ليكن a و b عددان طبيعيان

اختزال الكسر $\frac{a}{b}\ ; b \neq 0$

$$\frac{a}{b} = \frac{a \div pgcd(a\,;b)}{b \div pgcd(a;b)}$$

القاسم المشترك الأكبر لعددين a و b $pgcd(a\,;b)$

ملاحظات

إذا كان

- $a = b \neq 0$ فإن $pgcd(a\,;b) = a = b$
- $a = 0$ و $b \neq 0$ فإن $pgcd(a;b) = b$
- $pgcd(a\,;b) = 1$ فنقول أن a و b أوليان فيما بينهما

حساب $pgcd(a\,;b)$

- القواســم
- خوارزمية الفروق المتتابعة
- خوارزمية اقليـــدس

الأستاذ عبداللاوي لخضــر

ليكن a و b عددان موجبان

خــواص الجذور

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\ ; b \neq 0$$

$$\sqrt{a^2} = \left(\sqrt{a}\right)^2 = a$$

$$\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$$

$$\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$$

$$n\sqrt{a} \pm m\sqrt{a} = (n \pm m)\sqrt{a}$$

$$n\sqrt{a} \times m\sqrt{b} = (n \times m)\sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

الجذور التربيعية $\sqrt{\ }$

حل معادلة من الشكل $x^2 = b$

إذا كان

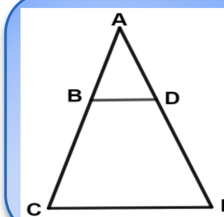
- $b < 0$ فإن المعادلة ليس لها حلول
- $b = 0$ فإن للمعادلة حلا وحيدا $x = 0$
- $b > 0$ فإن للمعادلة حلين متعاكسين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$

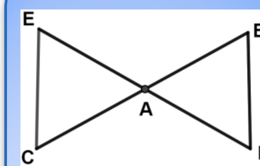
تنطيق نسبة مقامها عدد غير ناطق $\frac{a}{\sqrt{b}}\ ; b \neq 0$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

حـــساب الأطـــوال

خاصية طالــــــس





إذا كـان :

- A ، B ،C ثلاث نقط على استقامة واحدة
- A ، D ، E ثلاث نقط على استقامة واحدة
- $(BD)//(CE)$

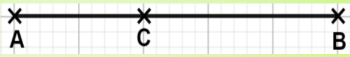
فإن :

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} = \frac{BD}{CE}$$

إثبات التوازي

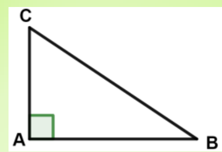
- العكسية لطالـــس
- خاصية التوازي: المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان

بالمجموع أو الفرق



- المجمــــوع: AB = AC+CB
- الفـــرق: AC = AB – CB ، CB = AB - AC

خـــواص المثلث القائم



خاصية الدائرة المحيطة بالمثلث القائم

الدائرة المحيطة بالمثلث القائم قطرها هو وتر هذا المثلث

خاصية المتوسط

إذا كانت M منتصف الوتر [BC] فإن

$$AM = \frac{1}{2}BC$$

خاصية فيثاغورس

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

النســـب المثلثيـــــة

جيب تمام زاوية $\hat{B}$ حادة

$$\cos \hat{B} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$$

$$\cos \hat{B} = \frac{AB}{BC}$$

جيب زاوية $\hat{B}$ حادة

$$\sin \hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$\sin \hat{B} = \frac{AC}{BC}$$

ظل زاوية $\hat{B}$ حادة

$$\tan \hat{B} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$\tan \hat{B} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$$

$$\tan \hat{B} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}$$

الأستاذ عبداللاوي لخضر

الأستاذ عبداللاوي لخضـــر

ليكن $a \neq 0$ و $\acute{a} \neq 0$ و $b \neq 0$ و $\acute{b} \neq 0$

التحليـــــــــــل

العامــــل المشتـــــرك

$ab \pm ac = a(b \pm c)$

$a(b+c) - d(b+c) = (b+c)(a-d)$

المتطابقات الشهيرة

$a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$

$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

الحســـــاب الحـــــرفــي

حل معادلة من الشكل

$(ax+b)(\acute{a}x+\acute{b}) = 0$

إما $ax + b = 0$ أي $x = -\dfrac{b}{a}$

وإما $\acute{a}x + \acute{b} = 0$ أي $x = -\dfrac{\acute{b}}{\acute{a}}$

جملة معادلتيـــن

$$\begin{cases} ax + by = c \\ \acute{a}x + \acute{b}y = \acute{c} \end{cases}$$

الحل جبــــريــــا

هو كل الثنائيات $(x\,;y)$ التي تكون من أجلها معادلتا الجملة محققتين في آن واحد

- طريقة الجمع
- طريقة التعويض

الحل بيـــانيـــا

هو إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين ذو المعادلتين

$$\begin{cases} y = \dfrac{c - ax}{b} \\ y = \dfrac{\acute{c} - \acute{a}x}{\acute{b}} \end{cases}$$ و

النشــــــــــر

المتطابقـــــات الشهيـــــرة

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

توزيـــــــع الضرب على الجمع أو الطرح

$a(b \pm c) = ab \pm ac$

$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

الأشعـــــة والانسحـــــاب

الشعاعان المتساويان

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ هما شعاعان لهما :

- نفس الطول
- نفس المنحى (متوازيان)
- نفس الاتجاه

ونكتب : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

الشعاعان المتعاكسان

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ هما شعاعان لهما :

- نفس الطول
- نفس المنحى (متوازيان)
- مختلفان في الاتجاه

فيكون :

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}=\vec{0}$ و $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$

خواص

لتكن A و B و D ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة

إذا كانت النقطة C هي صورة D بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$

معناه : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

هذا يعني أن ABCD متوازي أضلاع

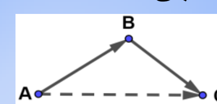
النقطة M منتصف القطعة [AB]

معناه : $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{MB}$

مجموع شعاعان $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$

علاقة شـــــال

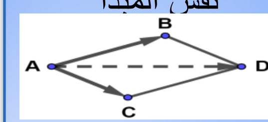
مجموع شعاعان متتاليان



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$

خاصية متوازي الأضلاع

مجموع شعاعان لهما نفس المبدأ



$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$

الأستاذ عبداللاوي لخضر

المعـــــالم

مركبتي شعاع $\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_{\overrightarrow{AB}} \\ y_{\overrightarrow{AB}} \end{pmatrix}$

بحيث :

$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}}=x_B-x_A \\ y_{\overrightarrow{AB}}=y_B-y_A \end{cases}$

إحداثيي نقطة M منتصف قطعة [AB]

$M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2}\right)$

طول قطعة مستقيم [AB]

$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

الشعاعان المتساويان

$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ هما شعاعان لهما :

نفس المركبات يعني :

$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}}=x_{\overrightarrow{DC}} \\ y_{\overrightarrow{AB}}=y_{\overrightarrow{DC}} \end{cases}$ و

الشعاعان المتعاكسان

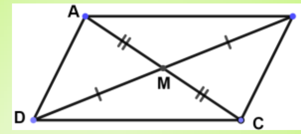
$\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ هما شعاعان لهما :

مركبات متعاكسة يعني :

$\begin{cases} x_{\overrightarrow{AB}}=-x_{\overrightarrow{DC}} \\ y_{\overrightarrow{AB}}=-y_{\overrightarrow{DC}} \end{cases}$ و

رباعـــي ABCD يكـــون :

متوازي أضلاع



إذا كان :

قطراه **متناصفان**

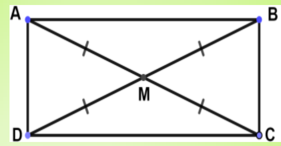
يعني:

إحداثيي منتصفي القطرين [AC] و [DB] نفسها

أو : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

أو : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$

مستطيل



إذا كان :

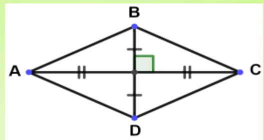
قطراه **متناصفان**

و**متقايسان** $(DB = AC)$

أو : $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ وأحد زواياه قائمة

أو : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ وأحد زواياه قائمة

معيـــن



إذا كان :

قطراه **متناصفان**

و**متعامدان**

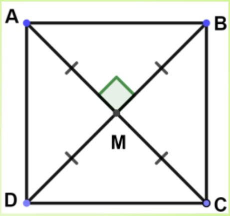
$(AC) \perp (DB)$

أو :

كـل أضلاعــه متقايسة

$AB = BC = DC = AD$

مربـــــع



إذا كان :

قطراه **متناصفان**

و**متقايسان** $(DB = AC)$

و**متعامدان** $(AC) \perp (DB)$

أو :

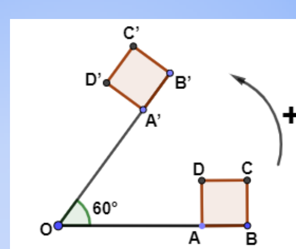
كـل أضلاعــه متقايسة

$AB = BC = DC = AD$

وأحد زواياه قائمة

الدّوران

هو تدويرشكل بـ**زاوية** وفق **مركز** معين و **اتجاه** محدد



خواصــــه

الدّوران يحافظ على :

- طبيعة الأشكال
- الأطوال
- أقياس الزوايا
- استقامية النقط
- المساحات

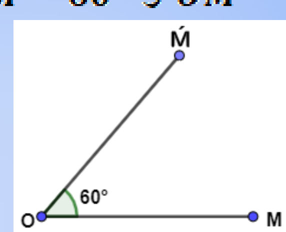
صورة نقطة بدوران :

لتكن O نقطة تختلف عن M

إذا كانت $\acute{M}$ صورة M بالدوران الذي مركزه O وزاويته 60° في الاتجاه **المباشر**

فإن :

$\widehat{MO\acute{M}} = 60°$ و $OM = O\acute{M}$



- يسمّى الاتجاه **المعاكس** لعقارب الساعة بالاتجاه **المباشر** أو الاتجاه **الموجب (+)**
- كما يسمّى **اتجاه** عقارب الساعة بالاتجاه **الغير مباشر** أو **الاتجاه السالب (-)**

الأستاذ عبداللاوي لخضر

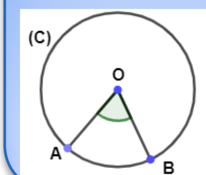
الزاوية المحيطية والزاوية المركزية في دائرة

الزاويـــة المركـزية

نسمي زاوية **مركزية** في دائرة (C) كل زاوية رأسها مركزالدائرة (C)

مثال :

$\widehat{AOB}$ هي زاوية مركزية في الدائرة (C) تحصر القوس $\overset{\frown}{AB}$

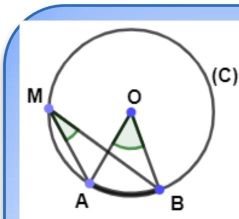


خاصــــة:

قيس الزاوية المحيطية في دائرة هو نصف قيس الزاوية المركزية التي تحصر معها نفس القوس

-بما أن $\widehat{AOB}$ زاوية **مركزية** و $\widehat{AMB}$ زاوية **محيطية** وتحصران **نفس** القوس $\overset{\frown}{AB}$

فإن $\widehat{AMB} = \frac{1}{2}\widehat{AOB}$

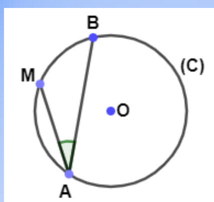


الزاويـــة المحيطيـــة

نسمي زاوية **محيطية** في دائرة (C) كل زاوية رأسها ينتمي إلى الدائرة (C)وضلعاها يقطعان الدائرة (C)

مثال :

$\widehat{MAB}$ هي زاوية محيطية في الدائرة (C) تحصر القوس $\overset{\frown}{MB}$

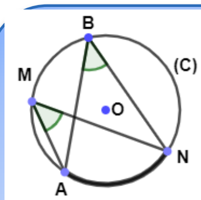


خاصــــة:

إذا كانت زاويتان محيطيتان في دائرة تحصران نفس القوس فهما متقايستان

- بما أن $\widehat{ABN}$ و $\widehat{AMN}$ زاويتان **محيطتان** وتحصران **نفس** القوس $\overset{\frown}{AN}$

فإن $\widehat{AMN} = \widehat{ABN}$

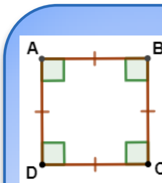


المضلعات المنتظمة

نسمّي **مضلعا منتظما** كل مضلّع أضلاعه كلها لها نفس الطول وزواياه كلها متقايسة

مثـــــال

المربع مضلع منتظم لأن :



$AB = BC = CD = DA$

و $\widehat{A} = \widehat{B} = \widehat{C} = \widehat{D}$

خواص :

كل مضلع منتظم

- له **دائرة محيطة به** مركزها هو نفسه مركز **المضلع المنتظم**
- **زواياه المركزية** التي كل منها **يحصر ضلعا** في هذا المضلع تكون **متقايسة** وكل منها تساوي $\left(\frac{360°}{n}\right)$ حيث n هو عدد أضلاع المضلع
- صورته **بالدوران** الذي مركزه هو **مركز المضلع** وزاويته **أحد الزوايا المركزية** وفي أي **من الاتجاهين** سيكون هو **المضلع نفسه**

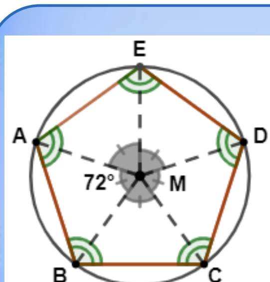
بما أن ABCDE مضلع منتظم (خماسي منتظم) فإن :

1/ له دائرة محيطة به (تشمل كل رؤوس المضلع) مركزها M.

2/ كل الزوايا المركزية التالية متقايسة

$$\widehat{AMB} = \widehat{BMC} = \widehat{CMD} = \widehat{DME} = \widehat{EMA} = \frac{360°}{\text{عدد الأضلاع}} = \frac{360°}{5} = 72°$$

3/ صورة المضلع ABCDE بالدوران الذي مركزه M وزاويته $\widehat{AMB}$ هوالمضلع نفسه



الأستاذ عبداللاوي لخضر

الأستاذ عبداللاوي لخضر

الـــدّوال

الدّالة الخطية

تكتب من الشكل :

$f(x) = ax$

مثال:

$f(x) = 2x$ ، $g(x) = -3x$

حيث a و b ثابتان ويسمى a بمعامل الدالة (معامل التوجيه)

الدّالة التآلفية

تكتب من الشكل : $f(x) = ax + b$

مثال:

$f(x) = 5x - 7$ ، $g(x) = -x + 1$

الدّالة الثابتة

تكتب من الشكل : $f(x) = c$

حيث **c** ثابت معطى.

مثال: $f(x) = 7$ ، $g(x) = -10$

نقرأ: ax و $ax + b$ و C صورة x بالدالة f

التمثيل البياني للدّالة

يعطينا x_1 قيمة x ويطلب منا حساب الصورة $f(x_1)$

لحساب صورة العدد x_1 بالدّالة f نعوض x بالعدد x_1 في عبارة f

مثال: نريد أن نحسب صورة 5 بالدالة $f(x) = 2x - 1$

نجد $f(5) = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$

يعطينا y صورة x ويطلب منا تعيين قيمة x

لتعيين العدد x نحل المعادلة $f(x) = y$

مثال: نريد أن نجد العدد الذي صورته بالدالة $f(x) = 2x - 1$ هي 9

نحل المعادلة $f(x) = 9$ أي $2x - 1 = 9$ فنجد $x = 5$

الخطيـــــة

هو مستقيم يشمل المبدأ (0;0) معادلته من الشكل $y = ax$

التآلفيـــــة

هو مستقيم يقطع محور التراتيب في الترتيبة **b** معادلته من الشكل $y = ax + b$

الثابتـــــة

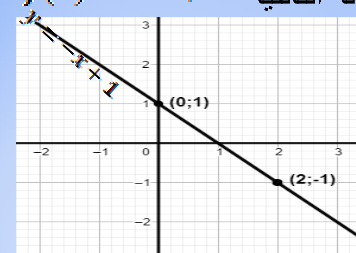
هو مستقيم يقطع محور التراتيب في الترتيبة **C** ويوازي محور الفواصل معادلته من الشكل $y = C$

ملاحظــــة:

العلاقة $y = ax + b$ تسمى معادلة مستقيم ويمكن أن نكتب $f(x) = y$

لرسم هذا المستقيم نحتاج إلى نقطتان منه ويمكن الاستعانة بجدول القيم

مثال: نريد التمثيل البياني للدالة التآلفية $f(x) = -x + 1$

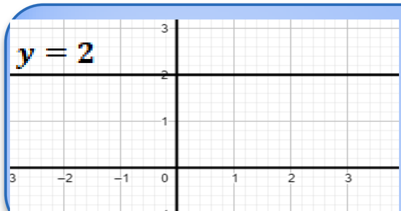


x	0	2
$f(x)$	1	-1
النقطة $(x; f(x))$	(0;1)	(2;-1)

ملاحظــــة:

إذا كانت النقطة M(2;1) تنتمي للتمثيل البياني لدالة f يعني $f(2) = 1$

مثال: نريد التمثيل البياني للدالة الثابتة $f(x) = 2$



إيجـــــاد عبارة الدّالة

الخطيـــة

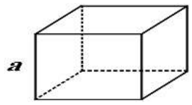
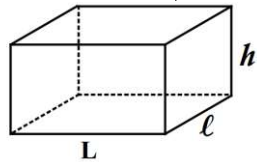
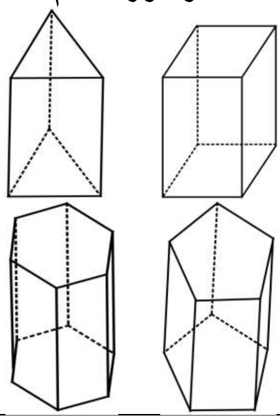
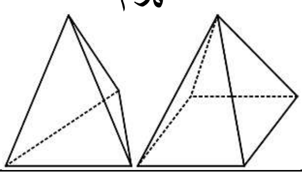
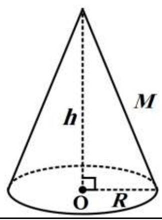
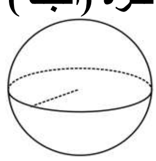
نحتاج إلى شرط واحد $f(x_1) = y_1$ عندئذ: $a = \dfrac{f(x_1)}{x_1} = \dfrac{y_1}{x_1}$

التآلفيـــة

نحتاج إلى شرطين $f(x_1) = y_1$ و $f(x_2) = y_2$ عندئذ:

$a = \dfrac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ و $b = f(x_1) - ax_1$

الحجم، المساحة الجانبية والمساحة الكلية

الشكل	الحجم (السعة)	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
المكعب 	3(الضلع) = الضلع × الضلع × الضلع $V = a \times a \times a = a^3$	4 × مساحة وجه $S = 4a^2$	6 × مساحة وجه $S = 6a^2$
متوازي المستطيلات 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$ أو الطول × العرض × الارتفاع $V = L \times l \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$ أو $S = 2(L + l) \times h$	المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين $S = 2[(L + l) \times h + L \times l]$
الموشور القائم 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$	المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين
الأسطوانة الدورانية 	مساحة القاعدة × الارتفاع $V = S_B \times h$ أو $V = \pi \times R^2 \times h$	محيط القاعدة × الارتفاع $S = P_B \times h$ أو $S = 2\pi R \times h$	المساحة الجانبية + مساحة القاعدتين $S = 2\pi R(h + R)$
الهرم 	$\dfrac{\text{مساحة القاعدة × الارتفاع}}{3}$ $V = \dfrac{S_B \times h}{3}$	نصف محيط القاعدة × الارتفاع الجانبي	المساحة الجانبية + مساحة القاعدة
المخروط 	$\dfrac{\text{مساحة القاعدة × الارتفاع}}{3}$ $V = \dfrac{\pi \times R^2 \times h}{3}$ أو $V = \dfrac{S_B \times h}{3}$	طول مولد المخروط: M نصف محيط القاعدة × طول مولده أو $S = \pi \times R \times M$	المساحة الجانبية + مساحة القاعدة $S = \pi R(R + M)$
الكرة (الجلة) 	$\pi = 3,14$ نصف القطر: R $V = \dfrac{4}{3} \times \pi \times R^3$	$\pi = 3,14$ نصف القطر: R $S = 4 \times \pi \times R^2$	