

تذكّر:

❖ القاسم المشترك الأكبر لعددين a و b هو أكبر قاسم مشترك لهما ونرمز له بـ: $PGCD(a; b)$.

❖ طريقة إيجاد القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

خوارزمية إقليدس (القسمات الإقليدية)

مثال: أوجد $PGCD(156; 132)$

$$156 = 132 \times 1 + 24$$

$$132 = 24 \times 5 + 12$$

$$24 = 12 \times 2 + 0$$

اذن: $PGCD(156; 132) = 12$

خوارزمية إقليدس (عملية الطرح المتتالية)

مثال: أوجد $PGCD(156, 132)$

$$156 - 132 = 24$$

$$132 - 24 = 108$$

$$108 - 24 = 84$$

$$84 - 24 = 60$$

$$60 - 24 = 36$$

$$36 - 24 = 12$$

$$24 - 12 = 12$$

$$12 - 12 = 0$$

اذن: $PGCD(156; 132) = 12$

ملاحظات:

1. a و b أوليان فيما بينهما (معناه $PGCD(a; b) = 1$)

معناه (الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال).

1- لا اختزال الكسر $\frac{a}{b}$ الى كسر غير قابل للاختزال يكفي قسمة كلا من

a و b على $PGCD(a; b)$.

❖ الأولوية في الحساب:

* في سلسلة عمليات نجري:

* العمليات داخل الأقواس والداخلية أولا.

* العمليات على القوى.

* الضرب والقسمة قبل الجمع والطرح.

❖ الكتابة العلمية لعدد:

كتابة عدد عشري كتابة علمية تعني كتابته على شكل $a \times 10^n$ حيث n عدد صحيح نسبي و a عدد عشري مكتوب برقم واحد (غير معدوم) قبل الفاصلة.

أمثلة:

$$4800 = 4.8 \times 10^3$$

$$12,05 = 1,205 \times 10^1$$

$$0,067 = 6.7 \times 10^{-2}$$

تمارين

التمرين 01:

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 1631 و 932.

2. اكتب الكسر $\frac{1631}{932}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

3. احسب العدد A حيث: $A = \frac{1631}{932} - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2}$

التمرين 02:

1. أوجد القاسم المشترك الأكبر للعددين 130 و 88.

2. هل العددين 130 و 88 أوليان فيما بينهما؟ برّر إجابتك.

3. اجعل الكسر $\frac{88}{130}$ على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 03:

x و y عدنان طبيعيان بحيث: $216x = 132y$

1. احسب الكسر $\frac{x}{y}$.

2. واعط الناتج على شكل كسر غير قابل للاختزال.

التمرين 04: اليك الاعداد A و B حيث:

$$A = \frac{133}{27} ; B = \frac{90 \times (10^3)^2 \times 12 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3}$$

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 133 و 27. ماذا

تستنتج بالنسبة للكسر A .

2. اعط الكتابة العلمية للعدد B .

الوضعية الإدماجية 01: (BEM 2010)

1. احسب القاسم المشترك الأكبر للعددين 140 و 220.

2. صفحة زجاجية مستطيلة الشكل بعدها $1,40 m$ و $2,20 m$

جزئت إلى مربعات متساوية بأكثر ضلع دون ضياع.

أ- ماهو طول ضلع كل مربع؟

ب- ماهو عدد المربعات الناتجة؟

الوضعية الإدماجية 02:

اشترى عمي سعيد 1392 كراسا و 812 كتابا بغية توزيعها على أكبر

عدد ممكن من التلاميذ المحتاجين بحيث كل تلميذ يحصل على كرaris

وكتب في ان واحد ويجب ان تكون القسمة عادلة.

1. على كم تلميذ يمكن توزيع كل الكراسي وكل الكتب؟

2. كم كراس وكم كتاب يحصل كل تلميذ؟

الوضعية الإدماجية 03:

يريد المسؤولون عن الحماية المدنية وضع 240 عون حماية و 105

ضابطاً للحماية المدنية في مجموعات متماثلة وبأكبر عدد ممكن من

الأفراد.

1. احسب عدد المجموعات التي تم تشكيلها.

2. احسب عدد أعوان الحماية وعدد الضباط في كل مجموعة

الوضعية الإدماجية 04:

عمي محمد الفلاح، يملك حقل نخيل مستطيلة الشكل طولها $135 m$ و

عرضها $39 m$ يريد تسييجها.

لهذا الغرض يغرس أعمدة متساوية المسافة عن بعضها البعض، حيث تكون

هذه المسافة عدد طبيعي مقاس بـ m و أكبر من $2 m$ ، بالإضافة إلى ذلك

يضع عمود في كل ركن من أركان الحقل.

1. ماهي المسافة الفاصلة بين كل عمودين؟

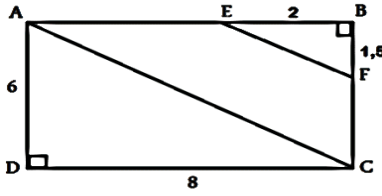
2. ماهو عدد الأعمدة؟

بالتوفيق والنجاح



تذكر :

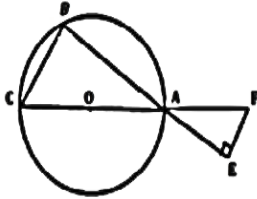
التمرين 02: (BEM 2018) (وحدة الطول هي cm)
 ABCD مستطيل حيث: $AD = 6$ و $DC = 8$



- احسب الطول AC .
- بين أن F و E نقطتان من الضلعين $[AB]$ و $[AC]$ على الترتيب حيث: $BE = 2$ و $BF = 1,5$ - بين أن: $(AC) \parallel (EF)$.

التمرين 03: اليك الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

$BC = 5 \text{ cm}$; $EF = 1 \text{ cm}$; $AF = 2,6 \text{ cm}$



- بين أن المثلث ABC قائم في B .
- استنتج أن: $(EF) \parallel (BC)$.
- احسب AE ; AC .

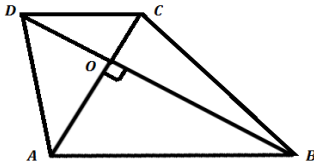
التمرين 04: (BEM 2015)

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية.

ABCD رباعي قطراه متعامدان ومقاطعان في O حيث :

$OB = 18 \text{ cm}$; $OA = 12 \text{ cm}$

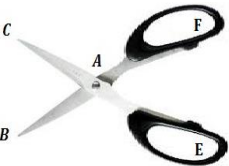
$OD = 7,5 \text{ cm}$; $OC = 5 \text{ cm}$



- برهن أن المستقيمين (CD) و (AB) متوازيان.
- احسب الطول AB .

الوضعية الإدماجية 01:

الشكل المقابل يمثل مقص ، مهما كانت الفتحة فإن :



$(EF) \parallel (BC)$ متوازيان حيث :

$AC = AB = 5 \text{ cm}$, $AE = AF = 6 \text{ cm}$

عند استعمال هذا المقص فإن أكبر فتحة بين

F و E تساوي 9 cm .

• احسب أكبر فتحة بين B و C .

الوضعية الإدماجية 02: (BEM 2016)

لجدك قطعة أرض لها الشكل المقابل حيث:

ABCD مستطيل أبعاده 40 m و 50 m

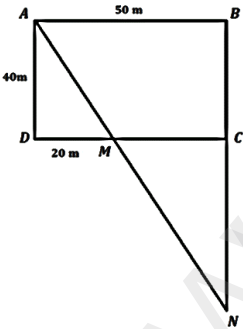
و نقطة M من $[DC]$ حيث: $DM = 20 \text{ m}$

نقطة تقاطع (BC) و (AM) .

الجزء الأول :

1. بين أن: $\frac{MA}{MN} = \frac{2}{3}$

2. احسب الطول BN .



بالتوفيق والنجاح

العلم ليس سوى إعادة
 ترتيب لتفكيرك
 اليومي



نظرية طالس:

النظرية: إذا كان (AB) و (AC) مستقيمان متقاطعان في A .
 F و E نقطتان من (AB) و (AC) على الترتيب ويختلفان عن A
 و $(EF) \parallel (BC)$ ، فإن :

وضعية الفراشة

$\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC}$

أو

$\frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AF} = \frac{BC}{EF}$

ملاحظة:

تسمح نظرية طالس من

حساب الأطوال .

النظرية العكسية:

إذا كان $\frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC}$ والنقاط B, E, A و C, F, A بنفس الترتيب ، فإن

$(EF) \parallel (BC)$

ملاحظة:

تسمح النظرية العكسية لطالس من إثبات أن المستقيمين متوازيان .

استنتاج أن: $(EF) \parallel (BC)$

لدينا :

$(BE) \perp (EF)$

$(BE) \perp (BC)$

ومنه : $(EF) \parallel (BC)$

إثبات أن: $(EF) \parallel (BC)$

في المثلث ABC .

E منتصف $[AB]$ و F منتصف $[AC]$ ،

اذن حسب خاصية مستقيم المنتصفين فإن:

$(EF) \parallel (BC)$

نظرية فيثاغورس:

النظرية:

إذا كان المثلث ABC قائم في A ، فإن

مربع طول الوتر يساوي مجموع

مربعي طولي الضلعين الآخرين.

$BC^2 = AB^2 + AC^2$

النظرية العكسية:

إذا كانت أطوال المثلث ABC تحقق: $BC^2 = AB^2 + AC^2$

فإن المثلث ABC قائم في A .

ملاحظة:

المثلث إذا كان أحد اضلاعه قطر للدائرة المحيطة به فهو مثلث قائم .

تمارين

التمرين 01:

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).

$AB = 6$; $AC = 4,5$; $BC = 9$; $AF = 1,5$

$BM = 6$ و $(EF) \parallel (BC)$.

1. احسب طول AE .

2. بين أن: $(EM) \parallel (AC)$.

التمرين 01:

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).

$AB = 6$; $AC = 4,5$; $BC = 9$; $AF = 1,5$

$BM = 6$ و $(EF) \parallel (BC)$.

1. احسب طول AE .

2. بين أن: $(EM) \parallel (AC)$.

التمرين 01:

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).

$AB = 6$; $AC = 4,5$; $BC = 9$; $AF = 1,5$

$BM = 6$ و $(EF) \parallel (BC)$.

1. احسب طول AE .

2. بين أن: $(EM) \parallel (AC)$.

تذكير :

التمرين 04: لتكن الأعداد B, A حيث :

$$B = 2\sqrt{125} \quad ; \quad A = \sqrt{180}$$

1. أكتب A و B على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عدنان موجبان و b أصغر ما يمكن .
2. بين أن $A \times B$ عدد طبيعي .
3. حل المعادلة $x^2 = A \times B$.

التمرين 05: (BEM 2012)

ليكن العددين الحقيقيين m و n حيث :

$$n = (\sqrt{7} + 3)(4 - \sqrt{7}) \quad , \quad m = \sqrt{112} - 3\sqrt{28} + 3\sqrt{7} - \sqrt{25}$$

1. اكتب كلا من العددين m و n على الشكل $a\sqrt{7} + b$ حيث a و b عدنان نسبتيان .
2. بين أن الجداء $n \times m$ عدد ناطق .
3. اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{7}}$ عددا ناطقا .

التمرين 06: (BEM 2014)

إليك الأعداد A و B و C حيث :

$$A = \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \times \frac{7}{4} \quad , \quad B = \frac{1,2 \times 10^{-2} \times 7}{12,5 \times 10^3}$$

1. احسب A ثم اكتبه على الشكل العشري .
2. اعط الكتابة العلمية للعدد B .
3. اكتب C على أبسط شكل ممكن .

التمرين 07: (BEM 2017)

 B و A عدنان حقيقيان حيث :

$$B = \frac{3}{2\sqrt{3}} \quad , \quad A = \sqrt{108} - \sqrt{12}$$

1. اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .
2. اكتب العدد B على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
3. بين أن C هو عدد طبيعي حيث : $C = (A + 1)(8B - 1)$

التمرين 08: (BEM 2018)

 A و B عدنان حيث :

$$B = 2\sqrt{27} - 2\sqrt{3} + \sqrt{12} \quad \text{و} \quad A = 3\sqrt{8} \times \sqrt{2}$$

1. بين أن A عدد طبيعي .
2. اكتب العدد B على شكل $a\sqrt{3}$ حيث a عدد طبيعي .
3. بين أن : $\frac{A}{B} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

الوضعية الإدماجية:

 a و b عدنان حقيقيان حيث :

$$a = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} \quad ; \quad b = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

1. اكتب كلا من العددين a و b على شكل نسبة مقامها عدد ناطق .
2. احسب مساحة قطعة أرض مستطيلة الشكل التي بعدها a و b (وحدة الطول هي الكيلومتر)

بالتوفيق والنجاح



❖ الجذر التربيعي لعدد موجب:

ليكن a عدد موجب نسمي جذر تربيعي للعدد a العدد الموجب الذي مربعه a . نرسم للجذر التربيعي للعدد a بالرمز \sqrt{a} ، ونكتب :

$$(\sqrt{a})^2 = a \quad , \quad \text{مثال: } (\sqrt{2})^2 = 2$$

❖ حل المعادلة $x^2 = b$ حيث b عدد حقيقي:

1. إذا كان $b > 0$ ، فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلين مختلفين هما \sqrt{b} و $-\sqrt{b}$.

مثال: $x^2 = 3$ للمعادلة حلين هما $\sqrt{3}$ و $-\sqrt{3}$.

2. إذا كان $b = 0$ ، فإن للمعادلة $x^2 = b$ حلاً واحداً فقط هو العدد 0 .

مثال: $x^2 = 0$ للمعادلة حل وحيد وهو 0 .

3. إذا كان $b < 0$ ، فإن للمعادلة $x^2 = b$ ليس لها حلاً حقيقياً لأن $x^2 \geq 0$.

مثال: $x^2 = -3$ للمعادلة ليس لها حلاً لأن x^2 موجب و (-3) سالب تماماً .

❖ العمليات على الجذور التربيعية:

 a و b عدنان موجبان .

$$\sqrt{5 \times 2} = \sqrt{5} \times \sqrt{2} \quad , \quad \sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \text{مثال:}$$

$$\sqrt{\frac{3}{7}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} \quad , \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \quad (b \neq 0) \quad \text{مثال:}$$

$$\sqrt{6^2} = 6 \quad , \quad (\sqrt{a})^2 = a^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a \quad \text{مثال:}$$

$$\sqrt{4 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 3} = 2\sqrt{3} \quad , \quad \sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b} \quad \text{مثال:}$$

$$a\sqrt{b} + c\sqrt{b} = (a + c)\sqrt{b}$$

$$3\sqrt{5} + \sqrt{5} = (3 + 1)\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \quad \text{مثال:}$$

ملاحظات:

$$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

$$\sqrt{a - b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$$

• لجعل مقام النسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عدد ناطقاً نضرب كلا من a و \sqrt{b} في العدد \sqrt{b} .

مثال: اجعل مقام النسبة $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}}$ عدد ناطقاً .

$$\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}+1)\sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}^2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}^2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$$

تمارين

التمرين 01:

 A و B عدنان حقيقيان حيث :

$$A = 2\sqrt{99} \quad , \quad B = \sqrt{176}$$

1. اكتب $A + B$ على الشكل $a\sqrt{11}$ حيث a عدد طبيعي يطلب تعيينه .
2. بين أن العدد $A \times B$ هو عدد طبيعي .

التمرين 02:

حل المعادلات التالية ذات المجهول x .

$$x^2 = 7 \quad ; \quad 3x^2 = 12 \quad ; \quad x^2 = 0 \quad ; \quad x^2 = -5$$

التمرين 03:

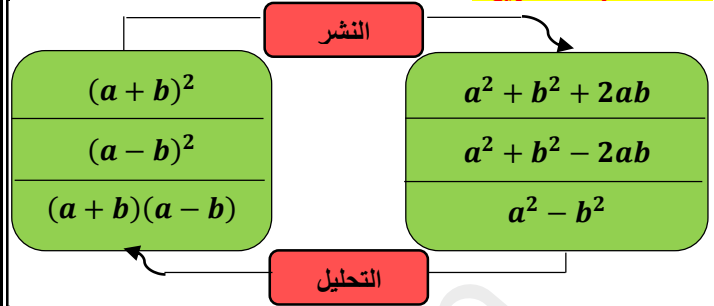
1. اكتب المجموع A على الشكل $a\sqrt{7}$ (a عدد طبيعي) حيث :

$$A = \sqrt{112} - 2\sqrt{28} + \sqrt{175}$$

2. احسب $A \times \frac{\sqrt{7}}{35}$ مبينا مراحل الحساب .

تذكّر :

❖ المتطابقات الشهيرة :



مثال 01: نشر العبارات الآتية:

$$\blacksquare (2x+1)^2 = (2x)^2 + (1)^2 + 2(2x)(1)$$

$$(2x+1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$$

$$\blacksquare (x-3)^2 = (x)^2 + (3)^2 - 2(x)(3)$$

$$(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$$

$$\blacksquare (\sqrt{3}x+5)(\sqrt{3}x-5) = (\sqrt{3}x)^2 - (5)^2$$

$$(\sqrt{3}x+5)(\sqrt{3}x-5) = 3x^2 - 25$$

مثال 02: تحليل العبارات الآتية:

$$\blacksquare 9x^2 + 12x + 4 = (3x)^2 + (2)^2 + 2(3x)(2)$$

$$9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$$

$$\blacksquare x^2 - 2x + 1 = (x)^2 + (1)^2 - 2(x)(1)$$

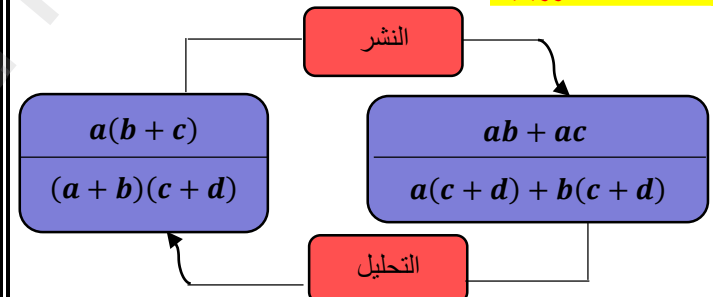
$$x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2$$

$$\blacksquare 4x^2 - (x+1)^2 = (2x)^2 - (x+1)^2$$

$$4x^2 - (x+1)^2 = [2x + (x+1)][2x - (x+1)]$$

$$4x^2 - (x+1)^2 = (3x+1)(x-1)$$

❖ الخاصّة التوزيعيّة :



مثال 01: نشر العبارات الآتية:

$$\blacksquare 4(2x+1) = 8x + 4$$

$$\blacksquare (x+5)(3x+2) = x(3x+2) + 5(3x+2)$$

$$(x+5)(3x+2) = 3x^2 + 2x + 15x + 10$$

$$(x+5)(3x+2) = 3x^2 + 17x + 10$$

مثال 02: تحليل العبارات الآتية:

$$\blacksquare 2x + 4 = 2(x+2)$$

$$\blacksquare 2x(x+3) - (x+3) = (x+3)(2x-1)$$

$$\blacksquare 3x - 12 - (x-4)^2 = 3(x-4) - (x-4)^2$$

$$3x - 12 - (x-4)^2 = (x-4)[3 - (x-4)]$$

$$3x - 12 - (x-4)^2 = (x-4)(3-x+4)$$

$$3x - 12 - (x-4)^2 = (x-4)(7-x)$$

تمارين

التمرين 01: انشر، ثم بسط العبارات التالية:

$$(3x+1)^2 ; (x-5)^2 ; (2x+\sqrt{3})(2x-\sqrt{3})$$

$$(7x+9)(x-1) ; 4x(3x+6)$$

التمرين 02: حلّ العبارات الجبرية:

$$x^2 + 4x + 4 ; 9x^2 - 6x + 1 ; (3x-4)^2 - (x+1)^2$$

$$5x^2 + 10 ; (4x+3)(x-2) - (4x+3)(7x-1)$$

التمرين 03:

$$1. \text{ بيّن أن } (3x+2)(2x-1) = 6x^2 + x - 2$$

$$2. \text{ حلّ العبارة } 9x^2 - 4 \text{ إلى جداء عاملين .}$$

التمرين 04: (BEM 2008)

$$A \text{ عدد حيث : } A = (2 - \sqrt{3})^2$$

$$1. \text{ انشر، ثم بسط } A.$$

$$2. \text{ لتكن العبارة الجبرية } E \text{ حيث : } E = x^2 - (7 - 4\sqrt{3})$$

$$- \text{ احسب القيمة المبسوطة للعبارة } E \text{ من أجل } x = \sqrt{7}$$

$$- \text{ حلّ } E \text{ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.}$$

التمرين 05: (BEM 2009)

$$\text{لتكن العبارة } E \text{ حيث : } E = 2x - 10 - (x-5)^2$$

$$1. \text{ انشر، ثم بسط العبارة } E.$$

$$2. \text{ حلّ العبارة } E \text{ إلى جداء عاملين كلّ منهما من الشكل } (ax+b).$$

التمرين 06: (BEM 2014)

$$\text{لتكن العبارة } E \text{ حيث : } E = (2x+5)^2 - 36$$

$$1. \text{ تحقق بالنشر أن : } E = 4x^2 + 20x - 11$$

$$2. \text{ حلّ العبارة } E \text{ إلى جداء عاملين.}$$

التمرين 07: (BEM 2018)

$$1. \text{ تحقق من المساواة الآتية :}$$

$$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$$

$$2. \text{ حلّ إلى جداء عاملين العبارة :}$$

$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$$

الوضعية الإدماجية:

أرادت البلدية شق طريق على حساب قطعة أرض مربعة الشكل يملكها محمد، وقد اقترحت عليه تغيير أطوال على الشكل التالي:

يتم اقتطاع 5 أمتار من أحد الأضلاع، وتعويضها بـ 5 أمتار في طول الضلع المجاور (كما هو مبين في الشكل أدناه).



هل سيقبل محمد بهذا الاقتراح؟ ولماذا؟

بالتوفيق والنجاح



تذكير :

تمارين

التمرين 01:

ABCD متوازي الاضلاع.

1. أنشئ النقطة E بحيث: $\vec{AC} + \vec{AD} = \vec{AE}$ ما نوع الرباعي ACED؟ مع التعليل.
2. أنشئ النقطة F بحيث: $\vec{CA} + \vec{CF} = \vec{0}$.
3. أنشئ G نظيرة D بالنسبة إلى C.
4. بين أن: $\vec{GB} = \vec{CA}$

التمرين 02:

ABC مثلث قائم في A حيث $AB = 4 \text{ cm}$ و $AC = 5 \text{ cm}$

1. أنشئ النقطة M صورة B بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AC} .
2. أنشئ D بحيث $\vec{BD} = \vec{BA} + \vec{BC}$.
3. برهن أن النقط M و C و D في استقامة.

التمرين 03:

1. أرسم معيناً ABCD قطراه $AC = 6 \text{ cm}$ ، $BD = 4 \text{ cm}$

2. احسب AB.
3. عين النقطة E حيث C منتصف [BE].
4. أنشئ النقطة M صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{DC} .
5. ما نوع الرباعي DBME؟ علل.

التمرين 04: (BEM 2016)

1. أنشئ المثلث EFG القائم في F حيث: $EF = FG = 4 \text{ cm}$.
2. أنشئ النقطتين D : صورة النقطة F بالانسحاب الذي شعاعه \vec{EF} .
3. عين النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه \vec{GD} .
- احسب مساحته.

4. ليكن الشعاع \vec{U} حيث: $\vec{U} = \vec{EF} + \vec{EC} + \vec{FG}$.
- بين أن $\vec{U} = \vec{ED}$

التمرين 05:

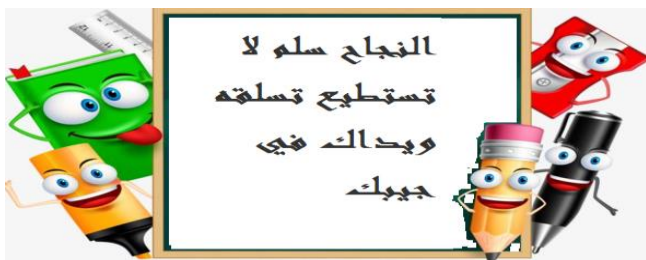
ABC مثلث E منتصف [AC].

1. أنشئ النقطة D حيث: $\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AD}$
2. ماهي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه \vec{CA} .
3. احسب المجاميع الآتية مع الشرح :
 $\vec{CD} + \vec{BD}$, $\vec{AB} - \vec{CB}$, $\vec{AE} + \vec{CE}$

الوضعية الإدماجية:

1. أنشئ دائرة مركزها O ونصف قطرها 4 cm . ليكن [AB] قطر هذه الدائرة.
2. عين النقطة C من الدائرة بحيث: $AC = 6 \text{ cm}$.
3. أنشئ النقط F , N , E صورة النقط A , C , B على الترتيب بالانسحاب الذي شعاعه \vec{OC} .
4. احسب محيط ومساحة المثلث FEN.

بالتوفيق والنجاح



❖ **الشعاع:** A و B نقطتان مختلفتان. الانسحاب الذي يحول A إلى B يعرف شعاعاً نرسم له بالرمز \vec{AB} وله ثلاث مميزات الاتجاه والطول والمنحى.

ملاحظة: الشعاع \vec{AA} يسمى الشعاع المعلوم ونرمز له بالرمز $\vec{0}$.

❖ **الشعاعان المتساويان:**

هما شعاعان لهما نفس الاتجاه ونفس الطول ونفس المنحى.

الشعاعان \vec{AB} و \vec{CD} متساويان يعني أن:

1. المستقيمين (AB) و (CD) لهما نفس المنحى (متوازيان).
2. لنصفي المستقيمين (AB) و (CD) نفس الاتجاه.
3. $AB = CD$ ونكتب: $\vec{AB} = \vec{CD}$

نقول إن D هي صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} .

ABCD متوازي اضلاع

معناه: $\vec{AB} = \vec{CD}$

ملاحظة: إذا كان $\vec{AB} = \vec{CD}$

فإن النقط A و B و C و D ليست على استقامة واحدة.

ملاحظة: A و B نقطتان مختلفتان.

$\vec{AM} = \vec{MB}$ يعني M منتصف [AB].

ملاحظة: إذا كان $\vec{AM} = \vec{MB}$ فإن النقط A ، M ، B في استقامة.

❖ **الشعاعان المتعاكسان:**

A و B نقطتان لدينا: $\vec{AB} + \vec{BA} = \vec{0}$.

الشعاع \vec{AB} يسمى معاكس الشعاع \vec{BA} .

ونكتب: $\vec{AB} = -\vec{BA}$

ملاحظة: الشعاعان المتعاكسان هما شعاعان لهما نفس المنحى ونفس

الطول ومختلفان في الاتجاه.

❖ **تركيب انسحابين (مجموع شعاعين):**

✓ A و B و C ثلاث نقط من المستوي.

تركيب الانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} متبوعاً بالانسحاب الذي شعاعه \vec{BC} هو الانسحاب

الذي شعاعه \vec{AC} .

✓ نقول إن الشعاع \vec{AC} هو مجموع الشعاعين

\vec{AB} و \vec{BC} .

ونكتب: $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

(هذه العلاقة تسمى علاقة شال)

❖ **تمثيل مجموع شعاعين لهما نفس المبدأ:**

إذا كان ABCD متوازي اضلاع،

فإن $\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$

❖ **خواص متوازي الاضلاع:**

- كل ضلعان في متوازي الاضلاع متوازيان و متقايسان - قطرا متوازي

الاضلاع متناصفان - مركز تناظر متوازي الاضلاع هو نقطة تقاطع قطريه.

❖ **خواص المستطيل:** - كل ضلعان في المستطيل متوازيان و متقايسان

- قطران المستطيل متناصفان و متقايسان - مركز تناظر المستطيل هو

نقطة تقاطع قطريه - زواياه الأربعة قائمة.

❖ **خواص المربع:** - كل اضلاعه متقايسة و زواياه قائمة - قطرا المربع

متناصفان و متقايسان و متعامدان - مركز تناظر المربع هو نقطة

تقاطع قطريه - للمربع أربعة محاور هي حاملات قطراه و محورا كل

ضلعان متقابلان.

❖ **خواص المعين:** - كل اضلاعه متقايسة - قطرا المعين متناصفان

و متعامدان - مركز تناظر المعين هو نقطة تقاطع قطريه - حاملات قطراه

هما محورا تناظره.

تذكير :

❖ تريبض مسألة:

لحل مسألة بواسطة معادلة نتبع الخطوات التالية:

1. اختيار المجهول.
2. وضع المعادلة.
3. حل المعادلة.
4. الإجابة عن السؤال.

مثال: مستطيل طوله هو 3 مرات عرضه ومحيطه 240 cm أوجد طول وعرض المستطيل .

نفرض x عرض المستطيل فيكون $3x$ هو طول المستطيل.

لدينا: $2(x + 3x) = 240$ وعليه: $2(4x) = 240$

وبالتالي: $8x = 240$ اي: $x = \frac{240}{8}$ ومنه: $x = 30$

إذن عرض المستطيل هو 30 cm وطول المستطيل هو 90 cm لأن $30 \times 3 = 90$

❖ خاصية الجداء المعلوم:

جداء عاملين معلوم يعني أحد هذين العاملين على الأقل معلوم.

$a \times b = 0$ يعني ان: $a = 0$ أو $b = 0$

مثال: $5x = 0$ يعني أن $x = 0$ لأن: $5 \neq 0$

❖ حل معادلة جداء معلوم:

لحل المعادلة من النوع $(ax + b)(cx + d) = 0$ حيث ان a و b و c و d اعداد حقيقية معلومة مع $a \neq 0$ و $c \neq 0$ نحل المعادلتين :

$ax + b = 0$ و $cx + d = 0$

مثال: لنحل المعادلة: $(x + 3)(2x - 5) = 0$

يعني ان: $x + 3 = 0$ اي: $x = -3$ أو $2x - 5 = 0$ اي: $2x = 5$ ومنه: $x = \frac{5}{2}$ إذن للمعادلة حلان هما -3 و $\frac{5}{2}$

❖ حل معادلة يزول حلها إلى حل معادلة جداء معلوم:

لحل معادلة ليست من الدرجة الأولى نتبع الخطوات التالية:

1. نجعل طرفها الأيمن صفراً.
2. نقوم بتحليل الطرف الأيسر لهذه المعادلة، نتحصل عندئذ على معادلة جداء معلوم من الدرجة الأولى.
3. نحل هذه المعادلة الأخيرة.
4. نستنتج حلول المعادلة الأولى.

مثال: حل المعادلة $4x^2 = 5x$

لدينا: $4x^2 - 5x = 0$ أي $x(4x - 5) = 0$ يعني ان: $x = 0$

أو $4x - 5 = 0$ اي: $4x = 5$ ومنه: $x = \frac{5}{4}$

إذن للمعادلة حلان هما $\frac{5}{4}$ و 0

تمارين

التمرين 01: حل المعادلات:

$$(x - 8)(2x + 5) = 0 ; 11x + 10 = 0 ; 2 + 3x = \frac{1}{2}$$

$$x^2 - \sqrt{3}x = 0 ; x^2 + 8x + 16 = 0 ; \frac{2x+1}{4} = \frac{3x-2}{2}$$

$$(x + 2)(2x + 3) + 7(x + 2) = 0 ; 4x^2 - 9 = 0$$

$$\sqrt{2}x = 1 ; x + 6 = 3x - 4 ; x^2 - 2x + 1 = 0$$

التمرين 02:

أوجد ثلاث أعداد طبيعية متتالية بحيث يكون مجموعها يساوي 24.

التمرين 03:

أوجد عددين طبيعيين بحيث يكون أحدهما ضعف الآخر و مجموعهما 27.

التمرين 04: مستطيل عرضه هو $\frac{1}{3}$ طوله ومحيطه 160 cm .

أوجد طول وعرض المستطيل.

التمرين 05:

1. حل المعادلتين: $2x - 1 = 5x$ و $x^2 - 9 = (x - 1)^2$

2. حقل مستطيل الشكل مساحته 250 m^2 و عرضه خمسي طوله.

✓ أوجد بعدي هذا المستطيل.

التمرين 06: تستقبل متوسطة 830 شخصا (تلاميذ و تلميذات وأساتذة)

إذا كان عدد التلميذات $\frac{2}{3}$ من عدد التلاميذ وعدد الأساتذة $\frac{1}{6}$ من عدد التلاميذ.

أوجد عدد التلاميذ و عدد التلميذات وعدد الأساتذة؟

التمرين 07:

صفحة مربعة الشكل تعرضت للحرارة , فتمددت طولاً بمقدار 3 cm و

عرضاً بمقدار 1 cm ونتيجة لذلك زادت مساحتها بمقدار 23 cm^2 .

أوجد طول ضلع الصفحة المربعة قبل هذا التغيير .

التمرين 08:

$$2(x - 6)(x + 8) = 2x^2 + 4x - 96$$

1. بين ان : x ; $x + 2$; 10 ; مثلث أطوال أضلاعه :

2. عيّن العدد x علماً أن المثلث قائم ووتره 10 cm .

الوضعية الإدماجية 01:

الجزء الأول:

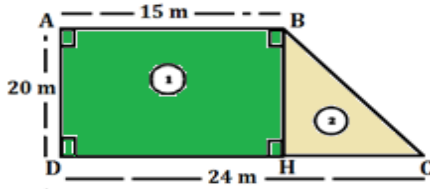
تملك عائلة قطعة ارض على شكل شبه منحرف كما هو مبين في الشكل :

1. بين ان مساحة القطعة تساوي 390 m^2 .

2. احسب الطول BC (بالتدوير الى الوحدة) .

الجزء الثاني:

لدى هذه العائلة 80 m من السلك لتسييج هذه القطعة .



1. هل هذا السلك كافى لتسييجها؟ عّلل .

2. لو تركت العائلة باب عرضه 1 m فهل يكفي السلك ؟

3. إذا كان : $AB = x$

- احسب مساحة القطعة ① و ② بدلالة x .

4. عيّن العدد x لكي تكون المساحتان متساويتين .

الوضعية الإدماجية 02: (BEM 2010)

يمثل الشكل أرضية قاعة حفلات مكونة من مربع ومستطيل ونصف قرص

طول قطر المستطيل يزيد عن طول قطر المربع بـ 2 m و مجموع

طوليها 28 m .

يريد صاحبها تبليطها ببلاط سعر المتر

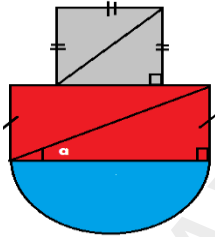
المربع الواحد 800 دينار.

1. احسب طول قطر المربع.

2. احسب طول وعرض المستطيل

علماً أن: $\cos \alpha = 0,8$.

3. احسب السعر الإجمالي للبلاط.



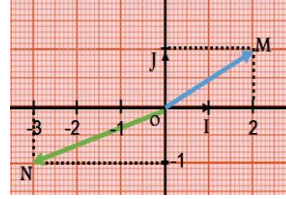
بالتوفيق والنجاح



تذكير:

❖ مركبتا شعاع:

M نقطة من المستوى المزودة بالمعلم $(\vec{O}, \vec{OI}, \vec{OJ})$ بحيث $M(x; y)$.
إحداثيات النقطة M بالنسبة إلى هذا



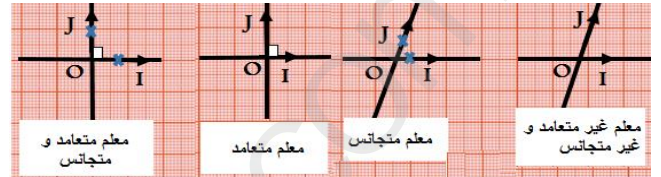
المعلم هما مركبتا الشعاع \vec{OM}

ونرمز لها بالرمز $\vec{OM} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

مثال: $M(2; 1)$ ومنه $\vec{OM} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$N(-3; -1)$ ومنه $\vec{ON} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

❖ أنواع المعلم:



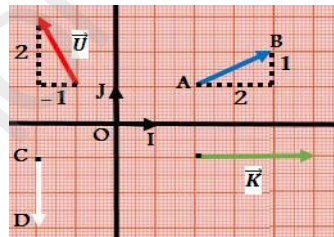
❖ قراءة مركبتا شعاع:

تقرأ مركبتا شعاع بالإزاحتين المتتاليتين اللتين تسمحان بالمرور من المبدأ الشعاع إلى نهايته. الإزاحة الأولى تكون بالتوازي مع محور الفواصل.

الإزاحة الثانية تكون بالتوازي مع محور الترتيب.

نقرأ المركبة الأولى بالإزاحة الأولى (موجب، عندما نتنقل نحو اليمين وسالب، عندما نتنقل نحو اليسار)

نقرأ المركبة الثانية بالإزاحة الثانية (موجب، عندما نتنقل نحو الأعلى وسالب، عندما نتنقل نحو الأسفل)



مثال: $\vec{AB} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ المركبة الأولى
المركبة الثانية

$\vec{CD} \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\vec{K} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

❖ تمثيل شعاع بمعرفة مركبته: لتمثيل شعاع بمعرفة مركبته نعين الإزاحتين الموافقتين لإشارتي المركبتين x و y لشعاع.

مثال:

$x > 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.
 $x < 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.
 $x > 0$ و $y < 0$ يوافق إزاحة نحو اليمين متبوعة بإزاحة نحو الأسفل.
 $x < 0$ و $y > 0$ يوافق إزاحة نحو اليسار متبوعة بإزاحة نحو الأعلى.

❖ الشعاعان المتساويان:

$\vec{U} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ و $\vec{V} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ شعاعان من مستوى مزود بمعلم.

$\vec{U} = \vec{V}$ معناه $x = x'$ و $y = y'$.

❖ حساب مركبتي شعاع:

$A(x_A; y_A)$ و $B(x_B; y_B)$ نقطتان من مستوى مزود بمعلم.

فاصلة البداية $(x_B - x_A)$ و $(y_B - y_A)$ ترتيب النهاية

مثال: $A(-2; 4)$; $B(1; 3)$ ترتيب البداية

حساب مركبتي \vec{AB} : لدينا: $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ فإن: $\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 3 - 4 \end{pmatrix}$

أي: $\vec{AB} \begin{pmatrix} 1 + 2 \\ 3 - 4 \end{pmatrix}$ ومنه: $\vec{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

❖ حساب إحداثيتي منتصف قطعة: A و B نقطتان من مستوى مزود بمعلم بحيث $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$. إحداثيتا M منتصف $[AB]$ هما:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ و } y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

مثال: $A(1; -2)$; $B(3; 0)$ إذن: $M \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$

أي: $M \left(\frac{1+3}{2}; \frac{-2+0}{2} \right)$ ومنه: $M(2; -1)$

❖ حساب المسافة بين نقطتين في معلم متعامد ومتجانس:

في معلم متعامد ومتجانس، إذا كانت: $A(x_A; y_A)$; $B(x_B; y_B)$

فإن: $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

مثال: $A(3; -1)$; $B(0; 2)$ نقطتان من المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس ، لدينا:

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$AB = \sqrt{(0 - 3)^2 + (2 - (-1))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (3)^2}$$

$$AB = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

إذا كان: $OI = OJ = 1$ ، فإن: $AB = 3\sqrt{2}$

تمارين

التمرين 01:

في معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول هي السنتيمتر

1. عَمِ النقط التالية: $A(1; -1)$; $B(3; 1)$; $C(-3; 3)$
2. احسب مركبتي الشعاع \vec{AB} ثم الطول AB .
3. اوجد إحداثيتي النقطة E منتصف $[BC]$.
4. اوجد إحداثيتي النقطة D حتى يكون $ABCD$ متوازي أضلاع.

التمرين 02: (BEM 2012)

(O, \vec{i}, \vec{j}) معلم متعامد ومتجانس للمستوي.

1. عَمِ النقط: $A(2; -1)$; $B(-2; 3)$; $C(-4; -3)$
2. احسب الطول AC واستنتج نوع المثلث ABC علما أن $BC = 2\sqrt{10}$

3. احسب إحداثيتي النقطة D حتى يكون $\vec{CA} = \vec{BD}$

4. بين أن $(AB) \perp (CD)$.

التمرين 03: (O, \vec{i}, \vec{j}) معلم متعامد ومتجانس.

1. عَمِ النقط: $A(-2; -5)$; $B(5; -3)$; $C(3; 4)$
2. احسب الأطوال: AB , AC , BC
3. بين أن المثلث ABC قائم في B .
4. اوجد إحداثيتي النقطة K مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

الوضعية الإدماجية 01: في معلم متعامد ومتجانس $(\vec{O}, \vec{OI}, \vec{OJ})$

بحيث $OI = OJ = 1 \text{ cm}$

1. عَمِ النقط: $A(-4; 2)$; $B(5; 0)$; $C(4; 4)$
2. بين نوع المثلث ABC .
3. أنشئ النقطة M بحيث $\vec{CM} = \vec{CA} + \vec{CB}$
- ما نوع الرباعي $ACBM$ ؟
- احسب إحداثيتي M .
4. احسب مساحة الرباعي $ACBM$.
5. أنشئ النقطة N صورة C بالانسحاب الذي شعاعه \vec{AB} .
- احسب إحداثيتي N .
6. احسب مساحة الرباعي $ACNM$.

بالتوفيق والنجاح



تذكّر :

التمرين 02: تحقق من أن الأعداد 0؛ -1؛ 5 هي حلول لمترابقات التالية:

$$2x - 1 \leq 3x + 5$$

$$4(2x + 7) \geq x$$

التمرين 03: (BEM 2016)

حل المتراجحة: $-14x^2 - 11x - 2 < 2(10 - 7x^2)$
- مثل حلولها بيانيا.

التمرين 04: لتكن العبارة E حيث :

$$E = (2x - 1)^2 - 4$$

- حل المتراجحة: $E \geq 4x^2$ ومثل الحلول بيانيا.

التمرين 05: لتكن العبارة الجبرية A حيث:

$$A = \frac{3x - 2}{4}$$

1. احسب A لمّا: $x = \frac{2}{3}$ ، $x = \frac{7}{3}$

2. هل العدد $\frac{7}{3}$ حلّ للمترابحة $\frac{3x-2}{4} < 2$

3. حل المتراجحة: $3x - 2 < 8$ و مثل الحلول بيانيا.

التمرين 06: لتكن العبارة الجبرية F حيث:

$$F = x^2 - 36$$

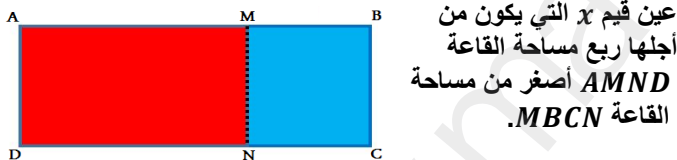
- حل المتراجحة: $F \geq x^2 + 2x$ ثم مثل مجموعة حلولها بيانيا.
التمرين 07: مستطيل بعده 7 cm ؛ 16 cm . ماهو العدد x المعبر عنه بالسنتيمتر الذي يمكن إضافته إلى طوله وعرضه بحيث لا يتجاوز محيطه 86 cm ؟

التمرين 08: ABC مثلث قائم في A بحيث $AB = 16 \text{ cm}$.

عين حصرا لطول الضلع $[AC]$ بحيث تكون مساحته تساوي على الأكثر 72 cm^2 وعلى الأقل 48 cm^2 .

الوضعية الإدماجية 01: يمثل المستطيل $ABCD$ قاعة يمكن تقسيمها إلى قاعتين مستطيلتين بواسطة جدار متحرك ممثّل بالقطعة $[MN]$.

يعطى: $AB = 30 \text{ m}$ ، $AD = 10 \text{ m}$ و $MB = x \text{ m}$



عين قيم x التي يكون من أجلها ربع مساحة القاعة $AMND$ أصغر من مساحة القاعة $MBCN$.

الوضعية الإدماجية 02:

يملك أحمد أرض، يريد أن يستغل قطعة منها مستطيلة الشكل للزراعة حيث يكون طولها 300 m وعرضها لم يقرره بعد، يود أحمد أن يكون محيط هذه القطعة أقل من 1000 m و أن تزيد مساحتها عن 9000 m^2 .

1. عبّر عن ذلك بمترابحتين.

2. حل المترابحتين.

3. استنتج حصرا لعرض القطعة.



❖ **مترابحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:**

كل مترابحة من الدرجة الأولى بمجهول x تؤل إلى مترابحة من الشكل $ax < b$ أو $ax \leq b$ أو $ax > b$ أو $ax \geq b$.

❖ **حل مترابحة:** حل مترابحة هو إيجاد كل القيم الممكنة للمجهول حتى تكون المتباينة صحيحة، هذه القيم هي حلول المترابحة.

مثال: حل المترابحات التالية:

1. لدينا: $3(x - 2) < 5x + 4$ و بالتالي: $3x - 6 < 5x + 4$

أي: $3x - 5x < 4 + 6$ وهذا يكافئ: $-2x < 10$

وعليه: $x > \frac{10}{-2}$ ومنه: $x > -5$

حلول هذه المترابحة هي كل قيم الأكبر من -5 .

2. لدينا: $5x \geq 20$ أي: $x \geq \frac{20}{5}$ ومنه: $x \geq 4$

حلول هذه المترابحة هي كل قيم الأكبر من أو يساوي 4 .

3. لدينا: $4x + 2 > 7x + 1$ أي: $4x - 7x > 1 - 2$

وهذا يكافئ: $-3x > -1$ وعليه: $x < \frac{-1}{-3}$ ومنه: $x < \frac{1}{3}$

حلول هذه المترابحة هي كل قيم الأصغر من $\frac{1}{3}$.

4. لدينا: $6x \leq -18$ أي: $x \leq \frac{-18}{6}$ ومنه: $x \leq -3$

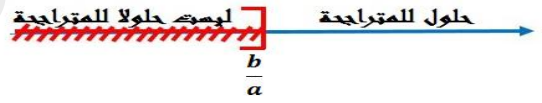
حلول هذه المترابحة هي كل قيم الأصغر من أو يساوي -3 .

ملاحظة: نسمي كل عدد يحقق المترابحة حلا لها.

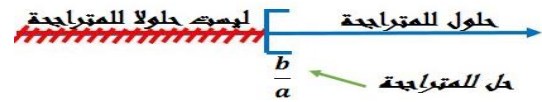
❖ **تمثيل حلول مترابحة بيانيا:** تمثّل حلول مترابحة على مستقيم مدرّج (تلون الجزء الذي يمثل الحلول ونشطب الجزء الآخر)

مثال:

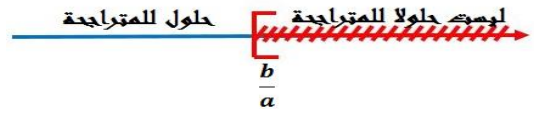
1. حلول المترابحة $x > \frac{b}{a}$ تمثّل بيانيا.



2. حلول المترابحة $x \geq \frac{b}{a}$ تمثّل بيانيا.



3. حلول المترابحة $x < \frac{b}{a}$ تمثّل بيانيا.



4. حلول المترابحة $x \leq \frac{b}{a}$ تمثّل بيانيا.



ملاحظة: إذا كان $a < 0$ نغير اتجاه المتباينة عند القسمة على a .

تمارين

التمرين 01: حل المترابحات الآتية ومثّل حلول كل منها بيانيا.

$$6x + \sqrt{3} > x + 2 ; \frac{x+1}{2} \leq \frac{5x+1}{3} ; 5x + 4 \leq x - 1$$

$$-3x - 1 > x + 8$$