الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفاع الوطني
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2023 / 2024
اختبار الثلاثي الثالث
المستوى: الثالثة ثانوي. الشعبة: علوم تجريبية

المادة: رياضيات
المدة : 03 ساعات و نصف

على المترشح اختيار أحد الموضوعين

الموضوع الأول

التمرين الأول(04 نقاط):

يحتوي صندوق U_1 على خمس كرات ثلاث منها تحمل الرقم 2 و كرتان تحملان الرقم 3 ويحتوي صندوق U_2 على خمس كرات منها ثلاثة بيضاء واثنتان حمراوين.(الكرات لا نفرق بينها عند اللمس).

- نسحب عشوائيا كرة من الصندوق U_1 ونسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا وفي آن واحد n كرة من الصندوق U_2 حيث n يمثل الرقم المسجل على الكرة المسحوبة من الصندوق U_1.

1) أ- أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه التجربة العشوائية .

ب- بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء هو $\frac{1}{25}$.

ج- ما هو احتمال الحصول على كرتان حمراوان علما أن الكرة المسحوبة من U_1 تحمل رقم 3.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد كرات الحمراء المسحوبة.

أ- بين أن: $P(X=0)=\frac{11}{50}$.

ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X ثم احسب الأمل الرياضياتي.

التمرين الثاني(04 نقاط):

1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 وأساسها r.

أ- عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ u_1^2+u_2^2+u_3^2=210 \end{cases}$.

ب- أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n .ثم أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+...+u_n$.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=e^{u_n-10}$ حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري.

أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ماذا تستنتج ؟ .

ج- أحسب بدلالة n المجموع : $T_n=v_{n+1}+v_n+...+v_1$ و الجداء : $P_n=v_0\times v_1\times...\times v_n$.

د- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الثالث (05 نقاط):

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)=z^3-12z^2+48z-128$.

أ- بين أن العدد 8 هو جذر لـ $P(z)$.

ب- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $P(z)=0$.

صفحة 1 من 4

ج- احسب العدد Z حيث : $Z = \frac{Z_A - Z_C}{Z_B - Z_C}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.

د- عين إحداثيي النقطة G مرجح الجملة $\{(A;|Z_A|),(B;|Z_B|),(C;|Z_C|)\}$ ثم علمها في نفس المعلم السابق.

ه- عين (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق: $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\right\|$

التمرين الرابع(07نقاط):

I. g الدالة المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + \ln(x+1)$.

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) احسب $g(0)$ واستنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II. f دالة عددية معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 - \frac{\ln(x+1)}{(x+1)}$.

و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$ حيث $\left\|\vec{i}\right\| = 2cm$

1) أ- بين أن: $\lim_{x \to -1} f(x) = +\infty$ ، ثم احسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ وفسر هندسيا النتيجة.

ب- بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل يطلب تعيين معادلة له.

ج- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) ذي المعادلة : $y = x - 1$.

2) أ- بين أنه من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$. ($f'$ هي مشتقة الدالة f).

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2 حيث : $-0.52 < x_1 < -0.51$ و $1.36 < x_2 < 1.37$.

3) أ- ارسم المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

ب- عين الدوال الأصلية للدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

ج- احسب بالسنتيمتر المربع المساحة S للحيز المستوي المحصور بين المنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها : $y = 0$ و $x = -\frac{1}{2}$ و $x = 1$.

انتهى الموضوع الاول.

الموضوع الثاني

التمرين الأول(4)نقاط):

يحوي صندوق 10 كريات متماثلة لا تفرق بينها باللمس ,منها خمس كريات حمراء مرقمة :1,1,0,2,2
وخمس كريات خضراء مرقمة :2,2,1,0,0
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كريات من هذا الصندوق

1) أحسب احتمال كل من الاحداث التالية:
   A" الحصول على 4 كريات من نفس اللون "
   B "الحصول على 4 كريات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024 "
   C"الحصول على ثلاث كريات حمراء"
2) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب 4 كريات الرقم الأكبر بين الأرقام الأربعة
   أ. عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله
   ب. أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X.
   ج. احسب احتمال الحدث : "$|X-1|=(-1)$" حيث n عدد طبيعي.

التمرين الثاني (4)نقاط):

(u_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_0^{n+1} e^{2-x}dx$

1) أحسب u_0 ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n>0$
2) أكتب u_n بدلالة العدد الطبيعي n ثم اثبت أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها.
3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).
4) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، ثم احسب نهايتها .
5) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_0+\ldots+u_{n-1}$ ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

التمرين الثالث (5)نقاط):

أ. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $z^2-6z+10=0$
- استنتج حلول المعادلة ذات المجهول المركب z التالية : $(\overline{z}+2)^2-6(\overline{z}+2)+10=0$

2. في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب:
$z_D=1-i;z_C=1+i;z_B=3+i;z_A=3-i$

أ. اكتب كلا من z_C و z_D على الشكل الأسي .ثم عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون : $\left(\frac{z_C}{z_D}\right)^n=i$

ب. عين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$

ج. لتكن النقطة E التي لاحقتها $z_E=7-3i$ و F صورتها بالدوران R
- تحقق أن لاحقة F هي : $z_F=5+3i$
- استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير.

د. عين المجموعة (Γ) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=1-i+ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k\in\mathbb{R}_+^*$

ه. عين المجموعة (E) للنقط M ذات اللاحقة z حيث : $|z-1-i|=|z-1+i|$

التمرين الرابع (07 نقاط):

I. نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $g(x)=1+xe^x$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. لتكن الدالة f العددية المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي : $f(x)=\frac{x+e^x}{e^x-1}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول هي $1cm$)

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة التعريف ثم استنتج معادلات المستقيمات المقاربة لـ (C_f).

2) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$: $f'(x)=-\frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4) بين أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-0.6<\alpha<-0.5$

5) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$

6) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ)

7) ارسم (Δ) و (C_f)

8) عين قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة ذات المجهول الحقيقي x: $f(x)=m$ حلان مختلفان في الاشارة.

9) لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $h(x)=\frac{|x|+e^{|x|}}{e^{|x|}-1}$

أ. بين أن الدالة h زوجية

ب. اشرح كيفية رسم (C_h) انطلاقا من (C_f) ثم ارسمه في نفس المعلم السابق.

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــــاع الوطـــــني
أركـــان الجيش الوطني الشعبـــي
مديرية مدارس أشبال الأمـــــة

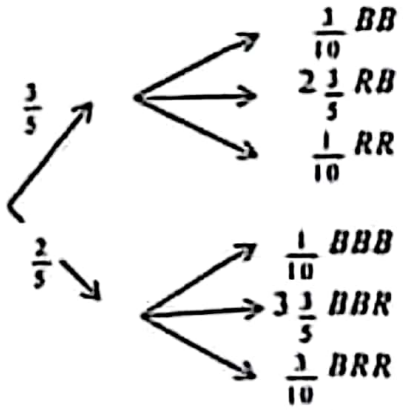
الموسم الدراسي :2024/2023
الثلاثي: الثالث
المستوى: ثانوي شعبة علوم تجريبية

التصحيح النموذجي للاختبار الثالث في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) أ- شجرة الاحتمال



ب- $P(BBB)=\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{1}{25}$ — 0.50

ج- $P=\frac{3}{5}$ — 0.5

2) أ- $P(X=0)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{10}+\frac{2}{5}\times\frac{1}{10}=\frac{11}{50}$

ب- 1

X_i	0	1	2
P_i	$\frac{11}{50}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{9}{50}$

0.5

$E(X)=\sum_{i=0}^{2}X_iP_i=\frac{24}{25}$.

التمرين الثاني:

1) من العلاقة الأولى نجد $U_3=8$ أي $U_0=8-2r$

نعوضها في العلاقة الثانية نجد $r^2=9$ — 0.5

إما $r=-3$ مقبولة أو $r=3$ مرفوضة — 0.25

نعوض نجد $U_0=14$.

ب- $U_n=14-3n$; — 0.25

$S_n=\frac{n+1}{2}(14+14-3n)=\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)$. — 0.5

2) أ- $V_{n+1}=e^{14-3(n+1)}=e^{-3}V_n$ — 0.5

إذن (V_n) متتالية هندسية أساسها $q=e^{-3}$ وحدها الأول — 0.25

$V_0=e^{14}$.

ب- $\lim V_n=\lim(e^{14-3n})=0$ — 0.25

نستنتج أن (V_n) متتالية متقاربة.

ج- $T_n=V_{n+1}\frac{e^{-3(n+1)}-1}{e^{-3}-1}=e^{11}e^{-3n}\frac{e^{-3(n+1)}-1}{e^{-3}-1}$ — 0.5

$P_n=e^{S_n}=e^{\frac{1}{2}(n+1)(28-3n)}$ — 0.5

د- $\lim P_n=0$. — 0.25

التمرين الثالث:

1) أ- $P(8)=0$ إذن 8 جذرا لـ $P(z)$ — 0.25

بالقسمة الاقليدية نجد:

$P(z)=(z-8)(z^2-4z+16)$ — 0.5

$P(z)=0$ يكافئ $z-8=0$ أو $z^2-4z+16=0$ — 0.25

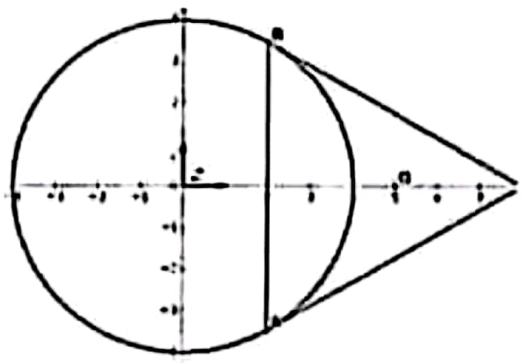
$\Delta=-48=(i4\sqrt{3})^2=(-i4\sqrt{3})^2$ أي $z=8$ أو — 0.25

$z_1=2-2i\sqrt{3}$ أو $z_2=2+2i\sqrt{3}$. — 0.25

إذن مجموعة حلول المعادلة هي:

$S=\{8,2-2i\sqrt{3},2+2i\sqrt{3}\}$.

2) أ- $Z_A=4(\cos(-\frac{\pi}{3})+i\sin(-\frac{\pi}{3}))$. — 0.5



1

ب- $(Z_B)^n=4e^{\frac{n\pi}{3}i}$ يكون عدد حقيقي موجب إذا كان : — 0.5

$\frac{n\pi}{3}=2k\pi$ أي $n=6k$ حيث k عدد طبيعي.

ج- $Z=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ — 0.25

$|Z|=1$ و $\arg(Z)=\frac{\pi}{3}$ إذن: ABC مثلث متقايس الأضلاع — 0.25

د- $z_{\Omega}=\frac{4z_A+4z_B+8z_C}{16}=5$ إذن: $\Omega(5;0)$

هـ- $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

أي $\left\|\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}\right\|=\left\|2\overrightarrow{MC}\right\|$ أي $MC=3$

إذن مجموعة النقط M هي دائرة مركزها النقطة C ونصف قطرها 3.

التمرين الثالث:

I. 1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $]-1;+\infty[$ ولدينا:

$g'(x)=2x+2+\frac{1}{x+1}=\frac{2(x+1)^2+1}{x+1}$.

$g'(x)$ من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ لدينا: $g'(x)>0$

إذن: الدالة g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$.

جدول تغيرات:

x	-1 $+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↗ $-\infty$

2) $g(0)=0$

إشارة $g(x)$:

x	-1 0 $+\infty$
$g(x)$	$+$ 0 $-$

II. 1) أ- لدينا: بوضع $X=x+1$.

$\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x+1)}{x+1}=\lim_{X\to+\infty}\frac{\ln X}{X}=0$ تزايد المقارن

و $\lim_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ إذن: $\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

$\lim_{x\to-1}f(x)=+\infty$

المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x=-1$.

ب- لدينا:

$\lim_{x\to+\infty}(f(x)-(x-1))=\lim_{x\to+\infty}(-\frac{\ln(x-1)}{x-1})=0$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل معادلته $y=x-1$ بجوار $+\infty$.

ت- دراسة الوضع النسبي:

ندرس إشارة الفرق $f(x)-(x-1)=-\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

x	-1 0 $+\infty$
$x+1$	$\|$ $+$ $+$
$\ln(x+1)$	$-$ $\|$ 0 $+$
$f(x)-y$	$+$ $\|$ 0 $-$
الوضعية	(C_f) يقع فوق (Δ) $\|$ (C_f) يتقاطع مع (Δ) في $(0;-1)$ $\|$ (C_f) يقع أسفل (Δ)

2) أ- تبيان أن: $f'(x)=\frac{g(x)}{(x+1)^2}$.

ب- إشارة $f'(x)$ من نفس إشارة $g(x)$ لأن المقام موجب

وله الدالة f متناقصة تماما على المجال $]-1;0]$ ومتزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$.

جدول تغيرات:

x	$-\infty$ -1 0 $+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘ $-\infty$ $\|$ $+\infty$ ↗ -1

ج- الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على المجال $[-0.52;-0.51]$

و $f(-0.51)\approx-0.0054$ و $f(-0.52)\approx9.1\times10^{-3}$.

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد x_1 في المجال $]-0.52;-0.51[$.

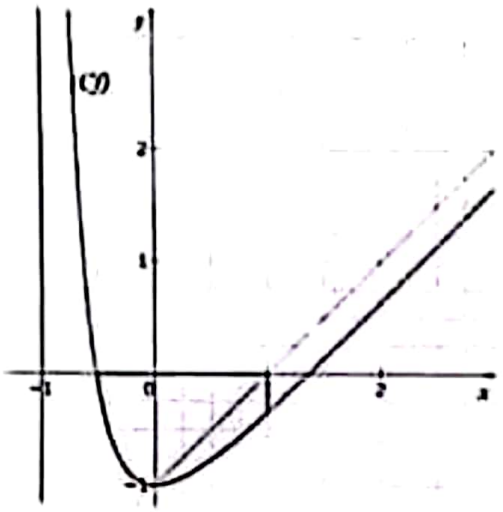
- الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[1.36;1.37]$

و $f(1.36)=-3.8\times10^{-3}$ و $f(1.37)=5.9\times10^{-3}$.

إذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيد x_2 في المجال $]1.36;1.37[$.

أي المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما x_1 و x_2.

3) أ- الرسم:



ب- الدوال الأصلية للدالة f هي:

$F(x)=\frac{1}{2}x^2-x-\frac{1}{2}[\ln(x+1)]^2+C$.

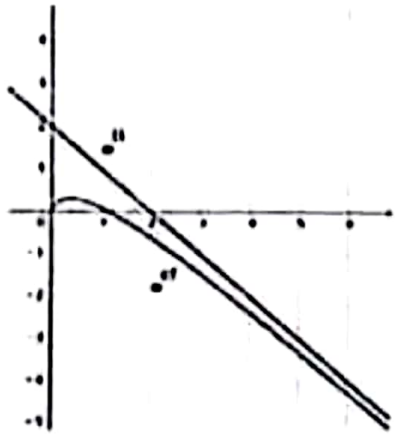
حيث $C\in\mathbb{R}$.

ج- $S=\int_{-\frac{1}{2}}^{1}-f(x)dx=-[F(x)]_{-\frac{1}{2}}^{1}$

$S=\frac{9}{8}\times4=\frac{9}{2}cm$.

3) رسم المنحنى (C_f) و (Δ)

0.25



0.25

0.25 5) من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ نجد $F'(x) = f(x)$: اذن F دالة اصلية ل f على المجال $]0;+\infty[$. 6) الدالة f مستمرة و سالبة على المجال $[x_0 ; 2]$ و بالتالي $A(x_0) = -\int_{x_0}^{2} f(x) \times dx$ ua :

$$A(x_0) = -[F(x)]_{x_0}^{2} = -(F(2) \times F(x_0)) \quad A(x_0) = F(x_0) - F(2) \text{ ua}$$

0.25

0.25 $$A(x_0) = \left(\left(\frac{x_0^2}{2} - 2\right)\ln(x_0 + 2) - \frac{x_0^2 \times \ln x_0}{2} + x_0 - \frac{x_0^2}{2} - 2\ln 2\right) \text{ua}$$

انتهى تصحيح الموضوع الاول

عناصر الاجابة (الموضوع الثاني)	العلامة مجزأة	العلامة مجموعة
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1) حساب احتمال الحوادث		
A: الحصول على 4 كرات من اللون الأزرق $P(A)=\frac{C_5^4\times C_5^0}{C_{10}^4}=\frac{5\times 5}{210}=\frac{1}{21}$	0.5	01.5
B: الحصول على 4 كرات مجموع أرقامها يساوي مجموع أرقام العدد 2024 $P(B)=\frac{C_2^2}{C_{10}^4}=\frac{1}{210}$	0.5	
C: الحصول على ثلاث كرات حمراء $P(C)=\frac{C_5^3C_5^1}{C_{10}^4}=\frac{50}{210}=\frac{5}{21}$	0.5	
2) قيم المتغير العشوائي X هي: $\{1;2\}$	0.25	0.25
الكرات الأربع لا تحمل الرقم 2: $P(X=1)=\frac{C_{13}^4}{C_{14}^4}=\frac{715}{1001}=\frac{5}{7}$	0.5	01
سحب على الأقل كرة تحمل الرقم 2: $P(X=2)=1-P(X=1)=1-\frac{5}{7}=\frac{2}{7}$	0.5	
حساب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X: $E(X)=1\times\frac{5}{7}+2\times\frac{2}{7}=\frac{9}{7}$	0.25	0.25
حساب احتمال الحادثة $|X-1|=1$ ومنه: $X-1=1$ او $X-1=-1$ اي: $X=2$ او $X=0$	0.5	01
$P(|X-1|=1)=P(X=0)+P(X=2)=\frac{1}{14}+\frac{13}{14}=\frac{14}{14}$	0.5	
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
1) حساب u_0:		
لدينا $u_0=\int_0^1 e^{1-x}dx$ ومنه $u_0=\left[-e^{1-x}\right]_0^1=e-1$	0.5	01
من أجل كل كل عدد طبيعي n تكون: $0<x<1$ و $0<e^{1-x}<1$ ومنه $u_n>0$	0.5	
2) إيجاد عبارة u_n	0.5	01
$u_n=\int_n^{n+1}e^{1-x}=\left[-e^{1-x}\right]_n^{n+1}=e^{1-n}-e^{-n}=(e-1)e^{-n}$		
لتبيان أن (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها	0.5	
لدينا $u_n=(e-1)e^{-n}$ ومنه من أجل كل كل عدد طبيعي n $u_{n+1}=(e-1)e^{-n-1}=e^{-1}u_n$ اي $u_{n+1}=e^{-1}u_n$		
3) $u_{n+1}-u_n=\int_{n+1}^{n+2}e^{1-x}-\int_n^{n+1}e^{1-x}=e^{-n}\left(-1+2e^{-1}-e^{-2}\right)=-e^{-n}\left(1-e^{-1}\right)^2$ ومنه:	0.5	0.5
$u_{n+1}-u_n<0$		
من أجل كل كل عدد طبيعي n (u_n) متناقصة تماما		
4) بما أن (u_n) متناقصة تماما و محدودة من الأسفل $u_n>0$ فهي متقاربة	0.5	0.75
$\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$	0.25	

$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ $= \left[-e^{1}\right]_0 + \left[-e^{1-1}\right]_1 + \left[-e^{1-2}\right]_2 + \dots + \left[-e^{1-n}\right]_{n-1}$ $= e^{1} - e^{1-n}$ $= e^{1}\left(1-e^{-n}\right)$ $\lim S_n = e^{1}$	0.5 0.25	0.75
التمرين الثالث: (5 النقاط)		
1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$: $\Delta' = -1 = i^2$ ومنه $\Delta = -4 = 4i^2$ و $z_1 = 3 + i$ و $z_2 = 3 - i$	0.25 +0.25+0.25	0.75
استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\bar{z}+2)^2 - 6(\bar{z}+2) + 10 = 0$ $\bar{z}+2 = 3+i$ ومنه $z = 1-i$ أو $\bar{z}+2 = 3-i$ ومنه $z = 1+i$	0.25 0.25	0.5
2. كتابة كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي: $z_B = 1-i = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_A = 1+i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0.5 0.5	01
1. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = 1$ $\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{N}$ $n = 1 + 4k$	0.25 0.25 0.25	0.75
3. تعيين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ $z' - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A)$ ومنه $z' = i(z - z_A) + z_A$ ومنه $z' = i(z-3+i)+3-i$ ومنه $z' = iz - 4i + 2$ ومنه $z' = iz - 3i - 1 + 3 - i$	0.25 0.25	0.5
4. التحقق أن لاحقة F هي: $z_F = 5+3i$ $z' = i(7-3i) - 4i + 2 = 7i + 3 + 2 - 4i = 5 + 3i = z_F$	0.25	
• استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير لدينا $(z_F - z_A) = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_E - z_A)$ يكافئ $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ لدينا $\left\lvert\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}\right\rvert = 1$ ومنه $FA = EA$ و $Arg\left(\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}\right) = i\frac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه المثلث AFE قائم في A ومتساوي الساقين	0.25 0.25	0. 5
5. تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z = 1 - i + ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^*$ مجموعة النقط M هي نصف المستقيم $[DM)$ باستثناء النقطة D ومنه $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\lvert z+1+i\rvert = \lvert z-1-i\rvert$ $\lvert z+1+i\rvert = \lvert z-1-i\rvert$ يكافئ $\lvert z-(-1-i)\rvert = \lvert z-(1+i)\rvert$ يكافئ $\lvert z-z_C\rvert = \lvert z-z_D\rvert$ ومنه $CM = DM$ مجموعة النقط M هي محور القطعة $[CD]$	0.5 0.5	01

$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$ $= \left[-e^{1}\right]_0 + \left[-e^{1-1}\right]_1 + \left[-e^{1-2}\right]_2 + \dots + \left[-e^{1-n}\right]_{n-1}$ $= e^{1} - e^{1-n}$ $= e^{1}\left(1-e^{-n}\right)$ $\lim S_n = e^{1}$	0.5 0.25	0.75
التمرين الثالث: (5 النقاط)		
1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $z^2 - 6z + 10 = 0$: $\Delta' = -1 = i^2$ ومنه $\Delta = -4 = 4i^2$ و $z_1 = 3 + i$ و $z_2 = 3 - i$	0.25 +0.25+0.25	0.75
استنتج حلول المعادلة ذات المجهول z حيث: $(\bar{z}+2)^2 - 6(\bar{z}+2) + 10 = 0$ $\bar{z}+2 = 3+i$ ومنه $z = 1-i$ أو $\bar{z}+2 = 3-i$ ومنه $z = 1+i$	0.25 0.25	0.5
2. كتابة كلا من z_A و z_B على الشكل الأسي: $z_B = 1-i = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_A = 1+i = \sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$	0.5 0.5	01
1. عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = 1$ $\left(\frac{\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\left(e^{i\frac{\pi}{2}}\right)^n = e^{i\frac{n\pi}{2}}$ ومنه $\frac{n\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ حيث $k \in \mathbb{N}$ $n = 1 + 4k$	0.25 0.25 0.25	0.75
3. تعيين العبارة المركبة للدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$ $z' - z_A = e^{i\frac{\pi}{2}}(z - z_A)$ ومنه $z' = i(z - z_A) + z_A$ ومنه $z' = i(z-3+i)+3-i$ ومنه $z' = iz - 4i + 2$ ومنه $z' = iz - 3i - 1 + 3 - i$	0.25 0.25	0.5
4. التحقق أن لاحقة F هي: $z_F = 5+3i$ $z' = i(7-3i) - 4i + 2 = 7i + 3 + 2 - 4i = 5 + 3i = z_F$	0.25	
• استنتج طبيعة المثلث AFE مع التبرير لدينا $(z_F - z_A) = e^{i\frac{\pi}{2}}(z_E - z_A)$ يكافئ $\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A} = e^{i\frac{\pi}{2}}$ لدينا $\left\lvert\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}\right\rvert = 1$ ومنه $FA = EA$ و $Arg\left(\frac{z_F - z_A}{z_E - z_A}\right) = i\frac{\pi}{2}$ أي $(\overrightarrow{AE};\overrightarrow{AF}) = \frac{\pi}{2}$ ومنه المثلث AFE قائم في A ومتساوي الساقين	0.25 0.25	0. 5
5. تعيين المجموعة (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $z = 1 - i + ke^{-i\frac{\pi}{4}}$ مع $k \in \mathbb{R}_+^*$ مجموعة النقط M هي نصف المستقيم $[DM)$ باستثناء النقطة D ومنه $\tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ المجموعة (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث: $\lvert z+1+i\rvert = \lvert z-1-i\rvert$ $\lvert z+1+i\rvert = \lvert z-1-i\rvert$ يكافئ $\lvert z-(-1-i)\rvert = \lvert z-(1+i)\rvert$ يكافئ $\lvert z-z_C\rvert = \lvert z-z_D\rvert$ ومنه $CM = DM$ مجموعة النقط M هي محور القطعة $[CD]$	0.5 0.5	01

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــاع الوطنـــي
أركان الجيش الوطني الشعبي
مديرية مدارس أشبال الأمة

السنة الدراسية: 2023-2024
إختبار الثلاثي الثالث
المستوى: سنة ثالثة ثانوي الشعبة: رياضيات
المدة: 04 سا و 30 د

المادة: رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (05 نقاط)

p عدد طبيعي غير معدوم و nعدد طبيعي غير معدوم ويختلف عن 1.

a و bعددان طبيعيان حيث: $a = pn$ و $b = p(n-1)$

1) - بين أن : $p\,gcd(a,b) = a - b$.

2) - بين أنه إذا كان a وbعددان طبيعيان غير معدومين حيث: $p\,gcd(a,b) = a - b$ ، فإنه يوجد عددان طبيعيان α و β أوليان فيما بينهما يحققان: $a = p\alpha$ و $b = p\beta$

3)- x وy عددان طبيعيان غير معدومين.

نضع: $a = 40x(3y+2)$ و $b = 15x(8y+5)$ و$c = 24x(5y+3)$.

عين$p\,gcd(a,b)$ و $p\,gcd(b,c)$ ثم استنتج$p\,gcd(a,b,c)$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على ثلاث كريات بيضاء تحمل الارقام: 0، 1، 1 و ثلاث كريات حمراء تحمل الارقام :1، 2، 2
كريتين سوداوين تحملان الرقمين : 0 ، 2 (الكريات كلها متماثلة و لا نفرق بينها عند اللمس)
نسحب من الصندوق ثلاث كريات الواحدة تلوى الاخرى دون اعادة الكرية المسحوبة في كل مرة الى الصندوق.

1) - ما احتمال الاحداث التالية:

A. الكريات المسحوبة من نفس اللون

B. ظهور الرقم 1 مرة واحدة فقط في السحبات الثلاث.

C. ظهور الرقم 1 مرتين فقط في السحبات الثلاث.

D. الكرية المسحوبة ثانيا حمراء.

2) - بين ان $P(B) = \frac{17}{84}$

3) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بالسحبات الثلاث عدد الكريات السوداء المتبقية في الصندوق.

أ) - عين قيم المتغير العشوائي X واكتب قانون احتماله.

ب) - احسب الامل الرياضياتي$E(X)$

4) ننزع الان من الصندوق الكرتان السوداوان فتبقى فيه ثلاث كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء.
نسحب من الصندوق كرية واحدة n مرة على التوالي مع الارجاع في كل مرة.

أ) - عبر بدلالة n عن احتمال ان تكون كل الكريات المسحوبة من نفس اللون.

ب) - احسب احتمال ان تكون في كل السحبات كرية واحدة حمراء على الاقل.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

المستوي المركب مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1) - حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول المركب Z التالية: $(Z-1+i)(\overline{Z}-7+\frac{7}{2}i)=0$

نرمز بـ $\overline{Z}$ الى مرافق العدد المركب Z .

2) - لتكن النقطتين A و B لاحقتيهما: $Z_A = 1-i$ ، $Z_B = 7+\frac{7}{2}i$.

أ) أحسب الطول AB .

ب) عين النسبة و زاوية التشابه المستوي المباشر الذي مركزه النقطة A و يحول النقطة B إلى النقطة $E(-2\,;3)$.

ت) ليكن S التحويل النقطي للمستوي في نفسه و الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث :

$$Z' = \frac{2}{3}iZ + \frac{1}{3} - \frac{5}{3}i$$

ث)- عين صورة النقطة A بالتحويل النقطي S ثم عين الطبيعة الهندسية و العناصر المميزة للتحويل S.

3) نسمي B_1 صورة النقطة B بالتحويل S ، و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نسمي B_{n+1} صورة النقطة B_n بالتحويل S.

أ) أحسب الطول AB_{n+1} بدلالة الطول AB_n ، ثم استنتج AB_n بدلالة العدد n .

ب) إبتداءا من أي رتبة لـ n_0 تنتمي النقطة B_n إلى القرص الذي مركزه النقطة A ونصف قطره 10^{-2} ؟

ت) عين مجموعة قيم n التي من أجلها تكون النقط : A ، B_1 و B_n في إستقامية.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ : $g(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - \frac{x+4}{x+2}$.

1) - أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$ وعند 0 بقيم كبرى، ثم فسر النتائج هندسيا.

2) - أدرس إتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) - بين أن المعادلة: $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى المجال $[0.37\,;0.38]$.

4) - استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x من المجال: $]0\,;+\infty[$.

II) الجزء الثاني : نعبر الدالة f المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x) = x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - x \quad \text{من أجل: } x>0 \text{ و } f(0)=0$$

1) - أ) أدرس استمرارية الدالة f عند القيمة 0 من اليمين.

ب) ادرس قابلية إشتقاق الدالة f عند القيمة 0 من اليمين وفسر هندسيا النتيجة.

2) - أ) نذكر أن : $\lim\limits_{h\to 0}\frac{\ln(1+h)}{h} = 1$. أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(\frac{x+2}{x}\right)$ (يمكن وضع : $h = \frac{2}{x}$) .

ب) استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$.

ج) بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته: $y = -x+2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

3) أ) بين أنه من أجل كل $x \in]0\,;+\infty[$ تكون : $f'(x) = g(x)$ ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

ب) بين أن : $f(\alpha) = 2.\frac{\alpha}{\alpha+2}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$.

ج) عين القيمة المضبوطة x_0 لفاصلة نقطة تقاطع المنحنى (C_f) مع حامل محور الفواصل.

4) - أنشئ (Δ) والمنحنى (C_f) في المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (نقبل أن (C_f) يقع أسفل (Δ) في المجال $]0\,;+\infty[$)

5) - F هي الدالة المعرفة على المجال $]0\,;+\infty[$ بـ : $F(x) = \left(\frac{x^2}{2}-2\right)\ln(x+2) - \frac{x^2\ln x}{2} + x - \frac{x^2}{2}$.

- برر أن الدالة F أصلية للدالة f على $]0\,;+\infty[$.

6) - أحسب بدلالة x_0 المساحة $\mathcal{A}(x_0)$ للحيز المستوي المحصور بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = x_0$ و $x = 2$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(04,5 نقاط)

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;3;3)$، $B(4;1;3)$ و $C(4;3;-2)$.

الجزء 1 أ) - أثبت أن النقط A ، B و C تشكل مستويا (Q).

ب) - عين شعاعا ناظميا للمستوي (Q).

ج) - تأكد أن $10x+15y+6z=73$ هي معادلة ديكارتية للمستوي (Q).

الجزء2 لتكن x ، y و z أعداد طبيعية حيث $10x+15y+6z=73$:

1. أ) - أثبت أن y فردي.

ب) - أثبت أن $x\equiv 1[3]$ و $z\equiv 3[5]$.

2. نضع $x=3m+1$، $y=2n+1$ و $z=5p+3$ حيث m ، n و p أعداد طبيعية.

أ) - أثبت أن النقطة $M(x;y;z)$ تنتمي للمستوي (Q) إذا وفقط إذا كان $m+n+p=1$

ب) - استنتج أنه توجد ثلاثة نقط بالضبط ذات احداثيات اعداد طبيعية تنتمي للمستوي (Q). ثم حدد احداثياتها.

التمرين الثاني: (03,5 نقاط)

لتكن (I_n) المتتالية المعرفة بحدها الأول $I_0=\int_0^1 \frac{1}{1+e^x}dx$ ومن أجل كل طبيعي n: $I_n=\int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$

1. احسب I_0+I_1 و I_1 ثم استنتج قيمة I_0.
2. احسب I_n+I_{n+1} بدلالة n حيث n طبيعي غير معدوم.
3. قارن بين e^{nx} و $e^{(n+1)x}$ حيث x ينتمي للمجال $[0;1]$ ثم استنتج دون حساب I_n أن المتتالية (I_n) متزايدة.
4. أ) أثبت من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[0;1]$ أن: $\frac{1}{4}\leq\frac{1}{1+e^x}\leq\frac{1}{2}$.

ب) - استنتج حصرا للمتتالية (I_n).

ج) - ما هي نهاية المتتالية (I_n)؟

التمرين الثالث:(04 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

يحتوي صندوق على ثلاث كريات لا نفرق بينها عند اللمس، تحمل الأرقام 1 ، 2 ، 3

نسحب من الصندوق كرية واحدة ونسمي a الرقم الظاهر عليها ثم نسحب كرية ثانية دون إرجاع الأولى إلى الصندوق ونسمي b الرقم الذي تحمله.

بكل نتيجة (a,b) لهذه التجربة نرفق التحويل النقطي $T_{(a,b)}$ الذي يحول كل نقطة M ذات اللاحقة z إلى النقطة M' ذات اللاحقة z'

حيث: $z'=az$ مع $a=\frac{a}{2}e^{ib\frac{\pi}{3}}$

1. ما هي النتائج (a,b) لهذه التجربة؟ ما هي قيم a المرتبطة بها؟
2. لتكن A النقطة ذات اللاحقة $z_0=\sqrt{3}+i$ و A' النقطة ذات اللاحقة $z'_0=az_0$ صورة A بواسطة التحويل $T_{(a,b)}$.

أ) - اكتب العدد المركب z_0 على شكله الأسي.

ب) - حدد الطويلة و عمدة للعدد المركب z'_0 حسب قيم (a,b).

1. أ) - احسب احتمال الحدث E_1: " النقط O ، A و A' في استقامية ".

ب) - احسب احتمال الحدث E_2: " العدد z'_0 تخيلي صرف".

التمرين الرابع: (08 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\begin{cases}\dfrac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x} & ;x<0\\ 0 & ;x=0\\ x^2\ln x-x & ;x>0\end{cases}$

و نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) أثبت أن الدالة f مستمرة عند الصفر.

ب) هل الدالة f قابلة للاشتقاق عند الصفر؟ فسر النتائج هندسيا.

2. أ) اثبت انه من أجل كل x من المجال $]-\infty;0[$ $f'(x)=-e^{1+\frac{1}{x}}\frac{(x+1)}{x^3}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]-\infty;0[$.

3. أ) ادرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=2x\ln x+x-1$

ب) أنجز جدول تغيرات الدالة g.

ج) أحسب $g(1)$ واستنتج إشارة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

4. أ) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

ب) احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم انجز جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

5. أ) أكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_0=-\frac{1}{2}$.

ب) أكتب معادلة للمماس (T') للمنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة $x_1=e^{-1}$.

6. أ) أنشئ (T)، (T') و (C_f)

ب) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة ذات المجهول الحقيقي x التالية: $f(x)=mx$.

انتهى الموضوع الثاني

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة الدفـــــاع الوطنـــــي — السنـة الدراسيـة: 2023-2024

أركان الجيش الوطني الشعبي — إختبـــار الثـــلاثي الثـــالث

مديرية مدارس أشبال الأمـة — المستوى: ثالثة ثانوي الشعبة: رياضيات

التصحيح النموذجي لاختبار مادة الرياضيات – الموضوع الأول

حل التمرين الاول (04 نقاط) :

من المعطيات $a = pn$ و: $b = p(n-1)$ $n \in \mathbb{N}^*$ و $n > 1$ و $p \in \mathbb{N}^*$

1) $PGCD(a;b) = PGCD(pn; p(n-1))$

اي $PGCD(a;b) = p * PGCD(n; n-1)$: 0.25

بما ان $n > 1$ فان العددان n و $n-1$ اوليان فيما بينهما (عددان طبيعيان غير معدومين متتابعان)

0.25 ومنه $PGCD(a;b) = p \times 1 = p$:.

0.5 علما ان $b = pn - p$ اي $p = p \times n - b$ اي $p = a - b$ وبالتالي $PGCD(a,b) = a - b$.

2) نفرض $a \in \mathbb{N}^*$ و $b \in \mathbb{N}^*$ حيث $PGCD(a,b) = a - b$:

وهذا يعني وجود عددان طبيعيان غير معدومين α و β بحيث يكون :

0.5 $\begin{cases} a = d \times \alpha \\ b = d \times \beta \end{cases}$ اي $\begin{cases} a = (a-b)\alpha \\ b = (a-b)\beta \end{cases}$ لكن $a - b = p$ من المعطيات وبالتالي $\begin{cases} a = p \times \alpha \\ b = p \times \beta \end{cases}$

0.5 حيث $PGCD(a,b) = a - b$ اي $PGCD(p\alpha, p\beta) = p$ اي $PGCD(\alpha, \beta) = 1$

3) $x \in \mathbb{N}^*$ و $y \in \mathbb{N}^*$: نضع $a = 40x(3y+2)$ و $b = 15x(8y+5)$ و $c = 24x(5y+3)$

0.5 أ) نعلم ان $PGCD(a;b) = a - b$ حيث $a - b = 5x$

0.5 وبالتالي $PGCD(a;b) = 5x$

0.25 ب) لدينا $b - c = 3x$: . نضع $p = 3x$

ولدينا $b = 3x(20y+25)$ و $c = 3x(40y+24)$

بوضع $n = 40y + 25$ فان $n - 1 = 40y + 24$ (عددان طبيعيان متتابعان)

0.5 وهذا يعني ان $\begin{cases} b = p \times n \\ c = p(n-1) \end{cases}$ وبالتالي حسب الجواب (أ) $PGCD(b;c) = b - c$

0.25 اي $PGCD(b;c) = 3x$

0.25 $PGCD(a;b;c) = PGCD(a-b;b-c)$

0.25 $PGCD(a;b;c) = PGCD(5x;3x)$

0.25 $PGCD(a;b;c) = xPGCD(5;3)$

$PGCD(a;b;c) = x \times 1$.

$PGCD(a;b;c) = x$

حل التمرين الثاني(05نقاط) :

0.25 عدد الحالات الممكنة للسحب من الصندوق هي $A^3_9 = 336$:

1) حساب احتمال الاحداث التالية :

0.25 *) احتمال سحب كرات من نفس اللون اي $P(A) = \frac{A^3_3 + A^3_3}{336} = \frac{6+6}{336} = \frac{12}{336}$: ومنه $P(A) = \frac{1}{28}$:

0.25 *) احتمال سحب كرة واحدة تحمل الرقم 1 $P(B) = \frac{(A^1_3 \times A^2_6) \times 3}{336} = \frac{60 \times 3}{336} = \frac{180}{336}$: ومنه $P(B) = \frac{15}{28}$:

0.25

0.25

*) احتمال ظهور الرقم 1 مرتين فقط $P(C)=\frac{(A_3^1\times A_5^1)\times 3}{336}=\frac{30\times 3}{336}=\frac{90}{336}$: ومنه $P(A)=\frac{15}{56}$: 0.25

*) احتمال ان تكون الكرة الثانية في السحب حمراء $P(D)=\frac{A_3^1\times A_4^1}{336}=\frac{3\times 42}{336}=\frac{126}{336}$: ومنه $P(D)=\frac{3}{8}$: 0.25

2) لنبين ان $P(B\cap D)=\frac{17}{84}$: 0.25

الحدث $(B\cap D)$: كرة واحدة تحمل الرقم 1 و الكرة المسحوبة ثانيا حمراء هي :

$P(B\cap D)=\frac{(A_3^1\times A_5^1\times A_4^1)+(A_3^1\times A_5^1\times A_4^1)\times 2}{336}=\frac{20+48}{336}=\frac{68}{336}$ ومنه : 0.25

$P(B\cap D)=\frac{17}{84}$ و هو المطلوب .

الجدول التالي يوضح الوضعية اكثر : 0.25

1ere	2eme	3eme
5 التي لا تحمل الرقم 1	R_1	4 كرات التي لا تحمل الرقم 1
3 كرات تحمل الرقم 1	R_2 (حالتان)	4 كرات لا تحمل الرقم 1 و ليست R_2

0.25

2) 1) قيم المتغير العشوائي X هي : 0 ، 1 و 2 . 0.25

- لنعين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X :

*) $X=0$ معناه ان الكرتان السوداوين موجودتان في السحب $P(X=0)=\frac{(A_2^2\times A_5^1)\times 3}{336}=\frac{12\times 3}{336}=\frac{36}{336}$: 0.25

*) $X=1$ معناه في السحبات الثلاث توجد كرة واحدة سوداء $P(X=1)=\frac{(A_2^1\times A_5^2)\times 3}{336}=\frac{60\times 3}{336}=\frac{180}{336}$: 0.25

*) $X=2$ معناه لا توجد في السحب كرات سوداء $P(X=3)=\frac{A_5^3}{336}=\frac{120}{336}$: 0.25

نلخص القانون في الجدول التالي :

X_i	0	1	2
$P(X_i)$	$\frac{36}{336}$	$\frac{180}{336}$	$\frac{120}{336}$

ب

3) حساب الامل الرياضياتي : 0.5

لدينا $E(X)=\frac{0+180+240}{336}=\frac{420}{336}$: ومنه $E(X)=\frac{5}{4}$:

4) لدينا في الصندوق 3 كرات بيضاء ، 3 كرات حمراء و السحب لكرة واحدة n مرة على التوالي مع الارجاع . 0.25

ا) p_1 هو احتمال ان تكون الكرات المسحوبة من نفس اللون اي $p_1=(\frac{1}{2})^n+(\frac{1}{2})^n=2\times(\frac{1}{2})^n=\frac{1}{2^{n-1}}$: 0.5

ب) p_2 هو احتمال ان تكون في السحب على الاقل كرة حمراء

*) نعلم ان : احتمال ان تكون الكرات المسحوبة كلها بيضاء هو $(\frac{1}{2})^n$: 0.5

ومنه يكون $p_2=1-(\frac{1}{2})^n=1-\frac{1}{2^n}$:

حل التمرين الثالث(04 نقاط) :

ا) حل في p المعادلة : 0.5

$(E)\ldots\ldots\ldots(4Z^2-a^2)(2\overline{Z}+ia\sqrt{3})=0$ حيث $a\in\mathbb{R}^*$ 0.5

المعادلة (E) تكافئ $(1)\ldots\ldots\ldots 4Z^2-a^2=0$ او $(2)\ldots\ldots\ldots 2\overline{Z}+ia\sqrt{3}=0$

*) حل المعادلة (1) $4Z^2-a^2=0$ تكافئ $(2Z-a)(2Z+a)=0$

تكافئ ($Z=-\frac{a}{2}$ او $Z=\frac{a}{2}$)

*) حل المعادلة (2) $2\overline{Z}+ia\sqrt{3}=0$ تكافئ $\overline{Z}=-\frac{1}{2}ia\sqrt{3}$ و هذا يعني ان $Z=\frac{1}{2}ia\sqrt{3}$

0.5

اذن مجموعة حلول المعادلة (E) هي $S=\left\{-\frac{a}{2};\frac{a}{2};-\frac{1}{2}ia\sqrt{3}\right\}$:

نضع $Z_A = \frac{a}{2}$ و $Z_B = -\frac{a}{2}$، $Z_C = \frac{\sqrt{3}}{2}ai$

أ) الكتابة على الشكل الأسي العدد :

0.5
$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}ai + \frac{a}{2}}{\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}ai} = \frac{\frac{a}{2}(1+\sqrt{3}i)}{\frac{a}{2}(1-\sqrt{3}i)} = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}} \times \frac{1+i\sqrt{3}}{1+i\sqrt{3}}$$

0.25
$$= \frac{1+i\sqrt{3}+i\sqrt{3}-3}{(1)^2+(-\sqrt{3})^2} = \frac{-2+2i\sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$$

0.25
ب) الاستنتاج :

بما ان $-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$ حيث: $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$ و $\left|-\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}\right| = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 1$

$$\theta = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3} \quad \begin{cases} \cos\theta = -\frac{1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$ و

اذن $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_A} = 1e^{i\left(\frac{2\pi}{3}\right)}$:

نستنتج انه يوجد دوران R يحول A الى B و يحول C الى A و زاويته $\theta = \frac{2\pi}{3}$

ج) ليكن ω مركز الدوران R

0.75
بما ان $R(A) = B$: فان (1).....$\omega B = \omega A$ و بما ان $R(C) = A$ فان (2).....$\omega A = \omega C$

من (1) و (2) نستنتج ان $\omega A = \omega B = \omega C$: اذن ω هي نقطة تقاطع المحاور في المثلث ABC

و بما ان $AB = AC = BC = a$ اي المثلث ABC متقايس الاضلاع و بالتالي نقطة تقاطع المحاور هي كذلك نقطة تقاطع المستويات اي ω هي مركز المثلث ABC

ملاحظة : يمكن حساب لاحقة المركز ω للدوران R حيث $Z_\omega = \frac{\beta}{1-\alpha} = \frac{1}{6}ai\sqrt{3}$

ثم نحسب لاحقة مركز ثقل المثلث ABC نجد $Z_G = \frac{Z_A + Z_B + Z_C}{3} = \frac{1}{6}\sqrt{3}ai$: اي $Z_G = Z_\omega$

3) (Γ) مجموعة النقط M بحيث $MA^2 + MB^2 + MC^2 = 2a$:

0.75
أ) لتحقق ان النقط A و B و C تنتمي الى (Γ)

- بتعويض $M \to A$ نجد $AA^2 + AB^2 + AC^2 = AB^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$:
اذن $A \in (\Gamma)$

- بتعويض $M \to B$ نجد $BA^2 + BB^2 + BC^2 = BA^2 + BC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$:
اذن $B \in (\Gamma)$

- بتعويض $M \to C$ نجد $CA^2 + CB^2 + CC^2 = CA^2 + CB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$:
اذن $C \in (\Gamma)$

ب) تعيين طبيعة المجموعة (Γ) :

من الجواب السابق نستنتج ان (Γ) هي الدائرة المحيطة بالمثلث (ABC) و التي مركزها ω

0.25
0.25

حل التمرين الرابع (07 نقاط) :

الجزء الاول :

0.25
1) $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = -1$ و $\lim\limits_{x \to 0} g(x) = +\infty$

0.25
2) من اجل كل $x \in]0;+\infty[$: $g'(x) = \frac{-4}{x(x+2)^2}$:

0.25
اذن من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ $g'(x) < 0$:

و هذا يعني ان الدالة g متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$

0.25

جدول تغيرات الدالة g

x	0		$+\infty$
$g'(x)$	‖	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-1

0.5

3) الدالة g مستمرة و متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و بالخاص على المجال $]0,37;0,38[$

وبما أن $\begin{cases} g(0.37) = 0.01326 \\ g(0.38) = -0.00565 \end{cases}$ اي $g(0.38) \times g(0.36) < 0$: 0.5

فالمعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0.37 < \alpha < 0.38$

4) اشارة $g(x)$ كما يلي :

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$	‖	$+$	0	$-$	

0.25 0.25 0.25

الجزء الثاني :

1) أ) $\lim\limits_{x \to 0} f(x) = \lim\limits_{x \to 0} [x \ln(x+2) - x \ln x - x] = 0$ لان f مستمرة عند 0 من اليمين

0.5

ب) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim\limits_{x \to 0} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x \to 0} \left[\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - 1 \right] = +\infty$ لان الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند 0 من اليمين

التفسير الهندسي : المنحنى (C_f) يقبل نصف مماس منطبق على محور التراتيب في النقطة $O(0;0)$ 0.25

2) أ) $\lim\limits_{x \to +\infty} x \ln x \left(\frac{x+2}{x}\right) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{2}{h} \ln(1+h)$ بوضع $h = \frac{2}{x}$ اي $x = \frac{2}{h}$ 0.25

$= \lim\limits_{h \to 0} 2 \frac{\ln(1+h)}{h} = 2$ لان $\lim\limits_{x \to +\infty} x \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) = 2$

ب) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[x \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - x \right] = -\infty$ 0.25

ج) $\lim\limits_{x \to +\infty} [f(x) - (-x+2)] = \lim\limits_{x \to +\infty} \left[x \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - 2 \right] = 0$ و (Δ) مستقيم مقارب مائل لـ (C_f).

3) أ) من اجل كل $x \in]0;+\infty[$ 0.25 اي $f'(x) = \ln(x+2) + \frac{x}{x+2} - (1 \times \ln x + \frac{1}{x} x) - 1$

$f'(x) = \ln(x+2) + \frac{x}{x+2} - \ln(x) - 2$

اي $f'(x) = \ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - \frac{x+4}{x+2}$ اي $f'(x) = g(x)$ 0.25

لان الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0;\alpha]$ و f متناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$

- جدول تغيرات الدالة f

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘	-1

0.25

ب) نعلم ان $g(\alpha) = 0$ معناه $\ln\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right) = \frac{\alpha+4}{\alpha+2}$: 0.25

و $f(\alpha) = \alpha \ln\left(\frac{\alpha+2}{\alpha}\right) - \alpha$ اي $f(\alpha) = \alpha\left(\frac{\alpha+4}{\alpha+2}\right) - \alpha$ نجد $f(\alpha) = 2\frac{\alpha}{\alpha+2}$

بما ان $0.36 < \alpha < 0.38$ نجد $0.32 < f(\alpha) < 0.30$: 0.25

ج) نحل المعادلة $f(x) = 0$: اي $\left[\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) - 1 \right] = 0$ مع $x_0 > 0$

اي $\ln\left(\frac{x+2}{x}\right) = 1$ اي $\frac{x+2}{x} = e^1$ اي $x + 2 = xe^1$ اي $x(e^1 - 1) = 2$

اي $x_0 = \frac{2}{e^1 - 1}$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

1) الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة هي: $g'(x)=e^x(x+1)'=e^x$	0.25	01
من أجل كل x من $\mathbb{R}$ تكون إشارة $g'(x)$ من إشارة $(x+1)$ وعليه	0.5	
الدالة g متزايدة تماما على المجال $[-1;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$	0.25	
2)	0.25	0.5
$g(-1)>0$ ومنه $g(x)>0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}$	0.25	
3) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(\frac{x}{e^x}+1\right)}{e^x\left(1-\frac{1}{e^x}\right)}=1$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to 0} f(x)=+\infty$	0.25+0.5 0.25+0.25	01.75
$\lim_{x\to 0} f(x)=-\infty$		
$x=0$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) و $y=1$ معادلة مستقيم مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$	0.25+0.25	
4) الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}^*$ ودالتها المشتقة هي: $f'(x)=\frac{(1+e^x)(e^x-1)-e^x(x+e^x)}{(e^x-1)^2}$	0.25	0.5
$=\frac{g(x)}{(e^x-1)^2}$	0.25	
إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ وعليه $f'(x)<0$ من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$	0.25	0.5
الدالة f متناقصة تماما على مجالي تعريفها	0.25	
	0.25	0.25
5) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-x$ مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $-\infty$	0.25	0.25
$\lim_{x\to-\infty}(f(x)-x)=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{x+e^x}{e^x-1}+x\right)$		
من أجل كل x من $\mathbb{R}^*$: $=\lim_{x\to-\infty}\left(\frac{g(x)}{e^x-1}\right)$		
$=0$		

0.25 — و منه $I_n = I_1 - 1 = \ln e - \ln(1+e) + \ln 2 = \ln\left(\frac{2e}{1+e}\right)$

0.5 — 2. $I_n + I_{n+1} = \int_0^1 e^{nx}\frac{1+e^x}{1+e^x}dx = \int_0^1 e^{nx}dx = \left[\frac{1}{n}e^{nx}\right]_0^1 = \frac{e^n-1}{n}$

0.25 — 3. من أجل كل x من المجال $[0;1]$ و كل طبيعي n لدينا $(n+1)x \geq nx$ إذن $e^{(n+1)x} \geq e^{nx}$

0.25 — إذن $\int_0^1 \frac{e^{(n+1)x}}{1+e^x}dx \geq \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx$ يعني $I_{n+1} \geq I_n$ و منه المتتالية (I_n) متزايدة تماما على N.

0.5 — 4. أ) $0 \leq x \leq 1$ يكافئ $1 \leq e^x \leq e$ يكافئ $2 \leq 1+e^x \leq e+1 \leq 4$ يكافئ $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+e^x} \leq \frac{1}{2}$

ب) من أجل كل x من المجال $[0;1]$ $\frac{1}{4} \leq \frac{1}{1+e^x} \leq \frac{1}{2}$ يكافئ $\frac{e^{nx}}{4} \leq \frac{e^{nx}}{1+e^x} \leq \frac{e^{nx}}{2}$

0.5 — يكافئ $\frac{1}{4}\int_0^1 e^{nx}dx \leq \int_0^1 \frac{e^{nx}}{1+e^x}dx \leq \frac{1}{2}\int_0^1 e^{nx}dx$

يعني $\frac{e^n-1}{4n} \leq I_n \leq \frac{e^n-1}{2}$

0.5 — ج) و بما أن $\lim \frac{e^n-1}{4n} = +\infty$ فإن $\lim I_n = +\infty$

التمرين الثالث : (04 نقاط)

0.5 / 0,75 / 0,25 / 0,75 / 0,75

$(a;b)$	$(1;2)$	$(1;3)$	$(2;1)$	$(2;3)$	$(3;1)$	$(3;2)$
a	$\frac{1}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$	$\frac{1}{2}e^{i\pi}$	$e^{i\frac{\pi}{3}}$	$e^{i\pi}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$	$\frac{3}{2}e^{i\frac{2\pi}{3}}$
z_0	$2e^{i\frac{\pi}{6}}$					
$z_0' = az_0$	$e^{i\frac{3\pi}{6}}$	$e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{\pi}{3}}$	$2e^{i\frac{7\pi}{6}}$	$3e^{i\frac{\pi}{3}}$	$3e^{i\frac{5\pi}{6}}$
$\lvert z_0'\rvert$	1	1	2	2	3	3
$\arg(z_0')$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{6}$

0,25 — 3. . أ) O، A و A' في استقامية إذا و فقط إذا $\arg(z_0') = \arg(z_0) + k\pi$ حيث $k \in \mathbb{Z}$

0,25 — يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{6} + k\pi$ يعني $\arg(z_0') = \frac{\pi}{6}$ أو $\arg(z_0') = \frac{7\pi}{6}$

0,25 — من الجدول نجد $p(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$-2e^{-\frac{1}{2}}-1=-1,45$

0,25

ج) بما أن $g(1)=0$ فإن

x	0		1		$+\infty$
$g(x)$	‖	$-$	0	$+$	

0,25

0,25

4.1) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ $f'(x)=g(x)$

ومنه الدالة f متزايدة تماما على $[1;+\infty[$ و متناقصة تماما على $[0;1]$.

2x0,25

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f(x)$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

ب) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x(x\ln x-1)=+\infty$

0,25

و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} e^{\frac{1}{x}}e^{x}=0$

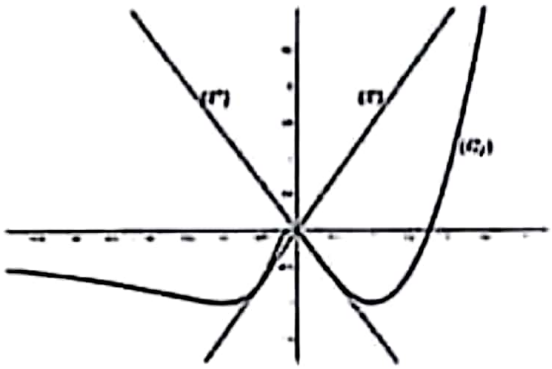
0,25

0,25

5. 1) $f\left(-\frac{1}{2}\right)=-2e^{-1}$ و $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=4e^{-1}$ و منه $(T):y=4e^{-1}x$

ب) $f\left(e^{-1}\right)=-e^{-2}-e^{-1}$ و $f'(e)=-e^{-1}-1$ و منه $(T'):y=\left(-1-e^{-1}\right)x$

3x0,25



المناقشة:

حلول المعادلة $f(x)=m$ هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم $(\Delta_m):y=mx$ حيث m يمسح $\mathbb{R}$

لما $m=0$ المعادلة تقبل حلين.

لما $0<m<4e^{-1}$ المعادلة تقبل أربعة حلول.

لما $m=4e^{-1}$ المعادلة تقبل ثلاثة حلول.

لما $m>4e^{-1}$ المعادلة تقبل حلين.

4x0,25

لما $-1-\frac{1}{e}<m<0$ المعادلة تقبل حلين.

لما $m=-1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين هما $-\frac{1}{2}$ و e^{-1}.

لما $m<-1-\frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حل واحد هو 0.

انتهى تصحيح الموضوع الثاني

ب) العدد المركب z_0' تخيلي صرف يعني $\arg\left(z_0'\right)=\frac{\pi}{2}+k\pi$ حيث $k\in Z$ — 0,25

يعني $\arg\left(z_0'\right)=\frac{\pi}{2}$ او $\arg\left(z_0'\right)=\frac{3\pi}{2}$

من الجدول نجد $p(E_2)=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ — 0,25

0,5

التمرين الرابع: (08 نقاط)

0,25

1. ا) بوضع $t=\frac{1}{x}$ نحصل على $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x}=\lim\limits_{t\to-\infty} e\times te^t=0=f(0)$ — 0,25

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to0^+} x^2\ln x-x=0=f(0)$

بما أن f مستمرة على يمين و على يسار الصفر فإنها مستمرة عند الصفر. — 0,25

ب) $\lim\limits_{x\to0^-}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0^-}\frac{e^{1+\frac{1}{x}}}{x^2}=\lim\limits_{x\to0^-} e\times t^2e^t=0=f_g'(0)$ و منه f قابلة للاشتقاق على يسار الصفر. — 0,25

0,25

$f_d'(0)=-1=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{x^2\ln x-x}{x}=\lim\limits_{x\to0^+} x\ln x-1$ و منه f قابلة للاشتقاق على يمين الصفر — 0,25

بما أن $f_g'(0)\neq f_d'(0)$ فإن الدالة f غير قابلة للاشتقاق عند الصفر.

0,5

التفسير البياني: مبدأ المعلم O نقطة زاوية و (C_f) يقبل نصف مماسين عندها.

2. ا) من أجل كل x من $]-\infty;0[$ $f'(x)=e\left(\frac{-\frac{1}{x^2}xe^{\frac{1}{x}}-e^{\frac{1}{x}}}{x^2}\right)=e\left(\frac{-e^{\frac{1}{x}}-xe^{\frac{1}{x}}}{x^3}\right)=-e^{1+\frac{1}{x}}\frac{(x+1)}{x^3}$ — 0,25 — 0,25

ب) إشارة $f'(x)$ على $]-\infty;0[$ من إشارة $-\frac{x+1}{x^3}$ — 0,25

ومنه f متناقصة تماما على $[-1;0[$ و متزايدة تماما على $]-\infty;-1]$.

0,25

3. ا) من أجل كل x من $]0;+\infty[$ $g'(x)=2\ln x+3$

$g'(x)\geq0$ يعني $x\geq e^{-\frac{3}{2}}$ و منه g متناقصة تماما على $\left]0;e^{-\frac{3}{2}}\right]$ و متزايدة تماما على $\left[e^{-\frac{3}{2}};+\infty\right[$ — 2x0,25

ب) $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=-1$

$e^{-\frac{3}{2}}=0,22$

x	$-\infty$		$e^{-\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	↘	$-2e^{-\frac{3}{2}}-1$	↗	$+\infty$

— 0,25