

التمرين الأول:

في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ومتجانس نعتبر النقط $B(0;2)$; $A(2;5)$.

لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$

1- بين أن (Γ) دائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها

2- تحقق أن $A \in (\Gamma)$ و اكتب معادلة المستقيم (T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A

3- (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x - y + 3 = 0$

• حدد الوضع النسبي لـ (Δ) و (Γ) ثم عين نقط تقاطع إن وجدت.

4- عين معادلة الدائرة (C) صورة الدائرة (Γ) بتحاكي مركزه B ونسبة 3.

5- لتكن (Γ_α) مجموعة النقط $M(x;y)$ حيث: $x^2 + y^2 - 2x - 6y + \alpha = 0$ عين مجموعة القيم α التي تكون من أجلها (Γ_α) دائرة يطلب تعين مركزها ونصف قطرها.

التمرين الثاني:

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = \alpha$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$.

i. عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

ii. نضع $u_0 = 6$

1) أ) أحسب u_1, u_2, u_3 . ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) بفرض أن من أجل كل عدد طبيعي $n > 3$: $u_n < u_{n-1}$ أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) حيث: $v_n = u_n - 3$.

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{3} = q$ يطلب تعين حدها الأول v_0 .

ب) أكتب v_n بدالة n ثم استنتج u_n بدالة n

• احسب المجموع S_n حيث: $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

• احسب المجموع S'_n حيث: $S'_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$

التمرين الثالث:

في الشكل المرفق (أنظر الوثيقة المرفقة) (C_f) هو تمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0;5]$ بالعبارة: $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$

و (d) المستقيم معادلة له: $y = x$:

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

• مثل على حامل محور الفواصل الحدود التالية : u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها . ثم اعط تخمينا حول اتجاه التغير المتتالية

$$(u_n)$$

• ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) علما أن $1 > u_n$

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع :

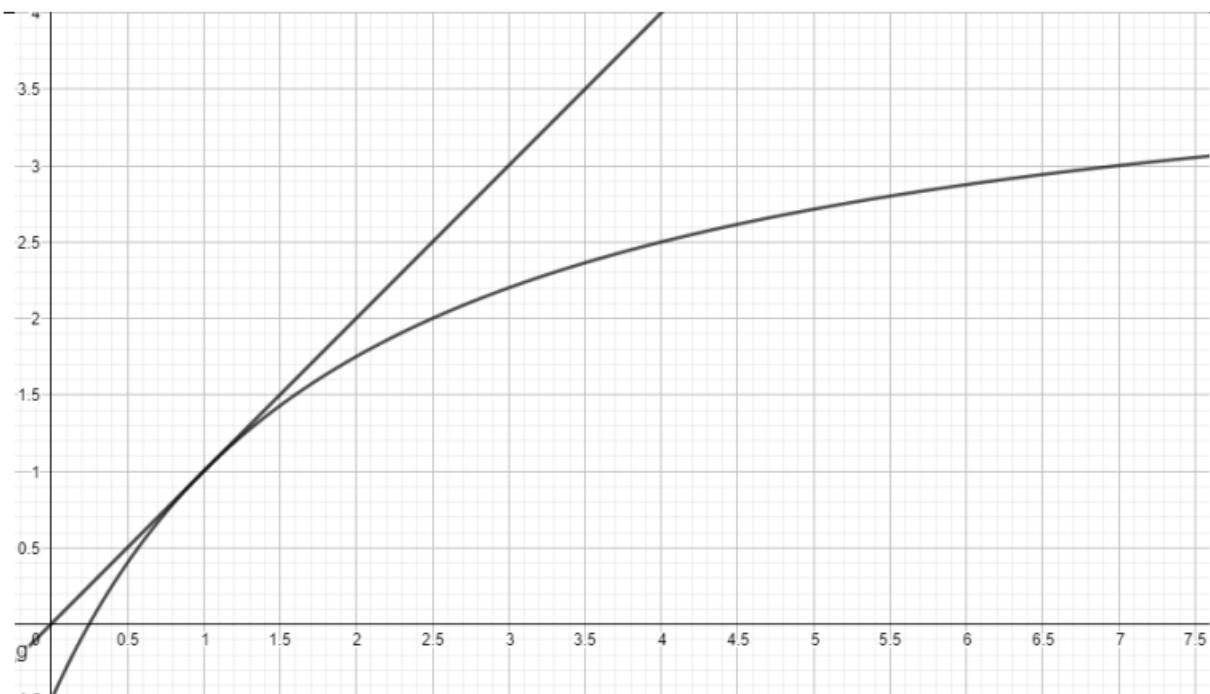
$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

• أحسب v_0 ثم برهن أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$

• أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

• احسب المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

الاسم : اللقب : القسم :



التمرين الأول:

في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس نعتبر النقط (B(0;2) ; A(2;5)

لتكن (M(x;y)) مجموعة النقط حيث : $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$

- 1 اثبات أن (Γ) دائرة يطلب تعين مركزها و نصف قطرها

لدينا $x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0$ ومنه $x^2 + (y-3)^2 = 5$ إذن (E) دائرة مركزها (1;3) و $r = \sqrt{5}$ نصف قطرها

- 2 تحقق أن (A ∈ Γ) لدينا $2^2 + 5^2 - 2 \times 2 - 6 \times 5 + 5 = 0$ ومنه (A ∈ Γ)

(T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A فإن \overrightarrow{OA} شعاع ناظمي للمماس .

$$\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{OA} = 0 \quad \text{فإن } M(x;y) \in (T)$$

لدينا $x+2y-12=0$ ومنه $x=12-2y$ معادلة (T) مماس الدائرة (Γ) في النقطة A .

- 3 (Δ) مستقيم ذو المعادلة $x-y+3=0$

- تحديد الوضع النسبي ل (Δ) و (Γ)

حساب (d(Ω ; Δ)) المسافة بين النقطة Ω و المستقيم (Δ) :

$$\text{بما أن } r = \frac{\sqrt{2}}{2} < d(\Omega ; \Delta) \quad \text{فإن } (\Delta) \text{ يقطع الدائرة } (\Gamma) \text{ في نقطتين}$$

تعين نقط تقاطع (Δ) و (Γ)

لدينا $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0 \\ y = x + 3 \end{cases}$ أي منه نقطة التقاطع هو حل الجملة $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 6y + 5 = 0 \\ x - y + 3 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 + (x+3)^2 - 2x - 6(x+3) + 5 = 0 \\ y = x + 3 \end{cases} \quad (1)$$

$$(2)$$

نحل المعادلة (1) أي $x^2 + (x+3)^2 - 2x - 6(x+3) + 5 = 0$ أي $x^2 + (x+3)^2 - 2x - 6(x+3) + 5 = 0$

ومنه المعادلة (1) تقبل حللين مختلفين هو $x = -1$; $x = 2$ في المعادلة (2) نجد $y = -1$ و $y = 2$ في المعادلة

- 4 (2) نجد $y = 5$ ومنه نقطة تقاطع (Δ) و (E) هي (2;5) هي

- عين معادلة الدائرة (C) صورة الدائرة (Γ) بتحاكي مركزه B و نسبته 3 .

أ) تعين صورة المركز

$\Omega'(3;5)$ صورة $\Omega(1;3)$ بتحاكي مركزه (2;0) و نسبته 3 معناه $B(0;2)$ بتحاكي مركزه (3;5) و منه

ولدينا $r' = 3r = 3\sqrt{5}$ ومنه معادلة الدائرة (C) هي $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 45$ أي $x^2 + y^2 - 6x - 10y - 11 = 0$

-5. لتكن (Γ_α) مجموعة النقط حيث $M(x; y) = 0$

تعين مجموعة القيم α التي يكون من أجلها (Γ_α) دائرة.

$$(x-1)^2 + (y-3)^2 = -\alpha + 10 \quad \text{ومنه } x^2 + y^2 - 2x - 6y + \alpha = 0$$

لدينا $\alpha \in]-\infty; 10[$ أي $-\alpha > 10 - \alpha$ ومنه

حتى تكون (Γ_α) دائرة فإن $0 < \alpha < 10$

إذن من أجل $\alpha \in]-\infty; 10[$ فإن (Γ_α) دائرة مركزها $(1; 3)$ ونصف قطرها

التمرين الثاني:

نعتبر المتالية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_0 = \alpha$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1$

i. تعين قيمة α حتى تكون المتالية (u_n) ثابتة.

$$\text{حتى تكون المتالية } (u_n) \text{ ثابتة فإن } u_n = u_0 = \alpha \text{ و } u_{n+1} = u_n \text{ ومنه } \alpha = 3$$

ii. نضع $u_0 = 6$

(1) حساب u_1, u_2, u_3 . . ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتالية (u_n) .

$$u_3 = \frac{2}{3}u_2 + 1 = \frac{35}{9} \quad u_2 = \frac{2}{3}u_1 + 1 = \frac{13}{3} \quad u_1 = \frac{2}{3}u_0 + 1 = 5$$

بما أن $u_3 < u_2 < u_1 < u_0$ فإن المتالية (u_n) متناقصة تماماً

ب) دراسة اتجاه تغير المتالية (u_n) بفرض أن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 3$

$$\text{نعتبر من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ المتالية } (v_n) \text{ حيث: } v_n = u_n - 3 \text{ لأن } u_{n+1} - u_n = \frac{2}{3}u_n + 1 - u_n = -\frac{1}{3}u_n + 1 < 0$$

(2) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n المتالية (v_n) حيث: $v_n = u_n - 3$

أثبات أن (v_n) متالية هندسية

$$q = \frac{2}{3} \quad \text{لدينا } v_{n+1} = \frac{2}{3}(u_n - 3) = \frac{2}{3}v_n \quad \text{ومنه } v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{2}{3}u_n + 1 - 3 = \frac{2}{3}u_n - 2$$

$$\text{حدها الأول } v_0 = u_0 - 3 = 3$$

ب) كتابة v_n بدلالة n ثم استنتاج بدلالة n

$$v_n = v_0 \times q^n = 3 \left(\frac{2}{3} \right)^n$$

$$\text{لدينا } u_n = 3 \left(\frac{2}{3} \right)^n + 3 \quad \text{ومنه } v_n = u_n - 3$$

• حساب المجموع S_n حيث $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$

$$S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$$

$$= v_0 \left(\frac{q^{n+1} - 1}{q - 1} \right) = 3 \left(\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1}{\frac{2}{3} - 1} \right) = -9 \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right)$$

• حساب المجموع S'_n حيث :

$$\begin{aligned} S'_n &= u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n \\ &= v_0 + 3 + v_1 + 3 + v_2 + 3 + \dots + v_n + 3 \\ &= v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n + 3 + \dots + 3 \\ &= -9 \left(\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1 \right) + 3n + 3 \\ &= -9 \left(\frac{2}{3} \right)^{n+1} + 3n + 12 \end{aligned}$$

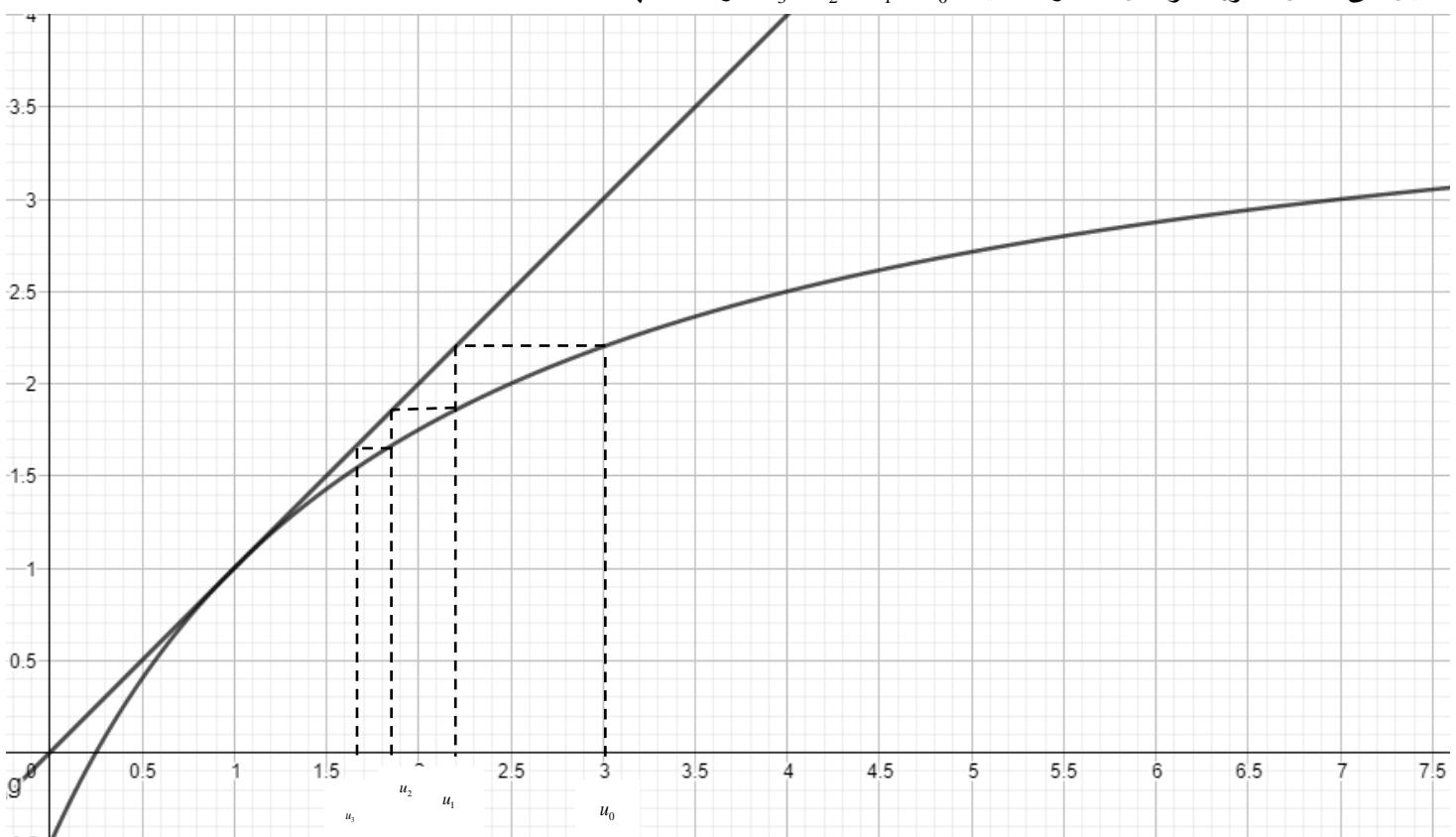
التمرين الثالث:

في الشكل المرفق (أنظر الوثيقة المرفقة) (C_f) هو تمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 5]$ بالعبارة :

و (d) المستقيم معادلة له : $y = x$.

1. (u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

تمثيل على حامل محور الفواصل الحدود التالية : u_0, u_1, u_2, u_3 دون حسابها.



التخمين حول اتجاه التغير المتتالية (u_n) : بما أن $u_0 < u_3 < u_2 < u_1$ فإن المتتالية (u_n) متناقصة تماما

• دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) علماً أن $1 > u_n$

$$u_n > 1 \quad u_{n+1} - u_n = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - u_n = \frac{4u_n - 1 - u_n^2 - 2u_n}{u_n + 2} = \frac{-u_n^2 + 2u_n - 1}{u_n + 2} = -\frac{(u_n - 1)^2}{u_n + 2} < 0$$

ومنه المتتالية (u_n) متناقصة تماماً .

2. من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

حساب v_0 •

$$v_0 = \frac{1}{u_0 - 1} = \frac{1}{2}$$

أثبات أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} v_{n+1} - v_n &= \frac{1}{u_{n+1} - 1} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{1}{\frac{4u_n - 1}{u_n + 2} - 1} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{u_n + 2}{3u_n - 3} - \frac{1}{u_n - 1} \\ &= \frac{u_n + 2}{3u_n - 3} - \frac{3}{3u_n - 3} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

ومنه (v_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{3}$

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

كتابة عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n •

$$v_n = nr + v_0 = \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$$

$$u_n = \frac{1}{\frac{1}{3}n + \frac{1}{2}} + 1 = \frac{6}{2n + 3} + 1 = \frac{2n + 9}{2n + 3} \quad \text{إذن } u_n = \frac{1}{v_n} + 1 \quad \text{ومنه } v_n = \frac{1}{u_n - 1} \quad \text{لدينا}$$

احسب المجموع S_n حيث : $S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$ •

$$\begin{aligned} S_n &= v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n \\ &= \frac{n+1}{2}(v_0 + v_n) \\ &= \frac{n+1}{2}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}n + \frac{1}{2}\right) = \frac{n+1}{2}\left(\frac{1}{3}n + 1\right) = \frac{n^2 + 4n + 3}{6} \end{aligned}$$