في كل حالة :

الحالة الأولى: $x=3cm$:

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 3$$
$$P\approx 10,24$$

الحالة الثانية: $x=5cm$

$$P=\left(2+\sqrt{2}\right)\times 5$$
$$P=17,07$$

35 1) حصر العددين بين عددين طبيعيين متتاليين :

$$6<\sqrt{41}<7$$
$$10<\sqrt{113}<11$$

2) استعمال الحاسبة لإعطاء المدوّر إلى $\frac{1}{100}$ لكل عدد مما يلي :

$\sqrt{7}+3\approx 5,65$ ، $\sqrt{7}+\sqrt{11}\approx 5,96$ ، $\frac{15}{3+\sqrt{2}}\approx 3,40$ ، $\sqrt{54}\approx 7,35$

36 1) كتابة كلا من العددين x^2 و y^2 على الشكل $a+b\sqrt{3}$:

$$x^2=\left(\sqrt{3+\sqrt{27}}\right)^2=3+\sqrt{27}=3+\sqrt{9\times 3}$$
$$x^2=3+3\sqrt{3}$$
$$y^2=\left(\sqrt{-3+\sqrt{12}}\right)^2=\sqrt{12}-3=\sqrt{4\times 3}-3$$
$$y^2=2\sqrt{3}-3$$

ب) كتابة العدد z^2 على شكل $a\sqrt{3}$:

$$z^2=\left(\sqrt{\sqrt{75}}\right)^2=\sqrt{75}=\sqrt{25\times 3}=5\sqrt{3}$$

ج) إثبات أن المثلث قائم :

لدينا : $x^2+y^2=3+3\sqrt{3}+2\sqrt{3}-3=5\sqrt{3}=z^2$

حسب الخاصية العكسية لفيثاغورث المثلث قائم.

37 1) نبين أن A عدد طبيعي :

لدينا : $A=3\sqrt{8}\times\sqrt{2}$ ومنه : $A=3\sqrt{8\times 2}$ أي: $A=3\sqrt{16}$

وعليه : $A=3\times 4$ وبالتالي $A=12$ وهو عدد طبيعي.

2) كتابة العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي :

لدينا: $B=2\sqrt{27}-2\sqrt{3}+\sqrt{12}$ ومنه : $B=2\sqrt{9\times 3}-2\sqrt{3}+\sqrt{4\times 3}$

أي: $B=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}+2\sqrt{3}$ ومنه : $B=6\sqrt{3}$.

3) نبين أن : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$

لدينا: $\frac{A}{B}=\frac{12}{6\sqrt{3}}$ ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{12\times\sqrt{3}}{6\sqrt{3}\times\sqrt{3}}$ أي : $\frac{A}{B}=\frac{12\sqrt{3}}{18}$

أي: $\frac{A}{B}=\frac{\cancel{6}\times 2\sqrt{3}}{\cancel{6}\times 3}$

ومنه : $\frac{A}{B}=\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

1) حساب A ثم كتابته على الشكل العشري:

$$A=\frac{3}{5}+\frac{2}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3}{5}+\frac{2\times7}{5\times4}=\frac{3}{5}+\frac{14}{20}=\frac{3\times4}{5\times4}+\frac{14}{20}$$

$$A=\frac{12}{20}+\frac{14}{20}=\frac{26}{20}=\frac{26\div2}{20\div2}=\frac{13}{10}$$

الشكل العشري للعدد A : $A=1,3$.

2) إعطاء الكتابة العلمية للعدد B :

$$B=\frac{1,2\times10^{-2}\times7}{12,5\times10^{3}}=\frac{1,2\times7}{12,5}\times10^{-2}\times10^{-3}$$

$$B=0,672\times10^{-2-3}=6,72\times10^{-1}\times10^{-5}$$

$$B=6,72\times10^{-6}$$

3) كتابة C على أبسط شكل ممكن:

لدينا: $\sqrt{175}=\sqrt{25\times7}=\sqrt{5^2\times7}=5\sqrt{7}$

$\sqrt{112}=\sqrt{16\times7}=\sqrt{4^2\times7}=4\sqrt{7}$

$$C=\sqrt{175}-\sqrt{112}+6\sqrt{7}=5\sqrt{7}-4\sqrt{7}+6\sqrt{7}$$

$$C=(5-4+6)\sqrt{7}=7\sqrt{7}$$

3- الحساب الحرفي

صفحة 31 من الكتاب المدرسي

تحدّ:

تحديد قيمة x التي من أجلها يكون المثلث ABC قائما في A :

لدينا : $AB^2=(x+1)^2=x^2+2x+1$; $AC^2=(x+2)^2=x^2+4x+4$

$BC^2=(x+3)^2=x^2+6x+9$

حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $AB^2+AC^2=BC^2$

وعليه: $(x+1)^2+(x+2)^2=(x+3)^2$

أي: $x^2+2x+1+x^2+4x+4=x^2+6x+9$

ومنه: $2x^2+6x+5=x^2+6x+9$

أي : $2x^2+6x-x^2-6x=9-5$

أي: $x^2=4$ ومنه : $x^2=(2)^2$

وعليه: $x=2$ و $x=-2$ مرفوض لأن : $AB>0$

وبالتالي حتى يكون المثلث ABC قائما في A يجب أن يكون : $x=2$.

أستعد :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) من أجل $x=0$ العبارة $3x-3$ تساوي 0 خاطئ

لأن : $3\times0-3=0-3=-3$

2) من أجل $x=\sqrt{3}$ العبارة x^2-3 تساوي 0. صحيح

لأن : $\left(\sqrt{3}\right)^2-3=3-3=0$

3) نشر العبارة $-2\times(a-1)$ هو $-2a+2$. صحيح

لأن: $-2\times(a-1)=-2\times a-2\times(-1)=-2a+2$

4) نشر العبارة $4(2-b)$ هو $8-b$. خاطئ

لأن : $4(2-b)=4\times2-4\times b=8-4b$

5) نشر العبارة $(1+x)(1+y)$ هو $1+xy$. خاطئ

لأن: $(1+x)(1+y)=1(1+y)+x(1+y)=1+y+x+xy$

6) نشر العبارة $(1-x)(1-y)$ هو $1-x-y-xy$. خاطئ

لأن: $(1-x)(1-y)=1(1-y)-x(1-y)=1-y-x+xy$

7) العبارة $3a+\sqrt{3}$ تساوي $3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ صحيح لأن:

$$3a+\sqrt{3}=3a+3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\left(a+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

8) العبارة $16-\frac{1}{2}x$ تساوي $\frac{1}{2}(8-x)$. خاطئ

لأن: $16-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}\times32-\frac{1}{2}x=\frac{1}{2}(32-x)$

9) العبارة x^2+3x تساوي $x(x+3)$. صحيح

لأن: $x^2+3x=x\times x+3x=x(x+3)$

10) العبارة $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}$ تساوي $3\sqrt{2}x$. خاطئ

لأن: $\sqrt{2}x+2\sqrt{2}=\sqrt{2}(x+2)$

حلول التمارين

صفحة 37 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي :

1 نشر وتبسيط كل عبارة مما يلي :

$A=2(5x-1)$

$A=2\times5x-2\times1$

$A=10x-2$

$B=-3(3-x)$

$B=-3\times3-3\times(-x)$

$B=-9+3x$

$C=\frac{2}{5}\left(-20x+\frac{15}{2}\right)$

$C=\frac{2}{5}\times(-20x)+\frac{2}{5}\times\left(\frac{15}{2}\right)$

$C=\frac{-40x}{5}+\frac{30}{10}$

$C=-8x+3$

$D=-4\left(7-\frac{3}{2}x\right)$

$D=-4\times7-4\times\left(\frac{-3}{2}x\right)$

$D=-28+\frac{12}{2}x$

$D=-28+6x$

2 1) حساب قيمة A من أجل $x=0$:

$A=(0+2)(3\times0-1)$

$A=2\times(-1)$

$A=-2$

2) نشر العبارة A وتبسيطها :

$A=(x+2)(3x-1)$

$A=x(3x-1)+2(3x-1)$

$A=3x^2-x+6x-2$

$A=3x^2+5x-2$

1) حساب قيمة A من أجل $x=0$: $A=3(0)^2+5\times0-2=-2$ وجدت نفس النتيجة.

3 نشر وتبسيط كل عبارة :

$K=(2x+1)(x+2)$

$K=2x(x+2)+1(x+2)$

$K=2x^2+4x+x+2$

$K=2x^2+5x+2$

$L=(3x+2)(4x-5)$

$L=3x(4x-5)+2(4x-5)$

$L=12x^2-15x+8x-10$

$L=12x^2-7x-10$

$M=(x-7)(1-x)$

$M=x(1-x)-7(1-x)$

$M=x-x^2-7+7x$

$M=-x^2+8x-7$

$P=(-x-2)(5-x)$

$P=-x(5-x)-2(5-x)$

$P=-5x+x^2-10+2x$

$P=x^2-3x-10$

4 1- التحقق أنه من أجل $x=3$ فإن $A=21$:

$$A=\left(\frac{2}{3}\times3+5\right)\left(4-\frac{1}{3}\times3\right)$$

$$A=(2+5)(4-1)=7\times3$$

$$A=21$$

2- نشر وتبسيط العبارة A :

$$A=\left(\frac{2}{3}x+5\right)\left(4-\frac{1}{3}x\right)$$

$$A=\frac{8}{3}x-\frac{2}{9}x^2+20-\frac{5}{3}x$$

$$A=-\frac{2}{9}x^2+\left(\frac{8}{3}-\frac{5}{3}\right)x+20$$

$$A=-\frac{2}{9}x^2+x+20$$

3- التحقق من قيمة A من أجل $x=3$ مرّة ثانية :

$$A=-\frac{2}{9}(3)^2+3+20$$
$$A=-\frac{2}{9}\times 9+23$$
$$A=-2+23$$
$$A=21$$

5 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$C=\left(\frac{4}{3}x-2\right)\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{4}{3}x\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)-2\left(\frac{3}{2}x-\frac{1}{4}\right)$$
$$C=\frac{12}{6}x^2-\frac{4}{12}x-3x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{4}{12}x-\frac{36}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{40}{12}x+\frac{1}{2}$$
$$C=2x^2-\frac{10}{3}x+\frac{1}{2}$$

$$B=\left(2x+\frac{1}{5}\right)\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x\left(x+\frac{2}{5}\right)+\frac{1}{5}\left(x+\frac{2}{5}\right)$$
$$B=2x^2+\frac{4}{5}x+\frac{1}{5}x+\frac{2}{25}$$
$$B=2x^2+x+\frac{2}{25}$$

6 كلا، الإجابة الثانية هي الإجابة الصحيحة :

$$P=3(x-1)-(x+1)(4x-3)$$
$$P=3x-3-\left(4x^2-3x+4x-3\right)$$
$$P=3x-3-4x^2+3x-4x+3$$
$$P=-4x^2+2x$$

7 نشر وتبسيط العبارات :

$$S=-(a+2)-(3a-5)(2a-4)$$
$$S=-a-2-\left(6a^2-12a-10a+20\right)$$
$$S=-a-2-6a^2+12a+10a-20$$
$$S=-6a^2+21a-22$$

$$R=a-3-2(a+3)$$
$$R=a-3-2a-6$$
$$R=-a-9$$

$$T=(a+3)\left(a+\frac{1}{3}\right)-(a+2)\left(a-\frac{1}{2}\right)$$
$$T=a\left(a+\frac{1}{3}\right)+3\left(a+\frac{1}{3}\right)-\left[a\left(a-\frac{1}{2}\right)+2\left(a-\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-\left[a^2-\frac{1}{2}a+2a-1\right]$$
$$T=a^2+\frac{1}{3}a+3a+1-a^2+\frac{1}{2}a-2a+1$$
$$T=\frac{1}{3}a+a+\frac{1}{2}a+2$$
$$T=\frac{2}{6}a+\frac{6}{6}a+\frac{3}{6}a+2$$
$$T=\frac{11}{6}a+2$$

8

1) شرح عمل كل من رياض وإيمان :

قام رياض بتوزيع (-5) على $(x+2)$ بينما قامت إيمان بنشر الجداء $(x+2)(3x-1)$

2) إكمال عمل كل منهما :

رياض:
$$A=-5(x+2)(3x-1)$$
$$A=(-5x-10)(3x-1)$$
$$A=-5x(3x-1)-10(3x-1)$$
$$A=-15x^2+5x-30x+10$$
$$A=-15x^2-25x+10$$

إيمان:
$$A=-5(x+2)(3x-1)$$
$$A=-5\left(3x^2-x+6x-2\right)$$
$$A=-15x^2+5x-30x+10$$
$$A=-15x^2-25x+10$$

نلاحظ أن النتيجتين متساويتين.

الجداءات الشهيرة :

9 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$A=(x+5)^2$$
$$A=(x)^2+2(x)(5)+(5)^2$$
$$A=x^2+10x+25$$

$$B=(x+0,3)^2$$
$$B=(x)^2+2x(0,3)+(0,3)^2$$
$$B=x^2+0,6x+0,09$$

9 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$A=(x-4)^2$

$A=(x)^2-2(x)(4)+(4)^2$

$A=x^2-8x+16$

$B=(x-1,5)^2$

$B=(x)^2-2x(1,5)+(1,5)^2$

$B=x^2-3x+2,25$

$C=\left(x-\frac{5}{11}\right)^2$

$C=(x)^2-2x\left(\frac{5}{11}\right)+\left(\frac{5}{11}\right)^2$

$C=x^2-\frac{10}{11}x+\frac{25}{121}$

10 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$A=(4x+1)^2$

$A=(4x)^2+2(4x)(1)+(1)^2$

$A=16x^2+8x+1$

$B=(2x+0,5)^2$

$B=(2x)^2+2(2x)(0,5)+(0,5)^2$

$B=4x^2+2x+0,25$

$C=\left(3x+\frac{5}{3}\right)^2$

$C=(3x)^2+2(3x)\left(\frac{5}{3}\right)+\left(\frac{5}{3}\right)^2$

$C=9x^2+10x+\frac{25}{9}$

11 حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

$31^2=(30+1)^2=(30)^2+2(30)(1)+(1)^2$

$=900+60+1=961$

$(105)^2=(100+5)^2=(100)^2+2(100)(5)+(5)^2$

$=10000+1000+25$

$=11025$

$(1009)^2=(1000+9)^2=(1000)^2+2(1000)(9)+(9)^2$

$=1000000+18000+81$

$=1018081$

12 نقل وإتمام المساوات التالية :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$

2) $9x^2+6x+1=(3x+1)^2$

3) $x^2+10x+25=(x+5)^2$

13 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$A=(2x-3)^2$

$A=(2x)^2-2(2x)(3)+(3)^2$

$A=4x^2-12x+9$

$B=(5x-1,4)^2$

$B=(5x)^2-2(5x)(1,4)+(1,4)^2$

$B=25x^2-14x+1,96$

$C=\left(\frac{4}{3}x-\frac{3}{5}\right)^2$

$C=\left(\frac{4}{3}x\right)^2-2\left(\frac{4}{3}x\right)\left(\frac{3}{5}\right)+\left(\frac{3}{5}\right)^2$

$C=\frac{16}{9}x^2-\frac{8}{5}x+\frac{9}{25}$

14 نشر وتبسيط العبارتين :

$A=(3x-4)^2+(x-3)^2$

$A=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2+(x)^2-2(x)(3)+(3)^2$

$A=9x^2-24x+16+x^2-6x+9$

$A=10x^2-30x+25$

$$B=4(1-2x)^2+(4x-1)^2$$
$$B=4\left[(1)^2-2(1)(2x)+(2x)^2\right]+(4x)^2-2(4x)(1)+(1)^2$$
$$B=4-16x+16x^2+16x^2-8x+1$$
$$B=32x^2-24x+5$$

16 نشر كل عبارة ثم تبسيطها :

$$D=(5x+1)^2+5(x-1)^2$$
$$D=(5x)^2+2(5x)(1)+(1)^2+5\left[x^2-2x(1)+(1)^2\right]$$
$$D=25x^2+10x+1+5\left(x^2-2x+1\right)$$
$$D=25x^2+10x+1+5x^2-10x+5$$
$$D=30x^2+6$$
$$E=(3x-4)^2-4(1-x)^2$$
$$E=(3x)^2-2(3x)(4)+(4)^2-4\left[1^2-2\times1\times x+x^2\right]$$
$$E=9x^2-24x+16-4\left(1-2x+x^2\right)$$
$$E=9x^2-24x+16-4+8x-4x^2$$
$$E=5x^2-16x+12$$

17 نشر وتبسيط العبارات :

$$A=(x+7)(x-7)$$
$$A=(x)^2-(7)^2$$
$$A=x^2-49$$

$$B=(x+0,2)(x-0,2)$$
$$B=(x)^2-(0,2)^2$$
$$B=x^2-0,04$$

$$C=\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(x+\frac{1}{3}\right)$$
$$C=(x)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$C=x^2-\frac{1}{9}$$

18 نشر وتبسيط العبارات :

$$A=(3x+5)(3x-5)$$
$$A=(3x)^2-(5)^2$$
$$A=9x^2-25$$

$$B=(1,5+2x)(1,5-2x)$$
$$B=(1,5)^2-(2x)^2$$
$$B=2,25-4x^2$$

$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x+\frac{1}{3}\right)$$
$$C=\left(\frac{\sqrt{2}}{5}x\right)^2-\left(\frac{1}{3}\right)^2$$
$$C=\frac{2}{25}x^2-\frac{1}{9}$$

19 1- نشر العبارة A وتبسيطها :

$$A=x^2-(x-1)(x+1)$$
$$A=x^2-\left[(x)^2-(1)^2\right]$$
$$A=x^2-x^2+1$$
$$A=1$$

2/ إعطاء نتيجة ما يلي دون حساب :

$$B=978654321^2-978654320\times978654322$$
$$B=1$$

بوضع : $x=978654321$ وعليه : $x-1=978654320$ ، $x+1=978654322$

$$C=999888777^2-999888778\times999888776$$
$$C=1$$

بوضع : $x=999888777$ ، $x-1=999888776$ ، $x+1=999888778$

20 التحليل :

1) تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$$A=x^2-5x$$
$$A=x\times x-5x$$
$$A=x(x-5)$$

2) تحليل العبارة B إلى جداء عاملين :

$$B=(x+3)(1-2x)+5(1-2x)$$
$$B=(1-2x)(x+3+5)$$
$$B=(1-2x)(x+8)$$

3) تحليل العبارة C إلى جداء عاملين :

$$C=(1+x)(x-5)-(1+2x)(1+x)$$
$$C=(1+x)\left[(x-5)-(1+2x)\right]$$
$$C=(1+x)(x-5-1-2x)$$
$$C=(1+x)(-6-x)$$

21 1) حساب من أجل $x=0$ قيمة A في العبارة المعطاة وفي النتيجة :

$$A=(0-1)(0+2)+0(0+2)-(0+2)$$
$$A=(-1)(2)+0-2$$
$$A=-4$$

النتيجة المتحصل عليها :

$$A=(0+2)(2\times 0-1)$$
$$A=2(-1)=-2$$

استنتج أن تحليل العبارة خاطئ.

2) كتابة التحليل الصحيح للعبارة A :

$$A=(x-1)(x+2)+x(x+2)-(x+2)$$
$$A=(x+2)(x-1+x-1)$$
$$A=(x+2)(2x-2)$$

22 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$D=(x+7)(x-3)-(x-3)$$
$$D=(x-3)(x+7-1)$$
$$D=(x-3)(x+6)$$

$$C=5x(2x+1)+(2x+1)$$
$$C=(2x+1)(5x+1)$$

$$E=(x+1)(x-4)-x+4$$
$$E=(x+1)(x-4)-(x-4)$$
$$E=(x-4)(x+1-1)$$
$$E=x(x-4)$$

23 تحليل كل عبارة مما يلي :

$C=x^2-3x$	$B=7x-21$	$A=2x+6$
$C=x\times x-3x$	$B=7x-7\times 3$	$A=2x+2\times 3$
$C=x(x-3)$	$B=7(x-3)$	$A=2(x+3)$

24 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(4x+3)-(x+2)\left(x-\sqrt{2}\right)$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)\left[(4x+3)-(x+2)\right]$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(4x+3-x-2)$$
$$D=\left(x-\sqrt{2}\right)(3x+1)$$

$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}\right)+(2-5x)\left(x-\frac{4}{3}\right)$$
$$E=(2-5x)\left(x-\frac{2}{3}+x-\frac{4}{3}\right)$$
$$E=(2-5x)(2x-2)$$

25 تحليل كل عبارة مما يلي :

$$F=2x\left(\frac{2}{7}-x\right)+\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{5x-4}{3}\right)$$
$$F=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(2x+\frac{5x}{3}-\frac{4}{3}\right)=\left(\frac{2}{7}-x\right)\left(\frac{11}{3}x-\frac{4}{3}\right)$$

$$G=(1,2x-3,5)(3,7+x)-(0,2x-6,5)(3,7+x)+(3,7+x)$$
$$G=(3,7+x)(1,2x-3,5-0,2x+6,5+1)$$
$$G=(3,7+x)(x+4)$$

حاول التمارين

صفحة 39 من الكتاب المدرسي

27 تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$

$A=x^2+6x+9$	$B=4x^2+20x+25$
$A=x^2+2(x)(3)+(3)^2$	$B=(2x)^2+2(2x)(5)+(5)^2$
$A=(x+3)^2$	$B=(2x+5)^2$
$C=9x^2+42x+49$	$D=1+8x+16x^2$
$C=(3x)^2+2(3x)(7)+7^2$	$D=(1)^2+2(1)(4x)+(4x)^2$
$C=(3x+7)^2$	$D=(1+4x)^2$

27 تحليل العبارات باستعمال المتطابقة $a^2-2ab+b^2=(a-b)^2$:

$A=x^2-10x+25$
$A=(x)^2-2(x)(5)+(5)^2$
$A=(x-5)^2$

$B=9x^2-12x+4$
$B=(3x)^2-2(3x)(2)+(2)^2$
$B=(3x-2)^2$

$C=81x^2-18x+1$
$C=(9x)^2-2(9x)(1)+(1)^2$
$C=(9x-1)^2$

$D=9-6x+x^2$
$D=(3)^2-2(3)(x)+(x)^2$
$D=(3-x)^2$

28 حساب ذهنيا دون وضع العملية كل عدد مما يلي :

أ)

$101\times99=(100+1)(100-1)$
$101\times99=(100)^2-(1)^2$
$101\times99=10000-1$
$101\times99=9999$

$21\times19=(20+1)(20-1)$
$21\times19=20^2-1^2$
$21\times19=400-1$
$21\times19=399$

$1008\times992=(1000+8)(1000-8)$
$1008\times992=(1000)^2-(8)^2$
$1008\times992=1000000-64$
$1008\times992=999936$

ب)

$98^2-2^2=(98+2)(98-2)$
$98^2-2^2=100\times96$
$98^2-2^2=9600$

$408^2-407^2=(408-407)(408+407)$
$408^2-407^2=1\times815$
$408^2-407^2=815$

$777^2-223^2=(777+223)(777-223)$
$777^2-223^2=1000\times554$
$777^2-223^2=554000$

29 نقل المساويات وأتممها باستعمال المتطابقات الشهيرة :

1) $x^2+6x+9=(x+3)^2$
2) $36x^2-12x+1=(6x-1)^2$
3) $x^2-10x+25=(x-5)^2$
4) $x^2-81=(x+9)(x-9)$

30 تحليل إلى جداء عوامل العبارات التالية :

$A=9x^2+24x+16$
$A=(3x)^2+2(3x)(4)+(4)^2$
$A=(3x+4)^2$

$B=121-22x+x^2$
$B=(11)^2-2(11)(x)+(x)^2$
$B=(11-x)^2$

31 تحليل العبارات التالية إلى جداء عاملين :

$R=\frac{1}{9}x^2+\frac{1}{3}x+\frac{1}{4}$
$R=\left(\frac{1}{3}x\right)^2+2\left(\frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}\right)^2$
$R=\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}\right)^2$

$S=\frac{25}{9}x^2-\frac{5}{2}x+\frac{9}{16}$
$S=\left(\frac{5}{3}x\right)^2-2\left(\frac{5}{3}x\right)\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{3}{4}\right)^2$
$S=\left(\frac{5}{3}x-\frac{3}{4}\right)^2$

32 تحليل العبارة باستعمال المتطابقة $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$:

$A=(3-2x)^2-9$
$A=(3-2x)^2-(3)^2$
$A=(3-2x+3)(3-2x-3)$
$A=(6-2x)(-2x)$

$B=\frac{1}{4}-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$
$B=\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(x+\frac{3}{2}\right)^2$
$B=\left(\frac{1}{2}+x+\frac{3}{2}\right)\left(\frac{1}{2}-x-\frac{3}{2}\right)$
$B=(x+2)(-x-1)$

$C=(x+2)^2-(3x-1)^2$
$C=[(x+2)+(3x-1)][(x+2)-(3x-1)]$
$C=(x+2+3x-1)(x+2-3x+1)=(4x+1)(-2x+3)$

33 1- تحليل العبارات :

$A=(2-x)^2-4x^2$
$A=(2-x)^2-(2x)^2$
$A=(2-x+2x)(2-x-2x)$
$A=(2+x)(2-3x)$

$B=(2x+3)^2-(x+1)^2$
$B=[(2x+3)+(x+1)][(2x+3)-(x+1)]$
$B=(2x+3+x+1)(2x+3-x-1)$
$B=(3x+4)(x+2)$

أتأكد تعلماتي :

في كل حالة اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) نشر الجداء $2x(x+2)$ هو $2x^2+4x$ لأن :

$$2x(x+2)=2x\times x+2x\times 2=2x^2+4x$$

2) نشر الجداء $(-x)(1-x)$ هو x^2-x لأن :

$$(-x)(1-x)=-x\times 1-x(-x)=-x+x^2=x^2-x$$

3) نشر الجداء $(1-x)(4+x)$ هو $4-3x-x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}(4+x)(1-x)&=4(1-x)+x(1-x)\\&=4-4x+x-x^2\\&=4-3x-x^2\end{aligned}$$

4) تحليل العبارة $ab+b$ هو $(a+1)b$ لأن :

$$ab+b=ab+1\times b=(a+1)b$$

5) تحليل العبارة $\sqrt{2}x+2$ هو $\sqrt{2}\left(x+\sqrt{2}\right)$ لأن :

$$\sqrt{2}x+2=\sqrt{2}x+\sqrt{2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}\left(x+\sqrt{2}\right)$$

6) تحليل العبارة $a-ab$ هو $a(1-b)$ لأن :

$$a-ab=a\times 1-a\times b=a(1-b)$$

7) نشر العبارة $\left(\sqrt{3}+x\right)^2$ هو $3+2\sqrt{3}x+x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}\left(\sqrt{3}+x\right)^2&=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\left(\sqrt{3}\right)(x)+(x)^2\\&=3+2\sqrt{3}x+x^2\end{aligned}$$

8) نشر العبارة $\left(1-\sqrt{2}x\right)^2$ هو $1-2\sqrt{2}x+2x^2$ لأن :

$$\begin{aligned}\left(1-\sqrt{2}x\right)^2&=(1)^2-2(1)\left(\sqrt{2}x\right)+\left(\sqrt{2}x\right)^2\\&=1-2\sqrt{2}x+2x^2\end{aligned}$$

9) العبارة x^2+25 لا تقبل تحليلا لأنها عبارة عن مجموع مربعين.

2) نشر وتبسيط العبارتين A و B ثم حساب كلا من $A+B$ و $A-B$:

$$A=(2+x)(2-3x)$$
$$A=2(2-3x)+x(2-3x)$$
$$A=4-6x+2x-3x^2$$
$$A=-3x^2-4x+4$$

$$B=(3x+4)(x+2)$$
$$B=3x(x+2)+4(x+2)$$
$$B=3x^2+6x+4x+8$$
$$B=3x^2+10x+8$$

$$A+B=-3x^2-4x+4+3x^2+10x+8$$
$$A+B=6x+12$$
$$A-B=-3x^2-4x+4-\left(3x^2+10x+8\right)$$
$$A-B=-3x^2-4x+4-3x^2-10x-8$$
$$A-B=-6x^2-14x-4$$

1) التحقق أن مساحة المثلث ABC تساوي $2x^2+8x$:

لدينا :

$$\begin{aligned}S_{ABC}&=\frac{AB\times BC}{2}=\frac{4x(x+4)}{2}\\&=2x(x+4)=2x^2+8x\end{aligned}$$

حساب هذه المساحة من أجل $x=1$:

$$S_{ABC}=2(1)^2+8\times 1=2+8=10$$

2) التعبير عن AC^2 بدلالة x وكتابة العبارة على شكل نشر مبسط :

بتطبيق خاصية فيثاغورث لدينا : $AC^2=AB^2+BC^2$ وعليه :

$$AC^2=(x+4)^2+(4x)^2$$
$$AC^2=x^2+2x(4)+(4)^2+16x^2$$
$$AC^2=x^2+8x+16+16x^2$$
$$AC^2=17x^2+8x+16$$

3) حساب الطول AC من أجل $x=2$:

$$AC^2=17(2)^2+8\times 2+16$$
$$AC^2=68+32=100$$

وعليه : $AC=\sqrt{100}=10$

10) العبارة $x^2+10x+25$ تحلل على الشكل $(x+5)^2$ لأن :

$$x^2+10x+25=x^2+2(x)(5)+(5)^2$$
$$=(x+5)^2$$

11) العبارة x^2-25 تحلل على الشكل $(x+5)(x-5)$ لأن :

$$x^2-25=x^2-5^2$$
$$=(x-5)(x+5)$$

12) العبارة $x^2-10x+25$ تحلل على الشكل $(x-5)^2$ لأن :

$$x^2-10x+25=x^2-2(x)(5)+(5)^2$$
$$=(x-5)^2$$

13) الجداء 21×19 يساوي 399 لأن:

$$21\times19=(20+1)(20-1)$$
$$21\times19=(20)^2-(1)^2$$
$$21\times19=400-1$$
$$21\times19=399$$

أدمج تعلماتي :

تعيين قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$:

مساحة الشريط بدلالة x :

$$S=4x^2+4\times10x$$
$$S=4x^2+40x$$

لأن الشريط يتكون من 4 مربعات طول ضلعها x و 4 مستطيلات طولها 10 وعرضها x :

بما أن : $S=44$ فإن : $4x^2+40x=44$

ومنه : $4x^2+40x-44=0$ بالقسمة على 4 نجد : $x^2+10x-11=0$

من المعطيات : $(x-1)(x+11)=0$

أي : $x-1=0$ أو $x+11=0$

$x=1$ أو $x=-11$ مرفوض

وبالتالي قيمة x حتى تكون مساحة الشريط تساوي $44cm^2$ هي $x=1$.

التعمق :

I 1- نشر وتبسيط العبارة E :

$$E=(x+1)(x+9)-(x+3)^2$$
$$E=x(x+9)+1(x+9)-\left[x^2+2\times x\times3+3^2\right]$$
$$E=x^2+9x+x+9-x^2-6x-9$$
$$E=4x$$

2) باستعمال النتيجة (1) حساب ما يلي :

$$101\times109-103^2=(100+1)(100+9)-(100+3)^2$$
$$=4\times100$$
$$=400$$

$$1,5\times9,5-(3,5)^2=(0,5+1)(0,5+9)-(0,5+3)^2$$
$$=4\times0,5$$
$$=2$$

II 1) باستعمال الحاسبة لدينا :

$a=35^2-36\times34$	$b=97^2-98\times96$	$c=321^2-322\times320$
$a=1221-1224$	$b=9409-9408$	$c=103041-103040$
$a=1$	$b=1$	$c=1$

2) التخمين نتيجة الحساب:

$$2018^2-2019\times2017=1$$

التحقق : $2018^2-2019\times2017=4072324-4072323=1$

3) شرح لماذا كل الصيغ تعبر عن الحسابات السابقة ثم ننشرها وتبسيطها :

في حالة فرض : $x=35$ فإن : $x+1=36$ و $x-1=34$

في حالة فرض مثلا : $x-1=97$ فإن $x=98$ و $x-2=96$

الأعداد المعطاة متتالية : $x-1$ ، x ، $x+1$ أو $x-2$ ، $x-1$ ، x أو x ، $x+1$ ، $x+2$ وبالتالي فهي تعبر عن الحسابات السابقة.

$E_2=(x-1)^2-x(x-2)$ $\quad$ $E_1=x^2-(x+1)(x-1)$

$E_2=(x^2-2x+1^2)-(x^2-x2)$ $\quad$ $E_1=x^2-(x^2-1)$

$E_2=x^2-2x+1-x^2+2x$ $\quad$ $E_1=x^2-x^2+1$

$E_2=1$ $\quad$ $E_1=1$

$E_3=(x+1)^2-(x+2)x$

$E_3=(x^2+2x+1)-(x^2+2x)$

$E_3=x^2+2x+1-x^2-2x$

$E_3=1$

37 1) إيجاد حصرا للعدد x : $0\le x\le 6$.

2) إثبات أن الطولين GH و EF متساويان والتعبير عنهما بدلالة x :

$GH=AD-AG-HD$

$GH=10-x-4$

$GH=6-x$

$EF=AB-AE-BF$

$EF=10-x-4=6-x$

وعليه: $EF=GH$.

3) التحقق بطريقتين أن مساحة الجزء غير الملون هي $A=60-4x-x^2$

الطريقة الأولى : مساحة الجزء غير الملون تساوي الفرق بين مساحة المربع الكلية ومجموع المساحات الملونة :

$A=10\times10-(x^2+4x+4\times10)$

$A=100-x^2-4x-40$

$A=60-4x-x^2$

الطريقة الثانية :

$A=EF\times BC+GH\times AE$

$A=(6-x)\times10+(6-x)x$

$A=60-10x+6x-x^2$

$A=60-4x-x^2$

4) حساب مساحة الجزء غير الملون من أجل $x=4$:

$A=60-4\times4-(4)^2$

$A=60-16-16$

$A=60-32$

$A=28$

38 1- التعبير عن AB^2 بدلالة x :

بتطبيق خاصية فيثاغورث نجد : $AB^2+BC^2=AC^2$

وعليه : $AB^2=AC^2-BC^2$ أي : $AB^2=(2x+5)^2-(x+2)^2$

2- كتابة عبارة AB^2 على شكل جداء ومرة أخرى على شكل نشر مبسط :

$AB^2=(2x+5)^2-(x+2)^2$

$AB^2=[(2x+5)-(x+2)][(2x+5)+(x+2)]$

$AB^2=(2x+5-x-2)(2x+5+x+2)$

$AB^2=(x+3)(3x+7)$

$AB^2=(2x+5)^2-(x+2)^2$

$AB^2=[(2x)^2+2(2x)(5)+5^2]-[(x)^2+2(x)(2)+2^2]$

$AB^2=(4x^2+20x+25)-(x^2+4x+4)$

$AB^2=4x^2+20x+25-x^2-4x-4$

$AB^2=3x^2+16x+21$

3- حساب بطريقتين مختلفتين الطول $[AB]$ من أجل $x=0$:

إدينا بالطريقة الأولى :

$AB^2=3(0)^2+16(0)+21$

$AB^2=21$

وعليه : $AB=\sqrt{21}\approx4,58$

بالطريقة الثانية :

$AB^2=(0+3)(3\times0+7)$

$AB^2=3\times7$

$AB^2=21$

وعليه : $AB=\sqrt{21}\approx4,58$

39 1- نشر العبارة D :

$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$

$D=x^2-4+3x^2+5x-6x-10$

$D=4x^2-x-14$

2- تحليل x^2-4 ثم استنتاج تحليلا للعبارة D :

لدينا : $x^2-4=(x)^2-(2)^2=(x-2)(x+2)$

$D=x^2-4+(x-2)(3x+5)$

$D=(x+2)(x-2)+(x-2)(3x+5)$

$D=(x-2)(x+2+3x+5)$

$D=(x-2)(4x+7)$

3- استعمال العبارة المناسبة لحساب قيمة D :

من أجل $x=2$: $D=(2-2)(4\times2+7)$ $D=0\times15=0$

من أجل $x=0$: $D=4(0)^2-0-14$ $D=-14$

من أجل $x=-1,75$:

$D=(-1,75-2)(4(-1,75)+7)$

$D=(-3,75)\times0$

$D=0$

40 1- حساب E من أجل $x=0,5$:

$E=4(0,5)^2-8(0,5)-5$

$E=4(0,25)-4-5=1-4-5$

$E=-8$

2- أ) نشر العبارة F

$F=(2x-2)^2-9=(2x)^2-2(2x)(2)+2^2-9$

$F=4x^2-8x+4-9$

$F=4x^2-8x-5$

ب) تحليل العبارة F :

$F=(2x-2)^2-9$

$F=(2x-2)^2-3^2$

$F=(2x-2-3)(2x-2+3)$

$F=(2x-5)(2x+1)$

ج) العبارة المناسبة التي تسمح بمعرفة قيمة F من أجل $x=0$ دون حساب هي عبارة النشر لأنها مساوية لعبارة E.

4- معادلات ومتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد

تحدّ: صفحة 43 من الكتاب المدرسي

عين قيمة x علما أن $x^2+12x=85$:

$x^2+12x=85$ تعني : $x^2+12x-85=0$ لأن: $36-121=-85$

أي : $x^2+12x+36-121=0$ لأن: $(x+6)^2=x^2+12x+36$

$(x+6)^2-(11)^2=0$

$(x+6-11)(x+6+11)=0$

$(x-5)(x+17)=0$

$x+17=0$ أو $x-5=0$

$x=-17$ مرفوض $x=5$

وبالتالي قيمة x هي 5.

استعد :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $2x-1=0$ فإن $x=1$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $2x-1=0$ فإن $2x=1$ أي: $x=\frac{1}{2}$.

2) حل المعادلة $x+3=2x+3$ هو 0 **صحيح**

لأن المعادلة $x+3=2x+3$ تعني $3-3=2x-x$ أي : $x=0$

3) الجداء $x(x-1)$ ينشر على الشكل x^2-x **صحيح**

لأن: $x(x-1)=x\times x-1\times x=x^2-x$

4) المجموع $4x^2+x$ يحلل على الشكل $x(4x+1)$ **صحيح**

لأن: $4x^2+x=4x\times x+1\times x=x(4x+1)$

5) المجموع $b^2+16b+64$ يحلل على الشكل $(b+8)^2$. **صحيح**

لأن: $b^2+16b+64=b^2+2b\times8+8^2=(b+8)^2$

6/ إذا كان x عددا حيث $25x<0$ فإن x يمكن أن يساوي 0 **خطأ**

لأنه إذا كان $25x<0$ فإن $x<0$.

7) إذا كان x عددا حيث $2x-1\le 6$ فإن x يمكن أن يساوي $\frac{7}{2}$ **صحيح**

لأنه إذا كان $2x-1\le 6$ فإن: $2x\le 7$ أي : $x\le\frac{7}{2}$.

8) نطرح العدد 2 من طرف المتباينة $4x+2<-1$ فنحصل على $4x>-3$ **خاطئ**

لأنه عند طرح العدد (2−) من طرفي المتباينة $4x+2<-1$ نحصل على $4x<-3$

9) نقسم طرفي المتباينة $5x<-1$ على العدد 5 فنحصل على $x<\frac{1}{5}$ **خاطئ**

لأنه عندما نقسم طرفي المتباينة $5x<-1$ على العدد 5 فنحصل على $x<-\frac{1}{5}$.

10) نقسم طرفي المتباينة $-2x\ge -1$ على العدد (2−) فنحصل على المتباينة $x\ge\frac{1}{2}$ **خاطئ**

لأنه عند القسمة على العدد (2−) نحصل على المتباينة $x\le\frac{1}{2}$.

11) إذا كان $x\le 3$ فإن: $-3x\ge -6$ **خاطئ**

لأنه إذا ضربنا طرفي المتباينة $x\le 3$ فالعدد السالب (3−)نحصل على $-3x\ge -9$

حلول التمارين | صفحة 50 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي

1 حل المعادلات المقترحة :

$\frac{x}{4}=7$
$x=4\times 7$
$x=28$

$2,8x=5,6$
$x=\frac{5,6}{2,8}$
$x=2$

$-3x=5$
$x=\frac{-5}{3}$

$2x=11$
$x=\frac{11}{2}$

2 حل كل معادلة من المعادلات المقترحة :

$7^2x=7^3$
$x=\frac{7^3}{7^2}$
$=7$

$10^5x=10^3$
$x=\frac{10^3}{10^5}$
$x=10^{-2}$

$10x=10^2$
$x=\frac{10^2}{10}$
$x=10$

3 حل كل معادلة من المعادلات المقترحة :

$x-4=4$
$x=4+4$
$x=8$

$x+11=2$
$x=2-11$
$x=-9$

$3,2+x=5$
$x=5-3,2$
$x=1,8$

$\sqrt{2}-x=1-\sqrt{2}$
$-x=1-\sqrt{2}-\sqrt{2}$
$-x=1-2\sqrt{2}$
$x=-1+2\sqrt{2}$

4 حل المعادلات التالية :

$2x-3=3x+1$
$2x-3+3=3x+1+3$
$2x=3x+4$
$2x-3x=3x+4-3x$
$-x=4$
$x=-4$

$5x+6=11$
$5x+6-6=11-6$
$5x=5$
$x=\frac{5}{5}$
$x=1$

$5x+11=11x+5$
$5x+11-11=11x+5-11$
$5x=11x-6$
$5x-11x=-6$
$-6x=-6$
$x=\frac{-6}{-6}$
$x=1$

$4x-3=-2x+5$
$4x-3+2x=-2x+5+2x$
$6x-3=5$
$6x-3+3=5+3$
$6x=8$
$x=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

5 حل المعادلات التالية :

$$\sqrt{2}x=\sqrt{8}$$
$$x=\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{8}{2}}$$
$$x=\sqrt{4}=2$$

$$2\sqrt{3}x=\sqrt{3}x+\sqrt{27}$$
$$2\sqrt{3}x-\sqrt{3}x=\sqrt{3}x+\sqrt{27}-\sqrt{3}x$$
$$\sqrt{3}x=\sqrt{27}$$
$$x=\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{\sqrt{9\times3}}{\sqrt{3}}$$
$$x=\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=3$$

$$\sqrt{2}x+\sqrt{8}x=4\sqrt{2}+8\sqrt{2}$$
$$\sqrt{2}x+2\sqrt{2}x=12\sqrt{2}$$
$$3\sqrt{2}x=12\sqrt{2}$$
$$x=\frac{12\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$
$$x=4$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}}x-\frac{1}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$\frac{\sqrt{2}}{2}x-\frac{1}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$\frac{\left(\sqrt{2}-1\right)}{2}x=\frac{5}{\sqrt{2}+1}$$
$$\left(\sqrt{2}-1\right)\left(\sqrt{2}+1\right)x=5\times2$$
$$(2-1)x=10$$
$$x=10$$

$$2\sqrt{5}x-\frac{\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\frac{6\sqrt{5}}{3}x-\frac{\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$\frac{5\sqrt{5}}{3}x=\frac{\sqrt{5}}{3}$$
$$x=\frac{\sqrt{5}}{3}\div\frac{5\sqrt{5}}{3}=\frac{\sqrt{5}}{\cancel{3}}\times\frac{\cancel{3}}{5\sqrt{5}}$$
$$x=\frac{1}{5}$$

6 1- نشر وتبسيط العبارة :

$$2x+24-7(x-2)=2x+24-7x+14$$
$$=-5x+38$$

2- حل المعادلة :

المعادلة $2x+24-7(x-2)=138$ تعني : $-5x+38=138$

أي : $-5x+38-38=138-38$

نجد: $-5x=100$ وعليه: $x=\frac{-100}{5}=-20$

(20-) هو حل للمعادلة.

7 1) نشر وتبسيط العبارتين :

$$2(2x-1)+3=4x-2+3=4x+1$$
$$5(x+3)-3x=5x+15-3x=2x+15$$

2- حل المعادلة :

المعادلة $2(2x-1)+3=5(x+3)-3x$ تعني :

$$4x+1=2x+15$$
$$4x+1-1=2x+15-x$$
$$4x-2x=2x+14-2x$$
$$2x=14$$
$$x=\frac{14}{2}$$
$$x=7$$

وبالتالي 7 هو حل للمعادلة المعطاة.

8 حل المعادلتين التاليتين :

$$\frac{1}{2}(2x-1)-3\left(\frac{2}{3}x-\frac{1}{2}\right)=0$$
$$\frac{1}{\cancel{2}}\times\cancel{2}x-\frac{1}{2}-\cancel{3}\times\frac{2}{\cancel{3}}x+\frac{3}{2}=0$$
$$x-2x-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=0$$
$$-x+1=0$$
$$1=x$$

وعليه 1 هو حل للمعادلة المعطاة.

$$4x^2-2(x+5)-3-2x(2x-3)=0$$
$$4x^2-2x-10-3-4x^2+6x=0$$
$$4x-13=0$$
$$4x=13$$
$$x=\frac{13}{4}$$

وعليه $\frac{13}{4}$ هو حل للمعادلة المعطاة.

9 حل المعادلات التالية :

$$\frac{2+x}{2}=\frac{2x+1}{4}$$
$$\frac{2(2+x)}{4}=\frac{2x+1}{4}$$
$$4+2x=2x+1$$
$$4-1=2x-2x$$
$3=0$ مستحيل

وعليه المعادلة لا تقبل حلول.

$$\frac{x-1}{9}=\frac{x+1}{3}$$
$$\frac{x-1}{9}=\frac{3(x+1)}{9}$$
$$x-1=3x+3$$
$$-1-3=3x-x$$
$$-4=2x$$
$$\frac{-4}{2}=x$$
$$-2=x$$

المعادلة تقبل حل وحيد هو -2.

• المعادلة $\frac{x+4}{10}=\frac{3}{10}-\frac{2x}{5}$ تعني : $\frac{x+4}{10}=\frac{3}{10}-\frac{4x}{10}$

بحذف المقام المشترك نجد: $x+4=3-4x$ أي : $x+4x=3-4$

وعليه: $5x=-1$ وبالتالي: $x=\frac{-1}{5}$. إذن $\frac{-1}{5}$ هو حل المعادلة المعطاة.

• المعادلة $x=\frac{x+3}{5}+1$ تعني : $\frac{5x}{5}=\frac{x+3}{5}+\frac{5}{5}$

أي : $5x=x+3+5$ وعليه : $5x-x=8$

وبالتالي : $4x=8$ ومنه $x=\frac{8}{4}=2$ إذن 2 هو حل المعادلة المعطاة.

10 نفرض العدد هو x.

كتابة المعادلة: $6x+7=31$

حل المعادلة: $6x+7-7=31-7$ أي : $6x=24$ ومنه : $x=\frac{24}{6}=4$

وبالتالي العدد المطلوب هو 4.

11 نفرض العدد المطلوب هو x.

كتابة المعادلة: $3x-21=2x$

حل المعادلة: $3x-21-2x=2x-2x$ أي: $x-21=0$ وعليه: $x=21$

العدد المطلوب هو: 21 .

12 نفرض عدد السنوات هو x.

كتابة المعادلة: $43+x=2\left[(4+x)+(7+x)\right]$

حل المعادلة: $43+x=2(11+2x)$ أي: $43+x=22+4x$

وعليه : $43-22=4x-x$أي : $21=3x$ وبالتالي : $x=\frac{21}{3}=7$

ومنه بعد مرور 7 سنوات يصبح عمر الأب ضعف مجموع عمري ابنيه.

13 نفرض المُدّة المُقرّرة لبنائه هي x.

كتابة المعادلة : $\frac{3}{4}x+4+11=x$

حل المعادلة : $\frac{3}{4}x+15=x$ أي : $3x+60=4x$

وعليه : $3x+60-3x=4x-3x$ أي : $60=x$

وبالتالي المُدّة المُقرّرة لبنائه هي 60 سنة.

المعادلات من الشكل $(ax+b)(ax+d)=0$

14 حل المعادلات التالية :

- المعادلة $7(x+2)=0$

بما أن $7\neq 0$ فإن : $x+2=0$ أي : $x=-2$

إذن للمعادلة حل وحيد هو (-2).

- المعادلة $\frac{2}{3}x(x-4)=0$

تعني : $x-4=0$ أو $\frac{2}{3}x=0$

أي : $x=4$ أو $x=0$

للمعادلة حلان هما 0 و 4.

- المعادلة $(x+5)(2-x)=0$

تعني : $2-x=0$ أو $x+5=0$

أي : $x=2$ أو $x=-5$

إذن للمعادلة حلان هما 2و 5-.

- المعادلة $(5-3x)(2x-4)=0$

تعني : $2x-4=0$ أو $5-3x=0$

أي : $2x=4$ أو $5=3x$

أي : $x=2$ أو $\frac{5}{3}=x$

وبالتالي للمعادلة حلان هما 2 و $\frac{5}{3}$.

15 1) تحليل العبارة إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$6x^2-3x=3x\times 2x-3x\times 1=3x(2x-1)$$

2) حل المعادلة $6x^2-3x=0$

المعادلة $6x^2-3x=0$ تعني : $3x(2x-1)=0$

تعني : $3x=0$ أو $2x-1=0$

أي : $x=0$ أو $2x=1$ أي : $x=\frac{1}{2}$

للمعادلة حلان هما 0 و $\frac{1}{2}$.

16 1- تحليل إلى جداء عاملين العبارة :

$$5(x+3)+(x-1)(x+3)=(x+3)(5+x-1)$$
$$=(x+3)(x+4)$$

2- حل المعادلة :

المعادلة : $(x+3)(x-1)+5(x+3)=0$ تعني : $(x+3)(x+4)=0$

تعني : $x+3=0$ أو $x+4=0$ أي : $x=-3$ أو $x=-4$

للمعادلة حلان هما (4-) و (3-).

17 1- تحليل العبارة إلى جداء عاملين :

$$x^2-25=(x)^2-(5)^2=(x-5)(x+5)$$

2- حل المعادلة $x^2-25=0$

المعادلة $x^2-25=0$ تعني : $(x-5)(x+5)=0$

أي : $x+5=0$ أو $x-5=0$

ومنه : $x=-5$ أو $x=5$

وبالتالي المعادلة تقبل حلاّن هما 5 و (5-).

18 1- التحقق أن: $(3x-1)(2x+3)=6x^2+7x-3$

لدينا :

$$(3x-1)(2x+3)=3x(2x+3)-1(2x+3)$$
$$=6x^2+9x-2x-3$$
$$=6x^2+7x-3$$

2- تحليل العبارة $9x^2-1$:

$$9x^2-1=(3x)^2-(1)^2$$
$$=(3x-1)(3x+1)$$

1- تحليل العبارة P إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى :

$$P=(9x^2-1)+6x^2+7x-3$$
$$P=(3x-1)(3x+1)+(3x-1)(2x+3)$$
$$P=(3x-1)(3x+1+2x+3)$$
$$P=(3x-1)(5x+4)$$

4- حل المعادلة $P=0$:

المعادلة $P=0$ تعني: $(3x-1)(5x+4)=0$

أي : $5x+4=0$ أو $3x-1=0$

أي : $5x=-4$ أو : $3x=1$

ومنه : $x=\frac{-4}{5}$ أو $x=\frac{1}{3}$

المعادلة حلاّن هما $\left(\frac{-4}{5}\right)$ و $\left(\frac{1}{3}\right)$.

19

1- تحليل العبارتين A و B :

$A=x^2+10x+25$ | $B=x^2-25$

$A=x^2+2(x)(5)+(5)^2$ | $B=(x)^2-(5)^2$

$A=(x+5)^2$ | $B=(x+5)(x-5)$

2- تحليل العبارة P إلى جداء عاملين :

$$P=(x^2+10x+25)-(x^2-25)$$
$$P=(x+5)^2-(x+5)(x-5)$$
$$P=(x+5)(x+5-x+5)$$
$$P=10(x+5)$$

3- حل المعادلة $P=0$:

المعادلة $P=0$ تعني : $10(x+5)=0$

بما أن : $10\neq 0$ فإن : $x+5=0$ أي : $x=-5$

المعادلة $P=0$ تقبل حل وحيد هو -5.

20

1- التحقق من صحة المساواة :

$$(2x-1)^2-81=(2x)^2-2(2x)(1)+(1)^2-81$$
$$=4x^2-4x+1-81$$
$$=4x^2-4x-80$$

2- استنتاج تحليلا للعبارة A :

$$A=4x^2-4x-80$$
$$A=(2x-1)^2-81$$
$$A=(2x-1)^2-(9)^2$$
$$A=(2x-1-9)(2x-1+9)$$
$$A=(2x-10)(2x+8)$$

1- حل المعادلة $4x^2-4x-80=0$:

المعادلة $A=0$ تعني : $(2x-10)(2x+8)=0$

تعني أن : $2x+8=0$ أو $2x-10=0$

أي : $2x=-8$ أو $2x=10$

ومنه : $x=\frac{-8}{2}=-4$ أو $x=\frac{10}{2}=5$

المعادلة $A=0$ تقبل حلّان هما (-4) و 5.

المتراجحات من الدرجة الأولى بمجهول واحد :

21 أكمل في كل حالة بالرمز المناسب :

1) $-1,8>-1,84$ 2) $3,49\times10^3<3,5\times10^3$ 3) $1+\frac{3}{2}>\frac{7}{3}$

22 أكمل ما يلي علما أن $x>\frac{3}{2}$:

$2x>3$ ، $-4x<-6$ ، $2x+5>8$

23 أكمل ما يلي علما أن $x<-2$:

$5x<-10$ ، $-2x>4$ ، $3x-11<-17$

24 حل المتراجحات التالية :

$$3x\geq -2$$
$$x\geq\frac{-2}{3}$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\left(\frac{-2}{3}\right)$.

حل المتراجحة $-2x<4$:

نقسم طرفي المتراجحة على العدد (-2) نجد: $x>-2$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من (-2).

$$\frac{5}{3}x>10$$
$$\frac{3}{5}\times\frac{5}{3}x>10\times\frac{3}{5}$$
$$x>6$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من 6.

25 1- تعيين القيم التي تحقق هذه المتراجحة :

من أجل $x=0$: $3\times0-2<6$ أي : $-2<6$ صحيحة.

من أجل $x=-2$: $3\times(-2)-2<6$ أي : $-8<6$ صحيحة.

من أجل $x=3$: $3\times(3)-2<6$ أي: $7<6$ خاطئة.

من أجل $x=\frac{8}{3}$: $3\times\left(\frac{8}{3}\right)-2<6$ أي: $6<6$ خاطئة.

وبالتالي قيم x التي تحقق المتراجحة هي 0، (-2).

2) حل المتراجحة :

$3x-2<6$ تعني: $3x-2+2<6+2$ أي: $3x<8$ وعليه $x<\frac{8}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر تماما من $\frac{8}{3}$.

26 حل المتراجحة $4x-1\le17-2x$

لدينا : $4x-1\le17-2x$

تعني : $4x-1+2x\le17-2x+2x$

أي : $6x-1\le17$

أي : $6x-1+1\le17+1$

ومنه: $6x\le18$ وعليه: $x\le\frac{18}{6}$ أي : $x\le3$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي 3.

27 حل المتراجحات التالية : $1,2x-0,6\le3$

نضيف 0,6 إلى طرفي المتراجحة نجد : $1,2x<3,6$

وعليه : $x<\frac{3,6}{1,2}$ أي : $x<3$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر تماما من 3.

$\frac{x+1}{2}<3x-1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد : $x+1<6x-2$ أي : $x-6x<-2-1$

وعليه $-5x<-3$ ومنه $x>\frac{3}{5}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من $\frac{3}{5}$.

$\frac{5}{2}x-\frac{1}{3}>0$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 6 نجد : $15x-2>0$ أي : $15x>2$

وعليه : $x>\frac{2}{15}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر تماما من $\frac{2}{15}$.

$\frac{x}{2}-\frac{3}{4}\ge1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 4 نجد : $2x-3\ge4$ أي : $2x-3+3\ge4+3$

أي: $2x\ge7$ ومنه : $x\ge\frac{7}{2}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{7}{2}$.

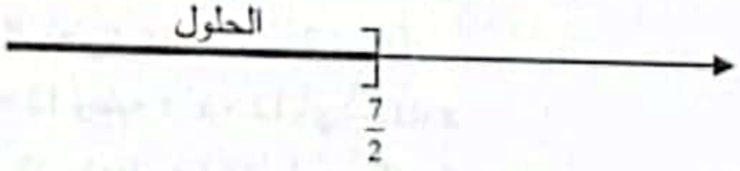
28 1- حل المتراجحة $2x-1\le6$

نضيف 1 إلى طرفي المتراجحة $2x-1\le6$ فنحصل على $2x\le7$

نقسم طرفي المتراجحة على العدد 2 نجد : $x\le\frac{7}{2}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي $\frac{7}{2}$.

2- تمثيل بيانيا حلول هذه المتراجحة :



29 1- نشر وتبسيط العبارة P :

$$P=(-3x-1)^2-3x(3x+7)$$
$$P=(-3x)^2-2(-3x)(1)+(1)^2-(9x^2+21x)$$
$$P=9x^2+6x+1-9x^2-21x$$
$$P=-15x+1$$

2- تحليل العبارة R :

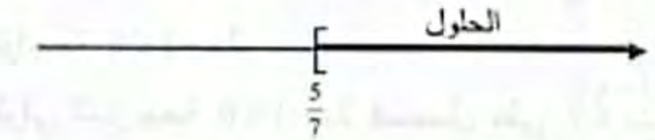
$$R=(4x^2-1)-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=\left[(2x)^2-(1)^2\right]-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=(2x+1)(2x-1)-(2x+1)(2x+3)$$
$$R=(2x+1)(2x-1-2x-3)$$
$$R=-4(2x+1)$$

3- حل المتراجحة $P\le R$ ثم تمثيل بيانيا حلولها :

المتراجحة $P\le R$ تعني : $-15x+1\le -4(2x+1)$ أي : $-15x+1\le -8x-4$

ومنه : $-15x+8x\le -1-4$ أي : $-7x\le -5$ وبالتالي : $x\ge\frac{5}{7}$

حلول المتراجحة $P\le R$ هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{5}{7}$.



30 تعيين قيم x التي من أجلها يكون محيط المستطيل أكبر من محيط المثلث المتقايس الأضلاع.

لدينا: محيط المستطيل $P_1=2(x+6)=2x+12$

محيط المثلث المتقايس الأضلاع : $P_2=3x$

وعليه : $P_1>P_2$ تعني: $2x+12>3x$

أي : $12>3x-2x$ وعليه : $x<12$ أي: $x<12$

وبالتالي قيم x التي تحقق هذا الشرط هي القيم المحصورة بين 0 و 12

أي: $0<x<12$.

31 1- حل المتراجحة :

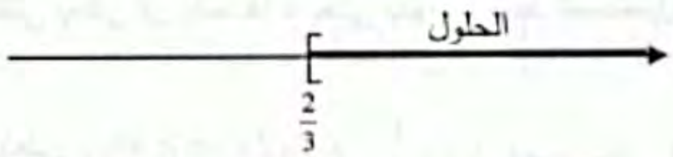
المتراجحة : $5(2x-1)\ge 4x-1$ تعني : $10x-5\ge 4x-1$

أي : $10x-4x\ge 5-1$ وعليه : $6x\ge 4$

بقسمة طرفي المتراجحة على العدد 6 نجد : $\frac{6x}{6}\ge\frac{4}{6}$ أي : $x\ge\frac{2}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{2}{3}$.

2- تمثيل حلول هذه المتراجحة بيانيا :



32 1- حل المتراجحتين التاليتين :

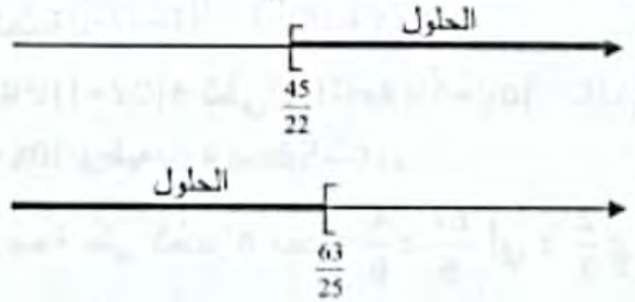
$$3(2x-6)+4(2x-3)\ge 2x-5(2x-3)$$
$$6x-18+8x-12\ge 2x-10x+15$$
$$14x-30\ge -8x+15$$
$$14x+8x\ge 30+15$$
$$22x\ge 45$$
$$x\ge\frac{45}{22}$$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{45}{22}$.

$$6(1-2x)-4(-2x-5)>3(x-7)-2(8-9x)$$
$$6-12x+8x+20>3x-21-16+18x$$
$$-4x+26>21x-37$$
$$-4x-21x>-26-37$$
$$-25x>-63$$
$$x<\frac{63}{25}$$

حلول المتراجحة الثانية هي كل الأعداد x الأصغر تماما من $\frac{63}{25}$.

2- تمثيل حلول كل متراجحة بيانيا :



33 1- التعبير عن محيط المستطيل P بدلالة x:

لدينا : $P=2(x+3)=2x+6$

2- تعيين القيم التي يمكن أن يأخذها x حتى يكون محيط المستطيل أكبر من أو تساوي 40:

لدينا : $P\geq 40$ تعني : $2x+6\geq 40$

أي : $2x\geq 40-6$ وعليه : $2x\geq 34$ وبالتالي : $x\geq 17$ وعليه قيم x التي تحقق المطلوب هي كل الأعداد الأكبر من أو تساوي 17.

حلول التمارين	صفحة 52 من الكتاب المدرسي

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيح مع التبرير :

1) حل المعادلة $-2+x=5$ هو 7 لأن: $-2+x=5$ تعني: $-2+x+2=5+2$

أي: $x=7$.

2) حل المعادلة $4x=5x$ هو 0 لأن: $4x=5x$ تعني: $4x-4x=5x-4x$

أي: $x=0$.

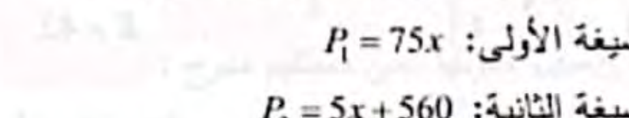
3) المعادلة $(x-3)(2x+2)=0$ تقبل حلين هما: 3 و (-1) لأن المعادلة $(x-3)(2x+2)=0$ تعني: $x-3=0$ أو $2x+2=0$ أي: $x=3$ أو $2x=-2$

أي : $x=3$ أو : $x=-1$.

4) المعادلة $x^2-1=0$ تقبل حلين هما 1 و -1 لأن المعادلة $x^2-1=0$ تعني $(x-1)(x+1)=0$ أي: $x-1=0$ أو $x+1=0$ تعني: $x=1$ أو: $x=-1$.

5) إذا كان $x\geq -1$ فإن $2x\geq -2$ و $2x+2\geq 0$ لأن: $x\geq -1$ بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد: $2x\geq -2$ وبإضافة العدد 2 إلى طرفي المتراجحة نجد: $2x+2\geq 0$.

6) التمثيل على مستقيم مدرج الأعداد x حيث $x>-3$ هو:



7) (-1) هو حل للمتراجحة $-x+1>0$ (3)

لأن: $-(-1)+1=2>0$

8) حلول المتراجحة $-\frac{1}{3}x>1$ هي الأعداد x حيث $x<-3$

لأنه بضرب طرفي المتراجحة $-\frac{1}{3}x>1$ في العدد السالب (-3) نجد $x<-3$.

9) التمثيل البياني لحلول المتراجحة $x+1>-1$ هو (1)

لأن حلول المتراجحة $x+1>-1$ هي كل القيم x الأكبر تماما من (-2).

ادمج تعلّماتي :

بوضع x عدد حصص ممارسة رياضة السباحة خلال سنة

المبلغ المدفوع بالصيغة الأولى: $P_1=75x$

المبلغ المدفوع بالصيغة الثانية: $P_2=5x+560$

وحتى تكون التسعيرة الثانية أفضل يجب أن تكون $P_1>P_2$

وعليه: $75x>5x+560$ أي: $75x-5x>560$ وعليه: $70x>560$

أي: $x>\frac{560}{70}$ ومنه: $x>8$

وبالتالي ابتداءا من الحصة التاسعة تكون التسعيرة الثانية أفضل.

أتعمق :

34 1- نشر وتبسيط العبارة E :

$$E=(5x-1)^2-(2x+3)(5x-1)$$
$$E=\left[(5x)^2-2(5x)(1)+(1)^2\right]-\left(10x^2-2x+15x-3\right)$$
$$E=25x^2-10x+1-10x^2+2x-15x+3$$
$$E=15x^2-23x+4$$

2- تحليل العبارة E إلى جداء عاملين :

$$E=(5x-1)^2-(2x+3)(5x-1)$$
$$E=(5x-1)\left[5x-1-(2x+3)\right]$$
$$E=(5x-1)(5x-1-2x-3)$$
$$E=(5x-1)(3x-4)$$

3- حساب قيمة E :

من أجل $x=-1$:

$$E=15(-1)^2-23(-1)+4$$
$$E=15\times1+23+4$$
$$E=42$$

من أجل $x=\frac{1}{5}$:

$$E=\left(5\times\frac{1}{5}-1\right)\left(3\times\frac{1}{5}-4\right)$$
$$E=(1-1)\left(\frac{3}{5}-4\right)$$
$$E=0\times\frac{-17}{5}=0$$

4- حل المعادلة $E=0$:

المعادلة $E=0$ تعني : $(5x-1)(3x-4)=0$

أي : $3x-4=0$ أو $5x-1=0$

أي : $3x=4$ أو $5x=1$

وعليه: $x=\frac{4}{3}$ أو $x=\frac{1}{5}$

وبالتالي المعادلة $E=0$ تقبل حلين هما : $\frac{1}{5}$ و $\frac{4}{3}$.

35 1- التحقق من صحة المساواة :

$$6(3x+4)(3x-4)=6\left[(3x)^2-(4)^2\right]$$
$$=6\left(9x^2-16\right)$$
$$=54x^2-96$$

2- تحليل العبارة A إلى جداء عاملين :

$$A=(3x+4)(x-7)-\left(54x^2-96\right)$$
$$A=(3x+4)(x-7)-6(3x+4)(3x-4)$$
$$A=(3x+4)\left[(x-7)-6(3x-4)\right]$$
$$A=(3x+4)(x-7-18x+24)$$
$$A=(3x+4)(-17x+17)$$

3- حل المعادلة $A=0$:

المعادلة $A=0$ تعني : $(3x+4)(-17x+17)=0$

تعني : $-17x+17=0$ أو $3x+4=0$

أي : $-17x=-17$ أو : $3x=-4$

وعليه : $x=1$ أو $x=\frac{-4}{3}$

وبالتالي للمعادلة $A=0$ حلان هما 1 و $\frac{-4}{3}$.

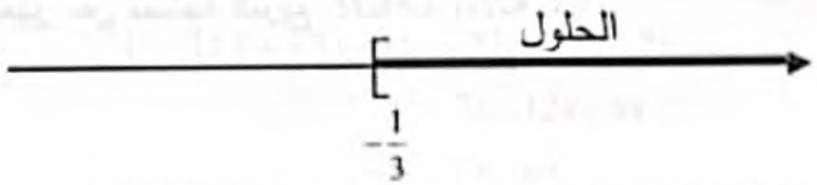
4- حل المتراجحة وتمثيل حلولها على مستقيم مدرج :

لدينا : $54x^2-96\le18x(3x+1)-90$ تعني : $54x^2-96\le54x^2+18x-90$

أي : $54x^2-54x^2-18x\le96-90$

ومنه: $-18x\le6$ وعليه: $x\ge\frac{-6}{18}$ أي: $x\ge\frac{-1}{3}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\frac{-1}{3}$.



36 1- نشر وتبسيط العبارتين A و B :

$A=(x+4)^2-x(x-2)$

$A=x^2+2(x)(4)+4^2-x^2+2x$

$A=x^2+8x+16-x^2+2x$

$A=10x+16$

$B=(3x-1)(3x+1)-(3x-2)^2$

$B=(3x)^2-(1)^2-\left[(3x)^2-2(3x)(2)+(2)^2\right]$

$B=9x^2-1-\left(9x^2-12x+4\right)$

$B=9x^2-1-9x^2+12x-4$

$B=12x-5$

2- حل المتراجحة $A\geq B$:

المتراجحة $A\geq B$ تعني : $10x+16\geq 12x-5$ أي : $10x-12x\geq -16-5$

أي : $-2x\geq -21$ وعليه : $x\leq \frac{21}{2}$

حلول المتراجحة $A\geq B$ هي كل الأعداد x الأصغر من أو تساوي $\frac{21}{2}$.

37 1) معرفة العدد الذي يجب اختياره للحصول على 32 :

كتابة المعادلة: $3x+5=32$ أي: $3x=27$ وعليه: $x=\frac{27}{3}$ أي: $x=9$

العدد المختار هو 9 للحصول على 32.

2) العدد الذي يجب اختياره إذا أردنا الحصول في النتيجة على ضعفه :

كتابة المعادلة: $3x+5=2x$

حل المعادلة: $3x-2x+5=2x-2x$ أي: $x+5=0$ وعليه: $x=-5$

وبالتالي العدد المطلوب هو (-5).

38 تعيين قيم x التي من أجلها يمكن إنشاء مثلث أطوال أضلاعه بالسنتيمتر :

$7,x,5$

المتباينة المثلثية : $x<7+5$ أي : $x<12$

و : $x+5>7$ أي : $x>2$

وبالتالي قيم x هي القيم المحصورة بين 2 و 12 أي: $2<x<12$.

39 1- التعبير عن مساحة المربع $EFGH$ بدلالة x :

$$S_{EFGH}=S_{ABCD}-4\times S_{AEH}$$
$$=8^2-4\times\frac{x(8-x)}{2}$$
$$=64-2x(8-x)$$
$$=64-\left(16x-2x^2\right)$$
$$=64-16x+2x^2$$
$$=2x^2-16x+64$$

2- التحقق من صحة المساواة :

$$(2x-10)(x-3)=2x(x-3)-10(x-3)$$
$$=2x^2-6x-10x+30$$
$$=2x^2-16x+30$$

3- تعيين قيم x حتى تكون من أجلها مساحة المربع $EFGH$ تساوي $34cm^2$:

لدينا: $S_{EFGH}=34$ وعليه: $2x^2-16x+64=34$

أي: $2x^2-16x+64-34=0$ أي: $2x^2-16x+30=0$

مما سبق لدينا: $2x^2-16x+30=(2x-10)(x-3)$

وعليه : $(2x-10)(x-3)=0$

أي : $x-3=0$ أو $2x-10=0$

أي : $x=3$ أو $x=5$

وبالتالي قيم x المطلوبة هي 3 أو 5.

40 1- التعبير بدلالة x عن مساحة المستطيل الملوّن :

$$S=AE\times AG=(x+3)(x-8)$$
$$=x(x-8)+3(x-8)$$
$$=x^2-8x+3x-24$$
$$=x^2-5x-24$$

2) التحقق من صحة المساواة :

$$(x-12)(x+7)=x(x+7)-12(x+7)$$
$$=x^2+7x-12x-84$$
$$=x^2-5x-84$$

3) تعيين قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل الملون تساوي $60cm^2$:

لدينا: $S=60$ وعليه: $x^2-5x-24=60$ أي: $x^2-5x-24-60=0$

أي: $x^2-5x-84=0$

مما سبق: $x^2-5x-84=(x-12)(x+7)$ وعليه: $(x-12)(x+7)=0$

أي: $x+7=0$ أو $x-12=0$

$x=-7$ مرفوض أو $x=12$ مقبول

وبالتالي قيمة x التي من أجلها تكون مساحة المستطيل الملون هي $60cm^2$ هي 12.

II 1) نشر وتبسيط العبارة E:

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$E=\left[(4x)^2-2(4x)(1)+(1)^2\right]-\left(12x^2-3x+8x-2\right)$$
$$E=16x^2-8x+1-12x^2+3x-8x+2$$
$$E=4x^2-13x+3$$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين:

$$E=(4x-1)^2-(3x+2)(4x-1)$$
$$E=(4x-1)\left[(4x-1)-(3x+2)\right]$$
$$E=(4x-1)(4x-1-3x-2)$$
$$E=(4x-1)(x-3)$$

3) حل المعادلة $(4x-1)(x-3)=0$:

$4x-1=0$ أو $x-3=0$

$4x=1$ أو $x=3$

$x=\frac{1}{4}$

للمعادلة حلّان هما $\frac{1}{4}$ و 3.

4) حل المتراجحة: $4x^2-13x+3\le 4x^2+29$ لدينا: $4x^2-13x+3\le 4x^2+29$

وعليه: $4x^2-13x-4x^2\le 29-3$

أي: $-13x\le 26$ وبالتالي: $x\ge -\frac{26}{13}$ أي: $x\ge -2$

وعليه حلول المتراجحة هي كل القيم الأكبر أو المساوية (-2).

II تعيين قيم x التي من أجلها تتحقق المتراجحتين معا:

حل المتراجحة الأولى: $\frac{1}{2}x-3\le x-1$

بضرب طرفي المتراجحة في العدد 2 نجد: $x-6\le 2x-2$

وعليه: $-4\le x$ أي: $x\ge -4$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي (-4).

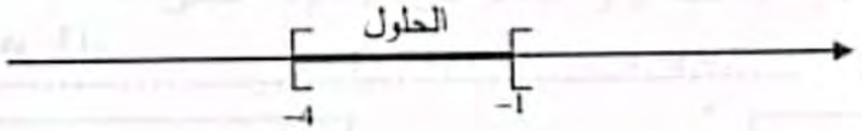
حل المتراجحة الثانية:

$$-3x+1>7x+11$$
$$-3x-7x>11-1$$
$$-10x>10$$
$$x<-1$$

حلول المتراجحة الثانية هي كل الأعداد x الأصغر تماما من (-1).

وبالتالي حلول المتراجحتين معا هي كل الأعداد x الأكبر أو تساوي -4 والأصغر من -1 أي: $-4\le x<-1$.

تمثيل الحلول بيانيا:



5- جُمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تحدّ: صفحة 55 من الكتاب المدرسي

بفرض عدد القطع النقدية من فئة $20DA$ هو x وعدد القطع النقدية من فئة $10DA$ هو y.

وبما أن عدد القطع الكلي هو 37 فإن: $x+y=37$.....(1)

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي هو $610DA$ فإن: $20x+10y=610$

بالقسمة على 10 نجد: $2x+y=61$.....(2)

وعليه لإيجاد عدد القطع من كل فئة نحل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=37.....(1) \\ 2x+y=61.....(2) \end{cases}$$

بطرح (1) من (2) نجد : $2x+y-(x+y)=61-37$

أي: $x=24$

بالتعويض في (1): $y+24=37$ أي: $y=37-24$ ومنه: $y=13$

الثنائية $(13\ ;\ 24)$ حل للجملة المعطاة.

وعليه: عدد القطع النقدية من فئة $20DA$ هو 24 وعدد القطع النقدية من فئة $10DA$ هو 13.

أستعدّ :

صحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $5x=-3$ فإن : $x=-3-5$ **خاطئ**

لأنه إذا كان $5x=-3$ فإن: $x=\frac{-3}{5}$.

2) حل المعادلة $5x=-8$ هو العدد 0. **خاطئ**

لأنه إذا كان $5x=-8$ فإن : $x=\frac{-8}{5}$

3) العلاقة $x+6=6x+1$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول x. **صحيح.**

4) حل المعادلة $5x-5=5-5x$ هو العدد 5 . **خاطئ** لأن المعادلة $5x-5=5-5x$ تعني: $5x+5x=5+5$ أي: $10x=10$ ومنه: $x=1$.

5) من أجل $x=1$ و $y=0$، المساواة $2x-y=0$ محققة. **خاطئ**

لأن: $2x-y=2\times1-0=2$

6) من أجل $x=-3$ و $y=-2$ ، المساوتان $x-2y=7$ و $\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=0$ محققتان معا. **خاطئ**

لأن: $x-2y=-3-2(-2)=-3+4=1\neq7$

$$\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}y=\frac{1}{3}(-3)+\frac{1}{3}(-2)=\frac{-3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{-5}{3}\neq0$$

7) 4 هو حل للمعادلة $2x-3=5$. **خاطئ**

لأن: $3-2\times4=3-8=-5$

8) حل المعادلة $2x+7=3-x$ هو نفسه حل المعادلة $3x=-4$. **صحيح**

لأن المعادلة $2x+7=3-x$ تعني : $2x+x=3-7$ أي: $3x=-4$

9) إذا كان $y+2x=1$ فإن: $y=1+2x$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $y+2x=1$ فإن: $y=1-2x$.

10) إذا كان $y+2x=1$ و $x=3$ فإنّ $y=5$. **خاطئ**

لأن إذا كان $x=3$ فإن: $y=1-2\times3=-5$

حاول التمارين — صفحة 60 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي :

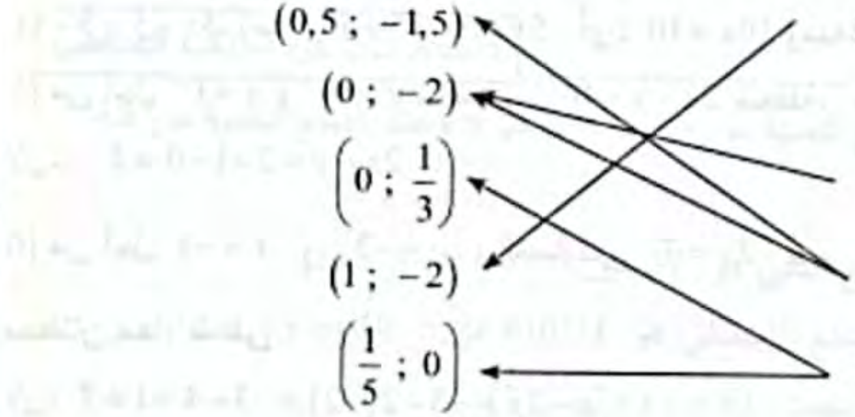
المعادلات من الدرجة الأولى بمجهولين :

أ) الثنائية $(1\ ;\ 0)$ ليست حلاً لهذه المعادلة لأنّ : $0-2\times1=-2\neq7$

ب) الثنائية $(0\ ;\ 7)$ حل لهذه المعادلة لأنّ : $7-2\times0=7-0=7$

ج) الثنائية $(-3\ ;\ 1)$ حل لهذه المعادلة لأن : $1-2(-3)=1+6=7$

2 إرفاق كل معادلة الثنائية أو الثنائيات التي هي حلولها :



3 1) ذكر حلين مختلفين لكل معادلة من المعادلات التالية :

أ) $x-y=0$ ، الثنائيات $(1\ ;\ 1)$ ، $(2\ ;\ 2)$

ب) $4x+2y=5$ الثنائيات $\left(1\ ;\ \frac{1}{2}\right)$ ، $\left(0\ ;\ \frac{5}{2}\right)$

ج) $4x-5y=-2$ الثنائيات $\left(\frac{-1}{2}\ ;\ 0\right)$ ، $\left(0\ ;\ \frac{2}{5}\right)$

2) تعيين ذهنيًا الثنائية حل الجمل التالية :

أ) $\begin{cases}x=\frac{1}{3}\\3x-y=4\end{cases}$ الثنائية $\left(\frac{1}{3}\ ;\ -3\right)$ هي حل للجملة .

ب) $\begin{cases}y=x-1\\y=2x\end{cases}$ الثنائية $(-2\ ;\ -1)$ هي حل الجملة.

جمل معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين :

4 1- معرفة هل الثنائية $(-2\ ;\ 3)$ حل للجملة :

$\begin{cases}2\times3-2=6-2=4\\3-2=1\neq3\end{cases}$ بما أن:

فإن الثنائية $(-2\ ;\ 3)$ ليست حل للجملة.

2- معرفة هل الثنائية $(2\ ;\ 1)$ حل للجملة :

$\begin{cases}2\times1+2=2+2=4\\1+2=3\end{cases}$ بما أن:

فإن الثنائية $(2\ ;\ 1)$ حل للجملة.

5 حل الجملتين بإستعمال طريقة التعويض :

أ) الجملة $\begin{cases}x+3y=10\\3x+5y=18\end{cases}$

من المعادلة $x+3y=10$ نجد : $x=10-3y$

بتعويض x بالعبارة $10-3y$ في المعادلة $3x+5y=18$

نجد: $3(10-3y)+5y=18$

أي: $30-9y+5y=18$ وعليه: $-4y=18-30$

وبالتالي: $-4y=-12$ أي: $y=\frac{-12}{-4}=3$.

نعوض y بـ 3 فالمعادلة $x=10-3y$ نجد :

$x=10-3\times3=10-9=1$

وبالتالي الثنائية $(1\ ;\ 3)$ حل للجملة المعطاة.

ب) $\begin{cases}3a+2b=0\\6a+3b=-24\end{cases}$

من المعادلة $3a+2b=0$ ينتج أن : $2b=-3a$

أي: $b=-\frac{3}{2}a$

بتعويض b بالعبارة $-\frac{3}{2}a$ في المعادلة $6a+3b=-24$

نجد : $6a+3\left(\frac{-3}{2}a\right)=-24$

أي: $6a-\frac{9}{2}a=-24$ بضرب طرفي المعادلة في 2 نجد : $12a-9a=-48$

وعليه : $3a=-48$ أي: $a=\frac{-48}{3}=-16$

وبالتالي: $b=\frac{-3}{2}\times(-16)=24$

ومنه الثنائية $(-16\ ;\ 24)$ حل للجملة الوحيد.

6 حل الجملتين التاليتين بطريقة التعويض :

أ) $\begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

من المعادلة $2x-3y=1$ ينتج : $2x=1+3y$ أي: $x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}y$

بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية نجد : $3\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}y\right)+5y=21$

أي: $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}y+5y=21$ بضرب طرفي المعادلة في 2

نجد: $3+9y+10y=42$ أي: $19y=39$

وبالتالي: $y=\frac{39}{19}$ ومنه: $x=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}\times\frac{39}{19}$

أي: $x=\frac{1}{2}+\frac{117}{38}$ أي: $x=\frac{19}{38}+\frac{117}{38}$

وبالتالي: $x=\frac{136}{38}$ أي: $x=\frac{68}{19}$

الثنائية $\left(\frac{68}{19}\ ;\ \frac{39}{19}\right)$ الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} d=90t \\ d+50t=280 \end{cases}$

بتعويض d بـ $90\,t$ في المعادلة $d+50t=280$ نجد: $90t+50t=280$

أي: $140t=280$ وعليه: $t=\frac{280}{140}=2$

وبالتالي: $d=90\times 2=180$

الثنائية $(2\ ;\ 180)$ الحل الوحيد للجملة.

7 حل الجملتين بإستعمال طريقة الجمع والتعويض :

أ) $\begin{cases} -x+3y=2 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

نضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 2 نحصل على $\begin{cases} -2x+6y=4 \\ 2x+y=3 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $7y=7$ وعليه: $y=1$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (2) نجد: $2x+1=3$ أي: $2x=2$

وعليه: $x=1$ إذن الثنائية $(1\ ;\ 1)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} 5x+4y=16 \\ 3x+6y=15 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 3 وطرفي المعادلة (2) في العدد السالب (-2) نحصل على الجملة: $\begin{cases} 15x+12y=48 \\ -6x-12y=-30 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف نحصل على: $9x=18$ أي: $x=2$

بالتعويض عن قيمة x في المعادلة الأولى نجد :

$10+4y=16$ أي: $4y=6$ ومنه: $y=\frac{6}{4}=\frac{3}{2}$

الثنائية $\left(2\ ;\ \frac{3}{2}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

8 حل الجملتين بإستعمال طريقة الجمع والتعويض :

أ) $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 5 نجد : $\begin{cases} 10x-5y=5 \\ 3x+5y=21 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف، نحصل على: $13x=26$ ومنه: $x=2$

بالتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $4-y=1$

أي: $y=4-1$ ومنه: $y=3$

الثنائية $(3\ ;\ 2)$ الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases} 3x+7y=11 \\ -5x+2y=5 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد 5 وطرفي المعادلة (2) في العدد 3 نحصل على الجملة: $\begin{cases} 15x+35y=55 \\ -15x+6y=15 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف ، نحصل على: $41y=70$ وعليه: $y=\frac{70}{41}$.

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $3x+7\left(\frac{70}{41}\right)=11$

أي: $3x=11-\frac{490}{41}$ ومنه: $3x=\frac{-39}{41}$ أي: $x=\frac{-39}{41\times3}$ نجد: $x=\frac{-13}{41}$،

الثنائية $\left(\frac{-13}{41};\frac{70}{41}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

9 حل الجملتين التاليتين :

أ) $\begin{cases}-2x+y=0\\3x-y=4\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف، نحصل على: $x=4$ بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $0=y+8-$ أي: $y=8$

الثنائية $(4;8)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}\frac{x}{6}-y=-1\\3x-2y=6\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (1) في العدد (-2) نحصل على الجملة $\begin{cases}-\frac{x}{3}+2y=2\\3x-2y=6\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف، نحصل على: $\frac{-x}{3}+3x=8$

بضرب طرفي المعادلة في العدد 3 نجد: $-x+9x=24$ أي: $8x=24$

وعليه: $x=3$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نجد: $6-2y=9-6$ أي: $2y=9-6$

وبالتالي: $2y=3$ أي: $y=\frac{3}{2}$

الثنائية $\left(3;\frac{3}{2}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

10 حل الجملتين التاليتين :

أ) $\begin{cases}3x=2y\\y=3(x-3)\end{cases}$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$3x=2\times3(x-3)$ أي: $3x=6x-18$ وعليه: $3x-6x=-18$ أي: $-3x=-18$

ومنه : $x=6$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $2y=18$ وعليه: $y=9$

الثنائية $(6;9)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}x=y\\3x+2y=0\end{cases}$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نجد: $3y+2y=0$ أي: $5y=0$

ومنه $y=0$ وبالتالي: $x=0$

الثنائية $(0;0)$ هي الحل الوحيد للجملة.

11 حل كل جملة باختيار طريقة مناسبة :

أ) $\begin{cases}x+y=12\\3x+2y=31\end{cases}$

من المعادلة $x+y=12$ ينتج أن: $y=12-x$ بتعويض y بقيمتها في المعادلة $3x+2y=31$ نجد $3x+2(12-x)=31$ أي: $3x+24-2x=31$

ومنه : $x=31-24$ وبالتالي: $x=7$ وعليه: $y=12-7=5$

الثنائية $(7;5)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ب) $\begin{cases}4x-3y=1\\12x-y=-5\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-3) نحصل على الجملة $\begin{cases}-12x+9y=-3\\12x-y=-5\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفًا لطرف، نحصل على: $8y=-8$ وبالتالي: $y=-1$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $4x+3=1$ وبالتالي: $4x=-2$

أي : $x=\frac{-1}{2}$

الثنائية $\left(-1;\frac{-1}{2}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

ج) $\begin{cases}6x-5y=0\\2x-y=12\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الثانية في العدد (-3) نحصل على

الجملة : $\begin{cases}6x-5y=0\\-6x+3y=-36\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $-2y=-36$ وبالتالي: $y=18$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $6x-90=0$ أي: $6x=90$

وعليه: $x=15$

الثنائية $(15;18)$ هي الحل الوحيد للجملة.

د) $\begin{cases}a-b=6\\3a-\frac{b}{2}=3\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (-3) نحصل على

الجملة $\begin{cases}-3a+3b=-18\\3a-\frac{b}{2}=3\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نحصل على: $3b-\frac{b}{2}=-15$ وعليه: $\frac{5}{2}b=-15$

أي: $5b=-30$ وبالتالي $b=-6$

بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+6=6$ أي: $a=0$

الثنائية $(0;-6)$ هي الحل الوحيد للجملة.

حلول التمارين | صفحة 61 من الكتاب المدرسي

12 حل الجملة $\begin{cases}x+3y=7\\5y-2=3(x-1)\end{cases}$

من المعادلة $x+3y=7$ ينتج $x=7-3y$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (2) نحصل على $5y-2=3(7-3y-1)$

أي: $5y-2=21-9y-3$ وعليه: $5y+9y=21-3+2$ ومنه: $14y=20$

أي: $y=\frac{20}{14}=\frac{10}{7}$

بالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $x+3\left(\frac{10}{7}\right)=7$

وبالتالي: $x=7-\frac{30}{7}=\frac{49}{7}-\frac{30}{7}=\frac{19}{7}$

الثنائية $\left(\frac{19}{7};\frac{10}{7}\right)$ هي الحل الوحيد للجملة.

13 حل الجملة $\begin{cases}x-2y=1\\-3(x-y)=6\end{cases}$

من المعادلة $x-2y=1$ ينتج ما يلي: $x=1+2y$ بتعويض قيمة x في المعادلة الثانية نحصل على: $-3(1+2y-y)=6$ أي: $-3(1+y)=6$ ومنه: $-3-3y=6$

وبالتالي: $-3y=9$ أي: $y=-3$ وبالتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد :

$x+6=1$ وعليه: $x=-5$

الثنائية $(-5;-3)$ هي الحل الوحيد للجملة.

حل مشكلات باستعمال جمل معادلتين

14 تحديد العددين a و b :

بما أن مجموع العددين هو 133 فإن: $a+b=133$ وإذا أضفنا إلى كل منها 5 أصبحت نسبتهما $\frac{4}{7}$ أي: $\frac{a+5}{b+5}=\frac{4}{7}$ أي : $7(a+5)=4(b+5)$

وعليه : $7a+35=4b+20$ ومنه: $7a-4b=-15$ وبالتالي لإيجاد هذين العددين يجب حل الجملة $\begin{cases}a+b=133\\7a-4b=-15\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد 4 نحصل على: $\begin{cases}4a+4b=532\\7a-4b=-15\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، نتحصل على: $11a=517$ وعليه: $a=\frac{517}{11}=47$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) نجد: $47+b=133$

وعليه: $b=133-47=86$

الثنائية (47;86) هي الحل الوحيد للجملة والعددان المطلوبان هما 47 و 86.

15 إيجاد النسبة $\frac{a}{b}$:

إذا أضفنا 2 إلى البسط a تكون النسبة تساوي 3 تعني: $\frac{a+2}{b}=3$

أي: $a+2=3b$ ..... (1)

وإذا أنقصنا 2 من البسط a تكون النسبة تساوي 4 تعني: $\frac{a-2}{b}=4$

أي: $a-2=4b$ ..... (2)

وبالتالي لإيجاد النسبة يجب حل الجملة $\begin{cases}a+2=3b\\a-2=4b\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة الأولى في العدد (−1) نحصل على $\begin{cases}-a-2=-3b\\a-2=4b\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $b=-4$

بتعويض عن قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+2=-12$ أي: $a=-14$

الثنائية $(-14;-4)$ حل للجملة المعطاة والنسبة المطلوبة هي $\frac{-14}{-4}$.

16 إيجاد العددان : بفرض العددان هما a و b.

بما أن مجموع العددان يساوي 206 فإن: $a+b=206$ وبما أنه عند قسمة أكبرهما على أصغرهما يكون حاصل القسمة 4 وباقي القسمة 1 وعليه: $a=4b+1$

وعليه لإيجاد العددان يجب حل الجملة: $\begin{cases}a+b=206\\a=4b+1\end{cases}$

بتعويض a بقيمتها $4b+1$ في المعادلة الأولى ينتج: $4b+1+b=206$

أي: $5b=205$ وعليه: $b=41$

بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد: $a+41=206$ أي: $a=206-41$

أي: $a=165$

الثنائية (165;41) هي الحل الوحيد للجملة والعددان هما 165، 41.

17 نفرض العددان هما x و y، مع $x>y$

الفرق بين العددين هو 24 أي: $x-y=24$

إذا أضفنا 8 إلى كل منهما نحصل على عددين أكبرهما هو ثلاث مرات أكثر من أصغرهما أي: $x+8=3(y+8)$

وعليه: $x+8=3y+24$ وبالتالي: $x-3y=16$

وعليه لإيجاد العددان يجب حل الجملة $\begin{cases}x-y=24\\x-3y=16\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة (2) في العدد (−1) نحصل على الجملة: $\begin{cases}x-y=24\\-x+3y=-16\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $2y=8$ أي: $y=4$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة (1) نجد: $x-4=24$ وعليه: $x=28$

الثنائية (28;4) هي الحل الوحيد للجملة والعددان هما 28;4.

18 نفرض بعدا الحقل في البداية هما الطول x والعرض y.

بما أن محيط المستطيل يساوي $220m$ فإن: $2(x+y)=220$ أي: $x+y=110$

من جهة أخرى عند إنقاص $2m$ من الطول وزيادة $2m$ إلى العرض تزداد المساحة بـ $16m^2$ أي: $(x-2)(y+2)-xy=16$ أي: $xy+2x-2y-4-xy=16$

أي: $2x-2y=20$ وعليه : $x-y=10$

لإيجاد بعدا الحقل يجب حل الجملة $\begin{cases}x+y=110\\x-y=10\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج: $2x=120$ وعليه: $x=60$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة (1) ينتج: $60+y=110$ نجد: $y=110-60$

أي : $y=50$

الثنائية (60;50) الحل الوحيد للجملة وبالتالي بعدا الحقل هما $60m$ و $50m$.

19 تعيين x و y قيسي الزاويتين $\bar{A}$ و $\bar{B}$:

بما أن المثلث ABC متساوي الساقين فإن: $\bar{C}=\bar{B}=y$ وبما أن $\bar{A}+\bar{B}+\bar{C}=180°$

فإن: $x+2y=180$ وبما أن $AD=DC$ فإن المثلث ADC متساوي الساقين أي: $B\bar{A}C=A\bar{C}D$

وعليه: $x=\frac{y}{2}$ أي: $2x=y$ وبالتالي لإيجاد قيسي الزاويتين يجب

حل الجملة $\begin{cases} x+2y=180 \\ 2x=y \end{cases}$

بتعويض قيمة y بـ $2x$ في المعادلة الأولى نجد : $x+2(2x)=180$

أي: $5x=180$ وعليه: $x=36$ وبالتالي: $y=2\times 36=72$

الثنائية $(36;72)$ حل الوحيد للجملة وعليه: $\hat{A}=36°$ ، $\hat{B}=72°$

20 نفرض عدد الأرانب هو x وعدد الدجاج هو y

بما أن عدد الرؤوس هو 36 يعني: $x+y=36$ وبما أن عدد السيقان هو 90

فإن: $4x+2y=90$ أي: $2x+y=45$

وعليه لإيجاد عدد الأرانب وعدد الدجاج يجب حل الجملة $\begin{cases} x+y=36 \\ 2x+y=45 \end{cases}$

بالطرح نجد: $(2x+y)-(x+y)=45-36$ أي: $x=9$

بتعويض بقيمة x في المعادلة (1) نجد: $9+y=36$ فإن: $y=36-9=27$

الثنائية $(9;27)$ الحل الوحيد للجملة.

وعليه عدد الأرانب هو 9 وعدد الدجاج هو 27.

21 حساب x ، y:

بما أن محيط شبه المنحرف $ABCD$ يساوي $13,8cm$

فإن : $AB+BC+CD+AD=13,8$ أي : $4+x+5+y=13,8$

وعليه : $x+y=13,8-9$ أي : $x+y=4,8$

من جهة أخرى وحسب خاصية طالس لدينا : $\frac{EA}{EB}=\frac{ED}{EC}=\frac{AD}{BC}$

وعليه : $\frac{10}{14}=\frac{y}{x}$ أي: $10x=14y$ وبالتالي: $x=\frac{14}{10}y$ أي: $x=1,4y$

وبالتالي لإيجاد x و y نحل الجملة $\begin{cases} x+y=4,8 \\ x=1,4y \end{cases}$

بتعويض قيمة x بـ $1,4y$ في المعادلة $x+y=4,8$ نجد: $1,4y+y=4,8$

أي: $2,4y=4,8$ ومنه $y=\frac{4,8}{2,4}=2$ وبالتالي: $x=1,4\times 2=2,8$

الثنائية $(2,8;2)$ الحل الوحيد للجملة وعليه : $x=2,8cm$ و $y=2cm$.

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيح مع التبرير.

1. المعادلة $y=8x-1$ هي معادلة من الدرجة الأولى ذات المجهولين x و y.

2. الثنائية $(0;0)$ هي حل للمعادلة $3x+y=0$ و $x-3y=0$

لأن : $3\times 0+0=0$ و $0-3\times 0=0$.

3. الثنائية $\left(\frac{1}{2};-\frac{1}{2}\right)$ هي حل للمعادلة $x+y=0$ لأن: $\frac{1}{2}+\left(-\frac{1}{2}\right)=0$

4. الجملة $\begin{cases} 2a-b=3 \\ a-2b=-5 \end{cases}$ هي جملة معادلتين من الدرجة الأولى ذات المجهولين a و b.

5. إليك الجملة التالية : $\begin{cases} 3x-y=-1 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ حل هذه الجملة هو الثنائية $\left(\frac{2}{3};3\right)$

لأن : $\begin{cases} 3\times\frac{2}{3}-3=2-3=-1 \\ 3\times\frac{2}{3}+3=2+3=5 \end{cases}$

6. من المعادلة $3x-y=1$ ينتج أن $y=3x-1$ و $x=\frac{y+1}{3}$ و $3x=y+1$

7. x و y قيسا زاويتين متكاملتين بالدرجات، يزيد x عن y بـ $15°$، لإيجاد x و y نحل الجملة التالية :

$$\begin{cases} x+y=180 \\ x=y+15 \end{cases}$$

أدمج تعلّماتي :

نفرض سعر علبة عصير هو x وسعر قطعة حلوى هو y.

بما أن ثمن 150 علبة عصير و 150 قطعة حلوى هو $11250DA$

فإن : $150x+150y=11250$ بالقسمة على 150 نجد : $x+y=75$

من جهة أخرى ثمن 24 علبة عصير و 30 قطعة حلوى هو $2100DA$

فإن: $24x+30y=2100$ بالقسمة على 6 نجد: $4x+5y=350$ وبالتالي لإيجاد

سعر العصير وسعر قطعة الحلوى يجب حل الجملة $\begin{cases}x+y=75\\4x+5y=350\end{cases}$

من المعادلة $x+y=75$ ينتج أن: $y=75-x$

بتعويض عن قيمة y بـ $75-x$ في المعادلة الثانية نجد: $4x+5(75-x)=350$

أي: $4x+375-5x=350$ وعليه: $-x=350-375$ وبالتالي: $-x=-25$

أي: $x=25$ وبالتالي: $y=75-25=50$

الثنائية $(25;50)$ هو الحل الوحيد للجملة وبالتالي سعر علبة عصير برتقال هو $25DA$ وسعر قطعة حلوى هو $50DA$.

حلول التمارين | **صفحة 63 من الكتاب المدرسي**

أتعمق :

22 باستعمال طريقة الجمع والتعويض نحل الجملة $\begin{cases}8x+3y=39,5\\7x+9y=50,5\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $8x+3y=39,5$ في العدد (-3) نجد $\begin{cases}-24x-9y=-118,5\\7x+9y=50,5\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف ينتج أن: $-17x=-68$ وعليه: $x=\frac{68}{17}=4$

بتعويض عن قيمة x في المعادلة $8x+3y=39,5$ نجد: $32+3y=39,5$

أي : $3y=7,5$ وبالتالي: $y=\frac{7,5}{3}$ أي: $y=2,5$

الثنائية $(4;2,5)$ هو الحل الوحيد للجملة.

23 حل الجملة $\begin{cases}2x+y=1\\-2x+4y=-6\end{cases}$ بطريقة الجمع والتعويض:

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $5y=-5$ وعليه: $y=-1$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة $2x+y=1$ نجد: $2x-1=1$ أي: $2x=2$

ومنه: $x=1$

الثنائية $(1;-1)$ هي الحل الوحيد للجملة.

24 بفرض العددان هما a و b فإن :

$\begin{cases}a+b=2019\\a-b=25\end{cases}$ بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $2a=2044$

وبالتالي: $a=1022$

بتعويض عن قيمة a في المعادلة $a+b=2019$ نجد: $1022+b=2019$

أي : $b=2019-1022$ وعليه: $b=997$

الثنائية $(1022;997)$ الحل الوحيد للجملة والعددان المطلوبان هما 1022 و 997.

25 تعيين بعدي المستطيل :

بفرض الطول هو x والعرض هو y.

وبما أن المحيط هو $60cm$ فإن: $2(x+y)=60$ أي: $x+y=30$ وإذا زدنا طوله بـ $5cm$ وأنقصنا عرضه بـ $2cm$ بقيت مساحته نفسها يعني: $(x+5)(y-2)=xy$

وبالتالي: $xy-2x+5y-10=xy$ أي: $-2x+5y=10$ وعليه لإيجاد بعدي

المستطيل نحل الجملة $\begin{cases}x+y=30\\-2x+5y=10\end{cases}$ بضرب طرفي المعادلة $x+y=30$ في

العدد 2 نجد : $\begin{cases}2x+2y=60\\-2x+5y=10\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $7y=70$ أي: $y=10$

بتعويض عن قيمة y في المعادلة $x+y=30$ نجد: $x+10=30$ أي: $x=20$

وبالتالي الثنائية $(20;10)$ هي الحل الوحيد للجملة وبالتالي بعدا هذا المستطيل هما $20cm$ ، $10cm$.

26 تعيين عمر أمين وعمر حمزة :

نفرض عمر أمين هو a وعمر حمزة هو b.

بما أن مجموع عمريهما هو 34 سنة فإن: $a+b=34$

بعد 4 سنوات، يصير عمر أمين ضعف عمر حمزة

أي: $a+4=2(b+4)$

وعليه : $a+4=2b+8$

أي : $a-2b=4$

وبالتالي لإيجاد عمر أمين وعمر حمزة يجب حل الجملة $\begin{cases} a+b=34 \\ a-2b=4 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $a+b=34$ في العدد 2 ينتج: $\begin{cases} 2a+2b=68 \\ a-2b=4 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $3a=72$ وعليه: $a=\frac{72}{3}$ أي: $a=24$

بتعويض عن قيمة a في المعادلة $a+b=34$ نجد: $24+b=34$ أي: $b=10$

الثنائية $(24;10)$ هي الحل الوحيد للجملة وعليه: عمر أمين هو 24 سنة وعمر حمزة 10 سنوات.

27 تعيين وزن كل ثمرة : بفرض وزن التفاحة الواحدة هو x ووزن الإجاصة الواحدة هو y.

* لدينا: $1kg50g=1050g$

بما أن وزن 5 تفاحات و 3 إجاصات هو $1050g$ فإن: $5x+3y=1050$

وبما أن وزن إجاصة هو $\frac{2}{3}$ وزن التفاحة فإن : $y=\frac{2}{3}x$

وبالتالي لإيجاد وزن كل ثمرة يجب حل الجملة التالية $\begin{cases} 5x+3y=1050 \\ y=\frac{2}{3}x \end{cases}$

بتعويض عن قيمة y بـ $\frac{2}{3}x$ في المعادلة الأولى نجد: $5x+3\left(\frac{2}{3}\right)x=1050$

أي: $5x+2x=1050$ وعليه: $7x=1050$ إذن: $x=\frac{1050}{7}=150$

بتعويض عن قيمة x بـ 150 في المعادلة الثانية نجد : $y=\frac{2}{3}\times 150=100$

الثنائية $(150;100)$ هو الحل الوحيد للجملة وعليه وزن التفاحة الواحدة هو $150g$ ووزن الإجاصة الواحدة هو $100g$.

28 بفرض علامة الفرض هي a وعلامة الواجب المنزلي هي b

حسب المعطيات لدينا : $\begin{cases} \frac{2a+b}{3}=11 \\ \frac{a+2b}{3}=13 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} 2a+b=33 \\ a+2b=39 \end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $2a+b=33$ في العدد (-2) نحصل على :

$\begin{cases} -4a-2b=-66 \\ a+2b=39 \end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج أن: $-3a=-27$ أي: $a=9$

بتعويض عن قيمة a بـ 9 في المعادلة $2a+b=33$ نجد: $18+b=33$

وعليه: $b=33-18=15$

الثنائية $(9;15)$ الحل الوحيد للجملة وبالتالي علامة الفرض هي 9 وعلامة الواجب المنزلي هي 13.

29 تعيين عدد قارورات كل فئة :

التحويل : $7kg=7000g$

بفرض عدد قارورات فئة $500g$ هو x وعدد قارورات فئة $250g$ هو y.

كتابة الجملة : $\begin{cases} x+y=18 \\ 500x+250y=7000 \end{cases}$

بقسمة طرفي المعادلة (2) على 250 نجد: $\begin{cases} x+y=18 \\ 2x+y=28 \end{cases}$

بطرح (1) من (2) ينتج :

$(2x+y)-(x+y)=28-18$ أي : $x=10$

بتعويض عن قيمة x بـ 10 في المعادلة الأولى نجد: $10+y=18$

أي: $y=18-10=8$

الثنائية $(10;8)$ الحل الوحيد للجملة وبالتالي :

عدد قارورات من فئة $500g$: 10.

عدد قارورات من فئة $250g$: 8.

30 تعيين عدد أوراق كل فئة :

بفرض عدد أوراق فئة $1000DA$ هو x وعدد أوراق فئة $2000DA$ هو y وبما أنه تم سحب 356 ورقة فإن: $x+y=356$

من جهة أخرى المبلغ الإجمالي المسحوب هو $454000DA$

فإن: $1000x+2000y=454000$ أي: $x+2y=454$

لإيجاد عدد أوراق كل فئة يجب حل الجملة $\begin{cases}x+y=356\\x+2y=454\end{cases}$

بطرح (1) من (2) نجد: $(x+2y)-(x+y)=454-356$ أي: $y=98$

بتعويض عن قيمة y بـ 98 في المعادلة $x+y=356$ نجد: $x+98=356$

أي: $x=356-98=258$

الثنائية $(258;98)$ الحل الوحيد للجملة وعليه عدد أوراق فئة $1000DA$ هو 258 وعدد أوراق فئة $2000DA$ هو 98.

1. المعادلة التي تترجم مشتريات الزبون الأول هي : $6x+y=720$

x يمثل سعر علبة من الحليب و y يمثل سعر قارورة العصير.

2. أ- شرح لماذا عند تطبيق تخفيض بـ 20% نضرب الثمن في 0,8 :

$$\left(1-\frac{20}{100}\right)x=(1-0,2)x=0,8x$$

ب- كتابة معادلة تعبر عن مشتريات الزبون الثاني ثم بيان أنها تكتب على النحو : $x+y=216$:

بما أن الزبون اشترى 5 علب من الحليب و 5 قارورات عصير ودفع $1080DA$

فإن: $5x+5y=1080$

بقسمة طرفي المساواة على 5 نجد: $x+y=216$.

3. حل الجملة $\begin{cases}6x+y=720\\x+y=270\end{cases}$

بالطرح : $(6x+y)-(x+y)=720-270$

نجد: $5x=450$ أي: $x=\frac{450}{5}=90$

بتعويض عن قيمة x بـ 90 في المعادلة الثانية نجد: $90+y=270$

وعليه: $y=270-90=180$

الثنائية $(90;180)$ الحل الوحيد للجملة.

4. مما سبق : سعر علبة الحليب هو $90DA$ وسعر قارورة العصير هو $180DA$.

6- الدّالة الخطيّة والتناسبية

تحدّ: صفحة 65 من الكتاب المدرسي

حساب السرعة المتوسطة :

بالنسبة للمتحرك A :

المسافة المقطوعة ÷ الزمن الكلي = السرعة

أي: $V_A=\frac{320}{4,5}$

ومنه بالتدوير إلى الوحدة نجد : $V_A=71km/h$

وعليه السرعة المتوسطة للمركبة A هي $V_A=71km/h$

بالنسبة المركبة B :

لدينا: $V_B=\frac{d}{t}$ أي: $V_B=\frac{320}{4}=80$

ومنه سرعة المركبة B هي $V_B=80km/h$

وصف الحركة :

حركة المركبة A غير منتظمة وفق أربعة مراحل وحركة المركبة B مستقيمة منتظمة لأن تمثيلها البياني عبارة عن مستقيم يشمل المبدأ وعليه فهي وضعية تناسبية.

استعد :

اصحيح أم خاطئ مع التبرير :

1) إذا كان $x=3$ فإن: $-3x-1=10$. **خاطئ**

لأن: $-3\times3-1=-9-1=-10\neq10$

2) إذا كان $x-5=-20$ فإن: $x=-15$. **صحيح**

لأن: $x-5=-20$ تعني أن: $x=-20+5=-15$

3) إذا كان $-5x=20$ فإن: $x=25$. **خاطئ**

لأنه إذا كان $-5x=20$ فإن: $x=\frac{20}{-5}=-4$

4) العدد الناقص في الجدول التناسبية المقابل هو 9- . **صحيح**

لأن: $\frac{3\times 6}{-2}=\frac{18}{-2}=-9$

5) في متوسطة 260 تلميذا نصف داخلي وهو ما يمثل 65%

العدد الإجمالي لتلاميذ المتوسطة هو 400. **صحيح**

لأن: $\begin{matrix}260\to 65\%\\ x\to 100\%\end{matrix}$ إذن: $x=\frac{260\times 100}{65}=400$

6) أخذ 2% من $150DA$ معناه أخذ $3DA$. **صحيح**

لأن: $150\times\frac{2}{100}=\frac{300}{100}=3$

7) سعر جهاز هو $12850DA$.

بعد زيادة بنسبة 8%، أصبح سعره $13800DA$. **خاطئ**

لأن: $12850\left(1+\frac{8}{100}\right)=12850\times 1,08=13878$

8) سعر جهاز هو $6900DA$.

تخفيض بـ 15% على سعر الجهاز يقدر بـ $1380DA$. **خاطئ**

لأن: $6900\times\frac{15}{100}=6900\times 0,15=1035$

9) قطع درّاج مسافة $30km$ في مدة زمنية قدرها $1h30\min$

إذن سرعة المتوسطة للدّراج تساوي $20km/h$. **صحيح**

لأن : لدينا : $1h30\min=1,5h$

وعليه : $V=\frac{d}{t}=\frac{30}{1,5}=20km/h$

حاول التمارين | صفحة 72 من الكتاب المدرسي

أوظّف تعلّماتي :

* تعيين دالة خطية :

التمرين 1 تعيين الدالة الخطية التي تنمذج هذه الوضعية :

لدينا: $2400=2500a$ أي: $a=\frac{2400}{2500}$ وعليه: $a=0,96$

وبالتالي: $f(x)=0,96x$

* نسبة التخفيض هي 4% لأن : $P=(1-0,96)\times 100=4$

2 الدالة الخطية f من الشكل $f(x)=ax$

ومنه : $a\times 1=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ أي : $a=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

وعليه : $f(x)=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)x$

معرفة هل النقطة $A\left(\sqrt{3}-\sqrt{2};\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)$ تنتمي إلى المستقيم (D):

لدينا : $f\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

$=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

$=\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\times\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2$

$=3-2\sqrt{6}+2$

$=5-2\sqrt{6}$

وعليه : $A'\in(D)$

3 1- التعبير عن السعر y للمنتوج بعد التخفيض بدلالة السعر x قبل التخفيض:

لدينا: $y=\left(1-\frac{5}{100}\right)x$ ومنه: $y=0,95x$.

2- $y=0,95\times 1200=1140$

سعر المنتوج بعد التخفيض هو $1140DA$

3- لدينا : $0,95x=1900$ يعني : $x=\frac{1900}{0,95}$ أي : $x=2000$

سعر المنتوج قبل التخفيض هو $2000DA$

4 1- تعيين معامل الدالة الخطية التي تنمذج هذه الوضعية :

لدينا : $a=\frac{3240}{3000}=1,08$

2- النسبة المئوية للزيادة هي 8% لأن :

$(1,08-1)\times 100=8$

5 1) يجب ضرب حجم الماء في العدد 1,08 للحصول على حجم الجليد لأن :

$$\left(1+\frac{8}{100}\right)=1+0,08=1,08$$

2) $f(x)=1,08x$

f دالة خطية لأنها تكتب من الشكل ax معاملها هو 1,08.

6 تعيين الدالة الخطية g علما أن : $g\left(\frac{-2}{3}\right)=\frac{-3}{5}$

الدالة g من الشكل: $g(x)=ax$ تعني أن : $\frac{-2}{3}a=\frac{-3}{5}$

أي : $a=\frac{-3}{5}\div\frac{-2}{3}$ وبالتالي : $a=\frac{-3}{5}\times\frac{-3}{2}$ أي : $a=\frac{9}{10}$

وبالتالي: $g(x)=\frac{9}{10}x$.

7 معرفة هل الدوال التالية خطية :

$f:x\mapsto 3\pi x$ دالة خطية معاملها هو 3π.

$g:x\mapsto 3x+\sqrt{2}$ ليست دالة خطية .

$h:x\mapsto x^2$ ليست دالة خطية.

تعيين صورة عدد وتعيين عدد صورته معلومته :

8 f هي الدالة الخطية المعرفة بالدستور: $f(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}x$.

1) حساب $f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ ، $f(-2)$ و $f(4)$:

$$f\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}=-\frac{6}{6}=-1$$

$$f(-2)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(-2)=\frac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$$

$$f(4)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(4)=-\frac{4\sqrt{3}}{2}=-2\sqrt{3}$$

2) تعيين صور الأعداد 3- ، 6 ، 0 بالدالة f :

$$f(-3)=-\frac{\sqrt{3}}{2}(-3)=\frac{3\sqrt{3}}{2}$$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}$ صورة (3-) بالدالة f .

$$f(6)=\frac{-\sqrt{3}}{2}(6)=-\frac{6\sqrt{3}}{2}=-3\sqrt{3}$$

$(-3\sqrt{3})$ صورة (6) بالدالة f .

$$f(0)=-\frac{\sqrt{3}}{2}\times 0=0$$

0 هي صورة 0 بالدالة f .

1) تعيين العدد الذي صورته $\sqrt{3}$:

بوضع: $f(x)=\sqrt{3}$ نجد: $\frac{-\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{3}$

وعليه : $x=\frac{\sqrt{3}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ أي : $x=\sqrt{3}\times\frac{-2}{\sqrt{3}}=-2$

وبالتالي العدد الذي صورته $\sqrt{3}$ بالدالة f هو (2-).

ب) تعيين العدد الذي صورته $\sqrt{12}$:

بوضع $f(x)=\sqrt{12}$ نجد: $\frac{-\sqrt{3}}{2}x=\sqrt{12}$

وعليه: $x=\frac{\sqrt{12}}{-\frac{\sqrt{3}}{2}}$ أي: $x=\sqrt{12}\times\frac{-2}{\sqrt{3}}=-4$

وبالتالي العدد الذي صورته $\sqrt{12}$ بالدالة f هو (4-).

9 f الدالة الخطية التي معاملها 2,1.

مل الجدول ثم إتمامه :

x	-3	0	7	-1
$f(x)$	-6,3	0	14,7	-2,1

10 النقطة $M\left(\frac{2}{7};-\frac{1}{3}\right)$ تنتمي إلى المستقيم الذي يمثل الدالة الخطية f

يعني أن: $f\left(\frac{2}{7}\right)=-\frac{1}{3}$

معامل الدالة f هو: $a=\frac{f\left(\frac{2}{7}\right)}{\frac{2}{7}}=\frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2}{7}}$ أي: $a=\frac{-1}{3}\times\frac{7}{2}=\frac{-7}{6}$

وبالتالي : $f(x)=\frac{-7}{6}x$

نقل وإتمام الجدول :

x	2	$\frac{18}{7}$	0	10
$f(x)$	$\frac{-7}{3}$	-3	0	$\frac{-35}{3}$

تمثيل دالة خطية وقراءة تمثيل بياني :

11 1) حساب $f(1954)$ و $f(2018)$:

أولا إيجاد عبارة الدالة الخطية :

لدينا: $a=\frac{f(400)}{400}=\frac{80}{400}=\frac{1}{5}$ وعليه: $f(x)=\frac{1}{5}x$

وعليه:

$f(1954)=\frac{1}{5}\times 1954=390,8$

$f(2018)=\frac{1}{5}\times 2018=403,6$

2) تعيين العدد الذي صورته 10085:

بوضع $f(x)=10085$ نجد: $\frac{1}{5}x=10085$

وبالتالي : $x=10085\times 5$ أي : $x=50425$

وبالتالي العدد الذي صورته 10085 بالدالة f هو 50425.

12 • سعر $2,5kg$ من هذه الفواكه هو $200DA$

• الكمية التي اشتراها الزبون هي $1,5kg$

13 تمثيل بيانيا الدّوال التالية:

$f: x\mapsto \frac{-3}{2}x$ ،

(d) يشمل مبدأ المعلم.

$f(2)=-3$: إذن (d)

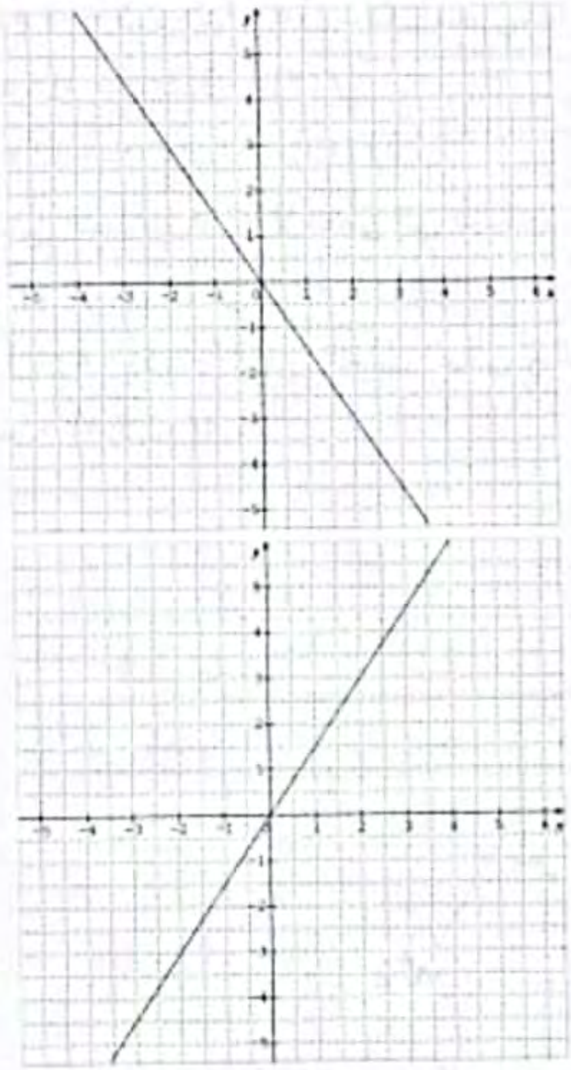
يشمل النقطة $A(2;-3)$.

وبالتالي التمثيل البياني للدالة f هو المستقيم (d).

$g: x\mapsto \frac{3}{2}x$ ،

$g(0)=0$ ، $g(2)=3$

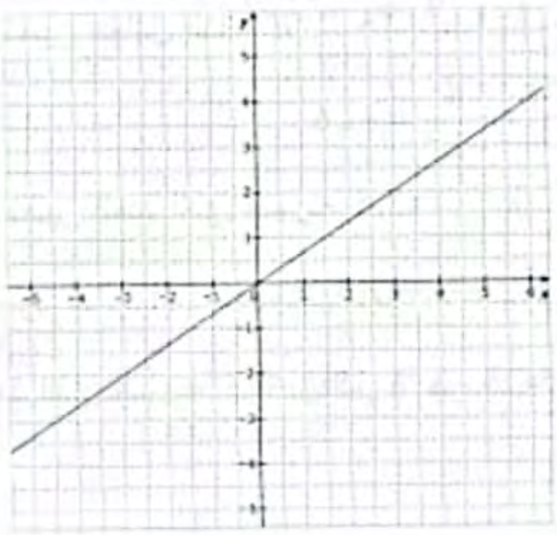
التمثيل البياني للدالة g هو المستقيم (d) الذي يشمل المبدأ والنقطة $A'(2;3)$



$h: x\mapsto \frac{2}{3}x$

لدينا : $h(0)=0$ و $h(3)=2$

التمثيل البياني للدالة h هو المستقيم (Δ) الذي يشمل المبدأ والنقطة $B(3;2)$.



14 لدينا :

$f(2,5) = -3,2 \times 2,5 = -8 \neq 8,5$

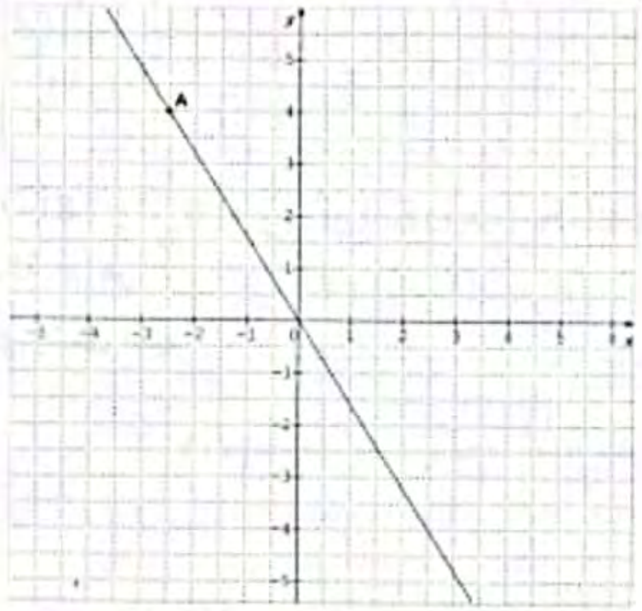
$f(5) = -3,2 \times 5 = -16 \neq 16$

$f(10) = -3,2 \times 10 = -32 \neq 32$

وبالتالي النقط C, B, A لا تنتمي إلى المستقيم (D).

15 1) التمثيل البياني للدالة h :

بما أن : $h(-2,5) = 4$ فإن التمثيل البياني للدالة h هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $A(-2,5;4)$.



2) تعيين معامل الدالة h :

$$a = \frac{h(-2,5)}{-2,5} = \frac{4}{-2,5} = -1,6$$

3) تعيين العدد الذي صورته 2,5 :

بوضع $h(x) = 2,5$ نجد : $-1,6x = 2,5$ أي : $x = \frac{2,5}{-1,6} = -1,5625$

العدد الذي صورته 2,5 بالدالة h هو $-1,5625$.

التعرف على وضعية تناسبية :

16 تعيين العدد b علما أن الجدول التالي جدول تناسبية :

$b-1$	4
-16	$1-b$

بما أن الجدول تناسبي فإن: $(b-1)(1-b) = 4 \times (-16)$ أي: $-(b-1)^2 = -64$

أي : $(b-1)^2 = 64$ وعليه : $\begin{cases} b-1=8 \\ b-1=-8 \end{cases}$ أي : $\begin{cases} b=9 \\ b=-7 \end{cases}$

وبالتالي : $b=9$ أو $b=-7$.

17

1) نقل الجدول وإتمامه :

r (بالمتر)	2,5	3	8	9,5
P (بالمتر)	5π	6π	16π	19π
A (بالمتر المربع)	$6,25\pi$	9π	64π	$90,25\pi$

2) معرفة هل A و P متناسبان :

بما أن: $\frac{9\pi}{6\pi} = 1,5$ ، $\frac{6,25\pi}{5\pi} = 1,25$

فإن: $\frac{6,25\pi}{5\pi} \neq \frac{9\pi}{6\pi}$ وبالتالي المقداران A و P غير متناسبان.

1) معرفة هل A و r متناسبان :

بما أن: $\frac{9\pi}{3} = 3\pi$ ، $\frac{6,25\pi}{2,5} = 2,5\pi$

فإن : $\frac{6,25\pi}{2,5} \neq \frac{9\pi}{3}$ وبالتالي A و r غير متناسبان.

18 البيان الذي يمثل وضعية تناسبية هو البيان الذي يقع على الجهة اليسرى وهو عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ.

معامل التناسبية هو: $a = \frac{1,5}{1} = 1,5$

استعمال النسب المئوية

19 1) كتابة الدالة الخطية التي تترجم أخذ $t\%$ من مقدار x : $f(x)=\frac{t}{100}x$

2)

$$f(30)=\frac{20}{100}\times 30=6$$
$$f(10)=\frac{30}{100}\times 10=3$$

عدد الفواكه المتبقية في الكيس هو 31 لأن: $(30+10)-(6+3)=40-9=31$

20

$$560\left(1-\frac{6}{100}\right)=560\times 0,94$$
$$=526,4$$

السعر الجديد لهذا الكتاب هو $526,4DA$

21 1) كتابة عبارة الدالة الخطية التي تترجم انخفاض مقدار x بنسبة 15%:

$$f(x)=\left(1-\frac{15}{100}\right)x=0,85x$$

2) $f(40)=40\times 0,85=34$

عدد رؤوس القطيع بعد هذا الانخفاض هو 34 رأس

22

1) الدالة التي تعبر عن زيادة 5% في مقدار x هي: $g:x\mapsto 1,05x$

2)

$$g(25000)=25000\times 1,05$$
$$=26250$$

الراتب الجديد لهذا العامل هو $26250DA$.

23 معرفة نسبة التخفيض :

لدينا: $4500\left(1-\frac{P}{100}\right)=4140$

وعليه: $4500-45P=4140$ أي: $-45P=4140-4500$

ومنه: $-45P=-360$ وعليه: $P=\frac{360}{45}=8$

وبالتالي نسبة التخفيض هي : 8%.

24 1) السعر الجديد للغسالة :

$$48000\left(1-\frac{3}{100}\right)\left(1-\frac{4}{100}\right)=48000\times 0,97\times 0,96$$
$$=44697,6$$

وبالتالي السعر الجديد للغسالة هو $44697,6DA$

2) النسبة مئوية الكلية للتخفيض :

لدينا: $48000\left(1-\frac{P}{100}\right)=44697,6$ أي : $48000-480P=44697,6$

وعليه: $48000-44697,6=480P$

أي: $480P=3302,4$ وبالتالي: $P=\frac{3302,4}{480}=6,88$

وعليه النسبة المئوية للتخفيض الكلي هي : 6,88%.

المقادير المركبة

25 1- كتلة الماء لشخص يزن $63kg$ هي: $47,25kg$ لأن: $63\times\frac{75}{100}=47,25$

حجم الماء هو $47,25L$

2- كتلة شخص إذا علمت أن حجم الماء المتواجد في جسمه هو $47L$

$75\%\rightarrow 47kg$ / $100\%\rightarrow x$ وعليه: $x=\frac{47\times 100}{75}$ أي: $x=62,66$

وزن الشخص هو $62,66kg$.

26 الكتلة الحجمية للزئبق هي : $13600kg/m^3$

$$13600kg/m^3=\frac{13600}{1000000}kg/cm^3=0,136kg/cm^3$$

حجم الكيلوغرام الواحد من الزئبق هو $0,136cm^3$

لدينا: $1m^3 = 1000L$ ، $1s = \frac{1}{60}\min$

$$2200m^3/s = 2200 \times \frac{1000}{\frac{1}{60}} L/\min$$

وعليه: $= 2200 \times 1000 \times 60$

$= 132000000 L/\min$

حلول التمارين | **صفحة 74 من الكتاب المدرسي**

أؤكد تعلّماتي :

اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير :

1- معامل الدّالة الخطية التي تمثيلها البياني يشمل النقطة $A(2;7)$ هو: 3,5

لأن : $a = \frac{f(2)}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$

2- 9- هي صورة 6- بالدالة الخطية : $g: x \mapsto 1,5x$

لأن: $g(-6) = 1,5(-6) = -9$

3- 8 هو العدد الذي صورته 14 بالدالة الخطية $f: x \mapsto 1,75x$

لأن : $f(x) = 14$ تعني $1,75x = 14$ أي : $x = \frac{14}{1,75} = 8$

4- المستقيم (Δ) هو التمثيل البياني للدالة $h: x \mapsto 0,25x$

لأن: $h(1) = 0,25 \times 1 = 0,25$

5- f دالة خطية حيث $f(m) = n$ و $m \neq 0$ ، معاملها هو: $\frac{n}{m}$

لأن : $a = \frac{f(m)}{m} = \frac{n}{m}$

6- معامل الدّالة الخطية هو : ب) $-0,4$

لأن : $\frac{-2}{5} = \frac{-10}{25} = \frac{-4}{10} = -0,4$

7- $7cm^3$ من الذهب يزن $135,1g$

الكتلة الحجمية للذهب هي $19,3g/cm^3$

لأن: $\frac{135,1}{7} = 19,3g/cm^3$

8- يمكن ترجمة خفض مقدار بـ 10% بالدالة الخطية $f: x \mapsto 0,9x$

$$f(x) = \left(1 - \frac{10}{100}\right)x = 0,9x$$

أدمج تعلّماتي :

1) تعيين المدة الزمنية للصعود :

لدينا : $BH = 1400m - 900m = 500m$

بتطبيق خاصية فيثاغورث على المثلث ABH القائم في H نجد :

$AB^2 = AH^2 + BH^2$ وعليه : $AB^2 = (2500)^2 + (500)^2$

أي : $AB^2 = 6500000$

وعليه : $AB = \sqrt{6500000} = \sqrt{250000 \times 26} = 500\sqrt{26}$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{500\sqrt{26}}{5,5} = 463,5s$$

وبالتالي: $t = 7\min 43,5s$

2) أ- التعبير عن تكلفة الرحلة بدلالة x :

بما أن كل طفل يستفيد من تخفيض قدره 40% من قيمة x إذا يدفع $0,6x$

لأن: $\left(1 - \frac{40}{100}\right)x = 0,6x$

وعليه : $f(x) = 2x + 3 \times 0,6x = 3,8x$

ب) تحديد أكبر قيمة لسعر التذكرة عند دفع مبلغ $2000DA$:

بوضع $f(x) = 2000$ يعني: $3,8x = 2000$

أي: $x = \frac{2000}{3,8}$

بالتدوير إلى الوحدة نجد: $x = 526$

وبالتالي أكبر قيمة لسعر التذكرة عند دفع مبلغ $2000DA$ هي $526DA$.

أتعمق :

28 أ) المسافة الكلية المقطوعة هي $170km$

ب) المدة الزمنية التي يستغرقها الدراج لقطع $100km$ الأولى هي : $2,5h$

ج) المسافة المقطوعة خلال نصف ساعة الأخيرة هي $20km$ لأن :

$$170km-150km=20km$$

د) تعيين سرعة الدّراج في المرحلة الأولى :

$$v=\frac{40}{1}=40km/h$$

29 التعبير عن السعر الجديد y بدلالة x و t:

$$y=\left(1+\frac{t}{100}\right)\left(1-\frac{t}{100}\right)x$$

$$y=\left(1-\frac{t^2}{10000}\right)x$$

30 تعيين وتمثيل بيانيا الدوال الخطية f التي تحقق:

$$f\left(x+\sqrt{2}\right)-f\left(x-\sqrt{2}\right)=4$$

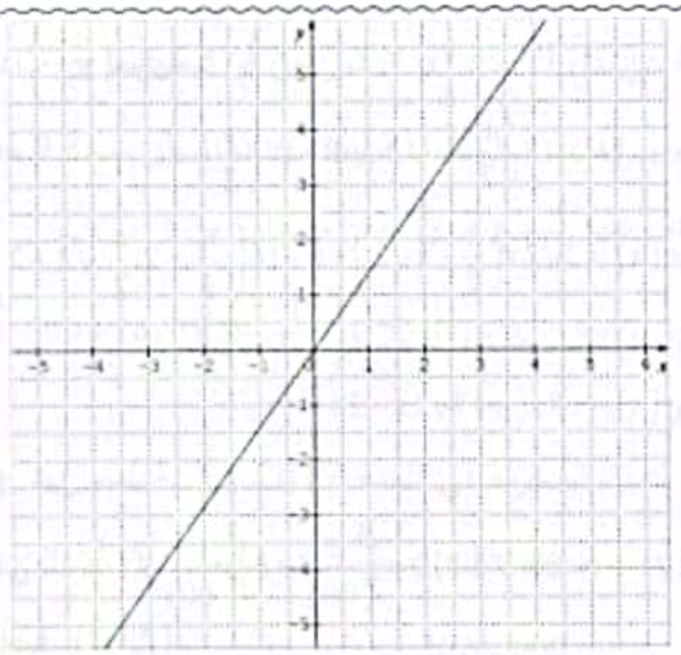
لدينا :

$$a=\frac{f\left(x+\sqrt{2}\right)-f\left(x-\sqrt{2}\right)}{\left(x+\sqrt{2}\right)-\left(x-\sqrt{2}\right)}$$

$$a=\frac{4}{x+\sqrt{2}-x+\sqrt{2}}=\frac{4}{2\sqrt{2}}=\frac{4\sqrt{2}}{4}=\sqrt{2}$$

وعليه : $f(x)=\sqrt{2}x$

التمثيل البياني لهذه الدالة هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $\left(\sqrt{2};2\right)$

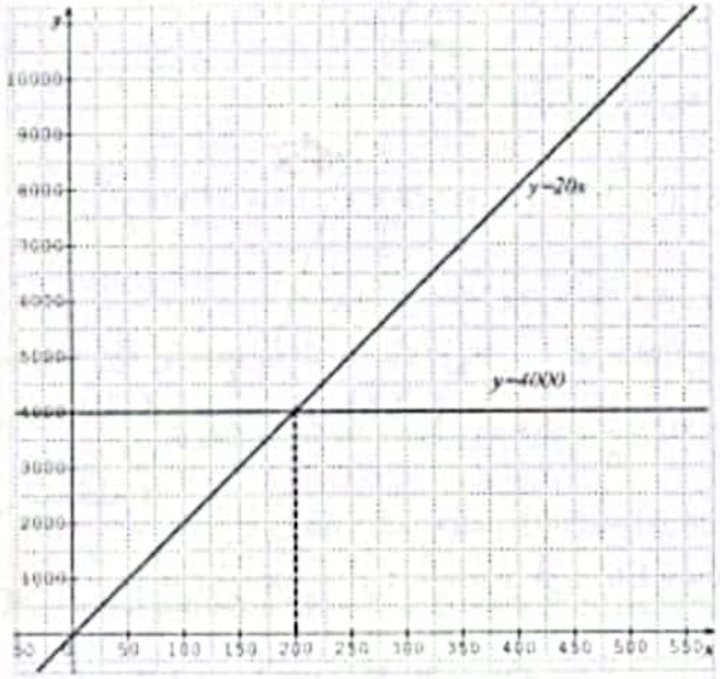


31 الدالة الممثلة للتسعيرة الأولى : $f(x)=20x$

الدالة الممثلة للتسعيرة الثانية : $g(x)=4000$

التمثيل البياني للدالة f هو مستقيم يشمل المبدأ والنقطة $(100;2000)$

وأيضا التمثيل البياني للدالة g هو مستقيم أفقي يشمل $(0;4000)$ ، $(100;4000)$



من خلال التمثيل البياني يتضح أنه إذا كان المسافة أقل من $200km$ فالتسعيرة الأولى أفضل.

52 معرفة هل الدالة g خطية :

$$g(x)=x\sqrt{8}\left(\frac{1}{2}-x\sqrt{2}\right)+8-16\left(\frac{x}{2}-\sqrt{2}\right)^2$$

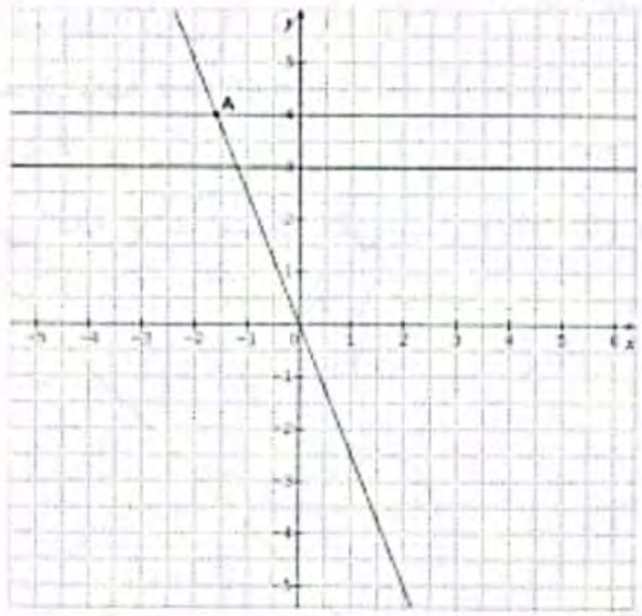
$$g(x)=2\sqrt{2}x\left(\frac{1}{2}-x\sqrt{2}\right)+8-16\left(\frac{x^2}{4}-2.\frac{x}{2}.\sqrt{2}+2\right)$$

$$g(x)=\sqrt{2}x-4x^2+8-4x^2+16\sqrt{2}x-32$$

$$g(x)=-8x^2+17\sqrt{2}x-24$$

وبالتالي الدالة g غير خطية.

53 التمثيل البياني للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{-5}{2}x$ هو مستقيم يمر من المبدأ ويشمل النقطة $(-5;2)$.



• الحل البياني للمعادلة $-\frac{5}{2}x=4$ هو $(-1,6)$

- الحل الجبري للمعادلة :

$-\frac{5}{2}x=4$ يعني: $x=4\times\frac{-2}{5}$ أي: $x=\frac{-5}{2}\times\frac{-2}{5}$ أي: $x=\frac{-8}{5}$ أي: $x=-1,6$.

• الحل البياني للمتراجحة $-\frac{5}{2}x\leq 3$ هي كل القيم الأكبر تماما من أو تساوي $\frac{-6}{5}$.

الحل الجبري للمتراجحة : $-\frac{5}{2}x\leq 3$ تعني: $-5x\leq 6$ أي: $x\geq\frac{-6}{5}$

حلول المتراجحة هي كل الأعداد x الأكبر من أو تساوي $\left(\frac{-6}{5}\right)$.

54 بما أنه خفض $10DA$ لكل شراء قدره $1000DA$ فإن نسبة التخفيض هي:

$a=\frac{10}{1000}=1\%$ وعليه المبلغ الذي دفعه سليمان هو :

$$(48000+2400)\left(1-\frac{1}{100}\right)=50400\times 0,99=49896$$

المبلغ المدفوع هو $49896DA$

55 معرفة حجم المياه المخزنة في السنة 2017 :

$$20000000\left(1+\frac{10}{100}\right)\left(1-\frac{8}{100}\right)=20000000\times 1,1\times 0,92$$

$$=20240000$$

حجم المياه المخزنة في سنة 2017 هو: $20240000m^3$

56 تحديد النسبة المئوية لتلاميذ هذا القسم الذين يمارسون كرة القدم :

عدد التلاميذ الذين يمارسون كرة القدم هو 19 لأن :

$$20\times\frac{60}{100}+10\times\frac{70}{100}=12+7=19$$

نسبتهم المئوية هي: $63,33\%$ لأن: $\frac{19}{30}\times 100=63,33$

57 لدينا: $13cL=0,13L$ وعليه: $\frac{8}{0,13}mg/L\approx 61,53>45$

وبالتالي نقول أن هذا الماء غير صالح للشرب.

58 بما أن سدس عدد الناخبين في الانتخابات لم يصوتوا فإن نسبتهم $16,66\%$ لأن: $\frac{1}{6}\times 100=16,66$ وعليه فإن نسبة المصوتين هي:

$100\%-16,66\%=83,33\%$ وعليه يمكن القول أن أكثر من 80% صوتوا.

59 لدينا: $C=\frac{m}{V}$ حيث: $m=40cg$ و $V=500m\ell+40m\ell=540m\ell$

ومنه: $C=\frac{40}{540}\approx 0,074$

تركيز السكر في المشروب الجديد هو $0,074cg/m\ell$.

7 - الدّالة التـآلفية

تحد: صفحة 77 من الكتاب المدرسي

1) إذا كانت درجة الحرارة $10°C$ فالدرجة المقابلة لها بالفهرنهايت هي $50°F$

2) التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

لدينا من البيان : $f(0)=32$ ، $f(10)=50$

وعليه : $a=\dfrac{f(10)-f(0)}{10-0}=\dfrac{50-32}{10}$

$$a=\frac{18}{10}=\frac{9}{5}$$

من جهة أخرى وبما أن $f(0)=32$ فإن: $b=32$ وبالتالي : $f(x)=\dfrac{9}{5}x+32$

أستعدّ :

أصحيح أم خاطئ مع التبرير

1) إذا كان $x=6$ فإن $\dfrac{1}{2}x=12$. **خاطئ**

لأن : $\dfrac{1}{2}x=\dfrac{1}{2}\times 6=3$

2) صورة العدد 0 بالدالة الخطية $x\mapsto -\sqrt{2}x$ هي 0. **صحيح**

لأن : $-\sqrt{2}\times 0=0$

3) صورة العدد $\sqrt{2}$ بالدالة الخطية $x\mapsto -\sqrt{2}x$ هي -1. **خاطئ**

لأن : $-\sqrt{2}\times\sqrt{2}=-2$

4) الدالة $x\mapsto \dfrac{1}{3}x+1+x+2$ هي دالة خطية. **خاطئ**

لأن: $\dfrac{1}{3}x+1+x+2=\dfrac{4}{3}x+3$

5) العدد الذي صورته 1 بالدالة الخطية $x\mapsto 4x$ هو $\dfrac{1}{4}$. **صحيح**

لأن : $4x=1$ تعني أن : $x=\dfrac{1}{4}$

6) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto \dfrac{1}{2}x$ هو مستقيم يشمل مبدأ المعلم والنقطة $(2;1)$.

صحيح لأن: $\dfrac{1}{2}\times 0=0$ و $\dfrac{1}{2}\times 2=1$

7) أ) الدالة الخطية التي تمثيلها البياني هو (d) هي الدالة f حيث $f(x)=-x$

خاطئ

لأن: $f(x)=x$

ب) الدّالة الخطية التي تمثيلها البياني هو (d')هي الدالة g حيث: $g(x)=-x$

صحيح

لأن : $g(1)=-1$ و $g(-1)=1$

حلول التمارين صفحة 86 من الكتاب المدرسي

أوظف تعلّماتي

التعرف على دالة تآلفية :

1 تحديد الدوال التآلفية :

$h:x\to -\sqrt{2}x+1$ ، $g:x\to \dfrac{1}{2}x$ ، $k:x\to \dfrac{1}{8}$

2 تحديد معامل كل دالة من الدّوال التآلفية التالية :

$f(x)=x+2$: $a=1$ و $b=2$

$g(x)=-x-2$: $a=-1$ و $b=-2$

$h(x)=-5x+3$: $a=-5$ و $b=3$

$k(x)=\dfrac{1}{2}(x-1)$: $a=\dfrac{1}{2}$ و $b=\dfrac{-1}{2}$

$P(x)=2x-3+2(x-1)=4x-5$: $a=4$ و $b=-5$

$m(x)=5$: $a=0$ و $b=5$

حساب أو تعيين عدد صورته معلومة :

3 نعتبر الدالة التآلفية $x\mapsto 4x-3$

أكمل الجدول :

x	-3	$-2,5$	0	1	3	$4,5$
$f(x)$	-15	-13	-3	1	9	15

4 نعتبر الدالة التآلفية $x \mapsto -2x+3$

أكمل الجدول :

x	-3	-1	0	2	3	5
$f(x)$	9	5	3	-1	-3	-7

5 f هي الدالة التآلفية حيث: $f(x)=1-3x$

1. تعيين معاملي الدالة f: $a=-3$ و $b=1$

2. حساب صورة كل عدد بالدالة f :

$f(0)=1-3\times 0=1$ $\quad$ $f(1)=1-3\times 1=1-3=-2$

$f\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=1-1=0$

3. تعيين العدد الذي صورته هي 0 بالدالة f.

بوضع $f(x)=0$ لدينا: $1-3x=0$

أي: $-3x=-1$ وعليه: $1-3x=0$

أي: $-3x=-1$ وعليه: $x=\frac{1}{3}$

وبالتالي العدد الذي صورته 0 بالدالة f هو $\frac{1}{3}$.

6

g هي الدالة التآلفية حيث : $g(x)=1-3x$

أ) حساب الصور :

$g(0)=1-3\times 0=1$

$g(-1)=1-3\times(-1)=1+3=4$

$g\left(\frac{1}{3}\right)=1-3\times\frac{1}{3}=1-1=0$

$g(0,5)=1-3\times 0,5=1-1,5=-0,5$

ب) تعيين العدد الذي صورته بالدالة g :

ا) 0 : $1-3x=0$ تعني : $3x=1$ أي : $x=\frac{1}{3}$

ب) -5 : $1-3x=-5$ تعني : $-3x=-6$ أي : $x=2$

ج) $-\frac{2}{3}$: $1-3x=\frac{-2}{3}$ أي: $-3x=\frac{-2}{3}-1$ ومنه: $-3x=\frac{-5}{3}$ أي: $x=\frac{-5}{3}\times\frac{-1}{3}=\frac{5}{9}$

التمثيل البياني لدالة تآلفية :

7 نعتبر الدالة h المعرفة بـ : $h(x)=3x-5$

ا) التمثيل البياني لهذه الدالة هو مستقيم.

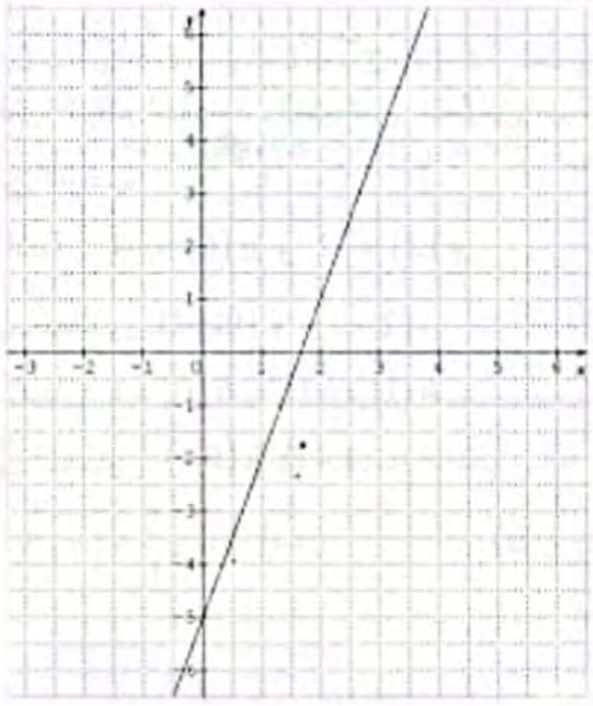
ب) لإنشاء هذا التمثيل البياني يكفي تعيين نقطتين منه.

ج) تعيين إحداثيات ثلاث نقط فواصلها محصورة بين العددين -3 و 3 :

لدينا : $f(0)=3\times 0-5=-5$ ، $f(1)=3\times 1-5=-2$ ، $f(2)=3\times 2-5=1$

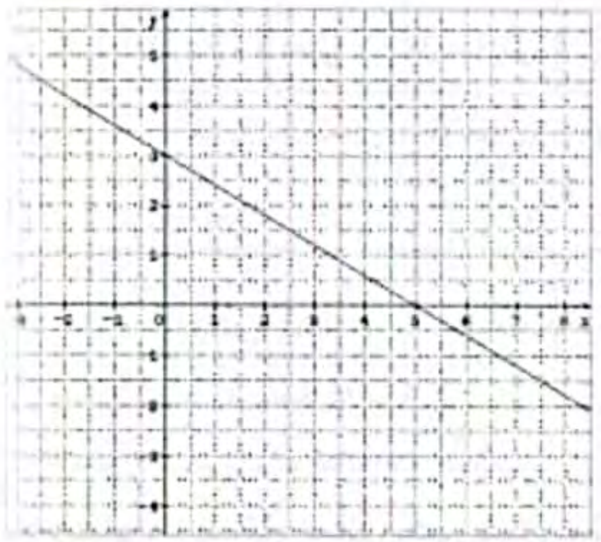
النقط هي $(0;-5)$ ، $(1;-2)$ ، $(2;1)$

د) إنشاء التمثيل البياني للدالة f :



8 إنشاء المستقيم (d) الممثل للدالة التآلفية f حيث : $f(x)=-\frac{3}{5}x+3$

لإنشاء المستقيم (d) يكفي تعيين نقطتين منه.



لدينا :

$f(0)=\frac{-3}{5}\times 0+3=3$

$f(5)=\frac{-3}{5}\times 5+3=-3+3=0$

إذن المستقيم (d) يشمل النقطتين $A(0;3)$ و $B(5;0)$.

9 إيجاد الدالة التآلفية التي تمثيلها البياني يظهر في الشكل هي :

ج) $f(x)=\frac{-1}{2}x+1$

$f(0)=\frac{-1}{2}\times 0+1=1$

لأن :

$f(2)=\frac{-1}{2}\times 2+1=0$

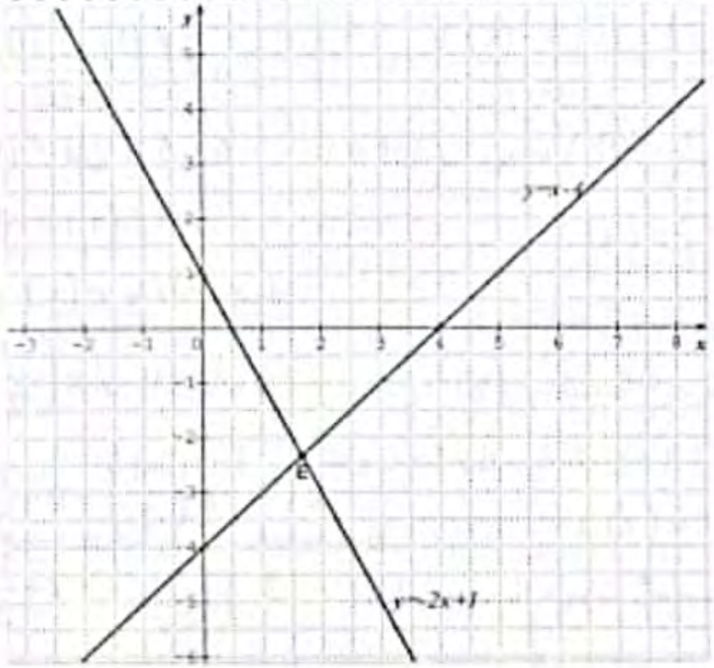
10 1. إنشاء في نفس المعلم المتعامد والمتجانس التمثيلين البيانيين (d) و (d') للدالتين g و h على الترتيب :

$g(x)=x-4$ ، لدينا : $g(0)=-4$ و $g(2)=-2$

المستقيم (d) يشمل النقطتين $(0;-4)$ و $(2;-2)$.

$h(x)=-2x+1$، لدينا : $h(0)=1$ ، $h(1)=-1$

المستقيم (d') يشمل النقطتين $(0;1)$ و $(1;-1)$.



2. يمكن إيجاد إحداثيتي نقطة E تقاطع المستقيمين (d) و (d') جبريا.

فاصلة E هي حل المعادلة $g(x)=h(x)$

ترتيبة E هي صورة فاصلة E. بإحدى الدالتين :

حساب إحداثيات النقطة E :

لدينا $g(x)=h(x)$ تعني : $x-4=-2x+1$ وعليه : $x+2x=1+4$

أي: $3x=5$ وبالتالي: $x=\frac{5}{3}$ و : $g\left(\frac{5}{3}\right)=\frac{5}{3}-4=\frac{5}{3}-\frac{12}{3}=\frac{-7}{3}$

إذن: $E\left(\frac{5}{3};\frac{-7}{3}\right)$.

حاول التمارين | **صفحة 87 من الكتاب المدرسي**

11 إرفاق كل تمثيل بياني بالدالة التآلفية المناسبة :

أ) (d_2) : $f(x)=x+1$ ب) (d_3) : $f(x)=\frac{2}{3}x-1$

ج) (d_1) : $f(x)=-\frac{x}{2}+2$

تعيين دالة تالفية

12 تعيين الدالة التآلفية f حيث : $f(0)=5$ و $f(1)=2$

$a=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0}=\dfrac{2-5}{1}=-3$

بما أن : $f(0)=5$ فإن : $b=5$

وعليه : $f(x)=-3x+5$

13 التعبير عن $g(x)$ بدلالة x :

لدينا : $g\left(\dfrac{-1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$ و $g(2)=0$

$$a=\frac{g(2)-g\left(\frac{-1}{2}\right)}{2-\left(\frac{-1}{2}\right)}=\frac{0-\frac{1}{2}}{2+\frac{1}{2}}$$

وعليه :

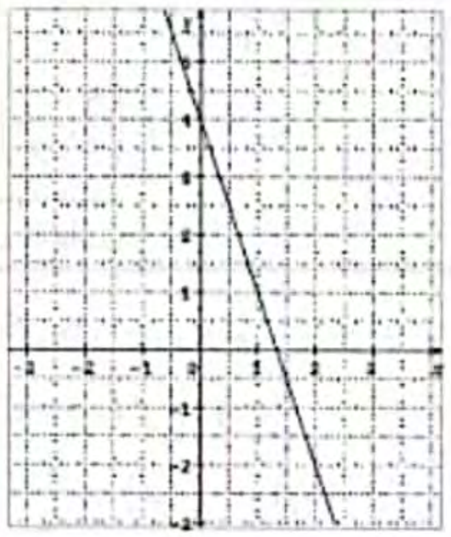
$$a=\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{5}{2}}=\frac{-1}{5}$$

وبما أن $g(2)=0$ فإن : $\dfrac{-1}{5}\times 2+b=0$ أي : $b=\dfrac{2}{5}$

وبالتالي : $g(x)=\dfrac{-1}{5}x+\dfrac{2}{5}$

14 التعبير عن $h(x)$ بدلالة x :

من خلال التمثيل البياني لدينا :



$a=\dfrac{-3}{1}=-3$ و $b=4$

وبالتالي : $h(x)=-3x+4$.

15 التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

لدينا : $f(0)=3$ و $f(3)=5$

وعليه : $a=\dfrac{f(3)-f(0)}{3-0}=\dfrac{5-3}{3}=\dfrac{2}{3}$

من جهة أخرى $f(0)=3$ يعني أن : $b=3$

وبالتالي: $f(x)=\dfrac{2}{3}x+3$

16 التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

بما أن معامل توجيه المستقيم (d) هو 3 فإن : $a=3$

وبما أن $f(2)=5$ فإن : $3\times 2+b=5$ وعليه : $b=5-6=-1$

وبالتالي: $f(x)=3x-1$

17 1- تعيين معامل توجيه المستقيم (d) :

$$a=\frac{y_A-y_B}{x_A-x_B}=\frac{-3-8}{2-(-1)}=\frac{-11}{3}$$

2- التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

بما أن $A(2;-3)$ تنتمي إلى المستقيم (d) فإن : $f(2)=-3$

وعليه : $\dfrac{-11}{3}\times 2+b=-3$

أي: $b=-3+\dfrac{22}{3}$ وبالتالي : $b=\dfrac{-9+22}{3}$ أي : $b=\dfrac{13}{3}$

وعليه : $f(x)=\dfrac{-11}{3}x+\dfrac{13}{3}$

تناسب التزايدات :

11 1. حساب النسب :

$$\frac{h(8)-h(0)}{8}=\frac{1-3}{8}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}$$

$$\frac{h(4)-h(8)}{4-8}=\frac{2-1}{-4}=\frac{-1}{4}$$

$$\frac{h(4)-h(0)}{4}=\frac{2-3}{4}=\frac{-1}{4}$$

استنتاج طبيعة الدالة h :

$$\frac{h(8)-h(0)}{8}=\frac{h(4)-h(8)}{4-8}=\frac{h(4)-h(0)}{4}=\frac{-1}{4}$$

فإن الدالة h هي دالة تآلفية.

2. معامل توجيه المستقيم الممثل لهذه الدالة هو $\frac{-1}{4}$.

19 f دالة تآلفية حيث : $f(2)=-3$ و $f(3)=7$

حساب $f(0)$ ، $f(-2)$ ، $f(4)$:

أولاً : تعيين العبارة الجبرية للدالة التآلفية f :

لدينا : $a=\frac{f(3)-f(2)}{3-2}=\frac{7-(-3)}{1}=10$

وبما أن : $f(3)=7$ فإن : $10\times3+b=7$ أي : $b=7-30=-23$

وعليه : $f(x)=10x-23$

$f(0)=10\times0-23=-23$

$f(-2)=10\times(-2)-23=-43$

$f(4)=10\times(4)-23=40-23=17$

تعيين العدد الذي صورته 9 بالدالة f :

بوضع $f(x)=9$ نجد : $10x-23=9$ أي : $10x=32$

وعليه : $x=\frac{32}{10}$ أي : $x=\frac{16}{5}$

العدد الذي صورته 9 بالدالة f هو $\frac{16}{5}$

20 f دالة تآلفية من الشكل : $f(x)=ax+b$

1) برهان أن: $f(x_1)-f(x_2)=ax_1-ax_2$

لدينا : $f(x_1)=ax_1+b$

$f(x_2)=ax_2+b$

وعليه :

$$f(x_1)-f(x_2)=ax_1+b-(ax_2+b)$$
$$=ax_1+b-ax_2-b$$
$$=ax_1-ax_2$$

2) تحليل الطرف الثاني من المساواة :

بما أن: $f(x_1)-f(x_2)=ax_1-ax_2$

فإن: $=a(x_1-x_2)$

1) استنتاج أن $a=\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}$

لدينا : $\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}=\frac{ax_2-ax_1}{x_2-x_1}$

$=a=\frac{a(x_2-x_1)}{x_2-x_1}$

4) الخاصية التي برهنا عليها هي تناسبية التزايدات.

21 1. حساب $f(5)-f(2)$:

$f(5)-f(2)=13-7=6$

2. التعبير عن $f(5)-f(2)$ بدلالة a :

$\frac{f(5)-f(2)}{3}=\frac{f(5)-f(2)}{5-2}$ وعليه : $f(5)-f(2)=3a$

3. استنتاج قيمة a ثم قيمة b :

لدينا : $3a=6$ وعليه : $a=2$

من جهة أخرى لدينا : $f(2)=7$

$2\times2+b=7$

$4+b=7$

$b=3$

الحل البياني لجملة معادلتين من الدرجة الاولي بمجهولين

22 الحل الجبري للجملة ثم التحقق بيانيا :

1) $\begin{cases}x-7y=4\\6x-3y=3\end{cases}$

من المعادلة $x-7y=4$، ينتج : $x=4+7y$

بتعويض عن قيمة x بـ $4+7y$ في المعادلة الثانية نجد : $6(4+7y)-3y=3$

أي : $3y-42y+24=3$ وبالتالي: $-39y=-21$

أي : $y=\frac{-21}{39}$ وعليه : $y=\frac{-7}{13}$

بتعويض عن قيمة y بـ $\frac{-7}{13}$ في المساواة $x=4+7y$ نجد :

$$x=4+7\left(\frac{-7}{13}\right)=4-\frac{49}{13}=\frac{52-49}{13}=\frac{3}{13}$$

وبالتالي الثنائية $\left(\frac{3}{13};\frac{-7}{13}\right)$ الحل الوحيد للجملة.

• التحقق بيانيا :

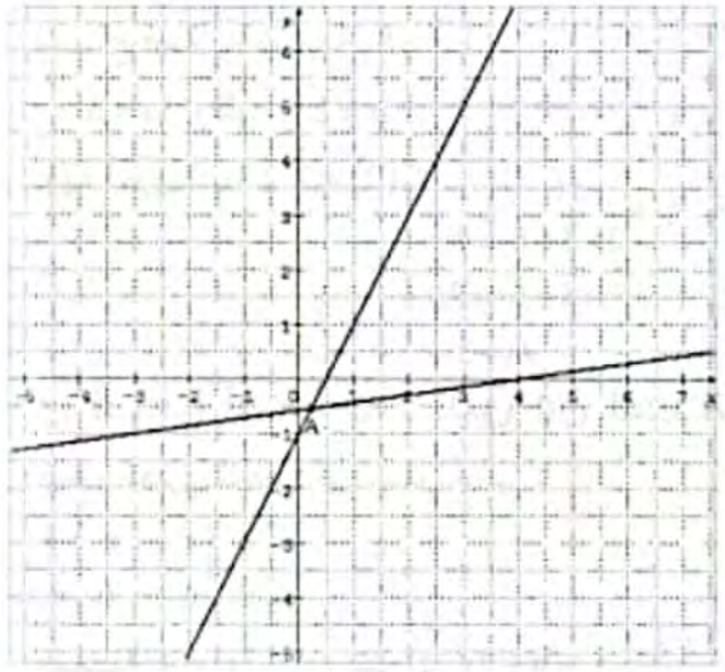
الجملة $\begin{cases}x-7y=4\\6x-3y=3\end{cases}$ تعني $\begin{cases}y=\frac{1}{7}x-\frac{4}{7}\\y=2x-1\end{cases}$

نسمي (d) التمثيل البياني للدالة $f(x)=\frac{1}{7}x-\frac{4}{7}$ و (d') التمثيل البياني للدالة $g(x)=2x-1$

لإنشاء (d) و (d') نستعين بالجدولين الآتيين :

x	4	-3
y	0	1

x	0	2
y	-1	1



يتقاطع هذان المستقيمان في النقطة A ذات الإحداثيات $\left(\frac{3}{13};\frac{-7}{13}\right)$

ب) $\begin{cases}5x-3y=-1\\x+y=3\end{cases}$

بضرب طرفي المعادلة $x+y=3$ في العدد $(+3)$ نحصل على:

$\begin{cases}5x-3y=-1\\3x+3y=9\end{cases}$

بجمع المعادلتين طرفا لطرف، ينتج : $8x=8$ أي : $x=1$

بتعويض عين قيمة x بـ 1 في المعادلة $x+y=3$ نجد : $1+y=3$

أي : $y=3-1=2$ وبالتالي الثنائية $(1;2)$ الحل الوحيد للجملة.

التحقق البياني :

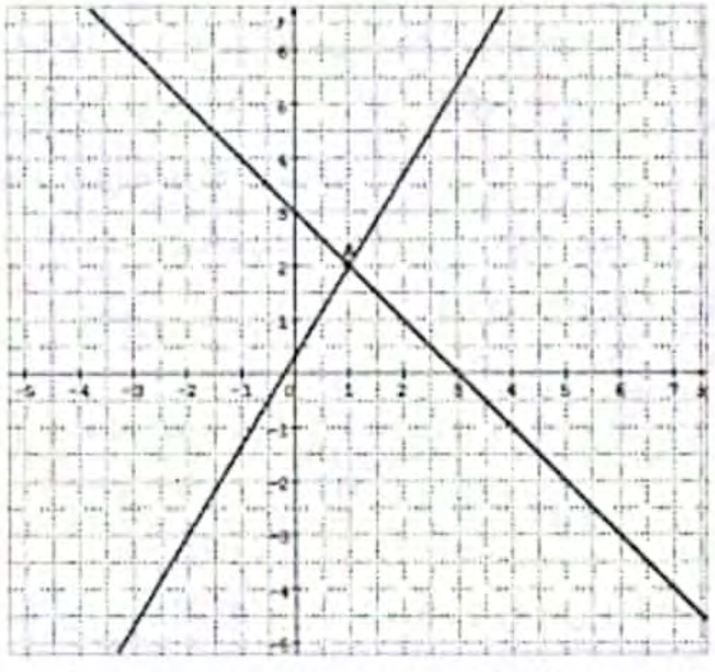
الجملة $\begin{cases}5x-3y=-1\\x+y=3\end{cases}$ تعني : $\begin{cases}y=\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}\\y=-x+3\end{cases}$

نسمي (d) التمثيل البياني للدالة التآلفية $f(x)=\frac{5}{3}x+\frac{1}{3}$ ونسمي (d') التمثيل البياني للدالة التآلفية $g(x)=-x+3$

لإنشاء (d) و (d') نستعين بالجدولين :

x	1	-2
y	2	-3

x	0	3
y	3	0



يتقاطع هذان المستقيمان في النقطة A ذات الإحداثيات $(1;2)$ وهي تمثل حل هذه الجملة.

أؤكد تعلّماتي

اختيار الإجابة أو الإجابات الصحيحة مع التبرير :

1) الدالة $x \mapsto (3x+1)-2(x-3)$ هي دالة تآلفية لأن :

$(3x+1)-2(x-3)=3x+1-2x+6=x+7$ من الشكل $ax+b$

مع $a=1$ و $b=7$

2) معاملا الدالة التآلفية f حيث : $f(x)=4x-4$ هما :

$a=4$ و $b=-4$

3) f دالة تآلفية حيث : $f(x)=\sqrt{2}x-1$.

صورة $\sqrt{2}$ بالدالة f هي: 1 لأن : $f\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}\times\sqrt{2}-1=2-1=1$

4) g دالة تآلفية حيث : $g(x)=\frac{1}{3}x-3$

العدد الذي صورته (2-) بالدالة g هو 3 لأن : $g(x)=-2$

إذن : $\frac{1}{3}x-3=-2$ أي : $\frac{1}{3}x=1$ وعليه : $x=3$

5) (d) هو التمثيل البياني للدالة التآلفية من هذا الشكل ينتج :

صورة (1-) هي 3

العدد الذي صورته 1 هو 1

6) f دالة تآلفية حيث : $f(x)=ax+b$ علما أن : $f(4)=-1$ و $f(-1)=4$

إذن : $a=-1$ لأن : $a=\frac{f(4)-f(-1)}{4-(-1)}=\frac{-1-4}{5}=\frac{-5}{5}=-1$

7) g دالة تآلفية حيث : $g(2)=3$ و $g(-3)=-2$ إذن : $g(x)=x+1$

لأن: $a=\frac{g(2)-g(-3)}{2-(-3)}=\frac{3-(-2)}{2+3}=\frac{5}{5}=1$

وبما أن: $g(2)=3$ فإن : $1\times 2+b=3$ إذن : $b=1$

أدمج تعلّماتي

I/ 1. التعبير عن الدالتين $f(t)$ و $g(t)$ بدلالة t :

$f(t)=50t$

$g(t)=60+30t$

2. معرفة متى تلتحق السيارة بالدراجة النارية :

$f(t)=g(t)$ يعني: $50t=60+30t$ أي: $20t=60$ وعليه: $t=3h$

تلتحق السيارة بالدراجة النارية بعد مرور 3 ساعات أي على الساعة $13h$.

المسافة المقطوعة هي $150km$ لأن: $f(3)=50\times 3=150$

أتعمق

1. إتمام الجدول :

عدد القطائر	2	5	12	15
الثمن عند التناول في المكان (DA)	800	2000	4800	6000
الثمن عند الطلب عن بعد (DA)	1200	2250	4700	5750

2) التعبير عن $P_2;P_1$ بدلالة x :

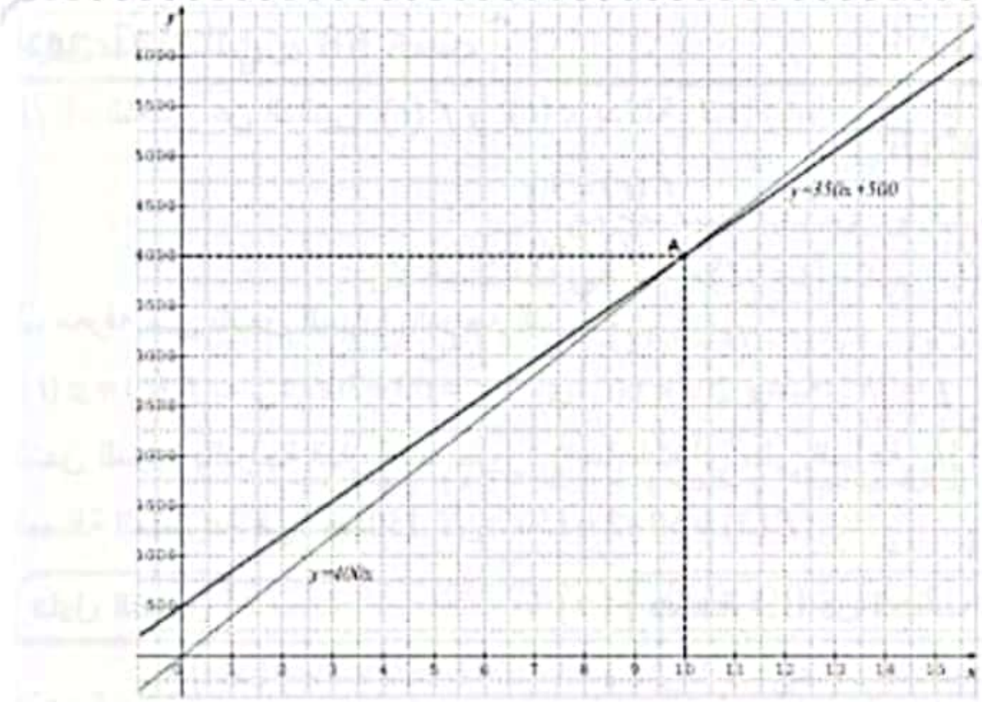
$P_1=400x$

$P_2=350x+500$

3) رسم المستقيمين (d_1) و (d_2) الممثلين للدالتين f و g في معلم متعامد:

المستقيم (d_1) الممثل للدالة الخطية f يشمل المبدأ والنقطة $A(2;800)$

المستقيم (d_2) الممثل للدالة التآلفية g يشمل النقطتين $B(0;500)$ و $C(10;4000)$.



4) أ- الصيغة الأفضل لشراء 6 فطائر هي الصيغة الأولى لأن تمثيلها يقع تحت تمثيل الصيغة الثانية.

ب- يكون الشراء عن بعد أصغر من أو يساوي الشراء والتناول في المكان إذا كان عدد الفطائر أكبر أو يساوي 10.

24 1. عدد صفحات الكتاب هو: 220 صفحة لأن :

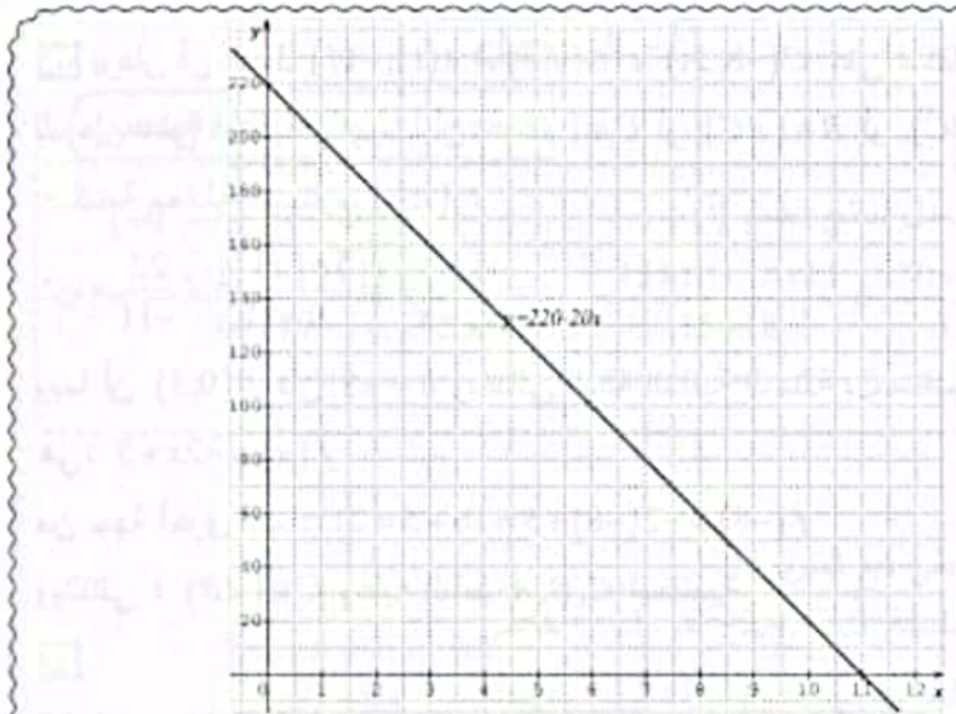
$$140+4\times20=140+80=220$$

2. التعبير عن $f(x)$ بدلالة x :

$f(x)$ هو عدد الصفحات المتبقية للقراءة بعد x ساعة يعني: $f(x)=220-20x$

3. التمثيل البياني للدالة f :

التمثيل البياني للدالة التآلفية f هو مستقيم يشمل النقطتين $A(0;220)$ و $B(4;140)$.



25 1. الجدول يمثل وضعية تناسبية لأن :

$$\frac{12}{1}=\frac{24}{2}=\frac{48}{4}=12$$

2. معرفة كمية الماء المعبئة في القارورات خلال دقيقة واحدة :

بما أن : $1\min=60s$ فإن عدد القارورات اللازمة هو 5 لأن : $\frac{60}{12}=5$

وسعة كل قارورة هي $1,5l$ فإن كمية الماء المعبأة في القارورات هي $7,5l$ لأن : $1,5\times5=7,5$

3. التعبير عن $v(t)$ بدلالة t :

$$v(t)=\frac{t\times1,5}{12}=\frac{t}{8}$$

$$v(t)=\frac{1}{8}t$$

4. معرفة هل تكفي ساعة من الزمن لملء خزان سعته $100L$:

$v(t)=100$ فإن: $\frac{1}{8}t=100$ وعليه: $t=800s=13\min20s$

بما أن : $t<1h$ فإنه تكفي ساعة من الزمن لملئه.