متوسطات البرواقية *	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية	الإثنين 13 ماي 2024
المستوى: الرابعة متوسط	الإمتحان التجريبي في الرياضيات	المدة: ساعتان

الجزء الأوّل:

التمرين الأول: (03 نقاط)

1) هل العددان 234 و 378 أوليّان فيما بينهما ؟ برّر جوابك دون حساب القاسم المشترك الأكبر لهما.

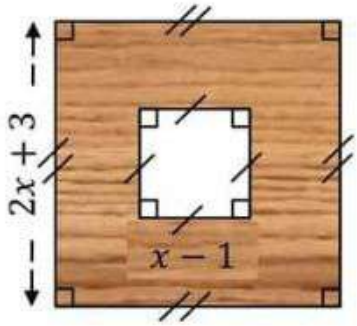
2) أحسب $PGCD(234\,;378)$.

3) أكتب العبارة J على أبسط شكل ممكن حيث : $J = \frac{234}{378} + \frac{13}{21} \times \frac{1}{2}$.

4) أكتب العبارة K على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث : $K = 3\sqrt{6} - \sqrt{150} + 2\sqrt{96}$ حيث a و b عددان طبيعيان.

التمرين الثاني: (03 نقاط) الشكل غير مرسوم بأطواله الحقيقية ولا يُطلب إعادة رسمه (وحدة الطول هي cm)

الشكل المقابل يُمثّل مربعاً طول ضلعه $(x-1)$ مرسوم داخل مربعٍ آخر طول ضلعه $(2x+3)$، و E عبارة جبرية حيث : $E = (2x+3)^2 - (x-1)^2$



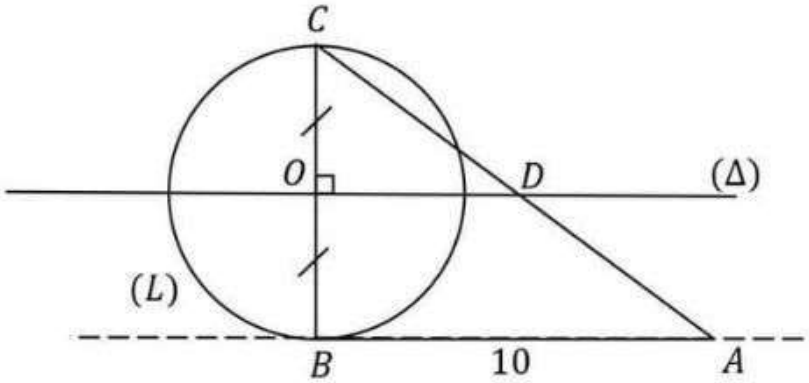
1) أنشر ثم بسّط العبارة E .

2) حلّل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) بيّن أن مساحة الجزء المظلّل تُساوي $77\ cm^2$ من أجل $x = 3$.

التمرين الثالث: (03 نقاط) الشكل غير مرسوم بأطواله الحقيقية ولا يُطلب إعادة رسمه (وحدة الطول هي cm)

(L) دائرة مركزها O، و$[BC]$ قطر لها حيث $BC = 7{,}5$ ، (AB) مماس للدائرة (L) في النقطة B، و(Δ) محور القطعة $[BC]$:



1) إذا علمت أن $AB = 10$ ، أحسب الطول AC .

2) أحسب الطول AD .

3) بيّن أن مساحة الرباعي $ABOD$ تساوي $28\ cm^2$

(بالتدوير إلى الوحدة من cm^2)

التمرين الرابع: (03 نقاط)

1) على معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OJ})$ وحدته $1\ cm$، علّم النقط M، N و P حيث :

$M(1\,;3)$ ، $N(3\,;0)$ و $\overrightarrow{OP}\binom{+1}{-3}$.

2) أنشئ النقطة Q صورة النقطة P بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$.

3) ما نوع الرباعي $MNPQ$ ؟ برّر جوابك.

يُسمح باستعمال الآلة الحاسبة	(الصفحة 1 / 2)	إقلب الصفحة

الجزء الثاني:

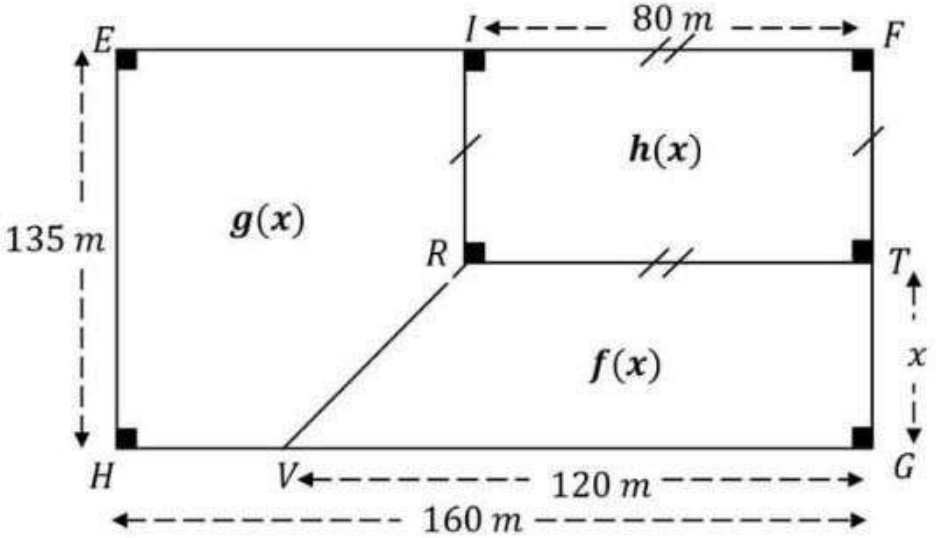
الوضعية الإدماجية: (08 نقاط)

إستلم أحد المقاولين مشروع بناء ثانوية في الحي، ولتسريع وتيرة الإنجاز، إستعان المقاول بـ 117 عاملاً بين بنّائين ومساعدين، حيث يحتاج كل بنّاء إلى مساعدين إثنين.

1) أحسب عدد البنّائين وعدد المساعدين.

يُمثّل الشكل أدناه مخططاً لأرضية الثانوية مستطيلة الشكل $EFGH$ مجزأة إلى ثلاثة أجزاء حيث :

$f(x)$: مساحة الجناح الأوّل ، $g(x)$: مساحة الجناح الثاني و $h(x)$: مساحة الساحة.



نضع : $TG = x$ حيث : $0 \leq x \leq 135$.

في مستوٍ منسوبٍ إلى معلم متعامد ومتجانس (حيث يُمثّل كل $1\ cm$ على محور الفواصل $10\ m$ ، ويُمثّل كل $1\ cm$ على محور التراتيب $1\,000\ m^2$) ، بالإستعانة بالتمثيل البياني، وعلى ورق ميليمتري :

2) أوجد قيمة x التي تكون من أجلها مساحة الجناح الأوّل $f(x)$ مُساوية لمساحة الساحة $h(x)$.

3) ما هي قيم x التي تكون من أجلها مساحة الجناح الأوّل $f(x)$ أصغر تماماً من مساحة الجناح الثاني $g(x)$.

❖ تُعطى : مساحة شبه المنحرف $= \dfrac{\text{الإرتفاع} \times (\text{القاعدة الصغرى} + \text{القاعدة الكبرى})}{2}$

* متوسطات البرواقية :	
م قاسمي الشريف	م رحموني أحمد
م العربي سعيدي	م معاصمي محمد

للإطلاع على التصحيح النموذجي، إمسح الرمز إبتداءً من يوم الثلاثاء	

التمرين الأول: 03 نقاط

1) العددان 234 و 378 ليسا أوليان فيما بينهما.
التبرير: لأنهما يقبلان القسمة على 2 (عددان زوجيان) (0,75)
* تقبل كذلك: العددان يقبلان القسمة على 3 (مجموع أرقام كل منهما يقبل القسمة على 3)، أو الإجابة بالقسمة على 9.

2) حساب PGCD(234; 378):
طريقة القسمات المتتالية:

$378 = 234 \times 1 + 144$
$234 = 144 \times 1 + 90$
$144 = 90 \times 1 + 54$
$90 = 54 \times 1 + 36$
$54 = 36 \times 1 + \boxed{18}$
$36 = 18 \times 2 + 0$

إذن: $PGCD(234;378) = 18$

3) كتابة العبارة J على أبسط شكل:

$$J = \frac{234}{378} + \frac{13}{21} \times \frac{1}{2}$$ (0,75)

$$J = \frac{234 \div 18}{378 \div 18} + \frac{13 \times 1}{21 \times 2}$$

$$J = \frac{13}{21} + \frac{13}{42}$$

$$J = \frac{13 \times 2}{21 \times 2} + \frac{13}{42}$$ (0,75)

$$J = \frac{26}{42} + \frac{13}{42}$$

$$J = \frac{39}{42}$$

$$J = \frac{39 \div 3}{42 \div 3}$$ (0,75)

$$J = \frac{13}{14}$$

4) كتابة العبارة k على الشكل $a\sqrt{6}$:

$k = 3\sqrt{6} - \sqrt{150} + 2\sqrt{96}$
$k = 3\sqrt{6} - \sqrt{25 \times 6} + 2\sqrt{16 \times 6}$
$k = 3\sqrt{6} - \sqrt{25} \times \sqrt{6} + 2\sqrt{16} \times \sqrt{6}$
$k = 3\sqrt{6} - 5\sqrt{6} + 2 \times 4\sqrt{6}$
$k = (3 - 5 + 8)\sqrt{6}$
$k = 6\sqrt{6}$

التمرين الثاني: 03 نقاط

1) نشر ثم تبسيط العبارة E

$E = (2x+3)^2 - (x-1)^2$
$E = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - (x^2 - 2 \times x \times 1 + 1^2)$
$E = 4x^2 + 12x + 9 - (x^2 - 2x + 1)$
$E = 4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x - 1$
$E = 4x^2 - x^2 + 12x + 2x + 9 - 1$
$E = 3x^2 + 14x + 8$

2) تحليل العبارة E إلى جداء عاملين

$E = (2x+3)^2 - (x-1)^2$ (1)
$E = [(2x+3) + (x-1)][(2x+3) - (x-1)]$
$E = [2x + 3 + x - 1][2x + 3 - x + 1]$ (1)
$E = [2x + x + 3 - 1][2x - x + 3 + 1]$
$E = (3x + 2)(x + \ldots)$

تابع التمرين الثاني

3) إثبات أن مساحة الجزء المظلل تساوي $77\ cm^2$ من أجل $x=3$
مساحة الجزء المظلل هي فرق مساحتي المربعين أي العبارة E .
حساب قيمة العبارة E من أجل $x=3$: (1)

$E = 3 \times (3)^2 + 14 \times 3 + 8$
$E = 3 \times 9 + 14 \times 3 + 8$
$E = 27 + 42 + 8$
$E = 77\ cm^2$

التمرين الثالث : 03 نقاط .

1) حساب الطول AC :
ABC مثلث قائم في B ((AB) مماس للدائرة (L) في النقطة B : $(AB) \perp (BC)$)
حسب خاصية فيثاغورس :
$AC^2 = AB^2 + BC^2$
$AC^2 = 7,5^2 + 10^2$
$AC^2 = 56,25 + 100$
$AC^2 = 156,25$
$AC = \sqrt{156,25}$
$AC = 12,5\ cm$.

2) حساب الطول AD :
نحسب أولا الطول CD :
* (BC) و (AC) متقاطعان في C .
* (AB) // (OD) ، لأنهما عموديان على نفس المستقيم (BC)) .
* النقط : A ، D ، C و B ، O ، C على استقامة واحدة وبنفس الترتيب
حسب خاصية طالس :

$\frac{CO}{CB} = \frac{CD}{CA} = \frac{OD}{AB}$

ومنه : $\frac{3,75}{7,5} = \frac{CD}{12,5} = \frac{OD}{10}$

أي : $7,5 \times CD = 3,75 \times 12,5$ (0,25)
ومنه : $7,5\ CD = 46,875$ (0,25)
$CD = 46,875 \div 7,5$ (0,5)
$CD = 6,25\ cm$

نحسب الطول AD : (0,75)
$AD + CD = AC$ (0,25)
$AD = AC - CD$
$AD = 12,5 - 6,25$
$AD = 6,25\ cm$

* يمكن الإجابة باستعمال خاصية مستقيم المنتصفين

3) حساب مساحة الرباعي ABOD :
$S_{ABOD} = S_{ABC} - S_{COD}$
نحسب أولا الطول OD :
ABC مثلث ،
O منتصف [BC] .
(AB) // (OD) .
حسب خاصية مستقيم المنتصفين : (0,5)
$OD = \frac{1}{2} AB$

تابع التمرين الثالث

$OD = \frac{1}{2} \times 10$

$OD = 5\ cm$

ومنه: $S_{ABOD} = \frac{AB \times BC}{2} - \frac{CO \times OD}{2}$

$S_{ABOD} = \frac{10 \times 7,5}{2} - \frac{3,75 \times 5}{2}$

$S_{ABOD} = \frac{75}{2} - \frac{18,75}{2}$

$S_{ABOD} = 37,5 - 9,375$

$S_{ABOD} = 28,125$

$S_{ABOD} \simeq 28\ cm^2$

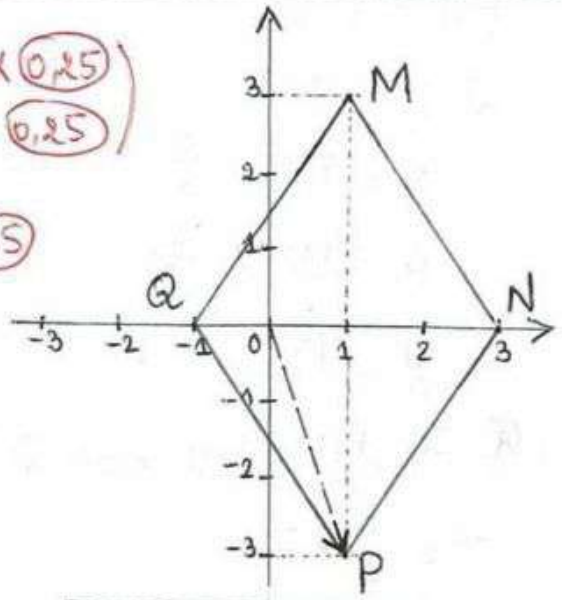
إذا مساحة الرباعي ABOD هي $28\ cm^2$ بالتدوير إلى الوحدة .

(0,5) * يمكن حساب المساحة باستعمال قانون شبه المنحرف .

التمرين الرابع : 03 نقاط .

1) تعليم النقط M ، N و P :

2) إنشاء النقطة Q صورة النقطة P بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$



3x (0,25) + (0,25)

3) نوع الرباعي MNPQ : معيّن

التبرير :

(0,5) * Q صورة P بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{NM}$ معناه : $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{PQ}$

ومنه الرباعي متوازي أضلاع ... ①

* نحسب الطولين MN و MQ :

$MN = \sqrt{(x_M - x_N)^2 + (y_M - y_N)^2}$

$MN = \sqrt{(1-3)^2 + (3-0)^2}$

$MN = \sqrt{(-2)^2 + 3^2}$

$MN = \sqrt{4+9}$

$MN = \sqrt{13}\ cm$

(0,5) 4x (0,25)

$MQ = \sqrt{(x_M - x_Q)^2 + (y_M - y_Q)^2}$

$MQ = \sqrt{(1-(-1))^2 + (3-0)^2}$

$MQ = \sqrt{2^2 + 3^2}$

$MQ = \sqrt{4+9}$

$MQ = \sqrt{13}\ cm$

أي $MN = MQ = \sqrt{13}\ cm$ ... ②

من ① و ② نجد أن الرباعي MNPQ معيّن

1) حساب عدد البنائين :

أ) اختيار المجاهيل :

* x : عدد البنّائين
* y : عدد المساعدين .

ب) صياغة الوضعية في جملة معادلتين

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}y \quad \cdots (1) \\ x + y = 117 \quad \cdots (2) \end{cases}$$

ج) حل الجملة : طريقة التعويض

نعوّض x في المعادلة (2) :

$$\frac{1}{2}y + y = 117$$
$$\frac{1}{2}y + \frac{2}{2}y = 117$$
$$\frac{3}{2}y = 117$$
$$y = 117 \div \frac{3}{2}$$
$$y = 117 \times \frac{2}{3}$$
$$y = 78$$

نعوّض قيمة y في المعادلة (1) :

$$x = \frac{1}{2} \times 78$$
$$x = 39$$

الثنائية (39 ; 78) هي حل الجملة .

د) الإجابة على السؤال :

* عدد البنائين هو : 39 بنّاءً
* عدد المساعدين هو : 78 مساعدًا

هـ) التحقق :

$$\begin{cases} 39 = \frac{1}{2} \times 78 \\ 39 + 78 = 117 . \end{cases}$$

الوضعية الإدماجية : 08 نقاط

* كتابة مساحة الجناح الأول بدلالة x

$$f(x) = \frac{(RT + VG) \times TG}{2}$$
$$f(x) = \frac{(80 + 120) \times x}{2}$$
$$f(x) = \frac{200}{2} x$$
$$f(x) = 100x$$

4X (0,5)

* كتابة مساحة الساحة بدلالة x :

$$h(x) = IF \times FT$$
$$h(x) = 80 \times (135 - x)$$
$$h(x) = 80 \times 135 - 80 \times x$$
$$h(x) = 10800 - 80x$$
$$h(x) = -80x + 10800 .$$

3X (0,5)

* كتابة مساحة الجناح الباقي بدلالة x :

$$g(x) = S_{EFGH} - (f(x) + h(x))$$
$$g(x) = EF \times FH - (100x - 80x + 10800)$$
$$g(x) = 160 \times 135 - 100x + 80x - 10800$$
$$g(x) = 21600 - 10800 - 20x$$
$$g(x) = -20x + 10800$$

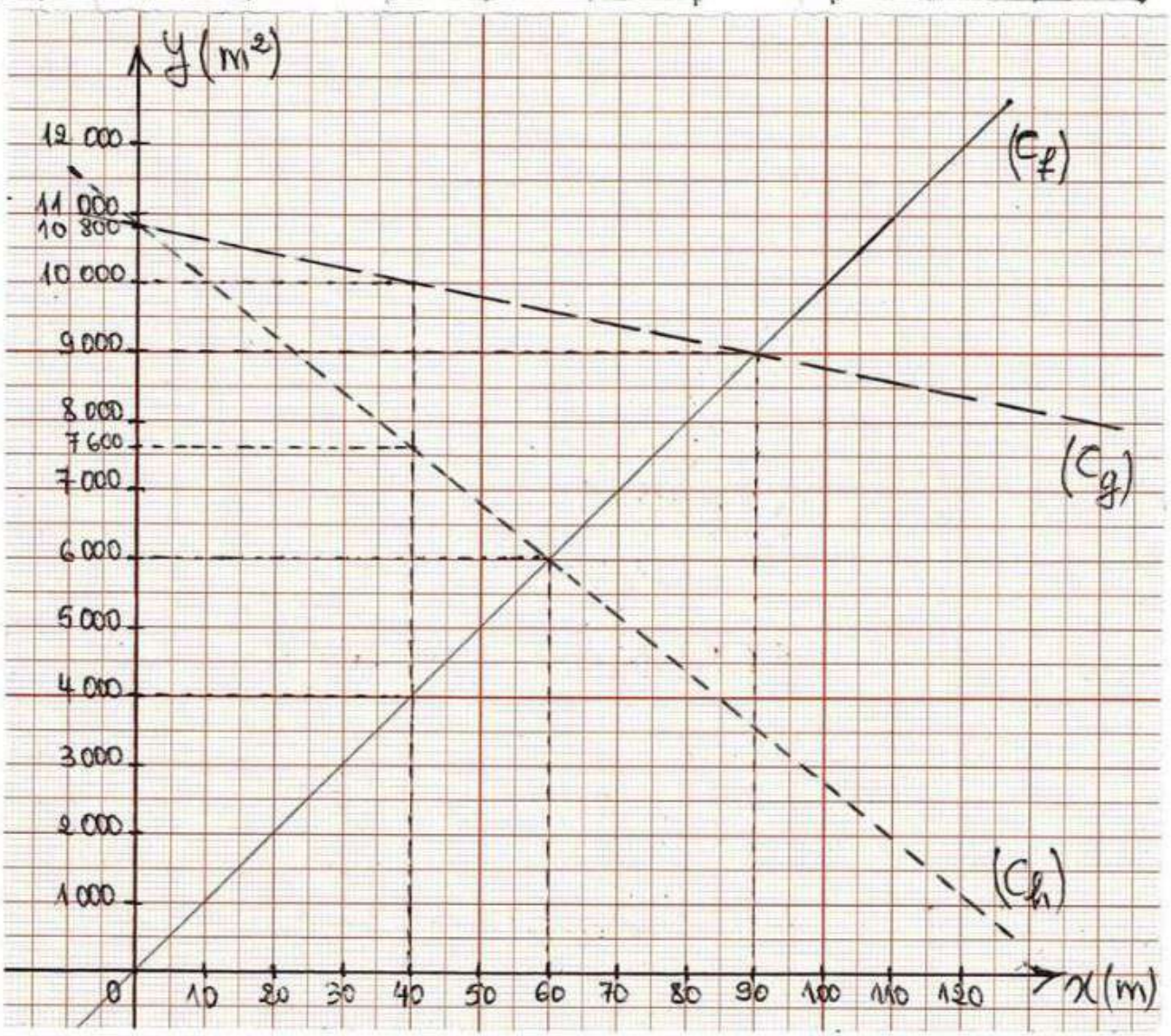
$$f(x) = 100x$$
$$g(x) = -20x + 10800$$
$$h(x) = -80x + 10800$$

* رسم التمثيلات البيانية للدوال الثلاثة :

x	0	40
$f(x)$	0	4000

x	0	40
$g(x)$	10800	10000

x	0	40
$h(x)$	10800	7600



3X (0,5)

الوضعية الإدماجية :

رابع :

(0,5) 2) تكون مساحة الجناح الأول $f(x)$ مساوية لمساحة الساحة $h(x)$ (أي $f(x) = h(x)$) من أجل $x = 60m$.

(0,5) 3) تكون مساحة الجناح الأول $f(x)$ أصغر تماما من مساحة الجناح الثاني $g(x)$ (أي $f(x) < g(x)$) من أجل كل قيم x الأصغر تماما من $90m$

وبما أن $x \geqslant 0$ ، فإن قيم x هي : $0 \leqslant x < 90$

4X (0,5)

م4 { * مقروئية الورقة
* عدم التشطيب
م3 { * التسلسل المنطقي
* احترام وحدات القياس

ملاحظة :

تنقيط الوضعية الإدماجية و تصحيحها لا يتم بنفس طريقة تصحيح التمارين (الجزء الأول) . حيث تُصحّح الوضعية الإدماجية بالمعايير و المؤشرات و وفق الشبكة التصحيح بمعاييرها الأربعة . سيتم نشرها لاحقًا .