الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية **الديوان الوطني للامتحانات و المسابقات**

امتحان شهادة التعليم المتوسط **دورة: 2024**

اختبار في مادة: الرياضيات **المدة: ساعتان**

التمرين الأول: (03 نقاط)

تعطى العبارة : $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$.

1) تحقق بالنشر والتبسيط أنّ : $E = 56x^2 17x - 28$.

2) حلل العبارة $49x^2 - 16$ إلى جداء عاملين ثم استنتج تحليل العبارة E.

3) حل المعادلة : $(8x+7)(7x-4) = 0$.

التمرين الثاني: (03 نقاط)

يملك خياط قطعة قماش مستطيلة الشكل عرضها $270\,cm$ و طولها $378\,cm$،

يريد تجزئة هذه القطعة إلى مربعات متقايسة دون ضياع .

1) هل يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع $10\,cm$ ؟ $18\,cm$ ؟ برر إجابتك.

2) أوجد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها حيث يكون طول ضلع كل مربع اكبر ما يمكن.

التمرين الثالث: (03 نقاط)

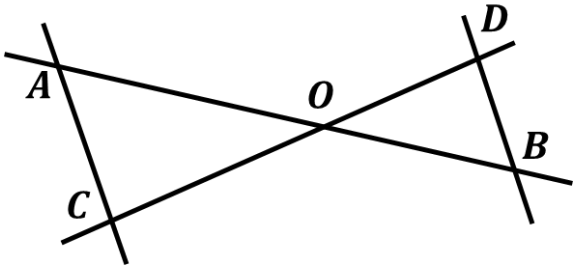
1) علم النقط : $R(5;6)$ ؛ $S(1;-2)$ و $T(-5;1)$ في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس .

2) بين أن : $TR = 5\sqrt{5}$ و $TS = 3\sqrt{5}$.

3) احسب قيس الزاوية $T\hat{R}S$ بالتدوير إلى الدرجة علما أن المثلث RST قائم في S

التمرين الرابع: (03 نقاط)

1) حل الجملة التالية : $\begin{cases} x+y=90 \\ x-1{,}5y=0 \end{cases}$



2) الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية (لا يطلب إعادة رسمه)

المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في النقطة O والمستقيمان (AC) و(BD) متوازيان

تعطى الأطوال : $AB = 90\ mm$ ، $OD = 44\ mm$ و $OC = 66\ mm$.

أوجد $OA + OB$ و $\dfrac{OA}{OB}$ ثم استنتج الطولين OA و OB (يمكنك الاستعانة بالسؤال 1)

المسألة: (08 نقاط)

يقترح صاحب مكتبة على زبائنه ثلاثة عروض لاستئجار الكتب خلال سنة واحدة.

العرض 1 : دفع $45\,DA$ لاستئجار كتاب واحد.

العرض 2 : دفع $15\,DA$ لاستئجار كتاب واحد مع شراء بطاقة انخراط بـ : $600\,DA$.

العرض 3 : دفع مبلغ جزافي $1350\,DA$ مهما كان عدد الكتب المستأجرة.

1) انقل وأتمم الجدول التالي :

عدد الكتب المستأجرة خلال سنة	20		
المبلغ المدفوع حسب العرض 1 بـ (DA)		1 260	
المبلغ المدفوع حسب العرض 2 بـ (DA)			1350
المبلغ المدفوع حسب العرض 3 بـ (DA)	1350		

2) ليكن x عدد الكتب المستأجرة خلال سنة واحدة .

أ) عبر بدلالة x عن المبلغ $f(x)$ ، $g(x)$ ، $h(x)$ المدفوع حسب العروض 1 ، 2 و 3 على الترتيب .

ب)مثل بيانيا الدوال f ، g ، h في المستوى المزود بمعلم متعامد ومتجانس.

نختار على محور الفواصل كل $1\,cm$ يمثل 4 كتب وعلى محور التراتيب كل $1\,cm$ يمثل $150\,DA$

ج) أوجد بيانيا عدد الكتب المستأجرة خلال سنة حتى يكون العرض 2 هو الأفضل للزبون من بين العروض الثلاثة.

ملاحظة : اترك آثار الإجابة على التمثيلات البيانية .

الإجابة المقترحة وسلم التنقيط لإمتحان شهادة التعليم المتوسط 2024 في مادة الرياضيات

أنجـــز يوم الثلاثاء : 2024/05/04

محاور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة	العلامة المجموع
	الجـــزء الأول		
	التمرين الأول : لدينا العبارة : $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$ 1) التحقق بالنشر أنّ : $E = 56x^2 + 17x - 28$: $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$ $E = 49x^2 - 16 + 7x^2 - 4x + 21x - 12$ $\mathbf{E = 56x^2 + 17x - 28}$ **مُحققة** 2) تحليل العبارة $49x^2 - 16$: $49x^2 - 16 = (7x)^2 - 4^2 = \mathbf{[7x+4][7x-4]}$ استنتاج تحليل العبارة E : $E = 49x^2 - 16 + (x+3)(7x-4)$ $E = (\mathbf{7x+4})(\mathbf{7x-4}) + (x+3)(7x-4)$ $E = (\mathbf{7x-4})[(7x+4)+(x+3)]$ $E = (\mathbf{7x-4})(7x+4+x+3)$ $E = (\mathbf{7x-4})(\mathbf{8x+7})$ 3) حل المعادلة : $(8x+7)(7x-4) = 0$: إمـا : $8x+7=0$ ، $8x=-7$ ، $\mathbf{x=-\frac{7}{8}}$ أو : $7x-4=0$ ، $7x=4$ ، $\mathbf{x=\frac{4}{7}}$ إذن للمعـادلة حلان هما : $\mathbf{x=-\frac{7}{8}}$ و $\mathbf{x=\frac{4}{7}}$.	0,75 0,5 0,5 0,5×2 0,25	3
	التمرين الثاني : 1) لا ؛ لا يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع $10\,cm$، لأن العـدد 10 قاسم لـ 270 و ليس قاسم للعدد 378. في حين يمكن أن يكون طول ضلع كل مربع $18\,cm$، لأن العـدد 18 قاسم لـلعددين 270 و 378 في آن واحد. $378 = \mathbf{18} \times 21 + 0$; $270 = \mathbf{18} \times 15 + 0$	0,5 0,5	3

2) إيجـــاد عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها

(معناه حساب القاسم المشترك الأكبر للعددين 270 و 378) :

بإستعمال خوارزمية إقليدس **(القسمات المتتالية)**

0,5

$PGCD(270;378)$

$378 = 270 \times 1 + 108$

$270 = 108 \times 2 + \mathbf{54}$

$108 = \mathbf{54} \times 2 + 0$

0,25

ومنه : $PGCD(270;378) = \mathbf{54}$ أي أن طول ضلع المربع الواحد هو : **54 cm**

الطريقة ①	الطريقة ②
$378 \div 54 = \mathbf{7}$ $270 \div 54 = \mathbf{5}$ إذن : $n = 7 \times 5 = \mathbf{35}$	أ) مساحة قطعة القماش : $A_1 = L \times l = 378 \times 270$ $\mathbf{A_1 = 102\,060\ cm^2}$ ب) مساحة القطعة المربعة الواحدة : $A_2 = a \times a = 54 \times 54$ $\mathbf{A_2 = 2\,916\ cm^2}$ إذن : $n = \frac{A_1}{A_2} = \frac{102\,060}{2916} = \mathbf{35}$

0,5×2

0,25

☑ ومنه عدد المربعات التي يمكن للخياط تشكيلها هو **35** مربع.

التمرين الثالث :

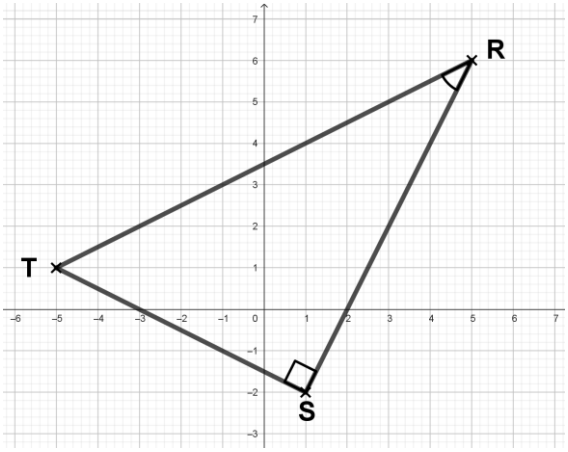
3

0,75

1) تعليم النقط : $R(5;6)$ ؛ $S(1;-2)$ و $T(-5;1)$:

0,5

2) تبيان أن : $TR = 5\sqrt{5}$ و $TS = 3\sqrt{5}$



$TR = \sqrt{(x_R - x_T)^2 + (y_R - y_T)^2}$

$TR = \sqrt{(5+5)^2 + (6-1)^2}$

$TR = \sqrt{10^2 + 5^2}$

$TR = \sqrt{100 + 25}$

$TR = \sqrt{125} = \sqrt{\mathbf{25} \times 5}$

$\mathbf{TR = 5\sqrt{5}}$

$$TS=\sqrt{(x_S-x_T)^2+(y_S-y_T)^2}$$
$$TS=\sqrt{(1+5)^2+(-2-1)^2}$$ 0,5
$$TS=\sqrt{6^2+(-3)^2}$$
$$TS=\sqrt{36+9}$$
$$TS=\sqrt{45}=\sqrt{\mathbf{9}\times 5}$$
$$TS=\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{5}}$$

3) حساب قيس الزاوية $T\hat{R}S$:

لدينا : RST مثلث قائم في S 0,25

$$\sin T\hat{R}S=\frac{TS}{TR}=\frac{3\sqrt{5}}{5\sqrt{5}}=\frac{3}{5}=\mathbf{0,6}$$ 0,5

$$T\hat{R}S=\sin^{-1}(0,6)\approx 36,86°$$

$$\mathbf{T\hat{R}S\approx 37°}$$ 0,5

التمرين الرابع: (03 نقاط)

3

1) حل الجملة التالية :

$$\begin{cases}x+y=90 \ .....(1)\\ x-1,5y=0.....(2)\end{cases}$$

2)

الطريقة ①	الطريقة ②
من المعادلة (1) نجد : $x=90-y$ .....(3) بتعويض المعادلة (3) في المعادلة (2) نجد : $x-1,5y=0$ $90-y-1,5y=0$ $90-2,5y=0$ $-2,5y=-90$ $y=\frac{-90}{-2,5}$ $\mathbf{y=36}$ بتعويض قيمة y في المعادلة (3) نجد : $x=90-36=\mathbf{54}$	$\begin{cases}x+y=90 \ .....(1)\times\mathbf{(-1)}\\ x-1,5y=0.....(2)\end{cases}$ فنتحصل على : $\begin{cases}-x-y=-90 \ .....(1)\\ x-1,5y=0.....(2)\end{cases}$ بجمع المعادلتين طرف إلى طرف نجد : $-2,5y=-90$ $y=\frac{-90}{-2,5}$ $\mathbf{y=36}$ بتعويض قيمة y في المعادلة (1) نجد : $x+36=90$ $x=90-36=\mathbf{54}$

0,25 0,25

ومنه الثنائية المرتبة (**36** ; **54**) هي حل للجملة أعلاه. 0,25

3) إيجـــاد $OA+OB$:

0,25 $OA+OB=AB=90\,mm$

إيجـــاد $\frac{OA}{OB}$:

0,25 لدينا المستقيمان (AB) و (CD) متقاطعان في النقطة O و $(AC)//(BD)$

بتطبيق خاصية طالس نجد :

0,75 $\frac{OA}{OB}=\frac{OC}{OD}=\frac{AC}{BD}$ ومنه $\frac{OA}{OB}=\frac{66}{44}=\frac{AC}{BD}$ إذن $\frac{OA}{OB}=\frac{66}{44}$

أي : $\frac{OA}{OB}=1,5$

استنتاج الطولين OA و OB :

0,25 لدينا من السـؤال السابق : $OA+OB=90$ .....①

و كذلك لدينا : $\frac{OA}{OB}=1,5$ أي : $OA=1,5OB$ (جداء الوسطين يساوي جداء الطرفين)

0,25 و منه : $OA-1,5OB=0$ .....②

0,5 من ① و ② نستنتج أن : $\begin{cases}OA+OB=90\\OA-1,5OB=0\end{cases}$

بالمطابقة مع السؤال الأول نستنتج أن : $OA=54\,mm$ و $OB=36\,mm$.

الجـــزء الثـــاني

المسـألة :

1) نقل وإتمام الجدول :

0,25×8

عدد الكتب المستأجرة خلال سنة	20	**28**	**50**
المبلغ المدفوع حسب العرض 1 بـ (DA)	**900**	1 260	**2 250**
المبلغ المدفوع حسب العرض 2 بـ (DA)	**900**	**1 350**	1350
المبلغ المدفوع حسب العرض 3 بـ (DA)	1350	**1 350**	**1 350**

8

طريقة الحسـاب

العرض 1	العرض 2	العرض 3
$20\times45=\mathbf{900}$	$15\times15+600=\mathbf{300}+600=\mathbf{900}$	1350
$1\,260\div45=\mathbf{28}$	$28\times15+600=\mathbf{420}+600=\mathbf{1020}$	
$50\times45=\mathbf{2\,250}$	$(1350-600)\div15=\mathbf{50}$	

2) لدينا x عدد الكتب المستأجرة خلال سنة واحدة .

أ) التعبير بدلالة x عن المبلغ المدفوع حسب العروض :

0,5 **العرض 1 :** $f(x)=45x$

0,5 **العرض 2 :** $g(x)=15x+600$

0,5 **العرض 3 :** $h(x)=1350$

ب)التمثيل البياني للدوال f ، g ، h :

0,5×2

$f(x)=45x$

x	0	20
y	0	900
	(0 ; 0)	(20 ;900)

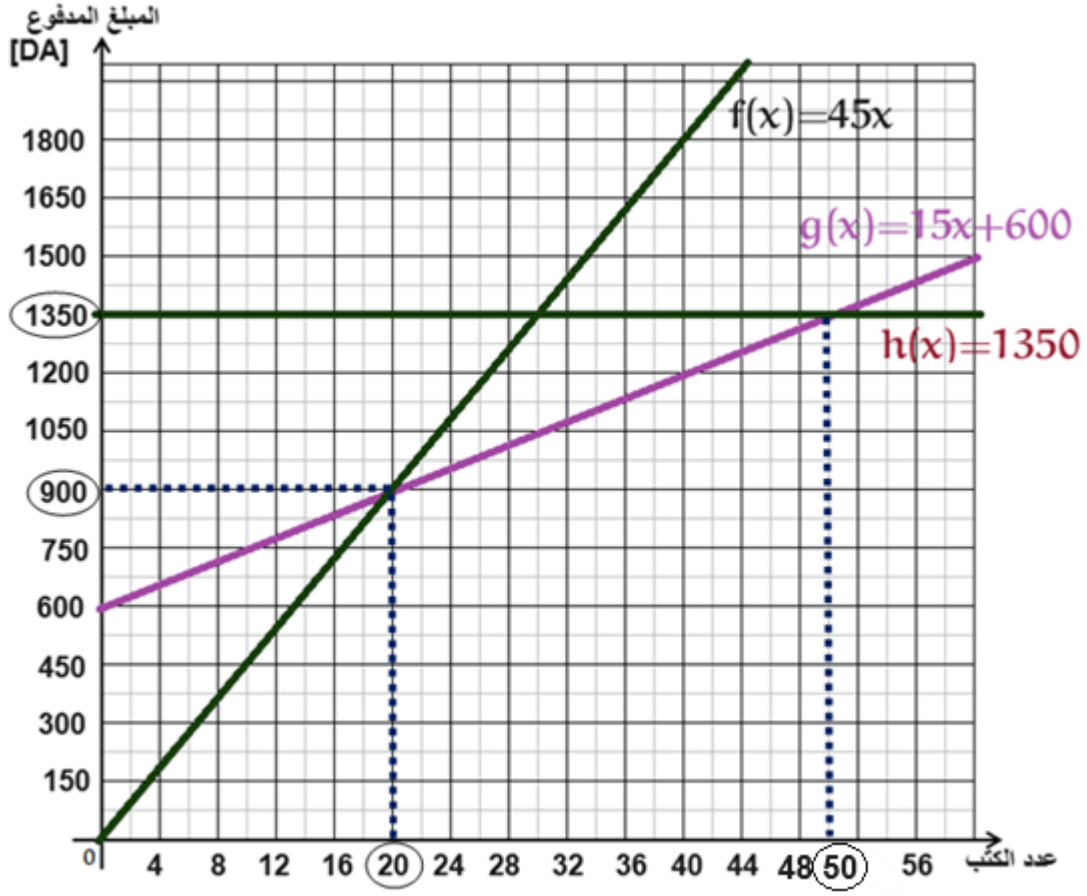
$g(x)=15x+600$

x	0	20
y	600	900
	(0 ; 600)	(20 ;900)

$h(x)=1350$

x	0	20
y	1350	1350
	(0;1350)	(20;1350)

2



ج) من البيان أنه حتى يكون العرض 2 هو الأفضل للزبون من بين العروض الثلاثة :

0,5 يجب أن يكون عدد الكتب المستأجرة محصور بين 20 و 50 كتاب خلال سنة.

0,5 لأن التمثيل البياني للعرض 2 يكون تحت التمثيلين البيانيين للعرضين 1 و 3

(0,5+ منهجية التحرير + نظافة الورقة)