مراجعة (01)

المُستوى: الرَّابع المُتوسِّط 2024

الأُستاذ : جَيْوَخ العربي / مُدرِّس مادَّة الرِّياضيَّـــات.
صفحة : منارة جيوخ العربي للرّياضيّات

تمارين محلولة حول العمليات على الكسور (للمراجعة)

1. طريقة عامة لجمع أوْ طرح كسرَيْن :

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \times d \pm b \times c}{b \times d} \quad ; \quad b \neq 0 \ , \ d \neq 0$$

2. ضرب كسرين :

لضرب كسرين، نضرب البسط في البسط والمقام في المقام.

3. قسمة كسرين :

لقسمة كسرين، نضرب الكسر الأوَّل في مقلوب الكسر الثَّاني.

تمرين تطبيقي 1:

أُحْسب ما يلي :

$$\mathcal{A} = \frac{11}{7} + \frac{17}{7} - \frac{9}{7} \qquad \mathcal{C} = \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$$

$$\mathcal{B} = 4 + \frac{7}{6} \qquad \mathcal{D} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} - \frac{4}{15}$$

الحل :

حساب $\mathcal{A}$ و $\mathcal{B}$:

$$\mathcal{A} = \frac{11}{7} + \frac{17}{7} - \frac{9}{7}$$
$$\mathcal{A} = \frac{11 + 17 - 9}{7}$$
$$\mathcal{A} = \frac{28 - 9}{7}$$
$$\mathcal{A} = \frac{19}{7}$$

$$\mathcal{B} = 4 + \frac{7}{6}$$
$$\mathcal{B} = \frac{4 \times 6 + 1 \times 7}{6}$$
$$\mathcal{B} = \frac{24 + 7}{6}$$
$$\mathcal{B} = \frac{31}{6}$$

حساب $\mathcal{C}$ و $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{C} = \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$$
$$\mathcal{C} = \frac{3 \times 2 + 10 \times 1}{10 \times 2}$$
$$\mathcal{C} = \frac{6 + 10}{20}$$
$$\mathcal{C} = \frac{16 \div 4}{20 \div 4}$$
$$\mathcal{C} = \frac{4}{5}$$

$$\mathcal{D} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{5} - \frac{4}{15}$$
$$\mathcal{D} = \frac{2 \times 7}{3 \times 5} - \frac{4}{15}$$
$$\mathcal{D} = \frac{14}{15} - \frac{4}{15}$$
$$\mathcal{D} = \frac{14 - 4}{15}$$
$$\mathcal{D} = \frac{10 \div 5}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

تمرين تطبيقي 2:

أُحْسب واخْتزل ما يلي :

$$\frac{4}{7} \div \frac{10}{3} \quad ، \quad \frac{2,5}{4} \div \frac{35}{8} \quad و \quad \frac{3}{2} \div \frac{17}{2}$$

الحل :

الحساب والاخْتزال :

$$\frac{10}{3} \div \frac{4}{7} = \frac{10}{3} \times \frac{7}{4} = \frac{10 \times 7}{3 \times 4} = \frac{70 \div 2}{12 \div 2} = \frac{35}{6}$$

$$\frac{35}{8} \div \frac{2,5}{4} = \frac{35}{8} \times \frac{4}{2,5} = \frac{35 \times 4}{8 \times 2,5} = \frac{140}{20} = 7$$

$$\frac{17}{2} \div \frac{3}{2} = \frac{17}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{17 \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times 3} = \frac{17}{3}$$

تمرين تطبيقي 3:

قارن بيْن كل كسرَيْن في كل حالة من الحالات التاليَّة :

$$(1) \ \begin{cases} a = \frac{5}{4} \\ b = \frac{10}{4} \end{cases} \qquad (2) \ \begin{cases} a = \frac{16}{7} \\ b = \frac{2,5}{14} \end{cases} \qquad (3) \ \begin{cases} a = \frac{3}{10} \\ b = \frac{4}{6} \end{cases}$$

الحل :

الحالة (1) :

بما أنَّ : $10 > 5$ فإنَّ : $\frac{10}{4} > \frac{5}{4}$ أيْ : $a < b$.

الحالة (2) :

في هذه الحالة يلزم علينا " توْحيد المقامات ".إذن :

$$\begin{cases} a = \frac{16}{7} = \frac{16 \times 2}{7 \times 2} = \frac{32}{14} \\ b = \frac{2,5}{14} \end{cases}$$

وبما أنّ : $32 > 2,5$ إذن : $\frac{32}{14} > \frac{2,5}{14}$

بمعنى آخر : $b < a$.

الحالة (3) :

نلاحظ أنَّ مقامي الكسرين مخْتلفيْن، وَجَبَ علينا

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

توحيد المقامات. إذن :

$$\begin{cases} a = \dfrac{3}{10} = \dfrac{3 \times 3}{10 \times 3} = \dfrac{9}{30} \\ b = \dfrac{4}{6} = \dfrac{4 \times 5}{6 \times 5} = \dfrac{20}{30} \end{cases}$$

بما أنَّ : $20 > 9$ إذن : $\dfrac{9}{30} < \dfrac{20}{30}$ أيْ : $a < b$.

تمرين تطبيقي 4:

أُحسب ما يلي : $x = \dfrac{2}{7} + \dfrac{4}{3}$ و $y = \dfrac{7}{3} - \dfrac{5}{12}$.

الحل :

الحساب :

$$\begin{cases} y = \dfrac{7}{3} - \dfrac{5}{12} \\ y = \dfrac{7 \times 12 - 3 \times 5}{3 \times 12} \\ y = \dfrac{84 - 15}{36} \\ y = \dfrac{69}{36} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{2}{7} + \dfrac{4}{3} \\ x = \dfrac{2 \times 3 + 7 \times 4}{7 \times 3} \\ x = \dfrac{6 + 28}{21} \\ x = \dfrac{34}{21} \end{cases}$$

تمرين تطبيقي 5:

أُحسب العبارتيْن $\mathcal{S}$ و $\mathcal{F}$ التاليتيْن :

$$\begin{cases} \mathcal{S} = 3 + \dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{8} \\ \mathcal{F} = \dfrac{5}{8} + \dfrac{7}{24} - \dfrac{1}{6} \end{cases}$$

الحل :

الحساب :

$$\begin{cases} \mathcal{F} = \dfrac{5}{8} + \dfrac{7}{24} - \dfrac{1}{6} \\ \mathcal{F} = \dfrac{5 \times 3}{8 \times 3} + \dfrac{7}{24} - \dfrac{1 \times 4}{6 \times 4} \\ \mathcal{F} = \dfrac{15}{24} + \dfrac{7}{24} - \dfrac{4}{24} \\ \mathcal{F} = \dfrac{15 + 7 - 4}{24} \\ \mathcal{F} = \dfrac{22 - 4}{24} \\ \mathcal{F} = \dfrac{18 \div 6}{24 \div 6} \\ \mathcal{F} = \dfrac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathcal{S} = 3 + \dfrac{1}{4} - \dfrac{3}{8} \\ \mathcal{S} = \dfrac{3 \times 8}{1 \times 8} + \dfrac{1 \times 2}{4 \times 2} - \dfrac{3}{8} \\ \mathcal{S} = \dfrac{24}{8} + \dfrac{2}{8} - \dfrac{3}{8} \\ \mathcal{S} = \dfrac{24 + 2 - 3}{8} \\ \mathcal{S} = \dfrac{26 - 3}{8} \\ \mathcal{S} = \dfrac{23}{8} \end{cases}$$

تمرين تطبيقي 6:

أُحسب العبارتيْن $\mathcal{A}$ و $\mathcal{B}$ التاليتيْن :

$$\begin{cases} \mathcal{A} = \dfrac{8 + 3 \times (-4)}{1 + 2 \times (-1,4)} \\ \mathcal{B} = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{7}{18} - \dfrac{2}{9} \right) \end{cases}$$

الحل :

حساب $\mathcal{A}$:

$$\begin{cases} \mathcal{A} = \dfrac{8 + 3 \times (-4)}{1 + 2 \times (-1,4)} = \dfrac{8 + (-12)}{1 + (-2,8)} \\ \mathcal{A} = \dfrac{-4}{-1,8} = \dfrac{40 \div 2}{18 \div 2} \\ \mathcal{A} = \dfrac{20}{9} \end{cases}$$

حساب $\mathcal{B}$:

$$\begin{cases} \mathcal{B} = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{7}{18} - \dfrac{2}{9} \right) = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{7}{18} - \dfrac{2 \times 2}{9 \times 2} \right) \\ \mathcal{B} = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{7}{18} - \dfrac{4}{18} \right) = \dfrac{7}{5} \div \left(\dfrac{7 - 4}{18} \right) \\ \mathcal{B} = \dfrac{7}{5} \div \dfrac{3}{18} = \dfrac{7}{5} \times \dfrac{18}{3} = \dfrac{7 \times 18}{5 \times 3} = \dfrac{126 \div 3}{15 \div 3} \\ \mathcal{B} = \dfrac{42}{5} \end{cases}$$

تمرين تطبيقي 7:

أُحسب العبارتيْن $\mathcal{C}$ و $\mathcal{D}$ التاليتيْن :

$$\begin{cases} \mathcal{C} = \left(\dfrac{4}{3} - 1 \right) \div \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{8} \right) \\ \mathcal{D} = \dfrac{8}{5} + \dfrac{3}{5} \times \dfrac{7}{4} \end{cases}$$

الحل : حساب $\mathcal{C}$:

$$\begin{cases} \mathcal{C} = \left(\dfrac{4}{3} - 1 \right) \div \left(\dfrac{3}{4} - \dfrac{1}{8} \right) \\ \mathcal{C} = \left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{1 \times 3}{1 \times 3} \right) \div \left(\dfrac{3 \times 2}{4 \times 2} - \dfrac{1}{8} \right) \\ \mathcal{C} = \left(\dfrac{4}{3} - \dfrac{3}{3} \right) \div \left(\dfrac{6}{8} - \dfrac{1}{8} \right) \\ \mathcal{C} = \left(\dfrac{4 - 3}{3} \right) \div \left(\dfrac{6 - 1}{8} \right) = \dfrac{1}{3} \div \dfrac{5}{8} = \dfrac{1}{3} \times \dfrac{8}{5} \\ \mathcal{C} = \dfrac{1 \times 8}{3 \times 5} = \dfrac{8}{15} \end{cases}$$

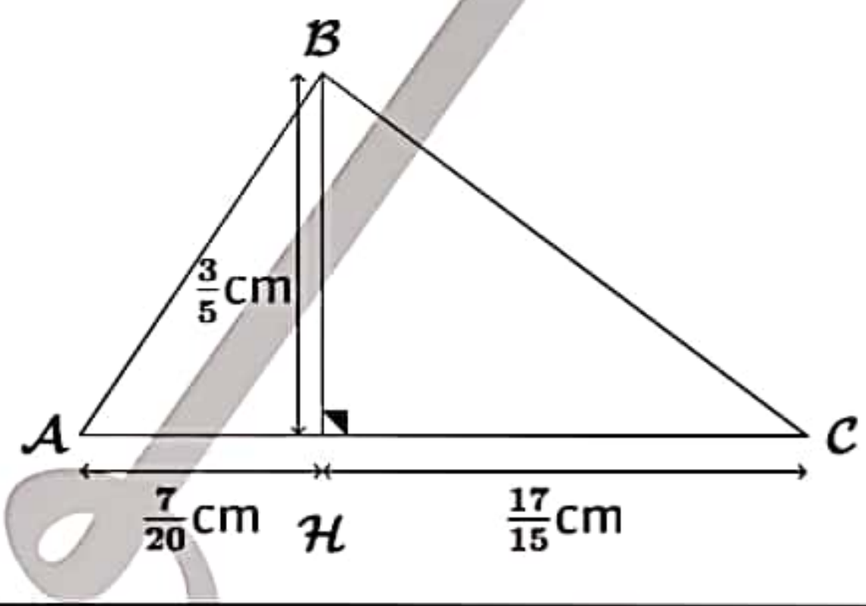
الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حساب $\mathcal{D}$:

$$\mathcal{D} = \frac{8}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{8}{5} + \frac{3 \times 7}{5 \times 4} = \frac{8}{5} + \frac{21}{20}$$
$$\mathcal{D} = \frac{8 \times 20 + 5 \times 21}{5 \times 20} = \frac{160 + 105}{100}$$
$$\mathcal{D} = \frac{265 \div 5}{100 \div 5} = \frac{53}{20}$$

تمرين تطبيقي 8:

- تأمّل قليلاً في الشكل المرافق.
- أُحْسب مساحة المثلث ABC.



الحل :

حساب مساحة المثلث ABC :

- نعْلم أنَّ :

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{\text{طول الارْتفاع المتعلّق به} \times \text{طول أحد أضلاعه}}{2}$$

وبالتالي : $\mathcal{S}_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2}$.

لنحْسب BC :

$$BC = \frac{7}{20} + \frac{17}{15} = \frac{7 \times 3}{20 \times 3} + \frac{17 \times 4}{15 \times 4}$$
$$BC = \frac{21}{60} + \frac{68}{60} = \frac{21 + 68}{60} = \frac{89}{60}$$

إذن : $BC = \frac{89}{60} cm$.

وعليْه :

$$\mathcal{S}_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = (BC \times AH) \div 2$$
$$\mathcal{S}_{ABC} = \left(\frac{89}{60} \times \frac{3}{5}\right) \div 2 = \left(\frac{89 \times 3}{60 \times 5}\right) \div 2$$
$$\mathcal{S}_{ABC} = \frac{267}{300} \div 2 = \frac{267}{300} \times \frac{1}{2}$$
$$\mathcal{S}_{ABC} = \frac{267}{600}$$

إذن : $\mathcal{S}_{ABC} = \frac{267}{600} cm^2$.

تمرين تطبيقي 9:

أُحْسب العبارة $\mathcal{A}$ التالية :

$$\mathcal{A} = 5 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right)$$

الحل :

نحْسب العبارة $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} = 5 + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) = 5 + \frac{3}{2}\left(\frac{1 \times 3 + 2 \times 2}{2 \times 3}\right)$$
$$\mathcal{A} = 5 + \frac{3}{2}\left(\frac{3 + 4}{6}\right) = 5 + \frac{3}{2} \times \frac{7}{6}$$
$$\mathcal{A} = 5 + \frac{3 \times 7}{2 \times 6} = 5 + \frac{21}{12}$$
$$\mathcal{A} = \frac{5 \times 12 + 1 \times 21}{12} = \frac{60 + 21}{12}$$
$$\mathcal{A} = \frac{81 \div 3}{12 \div 3} = \frac{27}{4}$$

تمرين تطبيقي 10:

بَيِّن أنَّ : $\mathcal{H} = \frac{1}{14}$، حَيْثُ :

$$\mathcal{H} = \frac{2 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}}{\frac{5}{4} + \frac{2}{5} \div \frac{4}{5}}$$

الحل :

تبْيِين أنَّ $\mathcal{H} = \frac{1}{14}$:

$$\mathcal{H} = \frac{2 - \frac{3}{4} \times \frac{5}{2}}{\frac{5}{4} + \frac{2}{5} \div \frac{4}{5}}$$
$$\mathcal{H} = \frac{2 - \frac{3 \times 5}{4 \times 2}}{\frac{5}{4} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{4}}$$
$$\mathcal{H} = \frac{2 - \frac{15}{8}}{\frac{5}{4} + \frac{2}{4}} = \frac{\frac{2 \times 8 - 15}{8}}{\frac{5 + 2}{4}} = \frac{\frac{16 - 15}{8}}{\frac{7}{4}}$$
$$\mathcal{H} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{7}{4}} = \frac{1}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{1}{14}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تمرين تطبيقي 11:

أُحْسب العبارة $\mathcal{G}$، حَيْثُ :

$$\mathcal{G} = \frac{7}{3} - \frac{8}{15} \div \frac{11}{20}$$

الحل : حساب العبارة $\mathcal{G}$:

$$\mathcal{G} = \frac{7}{3} - \frac{8}{15} \div \frac{11}{20} = \frac{7}{3} - \frac{8}{15} \times \frac{20}{11}$$
$$\mathcal{G} = \frac{7}{3} - \frac{8 \times 20}{15 \times 11} = \frac{7 \times 55}{3 \times 55} - \frac{160}{165}$$
$$\mathcal{G} = \frac{385}{165} - \frac{160}{165} = \frac{385 - 160}{165}$$
$$\mathcal{G} = \frac{225 \div 15}{165 \div 15} = \frac{15}{11}$$

تمرين تطبيقي 12:

أُحْسب واكْتب النَّاتج على عدد ناطق مبسّط.

$$\mathcal{K} = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7}{18} - \frac{2}{9}\right)$$
$$\mathcal{L} = \left(-\frac{3}{2} + \frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{6} - \frac{9}{4}\right)$$

الحل :

حساب وكتابة النَّاتج على شكل عدد ناطق مبسّط :

$$\mathcal{K} = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7}{18} - \frac{2}{9}\right) = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7}{18} - \frac{2 \times 2}{9 \times 2}\right)$$
$$\mathcal{K} = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7}{18} - \frac{4}{18}\right) = \frac{7}{5} \div \left(\frac{7 - 4}{18}\right)$$
$$\mathcal{K} = = \frac{7}{5} \div \frac{3}{18} = \frac{7}{5} \times \frac{18}{3} = \frac{7 \times 18}{5 \times 3}$$
$$\mathcal{K} = \frac{126 \div 3}{15 \div 3} = \frac{42}{5}$$

إذن : $\boxed{\mathcal{K} = \frac{42}{5}}$.

حساب وكتابة الناتج على شكل عدد ناطق مبسّط :

$$\mathcal{L} = \left(-\frac{3}{2} + \frac{4}{5}\right) \div \left(-\frac{1}{6} - \frac{9}{4}\right)$$
$$\mathcal{L} = \left(\frac{-3 \times 5 + 2 \times 4}{2 \times 5}\right) \div \left(\frac{-1 \times 4 - 6 \times 9}{6 \times 4}\right)$$
$$\mathcal{L} = \frac{-15 + 8}{10} \div \frac{-4 - 54}{24} = \frac{-7}{10} \div \frac{-58}{24}$$
$$\mathcal{L} = \frac{-7}{10} \times \frac{24}{-58} = \frac{-7 \times 24}{-10 \times 58} = \frac{-168 \div 4}{-580 \div 4} = \frac{42}{145}$$

إذن : $\boxed{\mathcal{L} = \frac{42}{145}}$.

تمرين تطبيقي 13:

1. أُحْسب كل من العبارتيْن m و n، حيثُ :

$$m = \frac{-2}{5} + \frac{3}{15} \div \frac{2}{3}$$
$$n = \frac{-16}{-2,5} + \frac{13}{-5}$$

2. قارن بيْن m و n.

الحل : 1.

حساب m :

$$m = \frac{-2}{5} + \frac{3}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{-2}{5} + \frac{3}{15} \times \frac{3}{2}$$
$$m = \frac{-2}{5} + \frac{3 \times 3}{15 \times 2} = \frac{-2 \times 6}{5 \times 6} + \frac{9}{30}$$
$$m = \frac{-12 + 9}{30} = \frac{-3 \div 3}{30 \div 3}$$
$$m = -\frac{1}{10}$$

حساب n :

$$n = \frac{-16}{-2,5} + \frac{13}{-5} = \frac{16 \times 10}{2,5 \times 10} + \frac{-13 \times 5}{5 \times 5}$$
$$n = \frac{160 + (-65)}{25} = \frac{95 \div 5}{25 \div 5} = \frac{19}{5}$$

2. المقارنة :

واضح أنَّ : $m < n$ لأنّ : $-\frac{1}{10} < \frac{19}{5}$.

♥ ♥

اِطْمئن فإنَّ لك ربًّا يُدبّر لك الأمر أحسن مَما تدبّره أنت لنفسك.

♥ ♥

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner