مجموعة قواسم D

D هي مجموعة الأعداد طبيعية التي تقسم a

D_1 مجموعة القواسم

1 هو قاسم لكل عدد طبيعي وأول قاسم

$a = a \times 1$

كل عدد طبيعي هو قاسم لـ 0

$0 = a \times 0$

كل عدد طبيعي مجموعة قواسمه تبدأ بـ 1 وتنتهي بالعدد نفسه

$D_a = \{1; \ldots; a\}$

$D_{32} = \{1; 2; 4; 8; 16; 32\}$

$D_{64} = \{1; 2; 4; 8; 16; 32; 64\}$

$D_{32;64} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$

أكبر قاسم مشترك

إذن: القاسم المشترك الأكبر للعددين 64 و 32 هو

$PGCD(32,64) = 32$

Bem 2022

مواصفات عدد طبيعي

b قاسم للعدد a يعني باقي قسمة الإقليدية للعدد a على b يساوي 0 حيث q حاصل

نقول أن a مضاعف لـ b.

$a = b \times q$

خواص القواسم المشتركة

إذا وجد قاسم مشترك بين عددين a و b فإنه قاسم كذلك لـ $a+b$ و $a-b$ و $(a \pm b)$

q قاسم لـ a هو قاسم لـ ka عدد k طبيعي

PGCD

هو أكبر قاسم مشترك للعددين في مجموعة القواسم المشتركة

مثال: $PGCD(32,64)$

خواص PGCD

- $PGCD(a;a) = a$
- $PGCD(a,0) = a$
- $PGCD(a;b) = PGCD(b;a-b)$ $a \geq b$
- $PGCD(a;b) = PGCD(b;r)$ r باقي قسمة a على b
- $PGCD(a,1) = 1$

العددان الأوليان فيما بينهما

a و b أوليان فيما بينهما إذا كان $PGCD(a;b) = 1$

كسر غير قابل للاختزال

- اختزال كسر (تبسيطه) نقسم كلا من بسطه ومقامه على PGCD لهما.
- إذا كان بسط والمقام أوليان ($PGCD = 1$) فإن الكسر غير قابل للاختزال

خاصية القسمة

ليكن العددان A و B أوليان فيما بينهما دون حساب PGCD

إذا كان:

- أحدهما زوجي ⇐ يقبل 2 قاسم لهما
- أحادهما 5 أو 0 ⇐ يقبل 5 قاسم لهما.
- مجموع أرقام مضاعفات 3 ⇐ يقبل 3 قاسم لهما
- 9 ⇐ 9 قاسم لهما
- يقبل 2 و 3 قاسم لهما ⇐ يقبل 6 قاسم لهما.

A و B ليسا أوليان فيما بينهما

طرق حساب PGCD

- **طريقة الطرح المتتالي:**

قاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو آخر ناتج غير معدوم لفرق a-b حيث a>b :

PGCD(a;b) = PGCD(b, a-b)

مثال: حساب PGCD(90;60) :

90 > 60

P 90 - 60 = 30

60 - 30 = 30 ← آخر ناتج غير معدوم

30 - 30 = 0 ← ناتج معدوم

PGCD(90;60) = 30

- **طريقة القسمة الإقليدية (خوارزمية أويلر):**

قاسم المشترك الأكبر للعددين a و b هو آخر باقي غير معدوم لقسمة a على b.

حيث a>b : PGCD(a;b) = PGCD(b;r)

مثال: حساب PGCD(156;132) حيث 156 > 132

- 156 = 132 × 1 + 24

132 = 24 × 5 + 12 ← آخر باقي غير معدوم

24 = 12 × 2 + 0 ← باقي معدوم .