تذكير بالمكتسبات القبلية :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \qquad a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \qquad (ab)^n = a^n \times b^n$$

$$a^0 = 1 \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$1^n = 1 \qquad a^1 = a$$

I. الجذر التربيعي لعدد موجب :

تعريف :

a عدد موجب .

الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a .

ملاحظة :

$\sqrt{a}$ يقرأ الجذر التربيعي ل a .

مثال :

- الجذر التربيعي للعدد 4 هو 2 لأن $2^2 = 4$.
- $\sqrt{9} = 3$ لأن $3^2 = 9$.
- $\sqrt{0} = 0$ لأن $0^2 = 0$.
- $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5}$ لأن $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25}$.

خواص :

a عدد موجب ، لدينا :

- $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$.
- $\sqrt{a^2} = a$.

مثال :

- $\left(\sqrt{3}\right)^2 = 3$.
- $\left(\sqrt{0.5}\right)^2 = 0.5$.
- $\sqrt{2^2} = 2$.
- $\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}$.

II. الأعداد الناطقة والأعداد غير الناطقة :

a عدد ناطق موجب .

- إذا كان a مربعا لعدد ناطق ، فإن $\sqrt{a}$ عدد ناطق
- إذا لم يكن a مربعا لعدد ناطق ، فإن $\sqrt{a}$ ليس عدد ناطق .

مثال :

- $\sqrt{9}$ عدد ناطق لأن $9 = 3^2$.
- لا يوجد عدد ناطق مربعه 7 ، اذن $\sqrt{7}$ ليس عدد ناطق .

III. حل المعادلات من الشكل $x^2 = b$ مع b عدد حقيقي .

- إذا كان $b > 0$ ، فإن المعادلة $x^2 = b$ تقبل حلين متعاكسين هما $\sqrt{b}$ و $-\sqrt{b}$.
- إذا كان $b = 0$ ، فإن المعادلة $x^2 = b$ تقبل حلا واحدا هو 0 .
- إذا كان $b < 0$ ، فإن المعادلة $x^2 = b$ لا تقبل حلول حقيقية لان $x^2 \geq 0$.

تطبيق :

حل المعادلات الآتية : 1) $x^2 = 5$ 2) $x^2 = -3$

الحل :

1) بما أن $5 > 0$ فإن للمعادلة $x^2 = 5$ حلان متعاكسان هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

2) بما أن $-3 < 0$ فإن ليس للمعادلة $x^2 = -3$ حلول حقيقية .

IV. العمليات على الجذور :

1) جداء جذرين :

a و b عددان حقيقيان موجبان ، لدينا :

- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{a^2 \times b} = a \times \sqrt{b}$

مثال :

- $\sqrt{21} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{3} \times \sqrt{7}$.
- $\sqrt{3^2 \times 5} = 3 \times \sqrt{5}$.

2) حاصل قسمة جذرين :

a و b عددان حقيقيان موجبان حيث $b \neq 0$ ، لدينا :

- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال :

- $\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{(6)^2}}{\sqrt{(11)^2}} = \frac{6}{11}$

ملاحظة :

a و b عددان حقيقيان موجبان .

1) $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

2) $\sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$ مع $a \geq b$

مثال :

- $\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$

لأن : $\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5$

و : $\sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{4^2} + \sqrt{3^2} = 4 + 3 = 7$

- $\sqrt{36-9} \neq \sqrt{36} - \sqrt{9}$

لأن : $\sqrt{36-9} = \sqrt{25} = 5$

و : $\sqrt{36} - \sqrt{9} = 6 - 3 = 3$

V. توظيف خواص الجذور التربيعية :

أ) جعل مقام نسبة عدد ناطق :

$\Leftarrow$ **طريقة :**

لجعل مقام نسبة $\frac{a}{\sqrt{b}}$ عدد ناطق نضرب كلا من البسط والمقام في $\sqrt{b}$.

تطبيق :

أكتب $\frac{5}{\sqrt{7}}$ على شكل كسر مقامه عدد ناطق .

الحل :

- $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$

ب) كتابة $\sqrt{c}$ على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث c عدد طبيعي

$\Leftarrow$ **طريقة :**

لكتابة الجذر التربيعي للعدد الطبيعي c على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث a و b عددان طبيعيان و b أصغر ما يمكن :

- نبحث عن أكبر مربع a^2 يقسم c أي $c = a^2 \times b$
- نكتب $\sqrt{c}$ على الشكل $a\sqrt{b}$.

تطبيق :

أكتب $\sqrt{98}$ على الشكل $a\sqrt{b}$.

الحل :

أكبر مربع يقسم العدد 98 هو 7^2 إذن : $98 = 7^2 \times 2$

ومنه : $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$.