مذكرات الرياضيات
للسنة الرابعة متوسط

الجيل الثاني

المقطع 1: الأعداد الطبيعية والأعداد الناطقة والحساب على الجذور

من إعداد الأستاذ: محمد العربي موساوي

الأعـــداد الـطبيعية
و الأعداد الناطقة

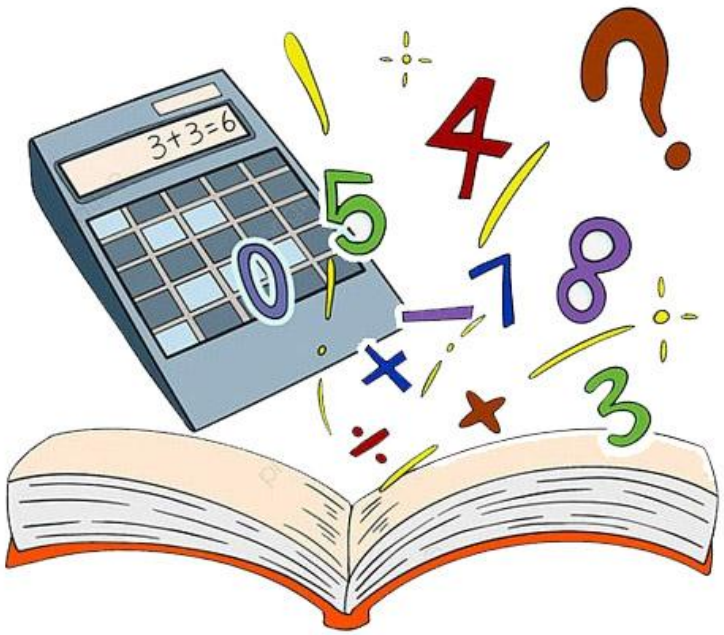
الميدان: أنشطة عددية	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	

الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة

مستوى الكفاءة المستهدف	المـــــــوارد
ما جاء في المنهاج: حلّ مشكلات من المادة و من الحياة اليومية بتوظيف الأعداد الطبيعية و الناطقة في سياقات مختلفة و يمارس الاستدلال في الميدان العددي.	- التعرف على قاسم لعدد طبيعي. - تعيين مجموعة قواسم عدد طبيعي. - خواص قواسم عدد طبيعي . - القاسم المشترك الأكبر. - خوارزمية الطرح (عمليات الطرح المتتالية). - خوارزمية إقليدس(القسمات الإقليدية المتتالية) - العددان الأوليان فيما بينهما وكتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال.

تقديم (مأخوذ من الدليل)

تعلم التلاميذ في السنوات السابقة اختزال كتابة كسرية بالاعتماد على قواعد قابلية القسمة. في السنة الرابعة تطرح مسألة الكسر غير القابل للاختزال. توجد عدة طرق لحل هذه المسألة انطلاقا من العلاقات الحسابية التي تعلمها التلميذ و التي تسمح له بالتعرف على قواسم مشتركة للبسط و المقام، وبعد أن يلاحظ أن مجموع و فرق مضاعفين لعدد طبيعي هما أيضا مضاعفين لهذا العدد، يمكن بناء خوارزمية إقليدس أو خوارزمية الفروق المتتابعة التي تسمح بحساب القاسم المشترك الأكبر.



الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 01
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : التعرف على قاسم لعدد طبيعي .	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرف على قاسم لعدد طبيعي.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر :** القسمة الإقليدية	ما هي المساويات التي تعبّر عن قسمة إقليدية: $20 = 3 \times 6 + 2$ ، $62 = 5 \times 11 + 7$ $18 = 6 \times 3 + 0$	متى نقول عن مساواة أنها قسمة إقليدية .
وضعية تعلم	الوصول إلى أنّه القول عن b قاسم لـ a حيث a و b عددان طبيعيان و $b \neq 0$ معناه أنّ باقي القسمة الإقليدية لـ a على b هو 0 (معدوما)	**حل النشاط 1 ص 8** 1) و ضع 26 كتاب في كل رف معناه أنه سيمتلأ 16 رفا و يبقى له 4 كتب ، لأن : $420 = 16 \times 26 + 4$ 2) و ضع 28 كتاب في كل رف معناه أنه سيمتلأ 15 رفا بالضبط لأن : $420 = 28 \times 15 + 0$ 3) العدد 28 قاسم للعدد 420 و العدد 26 ليس قاسما للعدد 420 .	متى نقول أن b قاسم لـ a حيث a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$ ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق** واستنتاج أيضا أنّه إذا كان b قاسم لـ a يمكن القول أنّ : • b يقسم a • a يقبل القسمة على b . • a مضاعف لـ b .	**حوصلة** a و b عددان طبيعيان حيث $b \neq 0$: **تعريف :** **b قاسم لـ a يعني باقي القسمة الإقليدية لـ a على b هو 0 (معدوما)** **مثال :** 11 قاسم للعدد 143 . لأن باقي القسمة الإقليدية لـ 143 على 11 هو 0 . أي 143 قابل للقسمة على 11 . 143 ← المقسوم ، 11 ← القاسم 0 ← الباقي ، 13 ← الحاصل **تعريف :** **b قاسم لـ a يعني يوجد عدد طبيعي q حيث: $a = q \times b$** **مثال :** 6 قاسم لـ 12 لأنّه يوجد عدد طبيعي 2 حيث : $12 = 6 \times 2$ ومنه يمكن القول أنّ : 6 يقسم 12 ، 12 يقبل القسمة على 6 ، 12 مضاعف لـ 6 . **ملاحظة :** 1) 1 قاسم لكل عدد طبيعي. 2) كل عدد طبيعي غير معدوم يقبل القسمة على نفسه .	هل العدد 13 قاسم للعدد 143 . a و b عددان طبيعيان غير معدومين . ما معنى a مضاعف لـ b ؟
إعادة الاستثمار		**تطبيق** - **تمرين 1 ص 14.** - **من أوكد تعلّماتي 1 و 2 ص 16 .**	

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 02
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : تعيين قواسم عدد طبيعي .	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرف على كيفية تعيين قواسم عدد طبيعي.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر :** تذكر متى يكون عدد طبيعي مضاعف عدد طبيعي آخر .	هل العدد 24 مضاعف للعدد 6 ؟ ولماذا ؟	متى نقول عن عدد أنه مضاعف لعدد آخر ؟
وضعية تعلم	الوصول بالتلميذ للتعرف على كيفية تعيين قواسم عدد طبيعي. يتدرب التلميذ من خلال هذا النشاط على تقنية البحث عن قواسم عدد طبيعي انطلاقا من كتابته على شكل جداء عاملين بكل الحالات الممكنة .	**حل النشاط 2 ص 8** **1) قواسم العدد 60 هي :** 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 10 ، 12 ، 15 ، 20 ، 30 ، 60 . **2) قواسم العدد 17 هي:** 1 و 17 . **قواسم العدد 48 هي :** 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 8 ، 12 ، 16 ، 24 ، 48 .	ما هي الطريقة المتبعة لإيجاد مجموعة قواسم عدد طبيعي ؟ متى نتوقف عن البحث لجميع الجداءات الممكنة لإيجاد جميع قواسم عدد طبيعي ؟

كتابة العدد 60 على شكل جداء عاملين	قواسم العدد 60
$60 = 1 \times 60$	1 و 60
$60 = 2 \times 30$	2 و 30
$60 = 3 \times 20$	3 و 20
$60 = 4 \times 15$	4 و 15
$60 = 5 \times 12$	5 و 12
$60 = 6 \times 10$	6 و 10

بناء و إرساء الموارد **حوصلة ما جاء في النشاط السابق**		**حـــــوصـــــلة** **طريقة :** **لإيجاد جميع قواسم عدد طبيعي غير معدوم نكتب العدد على شكل عددين طبيعيين بذكر جميع الحالات الممكنة .** **مثال:** لنبحث عن قواسم العدد 28 . **قواسم العدد 28 هي :** 1 ، 2 ، 4 ، 7 ، 14، 28 .

كتابة العدد 28 على شكل جداء عاملين	قواسم العدد 60
$28 = 1 \times 28$	1 و 28
$28 = 2 \times 14$	2 و 14
$28 = 4 \times 7$	4 و 7

إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** - التمرين 3 ص 14. - **من أوكد تعلّماتي** 3 ،4 و 7 ص 16 .	**عمل منزلي** **ت 4 ص 14**

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 03
المقطع 1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور.	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : خواص قواسم عدد طبيعي .	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرف على خواص قواسم عدد طبيعي.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر :** متى نقول عن عدد أنّه قاسم لعدد آخر.	هل 5 قاسم للعدد 100 ؟ ولماذا ؟	متى نقول عن عدد أنّه قاسم لعدد آخر ؟
وضعية تعلم	المتعلم يلاحظ من الخلال الوضعيات أنّه إذا كان عدد يقسم عددين آخرين فهو يقسم مجموعهما و فرقهما . و يقسم باقي قسمة أحدهما على الآخر.	**النشاط 3 ص 8** (مكيّف) **معالجة الحالتين 1 و 2 فقط** **تحقق من أنه :** **إذا كان n يقسم a و n يقسم b** **فإن n يقسم a+b و n يقسم a-b** **انقل و أكمل التخمين التالي : (إذا كان n ..... كلا من العددين a و b فإن n يقسم ..... و n يقسم .....)** **معالجة السؤال جـ** **تحقق من أنه :** **إذا كان n يقسم a و n يقسم b** **فإن n يقسم باقي القسمة الإقليدية** **انقل و أكمل التخمين التالي : (إذا كان n ..... كلا من العددين a و b فإن n يقسم .....)**	هل إذا قسم عدد طبيعي عددين طبيعيين فهو يقسم مجموعهما و طرحهما ؟ إذا قسم عدد طبيعيين فهل يقسم هذا العدد باقي القسمة الإقليدية للعدد الأكبر على الأصغر ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــوصـــلة** **خاصية 1 :** a ، b ، n أعداد طبيعية غير معدومة حيث $a \geq b$: - إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم كلا من $a+b$ و $a-b$. - إذا كان n يقسم a فإن n يقسم $k \times a$ حيث k عدد طبيعي . **مثال 01 :** 9 يقسم 90 و يقسم 900 إذن 9 يقسم 90-900 أي يقسم 810 و 9 يقسم 90+900 أي يقسم 990 **خاصية 2 :** a ، b ، n أعداد طبيعية غير معدومة حيث $a > b$: - إذا كان n يقسم كلا من a و b فإن n يقسم باقي القسمة الإقليدية لـ a و b . **مثال 02 :** 5 يقسم كلا من 90 و 25 إذن 5 يقسم باقي القسمة الاقليدية للعدد 90 على 25 . أي يقسم 15 . 90 | 25 15 | 3	هل العدد 3 يقسم العدد 6 إذا كان كذلك فهل 3 تقسم 5×6 ؟
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** **التمرين 12 ص 14**	**واجب منزلي** **ت 15 ص 14**

A	b	n	a+b	a-b
18	12	3		
35	15	5		

A	b	n	باقي القسمة الإقليدية لـ a على b
18	12	3	
35	15	5	

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 04
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : القاسم المشترك الأكبر.	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرف على القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين وكيفية تعيينه.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــــر الـــــــدرس	التقويـــــم
تهيئة **وضعية تعلم**	**يتذكر :** كيفية تعيين قواسم عدد طبيعي الوصول إلى معنى القاسم المشترك و من خلال القواسم المشتركة لعددين طبيعيين يمكن تحديد أكبرهما .	إعطاء مثال على السبورة و تحل من طرف التلاميذ . **حل النشاط 5 ص 8** **قواسم العدد 60 هي :** 1، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 10 ، 12، 15، 20 ، 30، 60. **قواسم العدد 42 هي :** 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 14 ، 21 ، 42 . **مجموعة القواسم المشتركة للعددين 60 و 42 هي :** 1 ، 2 ، 3 ، 6 . **أكبر قاسم مشترك للعددين 42 و 60 هو:** 6. إكمال الجملة : العدد 6 يسمى بالقاسم المشترك الأكبر للعددين 42 و 60 و نكتب : $PGCD(60;42)=6$.	ما هي الخطوات المتبعة لإيجاد مجموعة قواسم عدد طبيعي ؟ ما معنى القاسم المشترك ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــــوصـــــلة** **تعريف** - **القواسم المشتركة لعددين طبيعيين** a و b هي الأعداد الطبيعية غير معدومة التي تقسم a و b في آن واحد . - **يسمى أكبر قاسم مشترك لعددين طبيعيين** a و b القاسم المشترك الأكبر لهذين العددين ، و يرمز له بالرمز $PGCD(a;b)$ **مثال :** **14** قاسم مشترك لـ 28 و 42 لأن : $28=2\times 14$ و $42=3\times 14$ **قواسم العدد 28 هي :** 1 ، 2 ، 4 ، 7 ، 14 و 28 . **قواسم العدد 42 هي :** 1 ، 2 ، 3 ، 6 ، 7 ، 14 ، 21 و 42 . **إذن القواسم المشتركة للعددين 28 و 42 هي :** 1 ، 2 ، 7 و 14. القاسم المشترك الأكبر لـ 28 و 42 هو **14** و نكتب : $PGCD(28;42)=14$ **ملاحظة :** مجموعة القواسم المشتركة لعددين هي مجموعة قواسم قاسمهما المشترك الأكبر انظر المثال السابق : قواسم العدد 14 هي : 1 ، 2 ، 7 و 14. **نتائج مباشرة** a و b عددان طبيعيان. • $PGCD(a;a)=a$ • $PGCD(a;0)=a$ • إذا كان b قاسما للعدد a فإن $PGCD(a;b)=b$ • $PGCD(a;b)=PGCD(b;a)$ **مثال** $PGCD(28;28)=28$ $PGCD(7;0)=7$ $PGCD(40;8)=8$ $PGCD(8;40)=PGCD(40;8)$ **خاصيتان** a و b عددان طبيعيان. • $PGCD(a;b)=PGCD(b;a-b)$ مع $a\geq b$ • $PGCD(a;b)=PGCD(b;r)$ مع r هو باقي القسمة الإقليدية للعدد a على b . **مثال** $PGCD(21;40)=PGCD(14;7)=PGCD(7;7)=7$ $PGCD(45;18)=PGCD(18;9)=PGCD(9;0)=9$ لأن $45=18\times 2+9$ و $18=9\times 2+0$	ما هي الخطوات المتبعة لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين ؟
إعادة الاستثمار		**تـــــطبيق** **التمرين 17 ص 14**	**عمل منزلي** **ت 18 ص 14**

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 05
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: خوارزمية الطرح (عمليات الطرح المتتالية).	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: تعيين القاسم المشترك الأكبر باستعمال خوارزمية الفروق المتتالية.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر :** الخاصية 1	**التذكير الخاصية 01 :** a و b عددان طبيعيان حيث $a \geq b$ فإن : $PGCD(a\,;\,b) = PGCD(b\,;\,a-b)$ و إعطاء مثال على السبورة و يحل من طرف التلاميذ .	
وضعية تعلم	التلميـــذ يعـــرف الخطـوات اللازمـة لتعيين $PGCD$ باستعمال خوارزمية الفروق المتتالية . يســـتغل التلميـــذ الخاصية التي تقول ((إذا كان عدد يقسم عددين آخرين فهو يقسم فرقهما)) . **لتبريـر خوارزميـة البحث عن $PGCD$**	**حل النشاط 6 ص 9** **1)** حساب الفرق 140 - 252 : 252 - 140 = 112 شرح لماذا : $PGCD(252\,;140) = PGCD(140\,;112)$ لأن كل قاسم مشترك للعددين 252 و 140 هو قاسم للعدد 112 (فرقهما) **2)** إكمال الجدول : $PGCD(252\,;140) = PGCD(140\,;112)$ $= PGCD(112;28) = PGCD(84;28)$ $= PGCD(28;56) = PGCD(28;28)$ **3)** الاستنتاج: $PGCD(252\,;140) = 28$	ما هي الخطوات المتبعة لتعيين القاسم المشترك الأكبر باستعمال خوارزمية الفروق المتتابعة ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــــوصـــــلة** **نتيجة:** **لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين يمكن استعمال طريقة الفروق المتتابعة (خوارزمية الطرح) و القاسم المشترك الأكبر هو آخر فرق غير معدوم للفروق المتتابعة .** **مثال :** إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 117 و 91 باستعمال خوارزمية الفروق المتتالية (المتتابعة) : **لدينا :** $117 - 91 = 26$ $91 - 26 = 65$ $65 - 26 = 39$ $39 - 26 = 13$ $26 - 13 = 13$ $13 - 13 = 0$ **إذن :** $PGCD(117\,;91) = 13$	
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق مقترح** باستعمال خوارزمية الفروق المتتالية جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 378 و 315 . **إجابة مختصرة** $PGCD(378\,;315) = 6$	**عمل منزلي** ت 19 (أ و ج) فقط ص 14

العددان		فرقهما
252	140	112
140	112	28
112	**28**	**84**
84	**28**	**56**
56	**28**	**28**
2	**28**	**0**

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 06
المقطع 1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: خوارزمية إقليدس(القسمات الإقليدية المتتالية)	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: تعيين القاسم المشترك الأكبر باستعمال القسمات الإقليدية المتتابعة (خوارزمية إقليدس) .	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــــر الـــــــدرس	التقويـــــــم
تهيئة **وضعية تعلم** **بناء و إرساء الموارد** **إعادة الاستثمار**	**التذكير :** بالخاصية 02 التلميـــذ يعـــرف الخطـوات اللازمـة لتعيين $PGCD$ باستعمال خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية المتتالية) **حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**التذكير بالخاصية 02 :** إذا كان r هو باقي القسمة الإقليدية لـ a على b حيث $a \geq b$ فإن $PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$ و حل س **9** ص **15** **من أوكد تعلّماتي** على السبورة من طرف التلاميذ . **حل النشاط 6 ص 9 (الجزء ب)** **1)** التحقق بطريقة الفروق المتتابعة نعم يلزم 8 خطوات لتعيين القاسم المشترك الأكبر 765 و 135 . **2)** تعيين القاسم المشترك الأكبر لـ 765 و 135 بطريقة القسمة : **-1** إكمال الجملة : ((باقي القسمة الإقليدية لـ 765 على 135 هو **90**)) **-2** شرح لماذا : $PGCD(765;135) = PGCD(135;90)$ **لأن كل قاسم مشترك للعددين 765 و 135 هو قاسم لـ 90 باقي القسمة الاقليدية لـ 765 على 135 .** نقل وإتمام مع التبرير: $PGCD(135;90) = PGCD(90;\mathbf{45})$ لان: $135 - 90 = \mathbf{45}$ $PGCD(90;45) = PGCD(45;\mathbf{45})$ لان: $90 - 45 = \mathbf{45}$ **-3** القاسم المشترك الأكبر للعددين 765 و 135 هو 45 . **حـــــوصـــــلة** **نتيجة:** **لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين يمكن استعمال خوارزمية إقليدس و القاسم المشترك الأكبر هو آخر باقي غير معدوم للقسمات المتتابعة** **مثال :** إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1938 و 836 باستعمال القسمات الاقليدية المتتابعة (خوارزمية إقليدس) : لدينا: $1938 = 836 \times 2 + \mathbf{266}$ $836 = 266 \times 3 + \mathbf{38}$ $266 = 38 \times 7 + \mathbf{0}$ ومنه: $\mathbf{PGCD(1938;836) = 38}$ **تـــطبيق مـقترح** **س4 من النشاط السابق** باستعمال خوارزمية إقليدس ، جد القاسم المشترك الأكبر للعددين 3356 و 1528 . **إجابة مختصرة:** $PGCD(3356;1528) = 4$	ما هي الخطوات المتبعة لإيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين بطريقة القسمات الإقليدية المتتالية (خوارزمية إقليدس) ؟ **عمل منزلي** ت20 و 21 ص14

a	b	r
765	135	**90**
135	**90**	**45**
90	**45**	**0**

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 07
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: **العددان الأوليان فيما بينهما وكتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال.**	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرف على العددان الأوليان فيما بينهما وكيفية كتابة كسر على شكل كسر غير قابل للاختزال.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة **وضعية تعلم**	**التـــذكير:** بكيفيـــات إيجاد القاسم المشترك الأكبـــر و خاصـــة بخوارزمية إقليدس. **التلميذ:** - يعـرف أن العـددين الأوليان فيما بينهما عنـدما يكـون القاسـم المشترك الأكبر لهما يساوي 1 - كتابـة كسـر علـى شكل كسر غير قابل للاختزال	أوجد: ?= $PGCD(84;48)$ **نشـــاط مـــقترح** عيّن القاسم المشترك الأكبر لـ 14 و 9 . **الحل:** $PGCD(14;9)=1$ **إذن نقول أنّ 14 و 9 أوليان فيما بينهما .** **حل النشاط 7 ص 9** **1)** لا يمكن مواصلة اختزال الكسر $\frac{7}{4}$ لأن العددين 7 و4 عددان أوليان فيما بينهما. **2)** $PGCD(84;48)=12$ أي $\frac{84}{48}=\frac{84\div12}{48\div12}=\frac{7}{4}$ **ج- الطريقة : لكتابة كسر على الشكل غير قابل للاختزال نقسم كلا من بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما .**	مـا هـي الطـرق المستعملة لإيجاد القاسم المشـترك لعددين طبيعيين ؟ متـى نقـول عـن عـــددين أنهمـــا أوليـــان فيمـــا بينهما؟ مـا هـي الطريقـة المتبعـــة لكتابـــة كسـر علـى شكل كسـر غيـر قابـل للاختزال ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــــوصـــــلة** **1) العددان الأوليان فيما بينهما :** **تعريف** **العددان الطبيعيان a وb أوليان فيما بينهما معناه قاسمهما المشترك الأكبر يساوي1 ، ونكتب : $PGCD(a;b)=1$** **مثال :** العددان 15 و 22 أوليان فيما بينهما لأن $PGCD(22;15)=1$ العددان 14 و 8 غير أوليين فيما بينهما لأن $PGCD(8;14)=2$ **2) الكسور غير قابلة للاختزال :** **طريقة:** **لكتابة كسر على الشكل غي قابل للاختزال نقسم كلا من بسطه و مقامه على القاسم المشترك الأكبر لهما .** **مثال :** $PGCD(28;42)=14$ (اعتمادا على خوارزمية إقليدس) إذن : $\frac{28}{42}=\frac{28\div14}{42\div14}=\frac{2}{3}$ الكسر $\frac{2}{3}$ غير قابل للاختزال معناه 2 و 3 عددان أوليان فيما بينهما .	
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق مـقترح** **السؤال " د " من النشاط 8 ص 9 .** **الحل:** نعم الكسر $\frac{188}{252}$ قابل للاختزال : كتابته على شكل كسر غير قابل للاختزال : **أولا إيجاد القاسم المشترك الأكبر للعددين 188 و 252 :** $PGCD(188;252)=4$ **ثانيا الاختزال :** $\frac{188}{252}=\frac{188\div4}{252\div4}=\frac{47}{63}$ **إذن:** $\frac{47}{63}$ غير قابل للاختزال	**عمل منزلي** من 34 إلى 40 ص 15 من 46 إلى 55 ص 175

سلسلة التفوّق 01 " القاسم المشترك الأكبر".

التمرين 01 :
احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين في كل حالة من الحالات التالية باستعمال خوارزمية إقليدس:
1) 103 و 39 . **2)** 580 و 928 . **3)** 3 725 و 7 595 .
4) 71 037 و 224 512 .

التمرين 02 : (ش- ت- م دورة 2008)
1) أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 945 و 1215 .
2) اكتب الكسر $\frac{945}{1215}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين 03 : (ش- ت- م دورة 2016)
1) احسب القاسم المشترك الأكبر العددين 1053 و832.
2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .

التمرين 04 : (ش- ت- م دورة 2015)
1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 696 و 406 مع كتابة مراحل الحساب
2) اكتب $\frac{696}{406}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.
3) احسب العدد P حيث: $P = \frac{696}{406} - \frac{3}{7} \times \frac{5}{2}$

التمرين 05 :
1) اوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 1183 و 455 .
2) اكتب الكسر $\frac{455}{1183}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .
3) نعتبر العدد F حيث : $F = \frac{455}{1183} \times \frac{4}{2} + \frac{3}{13}$
ـ بيّن أن العدد $F = 1$.

التمرين 06 :
1) احسب الـ $PGCD$ للعددين 119 و 102 ، سمّه d .
2) احسب : $\frac{102}{d}$ و $\frac{119}{d}$.
3) تحقّق أنّ حاصلي القسمة في السؤال (2) أوليان فيما بينهما.

التمرين 07 :
1) بيّن أن العددين 682 و 496 ليس أوليان فيما بينهما دون حساب.
2) a و b عددان طبيعيان غير معدومين
حيث: $496a = 682b$
أ- عيّن القاسم المشترك الأكبر للعددين 682 و 496 .
ب- اكتب الكسر $\frac{a}{b}$ على الشكل غير قابل للاختزال.

التمرين 08 :
عيّن العدد الطبيعي a المحصور بين 195 و 235 والذي يحقق $PGCD(a; 288) = 24$.

التمرين 09 :
إليك العدد A حيث: $A = \frac{5175}{3825} + \frac{19}{17}$
1) احسب $PGCD(5175; 3825)$.
2) اكتب الكسر $\frac{5175}{3825}$ على الشكل غير القابل للاختزال.
3) استنتج كتابة للعدد A على الشكل $b + \frac{c}{d}$
حيث b ، c و d أعداد طبيعية مع b أكبر ما يمكن و c أصغر ما يمكن .

التمرين 10 :
حقل مستطيل الشكل طوله $116\ m$ وعرضه $80\ m$.
أراد صاحبه وضع أعمدة وتثبيت سياج حوله على أن يكون عمود في كل ركن من أركانه، وأن تكون المسافة التي تفصل بين كل عمودين متتاليين ثابتة.
1) ما هي أكبر مسافة يختارها صاحب الحقل بين كل عمودين متتاليين؟
2) ما هو عدد هذه الأعمدة؟

التمرين 11 : (ش- ت- م دورة 2010)
1) احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.
2) صفيحة زجاجية مستطيلة الشكل بعداها $1{,}40\ m$ و $2{,}20\ m$ جُزئت إلى مربعات متساوية بأكبر ضلع دون ضياع
أ- ما هو طول ضلع كل مربع ؟
ب- ما هو عدد المربعات الناتجة ؟

التمرين 12 :
حديقة مستطيلة الشكل بعداها $12\ dam$ ، $7{,}5\ dam$.
أراد صاحبها أن يقسمها إلى قطع مربعة الشكل و أن يكون طول ضلع كل مربع عدد طبيعي أكبر ما يمكن .
1) كيف يتم اختيار طول ضلع المربع ؟
2) ما هو عدد هذه القطع ؟

التمرين 13 :
لبائع الزهور 48 وردة و 72 قرنفلة يريد أن يستعمل كل هذه الزهور ليشكل أكبر عدد ممكن من الباقات المتماثلة.
1) ما هو عدد باقات الزهور ؟
2) ما هو عدد الورود في كل باقة؟
3) ما هو عدد القرنفل في كل باقة؟

التمرين 14 :
نريد غرس أشجار على محيط حديقة مثلثة الشكل على أن توجد شجرة في كل ركن من أركان الحديقة، و أن تكون المسافة التي تفصل الأشجار المتجاورة متساوية.
1) ما هي أكبر مسافة يمكن أن تفصل بين شجرتين متجاورتين إذا علمت أن الأبعاد الثلاثة للحديقة هي بالمتر: 42 و 70 و 98 ؟
2) ما هو عدد الأشجار التي يمكن غرسها حول هذه الحديقة ؟

الحساب على الجذور

الميدان: أنشطة عددية	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	

الحساب على الجذور التربيعية

مستوى الكفاءة المستهدف	الموارد
ما جاء في المنهاج: حلّ مشكلات من المادة و من الحياة اليومية المتعلقة بالأعداد الناطقة و الجذور التربيعية.	- الجذر التربيعي لعدد موجب . - حل المعادلة $x^2 = a$. - قواعد الحساب على الجذور التربيعية : جداء جذرين تربيعيين ، حاصل قسمة جذرين تربيعيين ، مجموع جذرين تربيعيين وفرقهما . - كتابة عدد ناطق على الشكل $a\sqrt{b}$. - تبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية . - تحويل مقام نسبة إلى عدد ناطق .

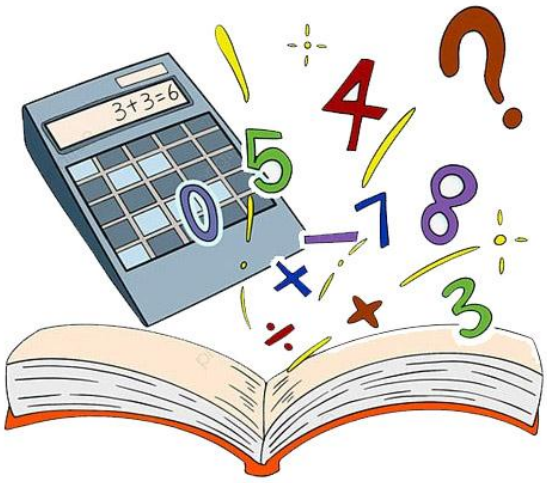
تقديم (مأخوذ من الدليل)

لقد سبق للتلميذ أن صادف خلال تعلماته في السنة الثالثة من التعليم المتوسط ، أعدادا مثل $\sqrt{2}$ و ذلك من خلال معالجة وضعيات حلها يتطلب توظيف مفهوم خاصية فيثاغورس.

في هذه السنة ، يتوسع سياق هذه المعارف ليشمل الأعداد الصماء، و في هذا الإطار يمكن للأستاذ اقتراح وضعية يطلب من التلميذ البرهان على أن $\sqrt{2}$ ليس عددا ناطقا. إنها فرصة يثبت فيها المتعلم ممارسة البرهنة و هذا ما يسمح له بالإدراك بضرورة تطوير كفاءات و ذلك باكتسابه لمعارف و إجراءات جديدة، ذات فعالية أكثر.

إن خواص الجذور التربيعية و العمليات عليها تسمح بتبسيط عبارات عددية أو جبرية. يكون هذا العمل منظّما و ينبغي أن يقوم به المتعلم بتمعن و يتجنب الاستعمال الآلي. فمثلا : الكتابة $3\sqrt{2}$ ليست هي الأفضل بالضرورة من الكتابة $\sqrt{18}$.
إن الكتابة $3\sqrt{2}$ تفيد و تناسب وضعية يطلب فيها حساب أطوال.

تعتبر الحاسبة وسيلة تعليمية ، يسمح استعمالها بالتعبير عن بعض النتائج و إعطاءها دلالة حقيقية. إضافة إلى القيم المضبوطة لبعض المقادير، يتمكن التلميذ من الوصول إلى إعطاء قيم تقريبية لهذه المقادير.



الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 01
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: الجذر التربيعي لعدد موجب .	**الدعائم:** ك المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب .	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة		**استعد : 1 ، 2 ، 3 ، 4 ص 19**	توجيه و إرشاد: **"جعل فرصة لجعل التلاميذ يميّزون بين العدد الظاهر على شاشة الآلة الحاسبة و العدد المخزن في ذاكرتها "**
وضعية تعلم	الوصول إلى تعريف الجذر التربيعي لعدد موجب.	**حل النشاط 1 ص 20** **1)** أ – حساب BC^2 باستعمال خاصية فيثاغورس : بما أن ABC قائم في A ، فإن : $BC^2 = AB^2 + AC^2$ أي : $BC^2 = 1^2 + 2^2$ و منه : $BC^2 = 5$ إذن : $BC = \sqrt{5}$ ب- نقل و إكمال: الطول BC هو العدد الموجب الذي مربعه : **5** **2)** أ-عند استعمال الآلة الحاسبة لحساب الطول BC **لا تظهر نفس النتيجة.** ب- تصريح إيمان صحيح و يمكن فقط الاعتماد على رقم آحاد العدد، أو $(2,236067978)^2 \neq 5$ **3)** الكتابة باستعمال الرمز $\sqrt{\ }$: $\sqrt{36} = 6$ ، $\sqrt{81} = 9$ ، $\sqrt{0,49} = 0,7$ **4)** إتمام : أ- $\sqrt{2^2} = 2$ ، $\sqrt{3^2} = 3$ ، $\sqrt{5^2} = 5$ ، $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ ب- $\sqrt{a^2} = a$ ، $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ (علما أن العدد a موجب)	ما هي الطريقة المتبعة لحساب طول ضلع مثلث قائم ؟ كم جذرا تربيعيا لعدد موجب ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــوصـــلة** **تعريف** **a عدد موجب .** **الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a .** **نرمز للجذر التربيعي للعدد a بالرمز $\sqrt{a}$ و نقرأ : الجذر التربيعي لـ a** **مثال 01 :** $\sqrt{4} = 2$ لأن 4 عدد موجب و $2^2 = 4$ كذلك $\sqrt{25} = 5$ ، $\sqrt{0} = 0$ ، $\sqrt{1} = 1$ • $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$ لأن $\frac{5}{3}$ عدد موجب و $\left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$ $\sqrt{0,04} = 0,2$ لأن 0,2 عدد موجب و $(0,2)^2 = 0,04$ **خواص:** **a عدد موجب** • **$\sqrt{a}$ هو العدد الموجب الذي مربعه a . أي : $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$** • **$\sqrt{a^2}$ هو العدد الموجب الذي مربعه a^2 . أي : $\left(\sqrt{a^2}\right)^2 = a^2$** **أي : $\sqrt{a^2} = a$** **مثال 02 :** $\left(\sqrt{5}\right)^2 = 5$ ، $\left(\sqrt{1,7}\right)^2 = 1,7$ ، $\left(\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^2 = \frac{1}{3}$ $\sqrt{3^2} = 3$ ، $\sqrt{21,6^2} = 21,6$ ، $\sqrt{\left(\frac{4}{7}\right)^2} = \frac{4}{7}$	الإشارة إلى أنّه على سبيل المثال: **$\sqrt{7}$ هو العدد الموجب الذي مربعه 7 .** **$\sqrt{7}$ليس عددا ناطقا ، لأنه لا يوجد عدد ناطق مربعه 7 .**
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** **التمرين 1 ص 26**	**عمل منزلي** من ت 2 إلى ت8 ص 26

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 02
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : حل المعادلة $x^2 = a$.	**الدعائم:** كتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: الوصول بالتلميذ إلى أن للمعادلة حلين (متعاكسين) على الأكثر .	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة		ما هو طول ضلع مربع مساحته $64\ m^2$.	
وضعية تعلم	الوصول إلى كيفية حل معادلة من الشكل $x^2 = a$ حيث a عدد معطى	**حل النشاط 3 ص 20** **1)** أ- إتمام الجدول : ب- وضع التخمين: (مربعي عددين متعاكسين هو **عدد موجب**) . ج- إثبات صحة التخمين: $b^2 = b \times b$ و $(-b)^2 = (-b) \times (-b) = b^2$ **2)** أ- نعم أوافق حل عُمر لأن : $(-3)^2 = 9$ و $3^2 = 9$ ومنه للمعادلة $x^2 = 9$ حلين هُما : -3 و 3 . ب- حل المعادلات : • المعادلة $x^2 = 25$ تقبل حلين : -5 و 5 • المعادلة $x^2 = 3$ تقبل حلين : $-\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$ • المعادلة $x^2 = 0$ تقبل حلا واحدا : 0 • المعادلة $x^2 = 0{,}04$ تقبل حلين : $-0{,}2$ و $0{,}2$ • المعادلة $x^2 = -9$ ليس لها حل . **3)**كتابة معادلة من الشكل $x^2 = b$: $x^2 = 0{,}25$ ، $x^2 = \frac{4}{9}$ ، $x^2 = 49$ **نستنتج أن : مربع أي عدد هو دائما عدد موجب**	ماذا نقول عن مربعي عددين متعاكسين ؟ لاحظنا أن كل معادلة مكتوبة من الشكل $x^2 = a$ كيف نحل هذه المعادلة في حالة : $b>0$ و $b=0$ و $b<0$
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة ما جاء في كيفية حل معادلة من الشكل $x^2 = a$**	**حـــوصـــلة** **خاصية1 :** **a عدد ناطق موجب .** **يوجد عددان متعاكسان هما $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$ مربع كل منهما يساوي a .** **ملاحظة :** مربع أي عدد هو دائما عدد موجب . **مثال :** $5^2 = 5 \times 5 = 25$ و $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$ **خاصية2 :** **a عدد كيفي .** - إذا كان $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين متعاكسين $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$ - إذا كان $a = 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلا واحدا و العدد 0 . - إذا كان $a < 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ لا تقبل أي حل . **مثال :** • المعادلة $x^2 = 9$ تقبل حلين هما : -3 و 3 . • المعادلة $x^2 = 5$ تقبل حلين هما : $-\sqrt{5}$ و $\sqrt{5}$. • المعادلة $x^2 = -1$ لا تقبل أي حل .	**أكمل ما يلي:** $\sqrt{a} \times \sqrt{a}$ $= \dots = \dots$ $(-\sqrt{a}) \times (-\sqrt{a})$ $= \dots = \dots$ **توجيه وإرشاد** نقبل أن العدد الحقيقي هو عدد إما ناطق و إما غير ناطق .
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** **التمرين 11 ص 26**	**عمل منزلي** **ت 12 ، 13، 14** ص 26 **دوري الآن 2** ص 23

x	$-\frac{3}{2}$	-1	0	1	$\frac{3}{2}$	2
x^2	$\frac{9}{4}$	1	0	1	$\frac{9}{4}$	4

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 03
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: **قواعد الحساب على الجذور التربيعية: (جداء جذرين تربيعيين)**	**الدعائم:** ك المدرسي، والمرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: كيفية حساب جداء جذرين تربيعيين .	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيــــــر الـــــــدرس	التقويـــــــم
تهيئة		استعد 5 ص 19	

المرحلة: وضعية تعلم

مؤشرات الكفاءة: الوصـــول إلـــى معرفـــة قاعـــدة حســـاب جـــداء جذريين تربيعيين

حل النشاط 4 ص 21

(1

a	b	$\sqrt{a}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{a}\times\sqrt{b}$	$a\times b$	$\sqrt{a\times b}$
4	36	**2**	**6**	**12**	**144**	**12**
9	25	**3**	**5**	**15**	**225**	**15**
0,16	49	**0,4**	**7**	**2,8**	**7.84**	**2,8**

2) وضع تخمينا حول العلاقة بين $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ و $\sqrt{a\times b}$:

نلاحظ أن : $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$

3) أ- تبرير أن كلا من العددين $\sqrt{a\times b}$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ **موجب :**

$(\sqrt{a\times b})^2=a\times b$

$(\sqrt{a}\times\sqrt{b})^2=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{a}\times\sqrt{b}$
$=\sqrt{a}^2\times\sqrt{b}^2$
$=a\times b$

ب- إتمام :

$(\sqrt{a\times b})^2=a\times b$

$(\sqrt{a}\times\sqrt{b})^2=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\sqrt{a}\times\sqrt{b}$
$=\sqrt{a}^2\times\sqrt{b}^2$
$=a\times b$

ج- استنتاج العلاقة بين $\sqrt{a\times b}$ و $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$:

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$$

التقويم: هل يمكن حساب $\sqrt{a\times b}$ لو كان a سالب و b و ماذا عن $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ ؟

المرحلة: بناء و إرساء الموارد

مؤشرات الكفاءة: **حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**

حـــــوصـــلة

خاصية1:

من أجل كل عددين موجبين a و b .

$$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$$
$$\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$$

أمثلة :

✓ $\sqrt{12}\times\sqrt{3}=\sqrt{12\times3}=\sqrt{36}=6$

✓ $\sqrt{28}=\sqrt{4\times7}=\sqrt{4}\times\sqrt{7}=2\sqrt{7}$

✓ $\sqrt{0{,}9}\times\sqrt{0{,}4}=\sqrt{0{,}36}=0{,}6$

✓ $\sqrt{36}=\sqrt{9\times7}=\sqrt{3^2\times7}=\sqrt{3^2}\times\sqrt{7}=3\sqrt{7}$

ملاحظة: في حالة a و b عددين سالبين فإن :

$\sqrt{a\times b}$ موجود مع أن $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ لا معنى له .

مثال : $\sqrt{(-9)\times(-4)}=\sqrt{36}=6$

التقويم: أكتب على شكل $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ كلا من : $\sqrt{72}$ ، $\sqrt{48}$

الإشارة إلى أنّ: تسمح الخاصية بالانتقال من $\sqrt{a\times b}$ إلى $\sqrt{a}\times\sqrt{b}$ و العكس

المرحلة: إعادة الاستثمار

تـــطبيق

التمرين 15 و 17 ص26 و 27

عمل منزلي

ت 16 ص 26

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 04
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: حاصل قسمة جذرين تربيعيين – مجموع جذرين تربيعيين وفرقهما .	**الدعائم:** الـكتاب الـمدرسي، و المرافقة ، المنهاج
الكفاءة المستهدفة: كيفية حساب حاصل قسمة جذرين تربيعيين و الوصول إلى أنّه: $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$ حيث $a > b$	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة **وضعية تعلم**	الوصـــول إلـــى معرفـــة قاعـــدة حســـاب حاصـــل قســـمة جـــذرين تربيعيين	**استعد 6 ص 19** **حل النشاط 3 ص 20** **1)** a | b | $\sqrt{a}$ | $\sqrt{b}$ | $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ | $\frac{a}{b}$ | $\sqrt{\frac{a}{b}}$ 36 | 4 | 6 | 2 | 3 | 9 | 3 25 | 100 | 5 | 10 | 0,5 | 0,25 | 0,5 0,81 | 0,09 | 0,9 | 0,3 | 3 | 9 | 3 −25 | −100 | | | | 0,25 | 0,5 **2)**وضع تخمينا حول العلاقة بين $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}}$: نلاحظ أن : $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ إذا كان a و b عددان موجبان و $b \neq 0$. **3)** أ- تبرير أن كلا من العددين $\sqrt{\frac{a}{b}}$ و $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ **موجب :** $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ | $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\sqrt{a}^2}{\sqrt{b}^2} = \frac{a}{b}$ **ب-** إتمام : $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ | $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{\sqrt{a}^2}{\sqrt{b}^2} = \frac{a}{b}$ **ج- استنتاج العلاقة بين** $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ و $\sqrt{\frac{a}{b}}$ **:** إذا كان a و b عددين موجبين $b \neq 0$ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ **حـــوصـــلة** **خاصية 2 :** **من أجل كل عددين موجبين a و b حيث $b \neq 0$:** $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ **مثال :** $\sqrt{\frac{7}{36}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{36}} = \frac{\sqrt{7}}{6}$ ، $\sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = \frac{5}{3}$ ، $\frac{\sqrt{60}}{\sqrt{15}} = \sqrt{\frac{60}{15}} = \sqrt{4} = 2$ **ملاحظة1:** في حالة a و b عددين سالبين فإنّ $\sqrt{\frac{a}{b}}$ موجود مع $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ **مثال :** $\sqrt{\frac{-36}{-4}} = \sqrt{9} = 3$ لا معنى له . **ملاحظة2:** a و b عددان موجبان تماما . $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a}+\sqrt{b}$ و $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a}-\sqrt{b}$ حيث $a > b$. **تـــطبيق** **التمرين 20 و 21 ص 27**	هـل يمكـن حسـاب $\sqrt{\frac{a}{b}}$ لو كان a سالب و b و ماذا عن $\sqrt{a}$ و $\sqrt{b}$ ؟ **قارن بين:** $\sqrt{16+9}$ و $\sqrt{16}+\sqrt{9}$ ماذا تستنتج ؟ **قارن بين:** $\sqrt{100-36}$ و $\sqrt{100}-\sqrt{36}$ ماذا تستنتج؟
بناء و إرساء الموارد **إعادة الاستثمار**	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**		

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 05
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: كتابة عدد ناطق على الشكل $a\sqrt{b}$.	**الدعائم:** الكتاب المدرسي، و المرافقة ، المنهاج .
الكفاءة المستهدفة: معرفة التلميذ كيفية تبسيط عدد غير ناطق وكتابته على الشكل $a\sqrt{b}$	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــــر الـــــــدرس	التقويـــــــم
تهيئة	**التـــذكير بالخاصـــيتين** $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$ من أجل كل عددين موجبين a و b.	- احسب بتمعّن ما يلي: $\sqrt{6}\times\sqrt{24}$ و $\sqrt{32}$. - اتمم ما يلي: $\sqrt{2^2}=\cdots$ ، $\sqrt{7^2}=\cdots$	اتمم ما يلي: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\cdots$ $\sqrt{a^2}=\cdots$
وضعية تعلم	الوصـول إلـى كيفيـة تبسيط عدد غير ناطق و كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$ حيـث b و a عـددان طبيعيـان و b أصـغر ما يمكن .	**نشاط مقترح 01** 1)اكتب كلا من الأعداد الآتية التي هي من الشكل $\sqrt{n}$ حيث n عدد طبيعي على الشكل $\sqrt{a^2\times b}$ حيث a^2 أكبر مربع يقسم العدد n: $\sqrt{8}$، $\sqrt{32}$، $\sqrt{48}$ 2)اكتب النتائج المتحصل عليها على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان موجبان. **نشاط مقترح 02** - بسّط ما يلي : $\sqrt{50}$ ، $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{175}$	
بناء وإرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــــوصـــــلة** **طريقة** **a و b عددان موجبان حيث $\sqrt{a^2b}=a\sqrt{b}$** **تبسيط عدد غير ناطق هو كتابته على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث b و a عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن .** **مثال :** $\sqrt{50}=\sqrt{25\times2}=\sqrt{5^2\times2}=5\sqrt{2}$ نقول إننا بسطنا العدد غير ناطق $\sqrt{50}$. $\sqrt{12}=\sqrt{4\times3}=\sqrt{2^2\times3}=2\sqrt{3}$ نقول إننا بسطنا العدد غير ناطق $\sqrt{12}$. $\sqrt{80}=\sqrt{16\times5}=\sqrt{4^2\times5}=4\sqrt{5}$ نقول إننا بسطنا العدد غير ناطق $\sqrt{80}$.	
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** **التمرين 18 ص 27 .**	**عمل منزلي** **حل ت 19 ص 27**

الميدان: أنشطة عددية .	**المذكرة:** 06
المقطع1: الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي: تبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية .	**الدعائم:** ك المدرسي، و المرافقة، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: التعرّف على كيفية تبسيط عبارات تتضمن جذورا تربيعية .	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر:** تبسيط الجذور أي كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن.	اكتب كلا من $\sqrt{288}$ و $\sqrt{363}$ على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b و a عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن . **نشـــاط مـــقترح**	
وضعية تعلم	الوصول إلى كيفية تبسيط عبارات جبرية تتضمن جذورا تربيعية.	**1)** اكتب كلا من الأعداد: $\sqrt{8}$ ، $\sqrt{18}$ و $\sqrt{50}$ على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b و a عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن . **2)** استنتج عبارة مبسطة للعدد E حيث: $E = \sqrt{8} - 3\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 7\sqrt{2}$ **حـــوصـــلة** **طريقة: تبسيط الجذور أي كتابتها على الشكل $a\sqrt{b}$**	ما هي الكيفية التي نستعملها للتبسيط ؟
بناء وإرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**مثال1:** لنبسط العبارة التالية : $A = 3\sqrt{27} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{3}$ نكتب كل حدود العبارة A على الشكل $a\sqrt{b}$: لدينا: $\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{3^2 \times 3} = 3\sqrt{3}$ $\sqrt{12} = \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3}$ فتصبح العبارة: $A = 3(3\sqrt{3}) + 5(2\sqrt{3}) - 2\sqrt{3}$ أي: $A = 9\sqrt{3} + 10\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ **ثم نطبق الخاصية التوزيعية نجد :** $A = (9 + 10 - 2)\sqrt{3}$ $= 17\sqrt{3}$ إذن: $A = 17\sqrt{3}$ **مثال 2:** لنبسط العبارة التالية : $B = \sqrt{48} + 5\sqrt{8}$ نكتب حدّي العبارة B على الشكل $a\sqrt{b}$: لدينا: $\sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = \sqrt{4^2 \times 3} = 4\sqrt{3}$ $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{2^2 \times 2} = 2\sqrt{2}$ فتصبح العبارة: $B = 4\sqrt{3} + 5(2\sqrt{2})$ ومنه : $B = 4\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$	
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق** **من أوظف تعلماتي ت 26 ص 27**	**عمل منزلي** دوري الآن1ص 25 و ت 27 و28 ص27

الميدان: أنشطة عددية	**المذكرة:** 07
المقطع 1 : الأعداد الطبيعية و الأعداد الناطقة و الحساب على الجذور .	**المستوى:** 4 متوسط
المورد المعرفي : تحويل مقام نسبة إلى عدد ناطق .	**الدعائم:** ك المدرسي، و المرافقة ، المنهاج.
الكفاءة المستهدفة: يعرف التلميذ كيفية تحويل مقام نسبة إلى عدد ناطق.	**الأستاذ:** محمد العربي موساوي

المراحل	مؤشرات الكفاءة	سيـــــر الـــــدرس	التقويـــــم
تهيئة	**يتذكر:** الخاصية $(\sqrt{a})^2 = a$	اكمل ما يلي: $\sqrt{11} \times \sqrt{11} = \cdots$	اكمل ما يلي: $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = \cdots$
وضعية تعلم	الوصول إلى كيفية تحويل مقام النسبة إلى عدد ناطق .	**نشـــاط مقتـــرح** **1)** ما هي النسب التي مقاماتها أعداد غير ناطقة من النسب التالية: $\frac{1}{2\sqrt{3}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{15}$ ، $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}}$ ، $\frac{2\sqrt{7}}{11}$ ، $\frac{3}{\sqrt{5}}$ **2)** انقل واتمم ما يلي: $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{3\times \dots}{\sqrt{5}\times \dots} = \frac{\dots}{5}$ النسبة المتحصّل عليها هي نسبة مقامها ..... **3)** اكتب على شكل نسب مقاماتها أعداد ناطقة للنسب المتبقية التي مقاماتها أعداد غير ناطقة.	كيف نحول مقام نسبة إلى نسبة مقامها عدد ناطق ؟
بناء و إرساء الموارد	**حوصلة كل ما جاء في النشاط السابق**	**حـــوصـــلة** **طريقة** **لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عددا ناطقا نضرب كلا من a و $\sqrt{b}$ في العدد $\sqrt{b}$ حيث (a عدد ناطق و b عدد ناطق موجب غير معدوم) .** **مثال :** كتابة كل عدد مما يلي على شكل نسبة مقامها عدد ناطق: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{13}}{\sqrt{13}\times\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{26}}{13}$ $\frac{9}{2\sqrt{7}} = \frac{9\times\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\times\sqrt{7}} = \frac{9\sqrt{7}}{2\times7} = \frac{9\sqrt{7}}{14}$ $\frac{\sqrt{2}-1}{5\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{2}-1)\times\sqrt{2}}{5\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{2-\sqrt{2}}{5\times2} = \frac{2-\sqrt{2}}{10}$	
إعادة الاستثمار		**تـــطبيق مـقترح** **1)** اجعل مقام كل من النسب الآتية عددا ناطقا : $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{5}}$ ، $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$ ، $\sqrt{\frac{25}{12}}$. **2)** بيّن أنّ: $\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	**عمل منزلي** ت22 و23 ص27

حـل معـــادلة من الشكل: $x^2 = a$

التمرين 01 :

حل كل معادلة مما يلي :

$x^2 = 64$ ، $x^2 = 289$ ، $x^2 = -4$ ، $x^2 - 13 = 0$

$x^2 - \frac{9}{25} = 0$ ، $5x^2 - 20 = 0$

استعمـــال المساواة: $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

التمرين 02 :

احسب ما يلي:

$\sqrt{121 \times 49}$ ، $\sqrt{0.25 \times 0.36}$ ، $\sqrt{10^4 \times 10^{-2}}$

$\sqrt{32} \times \sqrt{\frac{1}{2}}$ ، $\sqrt{8} \times \sqrt{0.5}$ ، $\sqrt{\frac{1}{27}} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$

استعمـــال المساواة: $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

التمرين 03 :

بسّط كل عدد مما يلي واعط النتيجة على شكل كسر:

$\sqrt{\frac{1}{2\,500}}$ ، $\sqrt{\frac{144}{121}}$ ، $\sqrt{\frac{13}{637}}$ ، $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}}$ ، $\frac{\sqrt{6875}}{\sqrt{1100}}$

استعمـــال المساواة: $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$

التمرين 04 :

- اكتب كل عدد مما يلي على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما ممكن:

$\sqrt{18}$ ، $\sqrt{216}$ ، $\sqrt{18}$ ، $\frac{2\sqrt{27}}{3}$

- اكتب كل عدد مما يلي على الشكل $\sqrt{n}$ حيث n عدد طبيعي :

$3\sqrt{5}$ ، $5\sqrt{3}$ ، $4\sqrt{4.5}$ ، $\frac{\sqrt{24}}{2}$

تحـــويل مقام نسبة إلى عدد ناطق

التمرين 05 :

اكتب كل عدد مما يلي على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$\frac{2}{\sqrt{5}}$ ، $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{40}}$ ، $\frac{1+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}$

تمـــارين عامـــة

التمرين 06 : (ش- ت- م دورة 2016)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر العددين 1053 و832.
2) اكتب الكسر $\frac{1053}{832}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال .
3) اكتب العدد $C = \sqrt{1053} + 2\sqrt{832} - 8\sqrt{117}$ على الشكل $a\sqrt{13}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه.

التمرين 07 : (ش- ت- م دورة 2011)

1) اكتب المجموع A على الشكل $a\sqrt{5}$ (a عدد طبيعي)
حيث : $A = \sqrt{125} + \sqrt{45} - \sqrt{20}$
2) احسب $A \times \frac{\sqrt{5}}{30}$ مبينا مراحل الحساب .

التمرين 08 : (ش- ت- م دورة 2014)

إليك الأعداد A، B، C حيث:

$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4}$ ، $B = \frac{1{,}2 \times 10^{-2} \times 7}{12{,}5 \times 10^3}$ ،

$C = \sqrt{175} - \sqrt{112} + 6\sqrt{7}$

1) احسب A ثم اكتبه على الشكل العشري.
2) أعط الكتابة العلمية للعدد B .
اكتب C على ابسط شكل ممكن.

التمرين 09 : (ش- ت- م دورة 2020)

إليك العددين :

$A = \frac{2}{3} + \frac{7}{3} \times \frac{5}{14}$ و $B = 2\sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7}$

1) اكتب A على شكل كسر غير قابل للاختزال .
2) اكتب B على الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح .

التمرين 10 : (ش- ت- م دورة 2019)

ليكن العددان الحقيقيان A ، B حيث :

$A = \frac{9}{7} \times \left(\frac{10}{3} - 1\right)$ و $B = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{12} - \sqrt{48}$

1) بيّن أن A عدد طبيعي .
2) اكتب العدد B على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .
3) اكتب $\frac{A}{B}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين 11 : (ش- ت- م دورة 2018)

A و B عددان حيث:

$A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$ و $B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12}$

1) بيّن أن A عدد طبيعي .
2) اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .
بيّن أن: $\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

التمرين 12 : (ش- ت- م دورة 2022)

A و B عددان حيث:

$A = \sqrt{80} + 2\sqrt{125} - 3\sqrt{20}$ و $B = \frac{2+\sqrt{2}}{2}$

1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي.
2) اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3) بيّن أنّ $B \times (\sqrt{2} - 1)$ عدد طبيعي.

التمرين 13 : (ش- ت- م دورة 2009)

لتكن الأعداد A ، B ، C حيث :

$C = \sqrt{5} + 1$ ، $B = 2\sqrt{45}$ ، $A = \sqrt{80}$

1) اكتب $A + B$ على الشكل $a\sqrt{5}$ حيث a عدد طبيعي .
2) بين أن $A \times B$ هو عدد طبيعي .
3) اكتب $\frac{C^2}{\sqrt{5}}$ على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .

التمرين 14 : (ش- ت- م دورة 2007)

ليكن العددان :

$A = \sqrt{98} + 3\sqrt{32} - \sqrt{128}$ و $B = \frac{3}{2} + \frac{5}{4} \times \frac{2}{3}$

1) اكتب A على شكل $a\sqrt{2}$ حيث a عدد طبيعي .
2) بسّط العدد B ثم بيّن أن : $\frac{A^2}{33} - 3B = \frac{1}{3}$.

التمرين 15 : (ش- ت- م دورة 2013)

1) ليكن العدد الحقيقي A حيث:

$A = \sqrt{3}(\sqrt{3} - 1) + \sqrt{27} + 1$

2) بين أن : $A = 4 + 2\sqrt{3}$
3) ليكن العدد الحقيقي B حيث: $B = 4 - 2\sqrt{3}$

- بين أن $A \times B$ عدد طبيعي.

التمرين 16 : (ش- ت- م دورة 2017)

A ، B عددان حقيقيان : $A = \sqrt{108} - \sqrt{12}$ ، $B = \frac{3}{2\sqrt{3}}$

1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .
2) اكتب العدد Bعلى شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3) بيّن أن C هو عدد طبيعي حيث :

$C = (A + 1)(8B - 1)$

التمرين 17 : (ش- ت- م دورة 2012)

ليكن العددان الحقيقيان m و n حيث:

$m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$

و $n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7})$

1) اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7} + b$ بحيث a و b عددان نسبيان.
2) بيّن أن الجداء $m \times n$ عدد ناطق.

اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا.

التمرين 18 : (ش- ت- م دورة 2021)

1) احسب القاسم المشترك الأكبر العددين 567 و 448.
2) اكتب على الشكل $a + b\sqrt{7}$ كلا من العددين:

$A = \sqrt{2} \times \sqrt{8} + \sqrt{448} - \sqrt{567}$

و $B = \sqrt{63} - \sqrt{28} + 4$

3) x عدد حقيقي غير معدوم. أوجد قيم x بحيث:

$\frac{x}{4 + \sqrt{7}} = \frac{4 - \sqrt{7}}{x}$

التمرين 19 :

A ، B ، C أعداد حقيقية حيث:

$A = \sqrt{18} - \sqrt{20}$ ، $B = \sqrt{98} - \sqrt{5}$ ،

$C = -4\sqrt{2} + 3\sqrt{5}$

1) اكتب على ابسط شكل ممكن كلا من A و B .
2) احسب الجداء $A \times B$.
3) احسب المجموع S حيث: $S = A + B - C$.
4) احسب القيمة المقرّبة إلى 10^{-2} بالنقصان للعدد S .

التمرين 20 :

إليك العددين:

$A = \sqrt{24} - 3\sqrt{6} + \sqrt{54} + 5$ ، $B = \frac{5\sqrt{3}-6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

1) بسّط العدد A .
2) بيّن أن : $B = 5 - 2\sqrt{6}$
3) بيّن أن العدد A مقلوب العدد B .

التمرين 21 :

a و b عددان حيث: $a = \frac{(\sqrt{7}-\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$ ، $b = \frac{(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{\sqrt{7}}$

1) اكتب كلا من العددين a و b على شكل كسر مقامه عدد ناطق.
2) احسب مساحة و محيط المستطيل الذي بعداه a و b (وحدة الطول هي السنتيمتر)

التمرين 22 :

نعتبر المثلث ABC القائم في A و المتساوي الساقين حيث $AC = x$.

1) احسب الطول BC بدلالة x .
(تعطى النتيجة على الشكل $a\sqrt{b}$)
2) عبّر عن P محيط المثلث ABC بدلالة x .
3) احسب المدور إلى جزء من المئة لـ P في كل من الحالتين:

الحالة 1 : $x = 3\ cm$ **الحالة 2 :** $x = 5\ cm$