الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية أم البواقي

متوسطة مـــــلاح عبـــود –عين مليلة - — التاريخ: 14 مـــاي 2024

المستوى: الرابع متوسط — اختبار الثلاثي الثالث في مـادة الرياضيات — المـدة: 2 ساعة

التمرين الأول (2 ن) :

ليكن العددان A و B بحيث : $A = \frac{24}{7} - \frac{4}{7} \times \frac{5}{2}$ ؛ $B = 3\sqrt{27} - \sqrt{108} + \sqrt{3}$.

1) بين أن A عــدد طبيعي.

2) اكتب B على شكل $a\sqrt{b}$ حيث a عدد طبيعي و b أصغر ما يمكن.

3) اكتب w على شكل نسبة مقامها عدد ناطق حيث : $w = \frac{A+\sqrt{3}}{B}$.

التمرين الثاني (3 ن) :

لتكن العبارتان : $C = (x+3)^2$ ؛ $D = 4x^2 - (x^2 + 6x + 9)$.

1) انشر ثم بســـط العبارة C.

2) حـلّل العبارة D إلى جـداء عاملين من الدرجة الأولى.

3) حل المتراجحة التالية : $C > x^2 + 21$.

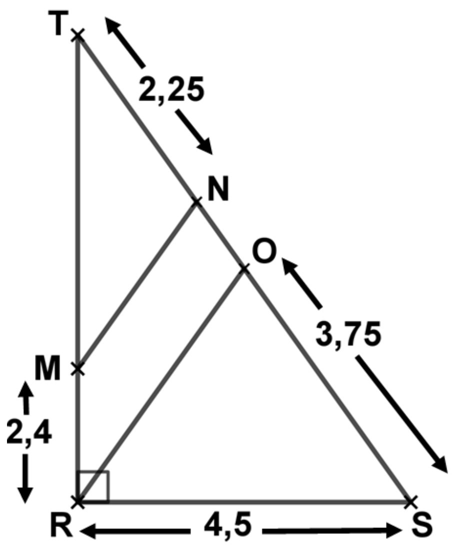
التمرين الثالث (3 ن) :

الشكل المقابل مرسوم بأطوال غير حقيقية **(وحدة الطول هي السنتيمتر)** :

حيث : O منتصف القطعة $[ST]$.

و $RS = 4{,}5\,cm$ ؛ $ST = 7{,}5\,cm$

$TN = 2{,}25\,cm$ ؛ $RM = 2{,}4\ cm$



1) احسب الطول RT .

2) استنتج الطــول RO .

3) اثبت أن : $(RO)//(MN)$.

التمرين الرابع (4 ن) :

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o\,;\vec{i}\ ;\ \vec{j})$ وحدة التدريج فيه هي cm .

1) علّم النقط : $E(-1\,;2)$ ؛ $F(2\,;-1)$ و $G(-2\,;-5)$.

2) علماً أن $EF = 3\sqrt{2}$ و $EG = 5\sqrt{2}$.

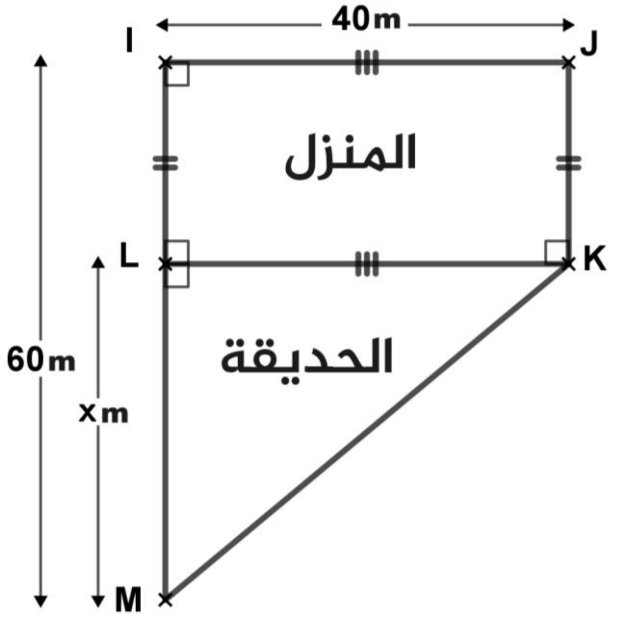
أ) احسب الطــول FG .

ب) بيّن أن المثلث EFG قائم في نقطة يُطلب تعيينها.

3) اوجـد إحداثيتي النقطة R مركز الدائرة المُحيطة بالمثلث EFG .

4) أنشئ النقطة H صورة النقطة F بدوران مركزه R و زاوية قدرها $180°$.

5) استنتج طبيعة الرباعية $EFGH$ مع التبرير.



الجـزء الثاني(8 ن):

الوضعية الإدماجية:

لاحظ جيّداً التصميم المقابل للقطعة (مرسوم بأطوال غير حقيقية).

نضع L نقطة من القطعة $[IM]$

حيث : $ML = x\ m$ و $(0 < x < 60)$

أراد صاحب القطعة تقسيمها إلى جــزئين بحيث :

☑ يكون الجزء المُمثل بالمستطيل $IJKL$ لبناء منزل

☑ بينما يترك الجزء الممثل بالمثلث KLM لتهيئة حديقة.

الجـزء I :

1) عبر عن A_1 مســـــاحة المستطيل $IJKL$ بدلالة x.

2) عبر عن A_2 مســـــاحة المثلث القائم KLM بدلالة x.

3) اعـــط قيمة x حتى تكون مساحة المنزل ضعف مساحة الحديقة.

الجـزء II :

لتكن $f(x)$ مســـــاحة المنزل و $g(x)$ مســـــاحة الحديقة.

حيث : $f(x) = 2\,400 - 40x$ و $g(x) = 20x$.

1) مثل بيانيا كل من الدالتين f و g في نفس المعلم المتعامد و المتجانس

(نأخذ : $1\,cm$ على محور الفواصل يمثل $10\ m$ ، $1\,cm$ على محور التراتيب يمثل $200\ m^2$)

2) حـدد من التمثيل البياني :

أ) قيمة العدد x التي من أجلها تكون مساحة المنزل مســاوية لمســاحة الحديقة.

ب)مســاحة كلُ من المنزل و الحديقة من أجل $x = 20\ m$.

الجـزء III :

1) حـل جبرياً الجملة التالية : $\begin{cases} 20x - y = 0 \\ 40x + y = 2\,400 \end{cases}$

2) فســر حل هذه الجملة بيانياً.

الإجابة المقتـرحة وسلم التنقيط لـإختبار الثلاثي الثالث في مـادة الرياضيات

أنجـــز يوم الثلاثاء : 2024/05/14 صحح يوم الأحد : 2024/05/19

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th>عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>الجـــزء الأول</th><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td></td><td>

التمرين الأول :

1) تبيان أن A عـدد طبيعي :

$A=\frac{24}{7}-\frac{4}{7}\times\frac{5}{2}=\frac{24}{7}-\frac{\mathbf{4\times5}}{\mathbf{7\times2}}=\frac{24}{7}-\frac{\mathbf{20}}{\mathbf{14}}=\frac{\mathbf{24\times2}}{\mathbf{7\times2}}-\frac{20}{14}$

$A=\frac{\mathbf{48}}{\mathbf{14}}-\frac{20}{14}=\frac{\mathbf{48-20}}{\mathbf{14}}=\frac{\mathbf{28}}{14}=\mathbf{2}$

2) كتابة B على شكل $a\sqrt{b}$:

$B=3\sqrt{27}-\sqrt{108}+\sqrt{3}=3\sqrt{\mathbf{9\times3}}-\sqrt{\mathbf{36\times3}}+\sqrt{3}$

$B=\mathbf{3\times3}\sqrt{3}-\mathbf{6}\sqrt{3}+\sqrt{3}=(\mathbf{9-6}+1)\sqrt{3}=\mathbf{4\sqrt{3}}$

3) كتابة w على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$w=\frac{A+\sqrt{3}}{B}=\frac{\mathbf{2}+\sqrt{3}}{\mathbf{4\sqrt{3}}}=\frac{(2+\sqrt{3})\times\sqrt{\mathbf{3}}}{4\sqrt{3}\times\sqrt{\mathbf{3}}}=\frac{2\times\sqrt{3}+3}{4\times3}=\frac{\mathbf{2\sqrt{3}+3}}{\mathbf{12}}$

</td><td>0,75
0,75
0,5</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>

التمرين الثاني :

1) نشر و تبسـيط العبارة C :

$C=(x+3)^2=x^2+2\times3\times x+3^2=\mathbf{x^2+6x+9}$

2) تحـليل العبارة D :

$D=4x^2-(x^2+6x+9)$

$D=(2x)^2-(x+3)^2$

$D=[(2x)-(x+3)][(2x)+(x+3)]$

$D=(2x-x-3)(2x+x+3)$

$\mathbf{D=(x-3)(3x+3)}$

3) حل المتراجحة :

$C>x^2+21$

$\mathbf{x^2+6x+9}>x^2+21$

$x^2-x^2+6x>21-9$

$6x>12$

$x>\frac{12}{6}$

$\mathbf{x>2}$

</td><td>1
1
1</td><td>3</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>3</td>
<td>0,75

0,75

0,25
0,25
0,25
0,25
0,5</td>
<td>

التمرين الثالث :

1) حساب الطول RT :

بتطبيق خاصية فيثاغورس على المثلث القائم RST :

$ST^2 = RS^2 + RT^2$
$7{,}5^2 = 4{,}5^2 + RT^2$
$56{,}25 = 20{,}25 + RT^2$
$RT^2 = 56{,}25 - 20{,}25$
$RT = \sqrt{36} = \mathbf{6\,cm}$

2) استنتاج الطـول RO :

لدينا (RO) هو المتوسط المتعلق بالوتر $[ST]$ في المثلث RST.

ومنه : $RO = \dfrac{ST}{2} = \dfrac{7{,}5}{2} = \mathbf{3{,}25\,cm}$

3) اثبات أن : $(RO)//(MN)$:

لدينا المستقيمان (ON) و (RM) متقاطعان في T.

$\dfrac{TN}{TO} = \dfrac{2{,}25}{3{,}25} = 0{,}6$ ....(1)
$\dfrac{TM}{TR} = \dfrac{TR - MR}{TR} = \dfrac{6 - 2{,}4}{6} = \dfrac{3{,}6}{6} = 0{,}6$ ....(2)

من (1) و (2) نستنتج أن : $\dfrac{TN}{TO} = \dfrac{TM}{TR}$

و لدينا النقط T ؛ N و O في استقامية و بنفس الترتيب مع النقط T ؛ M و R.

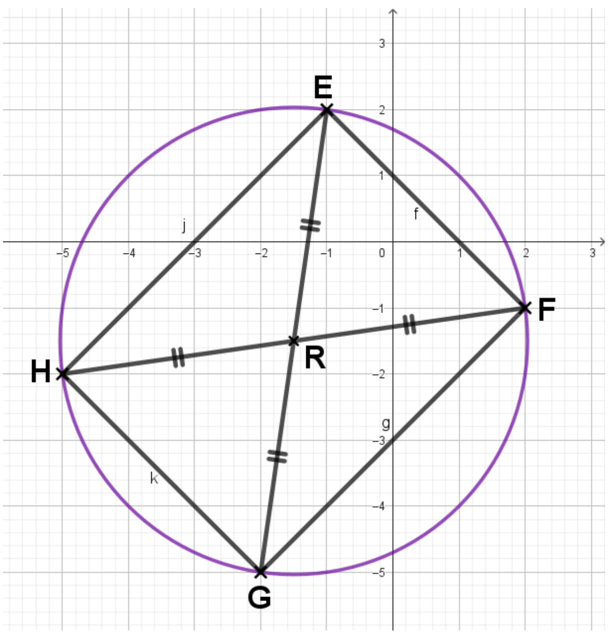
ومنه $(RO)//(MN)$ حسب خاصية طالس العكسية.

</td>
</tr>
<tr>
<td>4</td>
<td>0,25×3

0,5</td>
<td>

التمرين الرابع :

1) تعليم النقط : $E(-1\,;\,2)$ ؛ $F(2\,;\,-1)$ و $G(-2\,;\,-5)$:



2) لدينا : $EF = 3\sqrt{2}$ و $EG = 5\sqrt{2}$.

أ) حساب الطــول FG :

$FG = \sqrt{(x_F - x_G)^2 + (y_F - y_G)^2}$
$FG = \sqrt{(2+2)^2 + (-1+5)^2}$
$FG = \sqrt{(4)^2 + (4)^2}$
$FG = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$
$FG = \sqrt{16\times 2} = \mathbf{4\sqrt{2}}$

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><td>ب)تبيان أن المثلث EFG قائم :
$EG^2 = \left(5\sqrt{2}\right)^2 = 25 \times 2 = 50$ ....(1)
$FE^2 + FG^2 = \left(3\sqrt{2}\right)^2 + \left(4\sqrt{2}\right)^2 = 9 \times 2 + 16 \times 2 = 18 + 32 = 50$........(2)
من (1) و (2) نستنتج أن $EG^2 = FE^2 + FG^2$
و منه المثلث EFG قائم في F حسب الخاصية العكسية لفيثاغورس.
3) ايجـاد إحداثيتي النقطة R مركز الدائرة المُحيطة بالمثلث EFG :
بما أن المثلث EFG قائم في F فإن مركز الدائرة المُحيطة به تكون في منتصف الوتر $[EG]$
$R(x_R ; y_R)$
$R\left(\frac{x_E + x_G}{2} ; \frac{y_E + y_G}{2}\right)$
$R\left(\frac{-1-2}{2} ; \frac{2-5}{2}\right)$
$R\left(\frac{-3}{2} ; \frac{-3}{2}\right)$
$\mathbf{R(-1{,}5 ; -1{,}5)}$
4) أنشئ النقطة H صورة النقطة F بدوران مركزه R و زاوية قدرها $180°$.
5) استنتاج طبيعة الرباعية $EFGH$:
لدينا R منتصف الوتر $[EG]$ معناه : $ER = RG$
و لدينا النقطة H صورة النقطة F بدوران مركزه R و زاوية قدرها $180°$
معناه : $FR = RH$
ومنه القطران $[EG]$ و $[FH]$ متناصفان معناه أن الرباعي $EFGH$: متوازي الأضلاع
و لأن $E\hat{F}G = 90°$ فهو : **مستطيل**</td>
<td>0,25
0,25
0,25
0,5
0,5
0,5
0,5</td>
<td></td></tr>
<tr><td colspan="3">

الجـــزء الثـــاني

</td></tr>
<tr><td>**الوضعية الإدماجية:**
الجـزء I:
1) التعبير عن A_1 مســـاحة المستطيل $IJKL$ بدلالة x :
$A_1 = IJ \times IL = 40(60 - x) = 2\,400 - 40x$
2) التعبير عن A_2 مســـاحة المثلث القائم KLM بدلالة x :
$A_2 = \frac{LK \times LM}{2} = \frac{40 \times x}{2} = 20x$</td>
<td>1
1</td>
<td>8</td></tr>
</table>

3) إيجـــاد قيمة x حتى تكون مساحة المنزل ضعف مساحة الحديقة :

1

$$A_1 = 2\times A_1$$
$$2\,400 - 40x = 2\times 20x$$
$$2\,400 - 40x = 40x$$
$$-40x - 40x = -2\,400$$
$$-80x = -2\,400$$
$$x = \frac{-2\,400}{-80}$$
$$\mathbf{x = 30}$$

الجـزء II :

لدينا f دالة معرفة بـ : $f(x) = 2\,400 - 40x$ و g دالة معرفة بـ : $g(x) = 20x$.

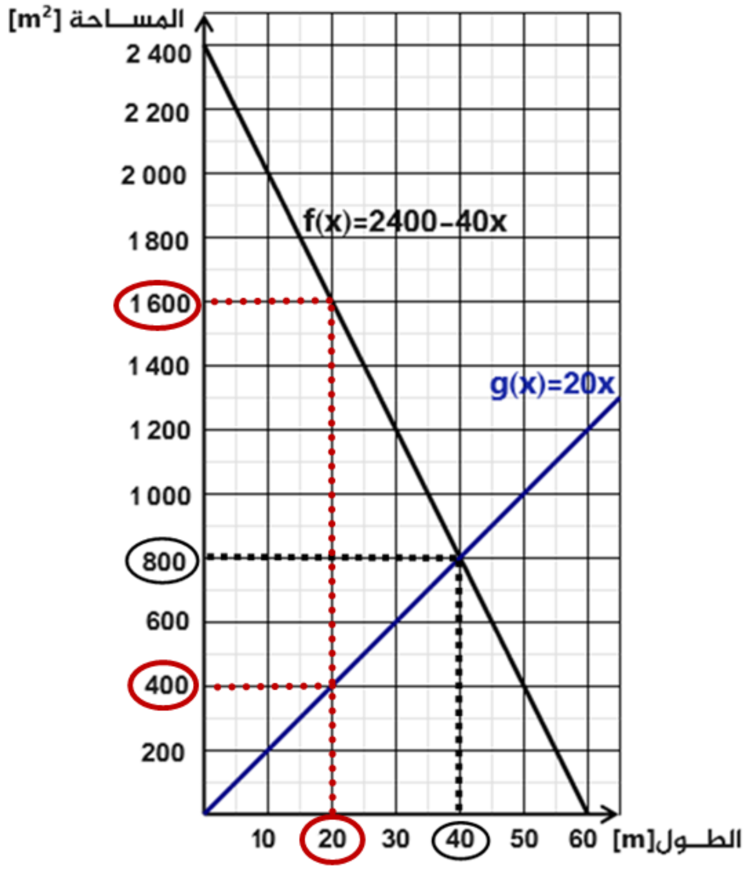
1) التمثيل البياني للدالتين f و g :

0,5×2

$f(x) = 2\,400 - 40x$		
x	0	40
y	2 400	800
	(0 ; 2 400)	(40 ; 800)

$g(x) = 20x$	
x	40
y	800
	(40 ; 800)

1



2) من التمثيل البياني :

أ) قيمة العدد x التي من أجلها تكون مساحة المنزل مســاوية لمســاحة الحديقة هي فاصلة نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين للدالتين f و g هي $x = \mathbf{40\ m}$.

1

ب) مســاحة كلُ من المنزل و الحديقة من أجل $x = 20\ m$:

$f(x) = 1600 - 40x$; $g(x) = 400$

الجـزء III :

3) حـل الجملة التالية :

$$\begin{cases} 20x - y = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1) \\ 40x + y = 2\,400 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2) \end{cases}$$

بجمع (1) و (2) طرف إلى طرف نجد :

$$60x = 2\,400$$

$$x = \frac{2400}{60}$$

0,5

$$\mathbf{x = 40}$$

بتعويض قيمة x في المعادلة (1) نجد :

$$20x - y = 0$$

$$20 \times 40 = y$$

$$800 = y$$

0,5

$$y = \mathbf{800}$$

ومنه الثنائية المرتبة (800 ; 40) هي حل للجملة أعلاه. 0,5

4) يمثل الحل الجبري لهذه الجملة : إحداثيتي نقطة تقاطع التمثيلين البيانيين للدالتين f و g. 0,5