سلسلة تمارين حول النهايات

التمرين الأول:

احسب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى x_0 وفسر النتيجة هندسيا في كل حالة من الحالات التالية:

(1 $f(x)=\dfrac{x+2}{2x-1}$; $x_0=-1$

(2 $f(x)=\dfrac{x+2}{2x-1}$; $x_0=\dfrac{1}{2}$

(3 $f(x)=\dfrac{2x-3}{x}$; $x_0=0$

(4 $f(x)=\dfrac{4x+3}{2x^2}$; $x_0=0$

(5 $f(x)=\dfrac{3x}{x^2-4}$; $x_0=-2$

(6 $f(x)=\dfrac{x+1}{2x^2+x-3}$; $x_0=1$

(7 $f(x)=\dfrac{x^2-x}{3x^2-x}$; $x_0=0$

(8 $f(x)=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-x+2}$; $x_0=2$

(9 $f(x)=\dfrac{x^2-3x+2}{x^3-8}$; $x_0=2$

(10 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-x}{x^2-x}$; $x_0=0$

(11 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-x}{x^2-x}$; $x_0=1$

(12 $f(x)=\dfrac{(x-1)(2x-3)}{x^2-1}$; $x_0=1$

(13 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$; $x_0=1$

(14 $f(x)=\dfrac{x-4}{\sqrt{x}-2}$; $x_0=4$

(15 $f(x)=\dfrac{x^2+x-2}{\sqrt{x+3}-2}$; $x_0=1$

(16 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{(x^2-9)^2}$; $x_0=3$

(17 $f(x)=\dfrac{x^3-1}{x-1}$; $x_0=1$

التمرين الثاني:

احسب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $-\infty$ ثم إلى $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا في كل حالة من الحالات التالية:

(1 $f(x)=x^2-3x+1$

(2 $f(x)=-x^3+1$

(3 $f(x)=\sqrt{2}x^3+4x-2$

(4 $f(x)=10^{-3}x^2+4$

(5 $f(x)=-x^4+2x^3-x$

(6 $f(x)=x^7-15x^5$

(7 $f(x)=\dfrac{-1}{x^2+4}$

(8 $f(x)=\dfrac{2x^2+3}{x+\dfrac{1}{x}}$

(9 $f(x)=x^2+\dfrac{1}{x^2}$

(10 $f(x)=(x-1)^3$

(11 $f(x)=\dfrac{x^2+2x-1}{x^3+1}$

(12 $f(x)=\dfrac{5x^3-1}{2x-3}$

(13 $f(x)=\dfrac{-2x^2}{2x^3+5x^2-1}$

(14 $f(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{-x^2-x^2-3}$

(15 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}-1$

(16 $f(x)=\dfrac{2x}{1-\dfrac{1}{x^2}}$

(17 $f(x)=x^2+2x-3$

(18 $f(x)=x^3-x+\dfrac{1}{x}$

(19 $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{x}$

(20 $f(x)=1+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x^2}$

21) $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

22) $f(x)=\dfrac{x+2}{x^2}$

23) $f(x)=\dfrac{3x+2}{x-2}$

24) $f(x)=1-\dfrac{2}{x}$

25) $f(x)=\dfrac{2x+10}{x-5}$

26) $f(x)=\dfrac{3}{x-2}$

التمرين الثالث:

احسب نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$ في كل حالة من الحالات التالية:

1) $f(x)=\dfrac{1}{x^2-1}-\dfrac{1}{x-1}$

2) $f(x)=-2x+3+\dfrac{x}{x^2-1}$

3) $f(x)=\sqrt{x^2+3}+x$

4) $f(x)=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$

5) $f(x)=\sqrt{4x^2-3x-1}-2x$

6) $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-1}-\dfrac{1}{x-1}$

7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+2x-5}}{2x}$

8) $f(x)=\sqrt{x^2+1}+\dfrac{1-2x^2}{x+2}$

التمرين الرابع:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{3\}$ بالعبارة: $f(x)=\dfrac{2x^2-1}{x-3}$

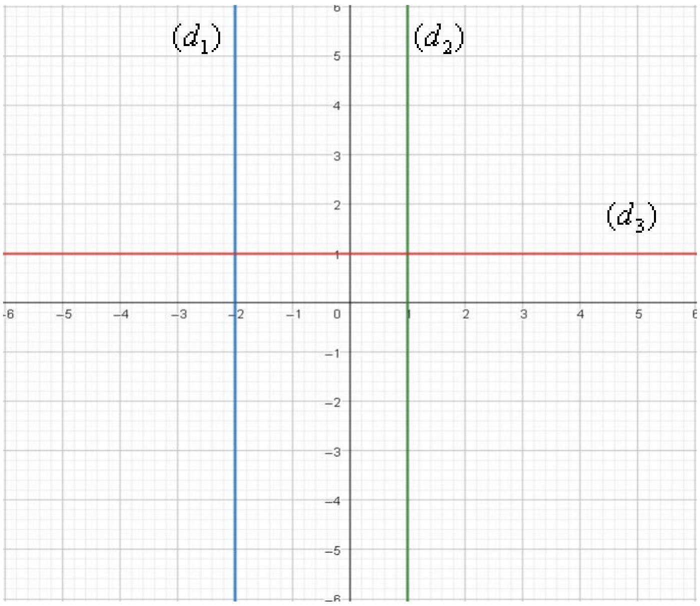
1) أوجد الأعداد الحقيقية a ، b و c حيث من أجل كل عدد حقيقي x من D يكون: $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-3}$

2) استنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x+6$ مقارب مائل للمنحني (C) الممثل للدالة f.

3) ادرس الوضع النسبي بين (C) و (Δ).

التمرين الخامس:

المنحني (C) لدالة يقبل ثلاث مستقيمات مقاربة (d_1)، (d_2) و (d_3) فقط حيث a عدد حقيقي غير معدوم (كما هو موضح في الشكل المقابل)



1) من بين الدوال التالية ما هي التي تحقق الشروط السابقة؟

$f(x)=\dfrac{2x^2+ax}{x^2+x-2}$

$g(x)=\dfrac{4x+a}{(x+2)(x-1)}$

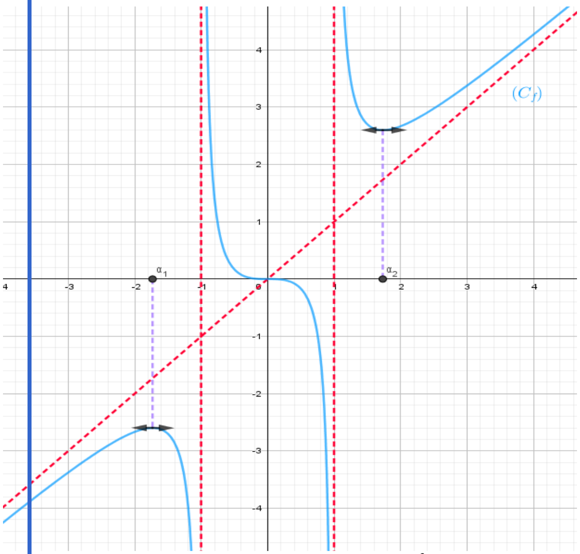
$h(x)=\dfrac{a}{x+2}+\dfrac{1}{x-1}+1$

2) عين a إذا كان (C) يقطع (d_3) من أجل $x=2$

التمرين السادس:

f الدالة المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ ، (Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس (O; I, J).

الجزء الأول: بقراءة بيانية:



1) عين نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها.

2) حدد معادلات للمستقيمات المقاربة للمنحني (Cf).

3) شكل جدول تغيرات الدالة

4) عين حسب قيم العدد الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة f(x)=m

الجزء الثاني: نعتبر فيما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}$

1) بين أن الدالة f فردية

2) احسب نهايات الدالة f عند 1 وعند 1- ثم أعط تفسيرا لكل نتيجة بيانيا

3) احسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ وعند $-\infty$ ثم بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب للمنحني(Cf)

4) بين أن الدالة f تقبل الاشتقاق على كل مجال من مجموعة تعريفها ثم عين عبارة f'(x) وأدرس إشارتها واستنتج اتجاه تغير الدالة f

5) أدرس وضعية المنحني (Cf) مع المستقيم (Δ).

6) شكل جدول إشارة الدالة f ثم استنتج التمثيل البياني للدالة h المعرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;1[\cup]1;+\infty[$ بـ:
$h(x)=|f(x)|$

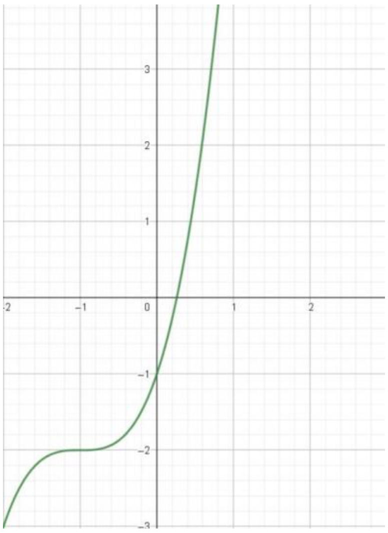
سلسلة تمارين حول مبرهنة القيم المتوسطة

التمرين 01: لتكن g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 - 4x^2 + 7x - 4$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $0,7 \prec \alpha \prec 0,8$.

3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.



التمرين 02:

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^3 + 3x^2 + 3x - 1$

1) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g. حدد $g(0)$ وإشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

2) علل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha) = 0$

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

التمرين 03:

g الدالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x - 8$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تأكد أن: $1 < \alpha < 2$.

3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

التمرين 04:

g الدالة المعرفة على $[-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = 2x^3 + 6x^2 + 7x + 1$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب قيمة تقريبية لكل من العددين $g(-0,2)$ و $g(-0,1)$.

3) استنتج أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-0,2;-0,1[$ حيث $g(\alpha) = 0$

4) استنتج إشارة الدالة g على $[1,+\infty[$.

التمرين 05: لتكن g الدالة العددية المعرفة على R كما يلي: $g(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 5$

1) أ) أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة g على R ثم شكل جدول تغيراتها

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]2,4;2,6[$

3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

سلسلة تمارين حول الاشتقاقية ودراسة الدوال العددية

التمرين الأول: (تذكير بالعدد المشتق)

أحسب العدد المشتق للدالة f عند القيمة a في كل حالة ما يلي:

$f:x\to -3x+5$; $a=0$ (1 ; $f:x\to x^2-2$; $a=1$ (2

$f:x\to\sqrt{-2x}$; $a=-4$ (3 ; $f:x\to\dfrac{x-1}{x}$; $a=-1$ (4

التمرين الثاني:

في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس، (C_f) منحنى الدالة f المعرفة على IR بـ: $f(x)=3x^2+4\alpha x+2\beta$

حيث α و β عددان حقيقيان

- أحسب $f'(x)$
- عين α و β حتى يكون المستقيم ذو المعادلة $y=x-4$ مماسا للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

التمرين الثالث:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x|+1}$ ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

1) أحسب العدد المشتق للدالة f عند 0 من اليمين ثم من اليسار. ماذا تستنتج؟

2) أدرس تغيرات الدالة f .

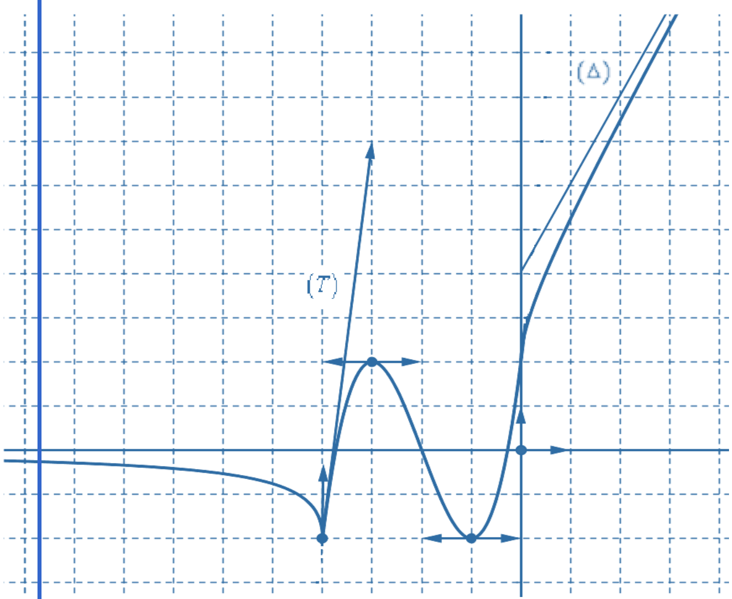
3) برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين مائلين معادلتاهما: $(D):\ y=x-3$ و $(D'):\ y=-x+1$.

4) حدد وضعية (C_f) مع كل من (D) و (D') .

5) أنشئ (C_f) .

التمرين الرابع:

يعطى (C) التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي g' ، نقبل ما يلي:



- المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=2x+4$ مقارب للمنحنى (C) عند $+\infty$.
- المستقيم ذو المعادلة: $y=0$ مقارب للمنحنى (C) عند $-\infty$
- المنحنى (C) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل في النقطتين $B(-3,2)$ و $C(-1,-2)$
- المنحنى (C) يقبل نصفي مماسين أحدهما عمودي والآخر (T) في النقطة $A(-4,-2)$

انطلاقا من البيان:

1) حدد: $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty}[g(x)-2x]$.

2) عين قيمة كل من: $g'(-1)$ و $g'(-3)$.

3) برر لماذا الدالة g غير قابلة للاشتقاق يسار العدد -4 ؟

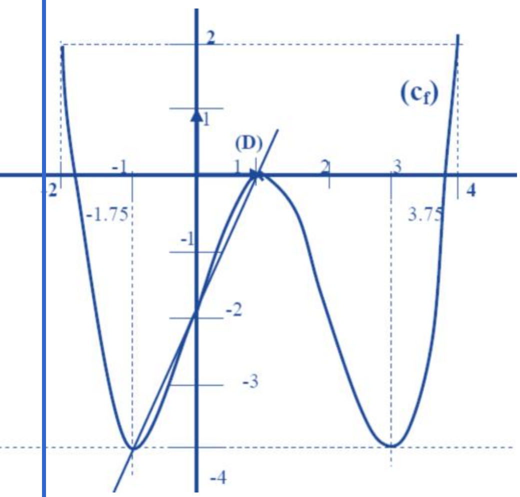
4) أوجد: $\lim\limits_{x\to(-4)^+}\dfrac{g(x)-g(-4)}{x+4}$

5) نعرف الدالة h على R كما يلي: $h(x)=x^2g(x)$

أ) برهن أن: $\lim\limits_{x\to-1}\dfrac{h(x)-h(-1)}{x+1}=4$

ب) استنتج معادلة المماس لمنحني الدالة h في النقطة منه ذات الفاصلة -1

التمرين الخامس:



(C_f) المنحني البياني للدالة f المعرفة على المجال $[-2,4]$

بقراءة بيانية:

1) أحسب $f(0)$ ، $f'(3)$ ، $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{f(x)+2}{x}$ ، $f'(1)$

2) شكل جدول تغيرات الدالة f

3) عين معادلة للمستقيم (D) مماس المنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 3

4) حل المعادلات والمتراجحات: $f(x)\prec 0$ ، $f'(x)\geq 0$ ، $f(x)=2$ ، $f'(x)=0$

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m+1$

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يأتي: $h(x)=[f(x)]^3$

7) أحسب $h'(x)$ بدلالة $f'(x)$ و $f(x)$ ثم استنتج إشارة $h'(x)$

8) شكل جدول تغيرات الدالة h

التمرين السادس:

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بجدول تغيراتها كما يلي:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=[f(x)]^2$ ،

وليكن (C) و (C') التمثيلان البيانيان للدالتين f و g على الترتيب.

1) احسب نهايتي الدالة g عند $-\infty$ ،وعند $+\infty$.

2) أكتب $g'(x)$ بدلالة $f(x)$ و $f'(x)$.

3) ادرس اتجاه تغير الدالة g على $\mathbb{R}$.

4) ما هو عدد النقاط المشتركة بين المنحنيين (C) و (C') ؟

التمرين السابع:

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ ، f دالة معرفة على $\mathbb{R}$.

التمثيل المرفق يمثل المنحنى (C_f) الممثل للدالة f والمماس (Δ) للمنحنى (C_f) عند النقطة $A(3;1)$.

المنحنى (C_f) يقبل مماسين يوازيان حامل محور الفواصل في النقطتين $B(2,3)$ و $C(4,-1)$.

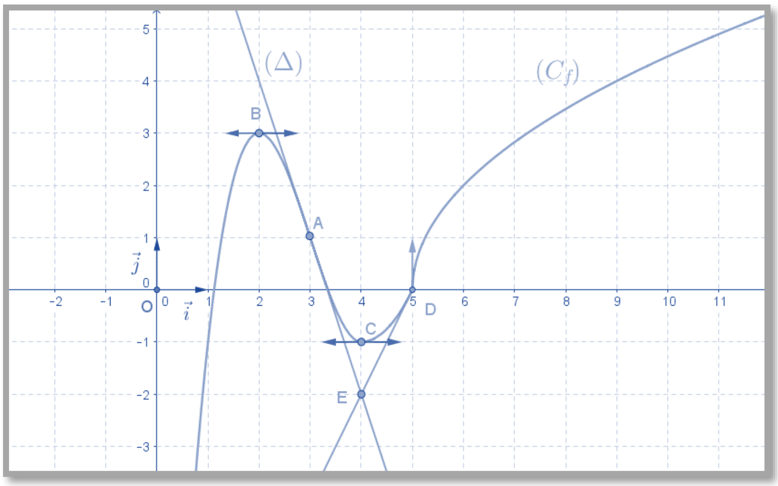
1) بقراءة بيانية:

- احسب كلا من: $f'(3)$ و $f'(2)$
- أوجد معادلة المماس (Δ)
- هل تقبل الدالة f الاشتقاق عند العدد 5 برر إجابتك.
- أوجد: $\lim\limits_{\substack{> \\ x\to5}}\dfrac{f(x)-f(5)}{x-5}$ ، $\lim\limits_{\substack{< \\ x\to5}}\dfrac{f(x)-f(5)}{x-5}$ ، $\lim\limits_{x\to3}\dfrac{f'(x)+3}{x-3}$.

2) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة التالية: $f(x)=4m$ في $\mathbb{R}$.

3) h دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=|f(x)|$

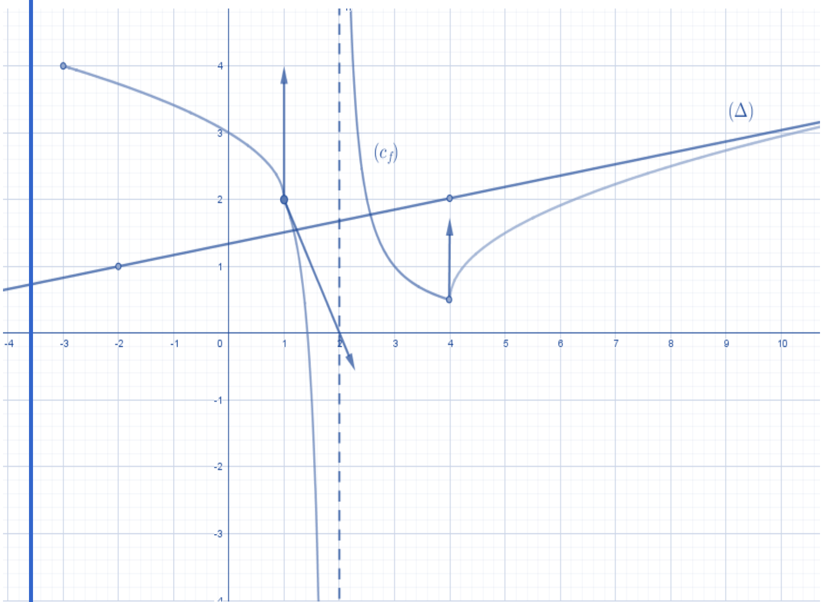
اشرح كيف يتم الحصول على المنحنى البياني (C_h) الممثل للدالة h انطلاقا من التمثيل البياني (C_f) للدالة f ثم أرسم (C_h) في نفس المعلم.



التمرين الثامن:

ليكن (C_f) التمثيل البياني لدالة f المعرفة على المجموعة D حيث: $D=[-3;2[\cup]2;+\infty[$

(Δ) المستقيم المقارب المائل ل (C_f)

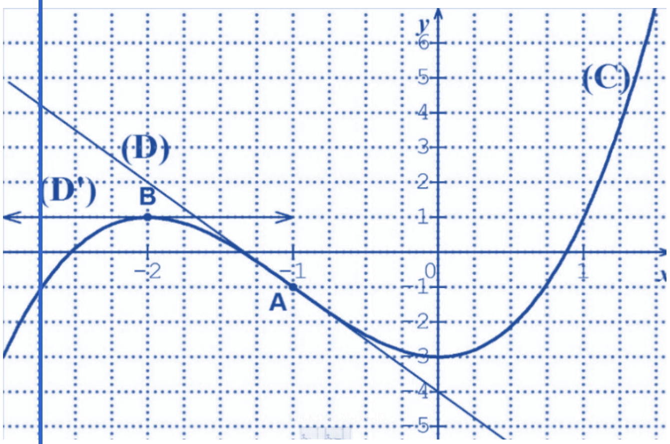


بقراءة بيانية أجب بصحيح أو خطأ مع تصحيح الخطأ:

1) f غير مستمرة على D .
2) f مستمرة على 1.
3) f تقبل الاشتقاق عند 1.
4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلان على D.
5) f تقبل الاشتقاق على يمين 4
6) f تقبل الاشتقاق على يسار1
7) الدالة f متناقصة تماما على $[-3;2[\cup]2;4[$.
8) $\lim\limits_{h \xrightarrow{<} 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}=+\infty$.
9) $\lim\limits_{h \xrightarrow{>} 0} \frac{f(4+h)-f(4)}{h}=+\infty$.
10) $\lim\limits_{h \xrightarrow{>} 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}=2$.
11) $y=-\frac{5}{6}x+\frac{3}{4}$ معادلة للمستقيم (Δ).

التمرين التاسع:

f الدالة المعرفة والقابلة للاشتقاق على المجال $\left[-3;\frac{3}{2}\right]$ كما يلي: $f(x)=ax^3+bx^2+c$ حيث a ، b و c ثوابت حقيقية



(C) هو التمثيل البياني للدالة f في مستوي منسوب الى معلم.

(D) المماس للمنحنى (C) عند النقطة A ذات الفاصلة 1-.

(D') المماس للمنحنى (C) عند النقطة B ذات الفاصلة 2- ويوازي حامل محور الفواصل.

1) عين كلا من: $f(-1)$ ، $f'(-1)$ ، $f(-2)$ و $f'(-2)$.

2) باستعمال نتائج السؤال 1. عين الثوابت الحقيقية a ، b و c.

3) اكتب معادلة لكل من المماسين (D) ، (D') .

4) بين؛ بيانيا؛ أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

5) أدرس حسب قيم العدد الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة $f(x)=m$ حيث x هو المجهول.

التمرين العاشر:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي: $f(x)=\frac{-x^2-3x-3}{x+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها ثم استنتج مستقيما مقاربا للمنحنى (C_f) .

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$ فان: $f(x)=-x-1-\frac{1}{x+2}$.

ب) استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

3) أ) بين انه من أجل كل $x\in\mathbb{R}-\{-2\}$: $f'(x)=-\frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$.

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) عين نقط تقاطع (C_f) مع حاملي محوري الاحداثيات.

5) عين A نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين للمنحنى (C_f) ثم بين أنها مركز تناظر للمنحنى (C_f).

6) أرسم كلا من (Δ) و (C_f).

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$.

8) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}-\{-2\}$ كما يلي: $g(x)=\left|\frac{-x^2-3x-3}{x+2}\right|$.

أ) أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة.

ب) اشرح طريقة لإنشاء (C_g) المنحنى الممثل للدالة g انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

التمرين 11:

نعتبر الدّالة f المعرّفة على $\Re$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-4x+3}{x^2-4x+6}$ ونسمي (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O,\vec{i};\vec{j})$. و (D) المستقيم ذو المعادلة $y=1$.

1) أُحسب $\lim_{h\to 0}\frac{2f(2+h)+1}{2h}$ ؛ ماذا تستنتج؟ فسر النتيجة بيانيا.

2) احسب نهايات الدالة عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها.

3) أوجد العددان a و b إذا علمت أنّ $f(x)=a+\frac{b}{x^2-4x+6}$.

4) بيّن من أجل كلّ x من $\Re$ انّ $f'(x)=\frac{6(x-2)}{(x^2-4x+6)^2}$ ثمّ إستنتج اتجاه تغيّر الدّالة f .

5) أُدرس إشارة $f(x)-1$ ؛ماذا تستنتج؟ فسّر النتيجة بيانيا.

6) شكل جدول تغيّرات الدّالة f ثمّ استنتج حصرا لـ $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

7) أكتب معادلتي المماسين (T) و (T') عند 0 و4 على الترتيب

8) بيّن انّ المستقيم ذو المعادلة $x=2$ هو محور تناظر للمنحنى (C).

9) حدّد نقط تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل.

10) أرسم (D) ؛ (T) ؛ (T') و (C).(وحدة الرسم: $\|\vec{i}\|=1cm;\|\vec{j}\|=4cm$).

11) أرسم في نفس المعلم المنحنيين (C_1) و (C_2) المعرّفين كما يلي: $(C_1):y=|f(x)|$ و $(C_2):y=f(-|x|)$

التمرين 12:

f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x^2+1}$

ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أوجد العددين الحقيقيين a و b حيث يكون من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=a+\frac{bx}{x^2+1}$.

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ، $\lim_{x\to-\infty}f(x)$ ، مفسرا النتيجة هندسيا.

3) أ) احسب $f'(x)$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

جـ) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) أ) احسب: $f(-x)+f(x)$ ، ماذا تستنتج بالنسبة للمنحنى (C_f).

ب) ادرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=1$.

5) ارسم (Δ) ، (T) و (C_f).

التمرين 13:

الجزء الأول: نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]-\infty;-2[\cup]-2;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+x+7}{x+2}$ ؛ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى م م م $(o,\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب النهايات عند أطراف مجموعة التعريف ثم فسر النتائج هندسيا.

2) أدرس إتجاه تغيرات الدالة f .

3) أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل ؛ ثم أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة إلى (D).

4) بين أن النقطة $I(-2,-3)$ مركز تناظر لـ (C_f).

5) أنشئ (C_f)

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $x^2+(1-m)x+7-2m=0$

الجزء الثاني: لتكن الدالة g المعرفة بـ: $g(x)=\dfrac{x^2-|x|+7}{|x|-2}$.

1) عين مجموعة تعريف الدالة g.

2) بين أن الدالة g زوجية.

استنتج كيفية رسم (C_g) بيان الدالة g ، ثم أنشئه في نفس المعلم السابق

التمرين 14:

نعتبر الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}-\{-1,3\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^2-2x-15}{x^2-2x-3}$ يرمز بـ$(\mathscr{C})$ إلى المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس تغيّرات الدالة f .

2) استنتج معادلة لكل من المستقيمين المقاربين للمحني $(\mathscr{C})$.

3) أكتب معادلة لمماس المنحني $(\mathscr{C})$ عند نقطته ذات الفاصلة 2 .

4) أثبت أن المستقيم ذي المعادلة $x=1$ هو محور تناظر للمنحني $(\mathscr{C})$.

5) أرسم المنحني $(\mathscr{C})$

6) ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=m$

7) نعتبر الدالة f_m المعرّفة بـ: $f_m(x)=\dfrac{x^2-mx-15}{x^2-mx-3}$ حيث m وسيط حقيقي.

- بين أنّه توجد نقطة وحيدة تنتمي إلى كل المنحنيات $(\mathscr{C}_m)$.
- ما هو المنحني الذي يشمل النقطة ذات الإحداثيتين $(1;5)$ ؟

التمرين 15:

أكمل الجدول التالي:

الكتابة الرياضية	التفسير الهندسي
	المستقيم ذو المعادلة $x=1$ مقارب لـ (C_h)
k دالة معرفة على $[0,+\infty[$ تحقق: $\lim\limits_{x\to+\infty}[k(x)-2x-1]=0$	
	المنحنى (C_h) يقبل محور تناظر معادلته $x=\frac{1}{2}$
f دالة معرفة ومستمرة ومتزايدة على $[0,2[$ لدينا: المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $0.4\prec\alpha\prec0.5$	
	المنحنى (C_f) يقبل مماسا في النقطة $A(0,1)$ معامل توجيهه 2.
g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ لدينا: $\lim\limits_{x\overset{>}{\to}0}\dfrac{g(x)-1}{x}=1;\ \lim\limits_{x\overset{<}{\to}0}\dfrac{g(x)-1}{x}=-1$	

التمرين 16:

إليك جدول تغيرات دالة f معرفة وقابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty \;\|\|\; -\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

نرمز بـ C_f إلى منحني الدالة f الممثل في معلم. أجب بصحيح أو خاطئ على كل جملة من الجمل التالية:

1) المستقيم الذي معادلته $x=1$ مقارب لـ C_f.
2) محور التراتيب مقارب لـ C_f.
3) المستقيم الذي معادلته $y=1$ يقطع C_f في نقطة واحدة.
4) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين في المجال $]0;+\infty[$.
5) على المجال $]-\infty;0[$ ، $f(x)\leq 3$

التمرين 17:

الجزء الأول:

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=x^3+6x+12$

1) بين أن الدالة g متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.
2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $]-1,48;-1,47[$.
3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\dfrac{x\,g(x)}{(x^2+2)^2}$
2) استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3) احسب نهايات الدالة $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
4) احسب $\lim\limits_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-x+2\right]$ ثم استنتج معادلة للمستقيم المقارب المائل لـ (C_f)
5) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) المستقيم المقارب المائل.
6) بين أن: $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$
7) انشئ (C_f) بدقة.
8) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $f(x)=2m$ حلا واحدا.

الجزء الثالث:

نعتبر الدالة k المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $k(x)=f(x)-2$

اشرح كيف يمكن رسم $(C_{f\circ k})$ انطلاقا من (C_f) .

التمرين 18:

الجزء الأول: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $f(x)=x^3-3x-3$.

1) أدرس تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

2) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α من المجال $]2,1;2,2[$

3) عين إشارة $f(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: g دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1,1\}$ بالعبارة $g(x)=\dfrac{2x^3+3}{x^2-1}$.

1) بين أن إشارة $g'(x)$ هي نفس إشارة $f(x)$ على المجال $]1,+\infty[$.

2) استنتج اتجاه تغير الدالة g على المجال $]1,+\infty[$

3) عين اتجاه تغير الدالة g على D_g ’ ثم شكل جدول تغيراتها.

4) بين أن $g(\alpha)=3\alpha+1$.

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ هو مستقيم مقارب مائل لـ (C_g) ’ أدرس وضعيته بالنسبة إلى (C_g)

6) عين فواصل النقط من (C_g) التي يكون فيها المماس موازيا لـ (Δ) .

7) أرسم (C_g) والمستقيمات المقاربة في م م م $\left(o,\vec{i};\vec{j}\right)$

التمرين 19:

الجزء الأول: g الدالة المعرفة على $[-1;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=2x^3+6x^2+7x+1$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب قيمة تقريبية لكل من العددين $g(-0,2)$ و $g(-0,1)$ إلى $\dfrac{1}{10}$ بالنقصان.

3) استنتج أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α من المجال $]-0,2;-0,1[$ حيث $g(\alpha)=0$

4) أدرس إشارة الدالة g على $[1,+\infty[$.

الجزء الثاني:

f الدالة المعرفة على $]-1,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{2x^3+4x^2+x}{(x+1)^2}$ ، (C_f) منحنيها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

2) أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

3) احسب الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث يكون من أجل كل عدد حقيقي x أكبر تماما من 1-:

$$f(x)=ax+b+\frac{cx}{(x+1)^2}$$

4) بين أن المستقيم (D) ذا المعادلة $y=2x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$.

5) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) مع المستقيم (C_f)

6) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي أكبر تماما من 1-: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$

7) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

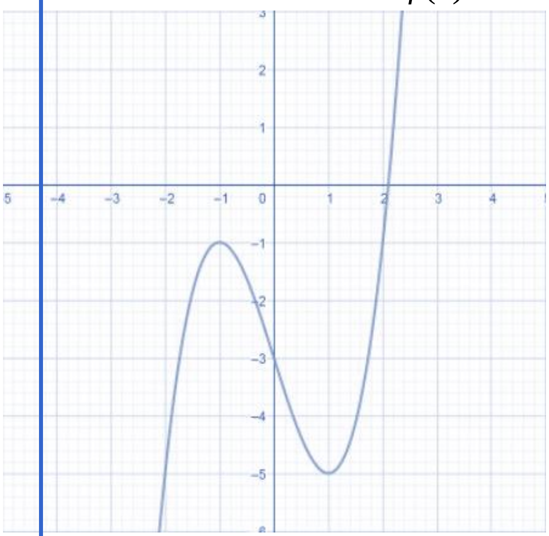
8) اكتب معادلة للماس (T) للمنحني (C_f) في النقطة A التي فاصلتها 2

9) بين أن النقطة A نقطة انعطاف للمنحني (C_f)

10) عين نقط تقاطع المنحني (C_f) مع حامل محور الفواصل

11) ارسم كلا من (T) و (D) ثم أنشئ (C_f)

12) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية: $f(x)=m$



التمرين 20:

الجزء الأول: (C_g) التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي:

$g(x)=ax^3+bx+c$ ، حيث a و b ، c أعداد حقيقية.

1) باستعمال (C_g) عين كلا من a ، b و c

2) شكل جدول تغيرات الدالة g .

3) بين أن المعادلة: $x^3-3x-3=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in\left[2;\frac{5}{2}\right]$

4) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ ، كما يلي:

$f(x)=\frac{2x^3+3}{x^2-1}+1$ نسمي (C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}-\{-1;1\}$: $f'(x)=\frac{2.x.g(x)}{(x^2-1)^2}$

2) عين دون حساب: $\lim_{x\to\alpha}\left(\frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}\right)$ ، ثم فسر النتيجة بيانيا

3) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها وفسر النتائج بيانيا

4) شكل جدول تغيرات الدالة f

5) بين أن: $f(\alpha)=3\alpha+1$ ، ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

6) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=2x+1$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $-\infty$ و $+\infty$

– ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

– أرسم كلا من (Δ) و (C_f)

التمرين 21:

الجزء الاوّل: نعتبر g الدالة معرفة على $\Re$ بـ: $g(x)=-2x^4+2x^3-8x+2$.

1) بيّن أنه من اجل كل x من $\Re$: $g''(x)=12x(1-2x)$ ثمّ ادرس حسب قيم x اشارة $g''(x)$ على $\Re$.

2) استنتج جدول تغيرات الدالّة g' مشتقة الدّالة g .

3) بيّن أن المعادلة $g'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا λ على $\Re$ محصور بين -0.81 و -0.80 ثمّ استنتج حسب قيم x اشارة $g'(x)$ على $\Re$.

4) استنتج جدول تغيرات الدالة g على $\Re$ (يعطى $g(\lambda)\approx 6.55$).

5) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين مختلفين في الاشارة α و β على $\Re$ ثمّ تحقق أنّ $-1.41<\alpha<-1.40$ و $0.25<\beta<0.26$.

6) استنتج حسب قيم x اشارة $g(x)$ على $\Re$.

الجزء الثّاني: نسمي f الدالة معرفة على $\Re-\left\{\sqrt[3]{2}\right\}$ بـ: $f(x)=\dfrac{x^3+2x^2-x-2}{x^3-2}$ ؛ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) احسب نهايات الدّالة f عند حدود مجموعة التعريف ثمّ فسّر النتائج بيانيا.(نذكر بأن $\sqrt[3]{2}\approx 1.26$)

2) أ. بيّن أنّه من أجل كلّ x من $\Re-\left\{\sqrt[3]{2}\right\}$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x^3-2)^2}$.

ب. شكّل جدول تغيّرات الدّالة f . (يعطى $f(\alpha)\approx -0.12$ و $f(\beta)\approx 1.06$).

ت. استنتج دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(\beta+h)-f(\beta)}{h}$.

3) اكتب معادلة المماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) حدد نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

5) أنشئ المستقيمات المقاربة؛ المماس (T) والمنحني (C_f).(سلّم الرسم $\|\vec{i}\|=1cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$)

6) ارسم في نفس المعلم المحنى (Γ) المعرّف بالمعادلة $(\Gamma): y=|f(x)|$.

7) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي k عدد حلول المعادلتين $|f(x)|=k$ و $|f(x)|=\dfrac{1}{2}x+k$.

الجزء الثالث:

لتكن f_m الدالة ذات الوسيط الحقيقي m المعرفة على $\Re-\left\{\sqrt[3]{m}\right\}$ كما يلي : $f_m(x)=\dfrac{x^3+mx^2-x-m}{x^3-m}$ ؛ وليكن (C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) تحقق انه من اجل كلّ x من $\Re-\left\{\sqrt[3]{m}\right\}$ ؛ $f_m(x)=\dfrac{mx^2-x}{x^3-m}+1$.

2) بيّن ان جميع المنحنيات (C_m) تشترك في ثلاث نقط يطلب تعينها.

التمرين 22:

الجزء الأول: لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR كما يلي: $g(x)=x^3-2x^2-1$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على IR ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أ) بين أن المنحنى (C_g) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $\alpha\in\left]2;\dfrac{5}{2}\right[$.

ب) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\dfrac{x}{x-1}\sqrt{x^2+1}$

وليكن (C_f) منحناها في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

2) أثبت أن:

أ) المستقيم (Δ_1)ذو المعادلة: $y=x+1$ مستقيم مقارب لـ: (C_f) في جوار $+\infty$

ب) المستقيم (Δ_2) ذو المعادلة: $y=-x-1$ مستقيم مقارب لـ: (C_f) في جوار $-\infty$

3) ادرس الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ_1) ثم (C_f) و (Δ_2)

4) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x-1)^2\sqrt{x^2+1}}$

5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6) أنشئ (Δ_1)، (Δ_2) و (C_f) (نعتبر $f(\alpha)\simeq 4,45$ نقبل ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف فاصلتها تنتمي الى المجال $]0;1[$)

التمرين 23:

الجزء الأول: لتكن g الدالة العددية المعرفة على IR^+ كما يلي: $g(x)=3x-4x\sqrt{x}-\dfrac{1}{4}$.

1) ادرس اتجاه تغيّر الدالة g على IR^+ ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين ان: $g(x)\leq 0$ من اجل كل x من IR^+

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على IR^+ بـ: $f(x)=(4x-1)\sqrt{x}-4x^2+\dfrac{1}{2}$

وليكن (C_f) منحناها في مستوي منسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1) ادرس قابلية اشتقاق الدالة على يمين o وفسر النتيجة بيانيا

2) بين انه من اجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان: $f'(x)=\dfrac{2g(x)}{\sqrt{x}}$

3) عين إشارة $f'(x)$ ثم احسب $f'(\frac{1}{4})$ وفسر النتيجة بيانيا

4) استنتج اتجاه تغير f ثم شكل جدول تغيراتها

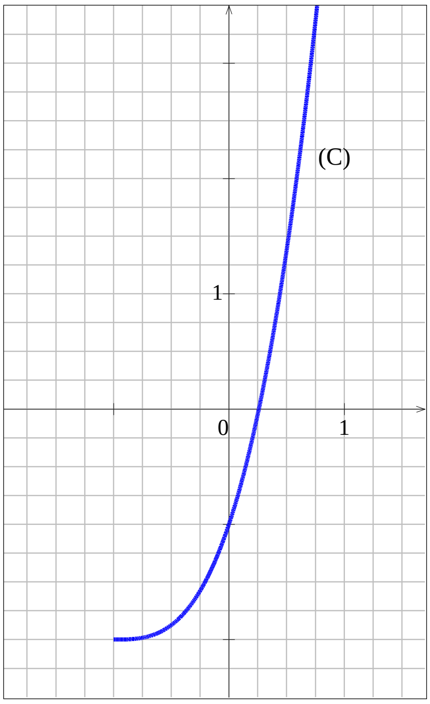
5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\alpha\in\left]\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right[$.

6) أنشئ (C_f).

تمارين الدوال العددية الواردة في البكالوريا

التمرين 01 : بكالوريا 2008 شعبة علوم

المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة العددية g المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^3+3x^2+3x-1$.



1) أ - بقراءة بيانية شكّل جدول تغيّرات الدالة g وحدّد $g(0)$ و إشارة $g\left(\frac{1}{2}\right)$.

ب - علّل وجود عدد حقيقي α من المجال $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ يحقق $g(\alpha)=0$.

ج - استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$.

2) f هي الدالة العددية المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x^3+3x^2+3x+2}{(x+1)^2}$.

و ليكن (Γ) تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i},\vec{j})$.

أ - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-1;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{(x+1)^3}$.

ب - عيّن دون حساب $\lim\limits_{x\to\alpha}\dfrac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ و فسّر النتيجة بيانيا .

ج - أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to -1\\ >}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ و فسّر النتيجتين بيانيا .

د- شكّل جدول تغيّرات f .

3) نأخذ $\alpha\approx 0.26$ ،

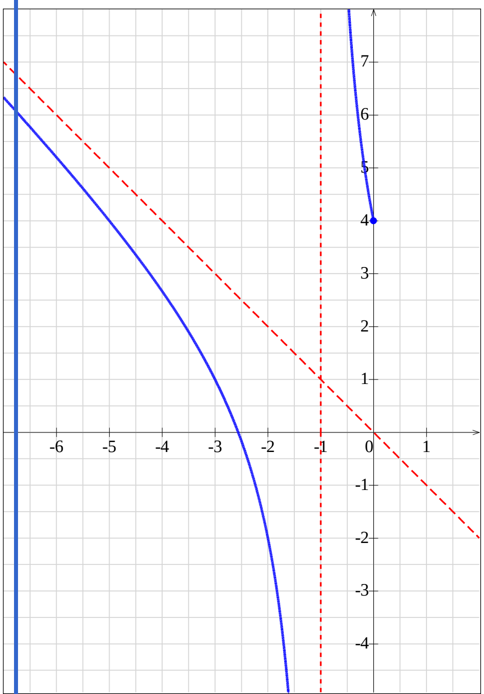
أ - عيّن مدوّر $f(\alpha)$ إلى 10^{-2} .

ب - أرسم المنحنى (Γ) .

التمرين 02 : بكالوريا 2009 شعبة علوم

I) f دالة معرّفة على $I=]-\infty;-1[\cup]-1;0]$ بـ : $f(x)=-x+\dfrac{4}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس (أنظر الشكل)



1) أ - أحسب نهايات f عند الحدود المفتوحة لـ I .

ب - بقراءة بيانية و دون دراسة إتجاه تغيّر f شكّل جدول تغيّراتها .

2) g دالة معرفة على المجال $[0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x+\dfrac{4}{x+1}$.

(C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس.

أ - أحسب نهاية g عند $+\infty$.

ب - تحقق من أن (C_g) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلته .

ج - أدرس تغيّرات g .

II) k دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{-1\}$ كما يلي : $k(x)=|x|+\dfrac{4}{x+1}$.

1) أ - أحسب $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ >}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$ ، $\lim\limits_{\substack{h\to 0\\ <}}\dfrac{k(h)-k(0)}{h}$. ماذا تستنتج ؟

ب - أعط تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة .

2) أكتب معادلتي المماسين (Δ_1) و (Δ_2) عند النقطة التي فاصلتها $x_0=0$.

3) أرسم (Δ_1) ، (Δ_2) و (C_k) .

التمرين 03 : بكالوريا 2014 شعبة علوم

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=2x^3-4x^2+7x-4$

1) أ - أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)$.

ب - أدرس إتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

2) أ - بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.7<\alpha<0.8$.

ب - استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-2x+1}{2x^2-2x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)=\dfrac{1}{2}(x+1)+\dfrac{1-3x}{2(2x^2-2x+1)}$.

ب - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) يطلب تعيين معادلة له .

جـ - أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

3) أ - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{x\cdot g(x)}{(2x^2-2x+1)^2}$.

ب - استنتج إشارة $f'(x)$ حسب قيم x ثم شكّل جدول تغيّرات الدالة f . (نأخذ $f(\alpha)\approx-0.1$)

4) أحسب $f(1)$ ، ثم حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=0$.

5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

6) h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x)=\dfrac{x^3-4x^2+2x-1}{2x^2-2x+1}$ ، و (C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

أ - تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)=f(x)-2$.

ب - استنتج أن (C_h) هو صورة (C_f) بتحويل نقطي بسيط يطلب تعيينه ، ثم أنشئ (C_h) .

التمرين 04 : بكالوريا 2017 شعبة تقني رياضي

I) g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x^3+6x+12$.

1) أدرس اتجاه تغيّر الدالة g على $\mathbb{R}$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]-1.48;-1.47[$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^3-6}{x^2+2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب - بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=\dfrac{x.g(x)}{(x^2+2)^2}$ ثم أدرس اتجاه تغيّر الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها .

2) أ- بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب - أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) .

3) بيّن أن $f(\alpha)=\dfrac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4) أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f) .

مسالة شـــــــاملة

II) g الدالة العددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x) = x^3 + 3x - 8$

1) أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ثم تأكد أن: $1 < \alpha < 2$.

3) استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$.

III) f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \frac{x^3+4}{x^2+1}$.

(C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل: $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+1}$ حيث a، b، c وd أعداد حقيقية يطلب تعيينها.

2) أحسب نهايتي الدالة f عند طرفي مجموعة تعريفها.

3) استنتج أن المنحني (C) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يطلب تعيين معادلته، أدرس وضعية (C) بالنسبة للمستقيم (D).

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f'(x) = \frac{xg(x)}{(x^2+1)^2}$

5) استنتج دون حساب: $\lim_{x\to\alpha} \frac{f(x)-f(\alpha)}{x-\alpha}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.

6) شكل جدول تغيرات الدالة f.

7) بين أن $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$ ثم استنتج حصرا لـ: $f(\alpha)$.

8) بين أن (C) يقطع محور الفواصل في نقطة فاصلتها x_0 حيث: $-1{,}6 < x_0 < -1{,}5$

9) أنشئ (C) و (D).

10) m وسيط حقيقي.

أ) عين قيم m حتى تقبل المعادلة $f(x) = m$ ثلاثة حلول مختلفة نرمز لها بـ x_1، x_2 وx_3.

ب) بين أن: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} = 0$.

IV) نعتبر k الدالة المعرفة عل $\mathbb{R}$ بـ: $k(x) = [f(x)]^2$

أ) أحسب k' بدلالة f و f' ثم استنتج إشارة $k'(x)$.

ب) شكل جدول تغيرات الدالة k.

V) نعتبر l الدالة المعرفة عل $\mathbb{R}$ بـ: $h(x) = f(-|x|)$

أ) بين أن الدالة h زوجية.

ب) بين كيف يمكن إنشاء (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه في نفس المعلم السابق.

VI) نعتبر t الدالة المعرفة عل $\mathbb{R}$ بـ: $t(x) = f(x-1) + 2$

بين كيف يمكن إنشاء (C_t) انطلاقا من (C_f)