الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية	مديرية التربية لولاية غرداية
إمتحان البكالوريا التجريبي	المقاطعة الأولى
الشعبة : تسيير و إقتصاد	دورة ماي 2019
إختبار في مادة الرياضيات	المدة:03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين

الموضوع الأول

التمرين الأول :(04 نقاط)

يمثل الجدول التالي تطور ميزانية الإشهار بعشرات الألاف من الدنانير لمؤسسة في فترة ما بين 2003 و 2010

السنة	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
ترتيب السنوات x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الميزانية y_i	2	2,3	2,5	3	3,2	3,5	3,7	4,2

1 – مثل سحابة النقط $M(x_i, y_i)$ في معلم متعامد

(بوحدة $1\ cm$ على محور الفواصل و $2cm$ لكل 10000 دج على محور التراتيب)

2 – جد إحداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط ثم علمها .

3 – أ – أوجد معادلة مستقيم الانحدار (Δ) بالمربعات الدنيا : $y = ax + b$ (a و b مدوران إلى 10^{-1})

– ب – أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق .

4 – باستعمال التعديل الخطي السابق

– أ – قدر الميزانية المتوقعة في سنة 2019

ب – ابتداءا من أي سنة تتجاوز الميزانية 120000 دينار

التمرين الثاني(05نقاط)

I) (U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathcal{N}$ بـ: $U_n = e^{\frac{1}{2}n+2}$

– أ – بين أن المتتالية(U_n)هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

– ب – أدرس إتجاه تغير المتتالية (U_n)

– ج – هل المتتالية (U_n) متقاربة؟ برر

II) نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة على $\mathcal{N}$ بما يلي : $V_n = \ln(U_n)$

– أ – أثبت أن المتتالية (V_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

– ب – أحسب بدلالة n المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots \dots \dots \dots \dots \dots . + V_{n-1}$

– ج – أحسب بدلالة n الجداء : $P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \dots \dots \dots \times U_{n-1}$

التمرين الثالث:(04 نقاط)

بغرض إجراء دراسة على مرض الحصبة الألمانية , و عند تلقيح 40% من أطفال بلدية ما من بلديات ولاية غرداية وبالمتابعة تبين أن 85% من الأطفال الملقحين غير مصابين بهذا المرض ,

وأن 75% من الأطفال الذين لم يلحقوا مصابين بالمرض

نختار عشوائيا طفلا من هذه البلدية .

نعتبر الحادثين : M" الطفل المختار مصاب بالمرض " و V " الطفل المختار ملقح "

1 — أنشئ شجرة الإحتمالات الموافقة للمعطيات .

2 — تحقق أن احتمال الحدث $V \cap M$ يساوي $0{,}06$

3 — ما هو احتمال أن يكون الطفل المختار مصابا بالمرض و غير ملقح .

4 — استنتج الاحتمال $P(M)$

5 — علما أن الطفل المختار غير مصاب بالمرض , أحسب احتمال أن يكون ملقحا .

التمرين الرابع(07 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]-1,+\infty[$ ب : $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 — أ — أحسب $\lim\limits_{x \to -1} f(x)$ ثم فسر النتيجة هندسيا

— ب — بين أن : $f(x) = x + 1 + \ln\left(\dfrac{x+1}{x+2}\right)$ ثم أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2 — أ — بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة هو $y = x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$

— ب — أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم المقارب المائل (Δ)

3 — أ — بين أنه من أجل كل $x \in]-1,+\infty[$: $f`(x) = \dfrac{x^2+3x+3}{(x+1)(x+2)}$

— ب — أدرس تغيرات الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها .

4 — أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة $x = 0$

5 — بين أن المنحنى (C_f)يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث : $-\dfrac{1}{2} < \alpha < 0$

6 — K عدد حقيقي :

أ — بين أن الدالة : $\boldsymbol{G}(x) = (x-K)\ln(x-K) - x$ دالة أصلية للدالة $\mathbf{g}(x) = \ln(x-K)$ على المجال $]\mathbf{K},+\infty[$

ب — عين دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$

7— أ — ارسم المستقيمان (Δ) و (T) و المنحنى (C_f)

ب — أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها $y = 0$, $x = 0$ و $x = 1$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

يمثل الجدول التالي نسبة تطور الناجحين في البكالوريا , شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2008 و 2015 .

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
x_i رتبة السنة	0	1	2	3	4	5	6	7
y_i % النسبة	25,5	28,6	30	33,1	36,8	41	41,1	44,1

1 – مثل سحابة النقط $\mathbf{M_i\ (x_i\ , y_i\ )}$ في معلم متعامد

2 – تعطى معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا لـ y بدلالة x كالاتي : $\mathbf{y = 2,73\ x + 25,47}$

– أ – باستعمال هذا التعديل ماهو تقديرك لنسبة الناجحين في البكالوريا سنة **2019**

3 – بوضع $z_i = \ln(y_i)$ من أجل $, i = \{0\ , 1,2,3,4,5,6,7\}$ (تدور النتائج إلى 10^{-2})

أ – أنقل على ورقة الإجابة ثم أكمله

x_i	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
$z_i = \ln(y_i)$								

ب – عين $(\overline{x}, \overline{z})$ احداثيي النقطة المتوسطة للسلسلة الإحصائية $(x_i\ , z_i\ )$

4 – أ – بين أن معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لـ z بدلالة x هي : $z = 0{,}08x + 3{,}26$

ثم استنتج أن $y = \alpha \times e^{\beta x}$ حيث α و β عددان حقيقيان يطلب تعيينهما (تدور النتائج إلى 10^{-2})

ب – ابتداءا من أية سنة ستتعدى نسبة الناجحين 60%

ج – قدر نسبة الناجحين في البكالوريا سنة 2019

التمرين الثاني:(05 نقاط)

لتكن $(\mathbf{U_n})$ المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $\mathbf{U_0 = 0}$ و من أجل كل عدد طبيعي $\mathbf{n}$ ب :

$$\mathbf{U_{n+1} = \frac{1}{4}\ U_n + 2}$$

1 – أحسب الحدين $\mathbf{U_1}$ و $\mathbf{U_2}$

2 – برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $\mathbf{n}$: $\mathbf{U_n \leq \frac{8}{3}}$

– جد اتجاه تغير المتتالية $(\mathbf{U_n})$. ماذا تستنتج

4 – لتكن $(\mathbf{V_n})$ المتتالية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي $\mathbf{n}$ ب : $\mathbf{V_n = U_n - \frac{8}{3}}$

أ – أثبت أن $(\mathbf{V_n})$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها $\mathbf{q}$ و حدها الأول

ب – أكتب $\mathbf{V_n}$ بدلالة $\mathbf{n}$ ثم استنتج $\mathbf{U_n}$ بدلالة $\mathbf{n}$

ج – أحسب المجموع : $\boldsymbol{S_n} = \mathbf{U_0 + U_1 + \cdots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots + U_n}$

د – احسب الجداء : $\mathbf{P_n = V_0 \times V_1 \times \ldots \ldots \ldots \ldots . \times\ V_n}$

التمرين الثالث:(04 نقاط)

أحمد تلميذ يدرس بثانويتنا . وعليه أن يصل على الساعة الثامنة صباحا إلى الثانوية

ولهذا الغرض يستعمل وسيلتي نقل للمجيئ إلى الثانوية : الدراجة $(\boldsymbol{Velo})$ أو الحافلة $(\boldsymbol{Bus})$

يخرج أحمد من البيت على الساعة **7** و **40** دقيقة ليصل على الساعة **8** و **00** دقيقة إلى الثانوية .

ولهذا الغرض يستعمل الدراجة **7** أيام من **10** و الحافلة في الأيام الباقية

في الأيام التي يجيئ فيها إلى الثانوية بالدراجة يصل في الوقت المناسب بنسبة $\mathbf{99.4\%}$,

في الايام التي يستعمل فيها الحافلة للمجيئ إلى الثانوية يصل متأخرا بنسبة $\mathbf{5\%}$

نختار تاريخا عشوائيا من أحد الفصول الدراسية

نسمي **V** حادثة " التلميذ أحمد يجيئ بالدراجة " و **B** حادثة " التلميذ أحمد يجيئ بالحافلة " و

R حادثة" التلميذ أحمد يصل متاخرا إلىَ الثانوية"

1 – ترجم الوضعية في شجرة إحتمالات متوازنة

2 – أحسب احتمال $(\mathbf{V} \cap \mathbf{R})$

3 – أحسب إحتمال **R**

4 – أحسب احتمال $(\mathbf{B} \cap \overline{\mathbf{R}})$

5 – في يوم ما وصل أحمد إلى الثانوية متأخرا , ماهو إحتمال أن يكون قد جاء بالحافلة

التمرين الرابع : (07 نقاط):

I – f الدالة المعرفة على $[0,+\infty[$ بـ : $f(x) = (-4x^2 + 5)e^{-x} + 3$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

1 – أحسب نهاية الدالة f عند $+\infty$ وفسر النتيجة هندسيا .

2 – أ – بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x موجب : $f'(x) = (4x^2 - 8x - 5)e^{-x}$

– ب – أدرس إشارة $(4x^2 - 8x - 5)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها على المجال $[0,8]$

ج – أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = 3$, ثم أرسم (C_f)

II – نضع $C_M = f$ حيث C_M هي الكلفة الهامشية (مقدرة بمليون DA) لإنتاج سلعة x مقدرة بالطن

و x محصور بين 0 و 8

1 – عين كمية السلعة x التي تكون من أجلها الكلفة الهامشية أصغر ما يمكن

2 – ما هو مقدار السلع التي من أجلها تكون الكلفة الهامشية أصغر أو تساوي 3

3 – علما أن : الكلفة الإجمالية C_T هي دالة أصلية لدالة الكلفة الهامشية .

تحقق أن : $C_T(x) = (4x^2 + 8x + 3)e^{-x} + 3xk$, ثم عين k إذا علمت أن : $C_T(0) = 4$

إنتهى الموضوع الثاني

بسم الله الرحمن الرحيم

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية مستغانم

امتحان بكالوريا التجريبي — ثانوية الإخوة عباس – السور–

الشعبة: تسيير واقتصاد — دورة : ماي 2019

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 ن)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=\alpha$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $4u_{n+1}=u_n+9$

1) عين قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة

2) نضع $u_0=4$ احسب u_1 و u_2.

3) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة ثم استنتج أنها متقاربة.

4) نعرف من اجل كل عدد طبيعي n المتتالية (v_n) كما يلي : $v_n=u_n-3$

أ) اثبت أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدها الأول

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n.

5) أثبت من أجل كل عدد طبيعي n أن : $v_0\times v_1\times v_2.....\times v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n(n+1)}$

التمرين الثاني (05 ن)

يوضح الجدول التالي تطور فاتورة الكهرباء (بآلاف الدنانير) لمصنع ما بين السنوات : 2002 – 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
المبلغ y_i	105	112	116	120	124	131	139	148

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم مبدؤه (0 ، 100000) حيث

2) عين إحداثيات النقطة المتوسطة G لسحابة النقط.

3) عين معادلة ديكارتية لمستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل : $y=ax+b$

4) عين مبلغ فاتورة الكهرباء سنة 2012

5) في أي سنة يفوق مبلغ الفاتورة 170 ألف دينار.

التمرين الثالث (04 ن)

بينت دراسة إحصائية لتلاميذ السنة الثالثة ثانوي بإحدى الثانويات أن 30% من التلاميذ قدموا من الاكمالية A و 45% من الاكمالية B والبقية من الاكمالية C.

بعد اجتياز التلاميذ لامتحان البكالوريا تبين مايلي: نجح في الامتحان 25% من التلاميذ القادمين من الاكمالية A و 18% من الذين قدموا من الاكمالية B و 84% من الذين قدموا من الاكمالية C.

نختار تلميذا من تلاميذ السنة الثالثة ثانوي بطريقة عشوائية بعد اجتياز امتحان البكالوريا.

يرمز R إلى الحادثة " التلميذ المختار نجح في الامتحان"

يرمز A إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الاكمالية A "

يرمز B إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الاكمالية B "

يرمز C إلى الحادثة " التلميذ المختار قادم من الاكمالية C "

1) أنجز شجرة الاحتمالات التي تنمذج هذه الوضعية.

2) بين أن: $P(C \cap R) = 0,21$.

3) احسب $P(R)$ احتمال الحادثة R

4) احسب الاحتمال الشرطي $P_R(B)$

التمرين الرابع (07 ن)

I. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يأتي: $f(x) = a + \dfrac{b \ln x}{x}$

حيث a و b عددان حقيقيان. (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ وحدة الطول $1\ cm$.

1) عين قيمتي a و b بحيث $f(1) = 1$ و $f'(1) = 2$

II. نضع فيما يلي : $f(x) = 1 + \dfrac{2\ln x}{x}$

1) أحسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا

2) ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها.

3) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $y = 1$.

4) اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

5) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;1[$ حيث: $0,70 < \alpha < 0,71$.

6) أنشئ (C_f) و (T).

III. H الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يأتي: $H(x) = (\ln x)^2$

1) بين أن الدالة H دالة أصلية للدالة: $x \mapsto \dfrac{2\ln x}{x}$ في المجال $]0;+\infty[$.

2) استنتج الدالة الأصلية للدالة f في المجال $]0;+\infty[$ ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدود بين (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $x = 1$ ، $x = e$ و $y = 0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 ن)

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0 = 2$ و بالعلاقة: $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$

1) أحسب u_1، u_2 و u_3.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3$.

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $v_n = u_n - 3$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول v_0

ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

ج) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة محدد نهايتها.

د) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

4) أحسب بدلالة n المجموعين S_1 و S_2 حيث:

$S_1 = v_0 + v_1 + v_2 + ... + v_n$ و $S_1 = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$

التمرين الثاني (05 ن)

في مدينة ما يدفع المواطن ضريبة حسب دخله الشهري كما هو موضح في الجدول

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
y_i	0.1	0.2	0.25	0.4	0.5	0.65	0.7	0.8

الثنائية $(0.4;0.25)$ تعني 40% من المواطنين يدفعون 25% من الضريبة الكلية للمدينة

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد ومتجانس باختيار سلم مناسب.

2) احسب إحداثيات النقطة المتوسطة G

3) نعتبر المتغير الإحصائي $z = \ln y$ حيث $y > 0$

أ) أكمل الجدول التالي (قرب النتائج إلى 10^{-2})

x_i	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
z_i								-0.22

ب) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بطريقة المربعات الدنيا على الشكل : $z = ax + b$

التمرين الثالث (04 ن)

ينتج معمل مصابيح كهربائية بواسطة ثلاثة آلات A، B و C بحيث:

- الآلة A تضمن 20% من الإنتاج و 5% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة B تضمن 30% من الإنتاج و 4% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.
- الآلة C تضمن 50% من الإنتاج و 1% من المصابيح المصنوعة غير صالحة.

نختار عشوائيا مصباحا كهربائيا.

1) ما هو احتمال أن يكون :

أ) المصباح غير صالح ومصنوع من A.

ب) المصباح غير صالح ومصنوع من B.

ج) المصباح غير صالح ومصنوع من C.

2) احسب الاحتمال أن يكون المصباح غير صالح.

التمرين الرابع (07 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=e^{2x}-3e^{x}+x+2$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

1)عين نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $-\infty$.

2)بين أن المستقيم (D)الذي معادلته $y=x+2$ مقارب للمنحنى (C_f).

3)أدرس وضع المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (D).

4)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فأن: $f(x)=e^{x}\left(e^{x}-3+\frac{x}{e^{x}}+\frac{2}{e^{x}}\right)$

5)استنتج نهاية الدالة f عندما يؤول x إلى $+\infty$

6)أحسب $f'(x)$ ثم تحقق أن: $f'(x)=\left(2e^{x}-1\right)\left(e^{x}-1\right)$

7)حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f'(x)=0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

8)عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f)عند النقطة التي فاصلتها $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

9)أنشئ (T) , (D) و (C_f) في نفس المعلم.

10)أحسب بالسنتيمتر المربع (cm^2) المساحة S للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) وحامل محور الفواصل والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=0$ و $x=ln3$.

مع تمنيات أساتذة المادة بالنجاح في بكالوريا **2019**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية الوادي — ثانويات : عيدة عبد الرزاق - سبل المستقبل – علي عون

امتحان بكالوريا التجريبي — دورة ماي 2019

الشعبة : تسيير واقتصاد

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختارأحد الموضوعين الآتيين :

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول التالي الإنتاج العالمي للطاقات المتجددة من سنة 2008 إلى سنة 2015.

يتم التعبير عن هذا الإنتاج بمليار من PET (PET هي وحدة لقياس الطاقة)

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
الكمية المنتجة (بالمليار PET) y_i	1.50	1.53	1.59	1.62	1.68	1.74	1.78	1.82

في كل مايلي تدور النتائج إلى 10^{-2}.

1) مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(1\,;1.50)$.

(نأخذ 1cm لكل سنة على محور الفواصل و 1cm لكل 0.05 على محور التراتيب) .

2) عين $(\bar{x}\,;\bar{y})$ إحداثيي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط ومثلها في المعلم السابق.

3) أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i\,, y_i)$

ثم أرسم هذا المستقيم في المعلم السابق .

4) باستعمال هذا التعديل

أ- قم بتقدير الإنتاج العالمي للطاقة المتجددة بحلول عام 2023 .

ب- ابتداء من أي سنة يفوق الإنتاج العالمي للطاقة المتجددة 2 مليار PET ؟ برر إجابتك.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

في كل حالة من الحالات الآتية ، اقترحت ثلاث إجابات واحدة منها فقط صحيحة ، عين الإقتراح الصحيح مع التبرير .

1) A و B حادثتان مستقلتان .

إذا كان : $P(A)=\frac{2}{3}$ و $P(\overline{A\cap B})=\frac{7}{15}$ فإن :

أ- $P(B)=\frac{4}{5}$ ب- $P(B)=\frac{7}{10}$ جـ - $P(B)=\frac{26}{45}$.

2) A و B حادثتان

إذا كان : $P(A\cap B)=\frac{5}{24}$ و $P_A(B)=\frac{5}{9}$ فإن :

أ- $P(A)=\frac{25}{216}$ ب- $P(A)=\frac{3}{8}$ جـ - $P(A)=\frac{5}{8}$.

3) A و B حادثتان

إذا كان : $P(A)=0.36$ و $P(B)=0.23$ و $P(\overline{A\cup B})=0.55$ فإن :

أ- $P(A\cap B)=0.27$ ب- $P(A\cap B)=0.73$ جـ - $P(A\cap B)=0.14$.

4) الجدول التالي يعرف قانون احتمال تجربة عشوائية :

x_i	-2	-1	0	1	2
$P_i(X = x_i)$	0.25	0.35	0.05	0.15	0.20

تباين قانون الإحتمال هو :

أ- -0.30 ب- 2.21 جـ - 2.39.

التمرين الثالث : (04 نقاط)

(u_n) متتالية معرفة بـ : $u_0 = -2$ و $u_{n+1} = 2u_n + 3$

i. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

- عين قيمة العدد الحقيقي α حتى تكون المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 .

ii. نعتبر في كل مايلي $\alpha = 3$.

1) اكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n ، ثم u_n بدلالة n.

2) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

3) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $w_n = \ln(v_n)$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول.

ب- أحسب بدلالة n المجموع S'_n حيث : $S'_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \cdots + \ln v_n$.

التمرين الرابع : (08 نقاط)

i. لتكن الدالة g المعرفة على $]0,+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$

1) أحسب $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ و $\lim_{x\to0^+} g(x)$.

2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

3) استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0,+\infty[$.

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $f(x) = -x + e - 2\frac{\ln x}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x\to0^+} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ- بين أنه من أجل x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y = -x + e$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

ب- أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

4) بين أنه يوجد مماس (T) للمنحنى (C_f) يوازي المستقيم المقارب المائل (Δ) ، ثم جد معادلة له .

5) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة فاصلتها α حيث : $2 < \alpha < 2.1$

6) أنشئ المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f).

7) أ- بين أن الدالة h حيث : $h(x) = \frac{1}{2}(\ln x)^2$ أصلية للدالة $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0,+\infty[$.

ب- أحسب التكامل التالي : $\int_1^2 [(-x+e) - f(x)]dx$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

يمثل الجدول الآتي تطور تعداد سكان العالم بين السنوات 1990 و 2015

السنة	1990	1995	2000	2005	2010	2015
رتبة السنة x_i	0	1	2	3	4	5
عدد السكان (بالمليار) y_i	5.321	5.742	6.128	6.514	6.916	7.368

في كل مايلي تدور النتائج إلى 10^{-3}

1) مثل سحابة النقط $M(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$ في معلم متعامد مبدؤه $O'(0\,;5)$

(نأخذ 1cm لكل 5 سنة على محور الفواصل و 1 cm لكل 0.3 مليار ساكن على محور التراتيب).

2) جد إحداثيتي G النقطة المتوسطة لسحابة النقط $M'(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$.

3) أوجد معادلة مستقيم الإنحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_{\mathrm{i}}, y_{\mathrm{i}})$ ثم أرسم هذا المستقيم.

4) باستعمال هذا التعديل

أ - قدر عدد سكان العالم في سنة 2030

ب- ابتداء من أي سنة يتجاوز عدد سكان العالم عشر ملايير ساكن ؟ برر إجابتك.

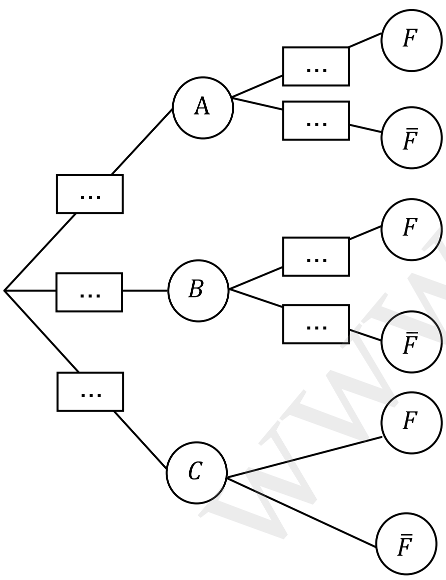
التمرين الثاني : (04 نقاط)

عدد تلاميذ ثانوية هو 950 حيث

* 350 تلميذ من السنة الأولى منهم 198 بنت
* 320 تلميذ من السنة الثانية منهم 60% بنات
* نسبة البنات في الثانوية هي 60% .

نختار تلميذا من تلاميذ الثانوية بطريقة عشوائية .

* يرمز F إلى الحادثة " التلميذ المختار بنت ".
* يرمز A إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الأولى ".
* يرمز B إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الثانية ".
* يرمز C إلى الحادثة " التلميذ المختار من السنة الثالثة ".



1) أ- أحسب الاحتمالات الآتية : $P(F)$ ، $P(A)$ ، $P(B)$ ، $P(C)$.

ب- أحسب الاحتمالات الشرطية الآتية : $P_A(F)$ ، $P_B(F)$.

2) أ- انقل الشجرة المقابلة ثم أكمل الفراغات.

ب- بين أن : $P_C(F) = \frac{9}{14}$.

3) علما أن التلميذ المختار بنت ، ما احتمال أن تكون من السنة الثالثة ؟ برر اجابتك .

التمرين الثالث : (04 نقاط)

لاحظ رئيس جمعية رياضية أنه في كل سنة تحتفظ الجمعية بـ : 75% من منخرطيها وتكتسب 800 منخرط جديد

علما أنه في سنة 2015 كان عدد المنخرطين 1600.

يرمز u_n إلى عدد المنخرطين سنة $2015+n$ أي أن : $u_0 = 1600$

1) أ- أحسب كلا من u_1 ، u_2 ، u_3 .

ب- هل المتتالية (u_n) هندسية ؟ هل هي حسابية ؟ برر اجابتك.

ج- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 800$

2) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n < 3200$.

ب- بين أن (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أن (u_n) متقاربة .

3) أ- نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 3200 - u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ، حدد اساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم u_n بدلالة n .

ج- في أي سنة يفوق عدد المنخرطين 3170 شخص ؟

التمرين الرابع : (08 نقاط)

i. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $g(x) = e^x - xe^x + 1$

1) أ- بين أن : $\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$ ، ثم أحسب $\lim_{x\to-\infty} g(x)$.

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $1.2 < \alpha < 1.3$

3) استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x.

ii. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــ : $f(x) = \frac{4x}{e^x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $\|\vec{\imath}\| = 1\,cm$ و $\|\vec{\jmath}\| = 4\,cm$).

1) أ- أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

2) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{4g(x)}{(e^x+1)^2}$ من أحل كل عدد حقيقي x .

ب- أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ- بين أن : $f(\alpha) = 4(\alpha - 1)$ ثم عين حصرا لـــ : $f(\alpha)$.

ب- أحسب $f(0)$ و $f(-1)$ ثم أرسم (C_f).

ج- ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة : $f(x) = m$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانويّة أوّل نوفمبر 1954 ـ العطاف

إمتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات — دورة : ماي 2018

الشعبة : تسيير و اقتصاد — المدّة: 3 ساعات ونصف

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأوّل : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد الثانويات المنجزة خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الثّانويات y_i	4	11	15	25	30

1 ◁ **مثّل سحابة النقط** $M_i(x_i, y_i)$ **في معلم متعامد مبدأه** $O(0;0)$ **حيث** $1cm$ **على محور الفواصل يمثّل سنة واحدة و** $1cm$ **على محور التّراتيب يمثّل** 4 **ثانويات .**

2 ◁ **عيّن إحداثيتي النقطة المتوسّطة** G **و علّمها .**

3 ◁ **أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربّعات الدنيا .**

4 ◁ **ما هو عدد الثانويات المتوقّع إنجازها سنة** 2015 **.**

التمرين الثاني : (04 نقاط)

صندوق به 9 **كرات منها** 5 **كرات بيضاء و** 4 **كرات حمراء لا نفرّق بينها عند اللّمس نسحب منه كرتين على التّوالي و دون إرجاع.**

أحسب احتمالات الحوادث التّالية:

1 ◁ A" **الحادثة سحب كرتين بيضاوين** " .

2 ◁ B" **الحادثة سحب كرتين من نفس اللون** " .

3 ◁ C" **الحادثة سحب كرتين الأولى بيضاء و الثانية حمراء** " .

4 ◁ D" **الحادثة سحب كرة بيضاء علما أن الكرة الأولى حمراء** " .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

I) (U_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_{n+1} = \dfrac{U_n - 1}{2}$ و $U_0 = 1$.

1 ◁ أحسب الحدود : U_1 ، U_2 و U_3 ، ثمّ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2 ◁ α عدد حقيقي غير معدوم ، من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = U_n + \alpha$.

– عيّن قيمة α حتّى تكون المتتالية (V_n) هندسية.

II)– نضع : $\alpha = 1$.

1 ◁ عبّر عن V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .

2 ◁ أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

3 ◁ هل (U_n) متقاربة ؟ برّر اجابتك.

3 ◁ أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ و $Y_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

ثمّ استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{Y_n}{n}$

التمرين الرّابع : (07 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{3e^x + 1}{e^x + 1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 ◁ أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

2 ◁ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x) = \dfrac{3 + e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

ـ إستنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

3 ◁ أدرس إتّجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها.

4 ◁ بين أن المنحني (C_f) يقبل $I(0.2)$ نقطة إنعطاف .

◁ أكتب معادلة الماس عند I .

5 ◁ بيّن أنّ النقطة I مركز تناظر للمنحني (C_f) .

6 ◁ أرسم المنحني (C_f) .

7 ◁ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x) = 1 + \dfrac{2e^x}{e^x + 1}$

ـ أوجد الدالة F الأصلية للدلة f على المجال $\mathbb{R}$ و التّي تحقق الشرط $F(0) = ln6$.

ـ أحسب مساحة المستوي المحدّدة بالمنحني (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد السّيّارات المباعة لمصنع خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد السّيّارات y_i	105	111	114	120	125

1 ◁ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد مبدأه $O(0;100)$ حيث $1cm$ على محور الفواصل يمثّل سنة واحدة و $1cm$ على محور التّراتيب يمثّل 5 سيّارات .

2 ◁ عيّن إحداثيتي النقطة المتوسّطة G و علّمها .

3 ◁ أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربّعات الدنيا .

4 ◁ يتوقّع هذا المصنع بيع 165 سيّارة سنة 2015 ، هل هذا التوقّع ممكنا؟.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

شركة توظف (العمّال و الإطارات).

40% إطارات و الباقي عمّال و من بين الإطارات 65% رجال و الباقي نساء و من بين العمّال 70% رجال و الباقي نساء

نختار موظّف من الشركة بصفة عشوائية، نرمز بـ: C للإطار و O للرّجل.

1 ◁ شكّل الشّجرة المتوازنة.

2 ◁ أحسب احتمالات الحوادث التّالية:

◁ A" الحادثة نختار رجل " .

◁ B" الحادثة نختار رجل عامل " .

◁ C" الحادثة نختار عامل علما أنّه رجل " .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$I)-$ (U_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 1$ و $U_0 = 1$.

1 ◁ أحسب الحدود : U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 .

2 ◁ برهن بالتراجع على أنّه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $0 < U_n < \frac{5}{3}$.

3 ◁ بيّن أنّ (U_n) متزايدة تماما .

4 ◁ هل (U_n) متقاربة ؟ برّر .

$II)-$ **نضع :** $V_n = U_n - \frac{5}{3}$.

1 ◃ **بيّن أنّ** (V_n) **متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .**

2 ◃ **أكتب** V_n **بدلالة** n **و استنتج عبارة** U_n **بدلالة** n .

3 ◃ **أحسب بدلالة** n **المجموعين :** $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ **و** $Y_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

4 ◃ **أحسب** $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$.

التمرين الرّابع : (07 نقاط)

$I)-$ g **دالة معرفة على المجال** $]0;+\infty[$ **بـ** $g(x) = x^2 - 2 + lnx$

1 ◃ **أدرس إتّجاه تغير الدالة** g **و شكّل جدول تغيّراتها.**

2 ◃ **بيّن أن المعادلة** $g(x) = 0$ **تقبل حلّا وحيدا** α **حيث** $1.31 < \alpha < 1.32$.

3 ◃ **إستنتج إشارة** $g(x)$ **على** $]0;+\infty[$.

$II)-$ f **دالة معرفة على المجال** $]0;+\infty[$ **بـ:** $f(x) = x - 2 + \frac{1 - lnx}{x}$.

(C_f) **تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس** $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1 ◃ **أحسب :** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **و بيّن أن** $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$ **و فسّر النتيجة بيانيا .(تذكير** $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{lnx}{x} = 0$ **)**

2 ◃ **بيّن أنّ** $y = x - 2$ **معادلة المقارب المائل** (Δ) **للمنحنى** (C_f) .

ـ **أدرس وضعيّة** (C_f) **بالنسبة إلى المستقيم** (Δ) .

3 ◃ **بين أنه من أجل كل عدد حقيقي** x **من** D_f **:** $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ **، إستنتج جدول تغيّرات الدّالة** f .

4 ◃ **بيّن أن** $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$ **ثم عيّن حصرا لـ** $f(\alpha)$.

ـ **هل توجد مماسات للمنحني** (C_f) **توازي المستقيم** (Δ) **؟**

ـ **أرسم** (Δ) **والمنحني** (C_f) .

5 ◃ **أوجد دالة** F **أصلية للدلة** f **على المجال** $]0;+\infty[$.

ـ **أحسب مساحة المستوي المحدّدة بالمنحني** (C_f) **و** (Δ) **و المستقيمين** $x = e$ **و** $x = 1$.

بالتّوفيق و النّجاح

ثانوية أول نوفمبر 1954- العطاف

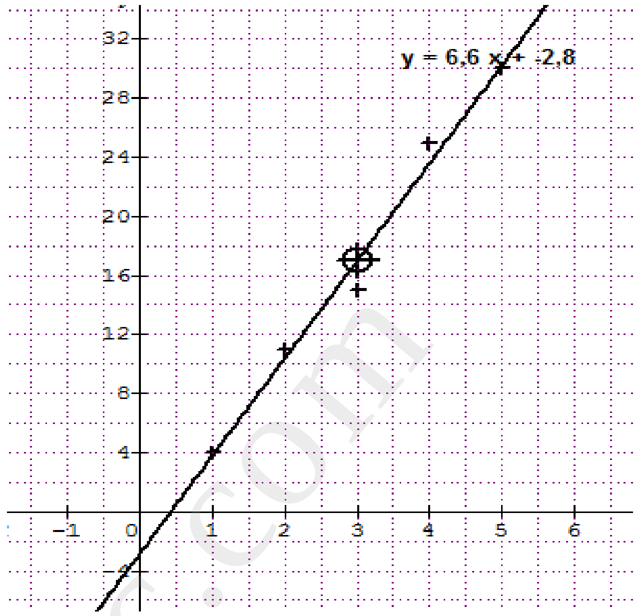
التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي دورة 2015

شعبة التسيير واقتصاد

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) تمثيل سحابة النقط:



2) تعيين إحداثيات النقطة المتوسطة G

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	مجموع
x_i	1	2	3	4	5	15
y_i	4	11	15	25	30	85
x_i^2	1	4	9	16	25	55
$x_i y_i$	4	22	45	100	150	321

لدينا $G(\overline{X};\overline{Y})$ حيث

$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5} = \frac{15}{5} = 3$ و $\overline{y} = \frac{\sum_{i=1}^{5} y_i}{5} = \frac{85}{5} = 17$ ومنه $G(3;17)$

3) إيجاد معادلة مستقيم الانحدار

معادلة (d) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل

$$y = ax + b$$

حيث $a = \frac{\overline{x \times y} - \overline{x} \times \overline{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2 - \left(\overline{x}\right)^2}$ و $b = \overline{y} - a\overline{x}$

اذن $a = \frac{\frac{321}{5} - 3 \times 17}{\frac{55}{5} - 3^2} = 6.6$ و $b = 17 - 6.6 \times 3 = 2.8$

ومنه $(d): y = 6.6x + 2.8$

4) عدد الثانويات المتوقع انجازها سنة 2015

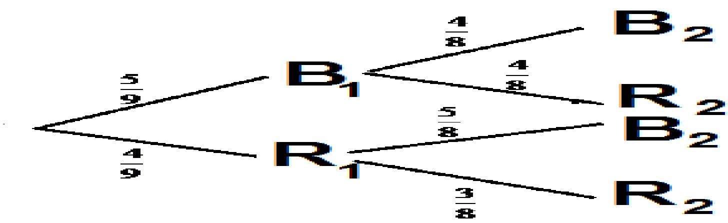
رتبة **2015** هي $2015 - 2007 = 8$

ومنه $y = 6.6 \times 8 + 2.8 = 55.6 \approx 56$ اي سيتم انجاز **56** ثانوية

التمرين الثاني :

لتسهيل حساب الاحتمالات نستعين بشجرة الاحتمالات التالية:

نرمز للحادثة ظهور كرة بيضاء بـ B وكرة حمراء بـ R



1) A " سحب كرتين بيضاوين " $p(A) = p(B_1 \cap B_2) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$

2) B " سحب كرتين من نفس اللون " اذن

$$p(B) = p(B_1 \cap B_2) + p(R_1 \cap R_2) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{5}{18} + \frac{3}{18} = \frac{4}{9}$$

3) C " سحب كرتين الاولى بيضاء والثانية حمراء "

$$p(C) = p(B_1 \cap R_2) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$$

4) D " سحب كرة بيضاء علما ان الاولى حمراء "

$$P(D) = P_{R_1}(B_2) = \frac{P(R_1 \cap B_2)}{P(R_1)} = \frac{\frac{4}{9} \times \frac{5}{8}}{\frac{4}{9}} = \frac{5}{8}$$

التمرين الثالث:

$$U_{n+1} = \frac{U_n - 1}{2} \quad , \quad U_0 = 1$$

1) حساب الحدود

$U_1 = \frac{U_0 - 1}{2} = 0$ ، $U_2 = \frac{U_1 - 1}{2} = \frac{-1}{2}$ ، $U_3 = \frac{U_2 - 1}{2} = \frac{-3}{4}$

التخمين : $U_0 > U_1 > U_2 > U_3$ **فالمتتالية متناقصة**

2) تعيين قيمة α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية

ط1) لدينا $V_n = U_n + \alpha$ ومنه $U_n = V_n - \alpha$ اذن

$$V_{n+1} = U_{n+1} + \alpha = \frac{U_n - 1}{2} + \alpha = \frac{(V_n - \alpha) - 1}{2} + \alpha = \frac{1}{2}V_n + \left(\frac{-\alpha - 1}{2} + \alpha\right)$$

(V_n) هندسية معناه $V_{n+1} = q \times V_n$ بالمطابقة مع العلاقة السابقة ينتج $q = \frac{1}{2}$

و $\left(\frac{-\alpha - 1}{2} + \alpha\right) = 0$ اي $\frac{-\alpha - 1 + 2\alpha}{2} = 0$ معناه $\alpha = 1$

ط2) نحسب الحدود V_0, V_1, V_2 بدلالة α ونطبق قاعدة الوسط الهندسي:

$$V_0 = 1 + \alpha \text{ ، } V_1 = 0 + \alpha = \alpha \text{ ، } V_2 = \frac{-1}{2} + \alpha$$

ولدينا $V_0 \times V_2 = V_1^2$ اي $(1 + \alpha)\left(\frac{-1}{2} + \alpha\right) = \alpha^2$ وهذه المعادلة تقبل حل وحيد هو $\alpha = 1$ (تأكد من ذلك)

(II 1) التعبير عن V_n بدلالة n

من أجل $\alpha = 1$ ، (V_n) هندسية اساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الاول $V_0 = 2$

ومنه $V_n = V_0 \times q^n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

عبارة U_n بدلالة n : $U_n = V_n - 1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 1$

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (U_n)

لدينا

$$U_{n+1}-U_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}-1-\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n}-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{2}-1\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^{n}$$

ومنه $U_{n+1}-U_n<0$ وبالتالي (U_n) متناقصة

3) دراسة التقارب :

لدينا $\lim\limits_{n\to+\infty}U_n=\lim\limits_{x\to\infty}\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1\right)=-1$ لان $-1<\frac{1}{2}<1$

وبالتالي $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=0$

اذن المتتالية (U_n) متقاربة

4) حساب المجاميع :

$$S_n=V_0+V_1+...+V_n=V_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}=2\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}$$

$$=4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)=4-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$Y_n=U_0+U_1+...+U_n=(V_0-1)+(V_1-1)+...+(V_n-1)$$

$$=(V_0)+V_1+...+V_n)-1-1...-1$$

$$=S_n-(n+1)=4-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-(n+1)=3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-n$$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{Y_n}{n}$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{Y_n}{n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-n}{n}=\lim_{n\to+\infty}\left|\frac{3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{n}-1\right|=-1$$

التمرين الرابع :

f معرفة على ، بالعبارة $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}$

1) حساب $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{3e^x+1}{e^x+1}=1$ لان $\lim\limits_{x\to-\infty}e^x=0$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $-\infty$

معادلته $y=1$

2) اثبات ان $f(x)=\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}$

لدينا $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}(3e^x+1)}{e^{-x}(e^x+1)}=\frac{3e^{-x}e^x+e^{-x}}{e^{-x}e^x+e^{-x}}$

ومنه $f(x)=\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}$

ينتج : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}=3$ لان

$\lim\limits_{x\to+\infty}e^{-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $+\infty$

معادلته $y=3$

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f

f قابلة للاشتقاق على ، ودالتها المشتقة هي f' حيث :

$$f'(x)=\frac{3e^x(e^x+1)-e^x(3e^x+1)}{(e^x+1)^2}=\frac{3e^{2x}+3e^x-3e^{2x}-e^x)}{(e^x+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $2e^x>0$ و $e^x+1>0$ ومنه $f'(x)>0$

اذن الدالة f متزايدة تماما على ،

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow 3$

4) اثبات ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي $I(0,2)$

لدينا f' تقبل الاشتقاق على ، حيث :

$$f''(x)=\frac{2e^x(e^x+1)^2-2e^x(e^x+1)2e^x}{(e^x+1)^4}=\frac{2e^x(e^x+1)-4e^{2x}}{(e^x+1)^3}$$

$$=\frac{2e^x(e^x+1)-4e^{2x}}{(e^x+1)^3}=\frac{2e^x(e^x+1-2e^x)}{(e^x+1)^3}=\frac{2e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$$

من أجل كل عدد حقيقي x : $2e^x>0$ و $(e^x+1)^3>0$ ومنه اشارة $f''(x)$

من اشارة $1-e^x$

$1-e^x=0$ معناه $e^x=1$ معناه $x=0$

$1-e^x>0$ معناه $e^x<1$ معناه $x<0$

اذن اشارة $f''(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1-e^x$	$+$	0	$-$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

بما ان المشتقة الثانية انعدمت عند 0 مغيرة اشارتها فان النقطة $I(0;f(0))$ هي

نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) $f(0)=\frac{3+1}{1+1}=2$ اي $I(0;2)$

معادلة المماس (Δ) عند I

(Δ) له معادلة من الشكل $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ اذن $y=\frac{1}{2}x+2$

5) اثبات ان $I(0;2)$ هي مركز تناظر (C_f)

يكفي اثبات ان $f(2\times0-x)+f(x)=2\times2$ اي $f(-x)+f(x)=4$

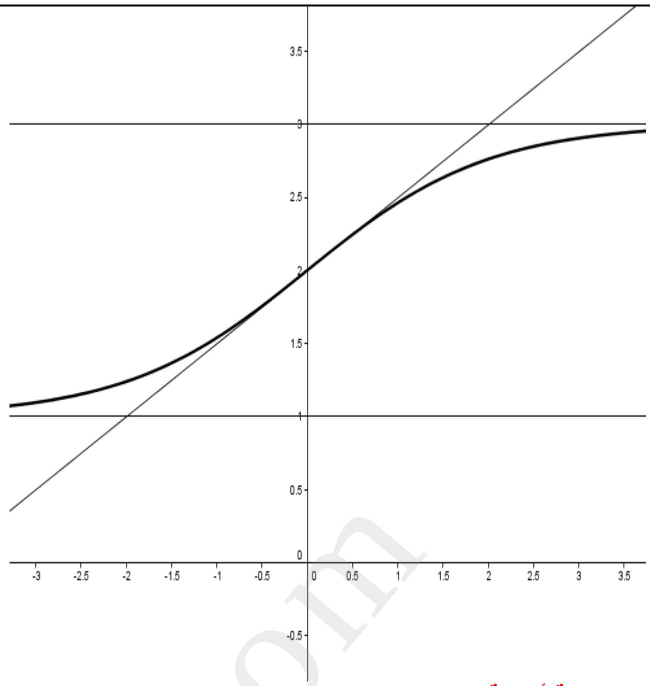
لدينا $f(-x)+f(x)=\frac{3+e^x}{1+e^x}+\frac{3e^x+1}{e^x+1}=\frac{4(e^x+1)}{e^x+1}=4$ و م ه م

(لحساب $f(-x)$ استعملت العبارة الثانية للدالة f)

6) الرسم

7) اثبات ان $f(x)=1+\frac{2e^x}{e^x+1}$

لدينا $1+\frac{2e^x}{e^x+1}=\frac{e^x+1+2e^x}{e^x+1}=\frac{3e^x+1}{e^x+1}=f(x)$



تعيين دالة أصلية لـ f على ،

f مستمرة على ، فهي تقبل دوال أصلية على ،
العبارة الأخيرة تمكننا من حسابها بسهولة حيث :

$$F(x) = x + 2\ln(e^{x}+1)$$

حساب مساحة الحيز S

على المجال $[0;1]$ نلاحظ ان (Δ) فوق (C_f) ومنه مساحة الحيز

هي $S = \int_0^1 (y - f(x))dx$

بتوزيع التكامل نجد $S = \int_0^1 y dx - \int_0^1 f(x)dx$

$$S = \int_0^1 (\frac{1}{2}x + 2)dx - \int_0^1 f(x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^2 + 2x - x - 2\ln(e^{x}+1)\right]_0^1$$

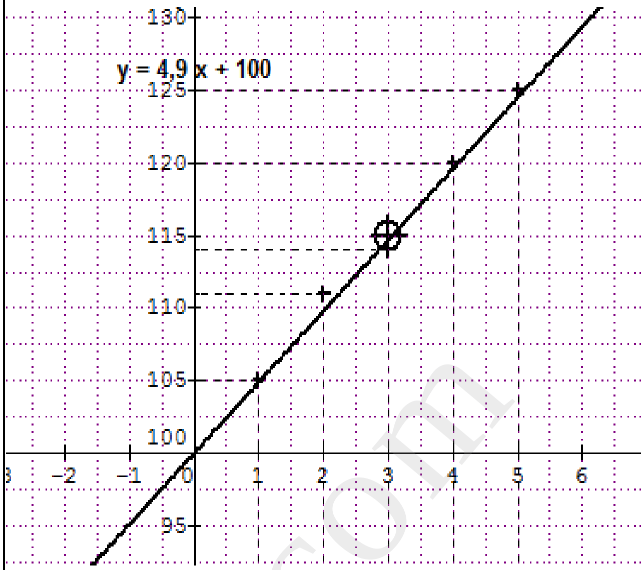
$$= \left[\frac{1}{4}x^2 + x - 2\ln(e^{x}+1)\right]_0^1$$

$$= \frac{5}{4} - 2\ln(e^{1}+1) + 2\ln(2) \quad u.a$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1) تمثيل سحابة النقط:



2) تعيين إحداثيات النقطة المتوسطة G

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	مجموع
x_i	1	2	3	4	5	15
y_i	105	111	114	120	125	575
x_i^2	1	4	9	16	25	55
$x_i y_i$	105	222	342	480	625	1774

لدينا $G(\overline{X};\overline{Y})$ حيث

$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{5} x_i}{5}=\frac{15}{5}=3$ و $\overline{y}=\frac{\sum_{i=1}^{5} y_i}{5}=\frac{575}{5}=115$ ومنه $G(3;17)$

3) إيجاد معادلة مستقيم الانحدار

معادلة (d) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل

$$y=ax+b$$

حيث $a=\frac{\overline{x\times y}-\overline{x}\times\overline{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2-\left(\overline{x}\right)^2}$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$

اذن $a=\frac{\frac{1774}{5}-3\times115}{\frac{55}{5}-3^2}=4.9$ و $b=115-4.9\times3=100.3$

ومنه $(d): y=4.9x+100.3$

هل التوقع صحيح ؟.

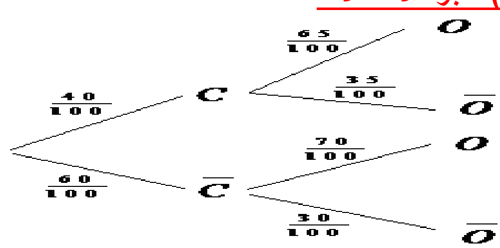
لدينا رتبة 2015 هي $2015-2007=8$

ومنه $y=4.9\times8+100.3=139.5\approx140$ اي سيتم صنع 140

سيارة سنة 2015 ومنه التوقع غير ممكن ,

التمرين الثاني:

1) شجرة الاحتمالات



2) حساب احتمال الحوادث

1) A " نختار رجل "

$$p(A)=p(C\cap O)+p(\overline{C}\cap O)=\frac{40}{100}\times\frac{65}{100}+\frac{60}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{17}{25}$$

2) B " نختار رجل عامل " $p(B)=p(\overline{C}\cap O)=\frac{60}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{21}{50}$

3) C " نختار عامل علما انه رجل "

$$p(C)=p_O(\overline{C})=\frac{p(\overline{C}\cap O)}{p(O)}=\frac{p(B)}{p(A)}=\frac{\frac{21}{50}}{\frac{17}{25}}=\frac{21}{50}\times\frac{25}{17}=\frac{21}{34}$$

التمرين الثالث: $U_{n+1}=\frac{2}{5}U_n+1 \quad , \quad U_0=1$

1) حساب الحدود

$U_1=\frac{2}{5}U_0+1=\frac{7}{5}$ ، $U_2=\frac{39}{25}$ ، $U_3=\frac{203}{125}$ $U_4=\frac{1031}{406}$

2) برهان بالتراجع ان : $0<U_n<\frac{5}{3}$

لتكن الخاصية $P(n):"0<U_n<\frac{5}{3}"$

1) من أجل $n=0$ لدينا $0<U_0=1<\frac{5}{3}$ ومنه $P(0)$ صحيحة

2) نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي $0<U_n<\frac{5}{3}$ ونبرهن صحة $P(n+1)$

اي نبرهن ان $0<U_{n+1}<\frac{5}{3}$

لدينا من فرضية التراجع $0<U_n<\frac{5}{3}$ ومنه $0<\frac{2}{5}U_n<\frac{2}{3}$

اذن $0<\frac{2}{5}U_n+1<\frac{5}{3}$ اي ان $0<U_{n+1}<\frac{5}{3}$ يعني ان $P(n+1)$

صحيحة ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع $P(n)$ صحيحة من كل n من $\mathbb{N}$

3) اثبات ان (U_n) متزايدة تماما

لدينا : $U_{n+1}-U_n=\frac{2}{5}U_n+1-U_n=\frac{-3}{5}U_n+1=\frac{-3}{5}(U_n-\frac{5}{3})$

ومن السؤال السابق : $0<U_n<\frac{5}{3}$ معناه $U_n-\frac{5}{3}<0$

اذن $U_{n+1}-U_n>0$ هذا يعني ان (U_n) متزايدة تماما

4) التقارب :

لدينا (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الاعلى لان $0<U_n<\frac{5}{3}$

ومنه (U_n) متقاربة

II) $V_n=U_n-\frac{5}{3}$

1) اثبات ان (V_n) هندسية

$$V_{n+1}=U_{n+1}-\frac{5}{3}=\frac{2}{5}U_n+1-\frac{5}{3}=\frac{2}{5}U_n-\frac{2}{3}=\frac{2}{5}(U_n-\frac{5}{3})$$

ومنه $V_{n+1}=\frac{2}{5}V_n$ اذن (V_n) هندسية اساسها $q=\frac{2}{5}$ و حدها الاول $V_0=\frac{-2}{3}$

2) التعبير عن V_n و U_n بدلالة n

$V_n=V_0\times q^n=\frac{-2}{3}\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$ $\quad U_n=V_n+\frac{5}{3}=\frac{-2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n+\frac{5}{3}$

3) حساب المجاميع

$$S_n=V_0+V_1+\dots+V_n=V_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{-2}{3}\times\frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{5}}=\frac{-2}{3}\times\frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{\frac{3}{5}}$$

$$S_n=\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)$$

$$Y_n=U_0+U_1+...+U_n=(V_0+\frac{5}{3})+(V_1+\frac{5}{3})+...+(V_n+\frac{5}{3})$$

$$=(V_0)+V_1+...+V_n)+\frac{5}{3}+\frac{5}{3}...+\frac{5}{3}$$

$$=S_n+\frac{5}{3}(n+1)=\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)+\frac{5}{3}(n+1)$$

4)حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$

$$\lim_{n\to+\infty} S_n=\lim_{n\to+\infty} S_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)=\frac{-10}{9}$$

التمرين الرابع :

g معرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة $g(x)=x^2-2+\ln(x)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g

g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا $g'(x)=2x+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+1}{x}$

من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $2x^2+1>0$ ومنه $g'(x)>0$

اذن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)=-\infty$

2) اثبات ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد

لدينا g مستمرة ورتيبة تماما على $]0;+\infty[$ وبالتالي على المجال $]1.31;1.32[$ و $g(1.31)<0$ ، $g(1.32)>0$

اي $g(1.31)\times g(1.32)<0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة ، المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]1.31;1.32[$

3)اشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(II

f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-2+\frac{1-\ln(x)}{x}$

1) حساب النهايات

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2+\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x})=+\infty$$ لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

$$\lim_{x\to0^+} f(x)=\lim_{x\to0^+}(x-2+\frac{1}{x}(1-\ln(x)))=+\infty$$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي على محور الفواصل معادلته $x=0$

3) اثبات ان (Δ) مقارب مائل عند $+\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x})=0$$

اذن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

دراسة الوضع النسبي:

ندرس اشارة الفرق $[f(x)-y]$

لدينا $f(x)-y=\frac{1-\ln(x)}{x}$

على المجال $]0;+\infty[$ يكون $x>0$ ومنه اشارة الفرق من اشارة البسط $1-\ln(x)$

$1-\ln(x)=0$ معناه $\ln(x)=1$ معناه $x=e$

$1-\ln(x)>0$ معناه $\ln(x)<1$ معناه $x<e$

ومنه

x	0		e		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	

على المجال

$]0;e[$ يكون (C_f) فوق (Δ)

اذا كان $x=e$ يكون (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e,f(e))$

على المجال $]e;+\infty[$ يكون (C_f) تحت (Δ)

3)اثبات ان $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا

$$f'(x)=1+\frac{\frac{-1}{x}\times x-1(1-\ln(x))}{x^2}=1+\frac{-1-1+\ln(x)}{x^2}=\frac{x^2-2+\ln(x)}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

اتجاه التغير: $x^2>0$ وبالتالي اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]0;\alpha]$

4)اثبات ان $f(\alpha)=2\alpha-2-\frac{1}{\alpha}$

نعلم ان α حل للمعادلة $g(x)=0$ اي $g(\alpha)=0$ معناه

$\alpha^2-2+\ln(\alpha)=0$ اذن $\ln(\alpha)=2-\alpha^2$ ولدينا :

$$f(\alpha)=\alpha-2+\frac{1-\ln(\alpha)}{\alpha}=\alpha-2+\frac{1-(2-\alpha^2)}{\alpha}$$

$$=\alpha-2+\frac{-1+\alpha^2}{\alpha}=\alpha-2-\frac{1}{\alpha}+\alpha=2\alpha-2-\frac{1}{\alpha}$$

حصر $f(\alpha)$: لدينا $1.31<\alpha<1.32$ ومنه $0.62<2\alpha-2<0.64$

ولدين كذلك $0.75<\frac{1}{\alpha}<0.76$ ومنه $-0.76<-\frac{1}{\alpha}<-0.75$

$-0.14<f(\alpha)<-0.11$

ايجاد المماسات الموازية لـ (Δ)

ليكن (T) المماس لـ (C_f) عند نقطة فاصلتها x_0 والموازي لـ (Δ)

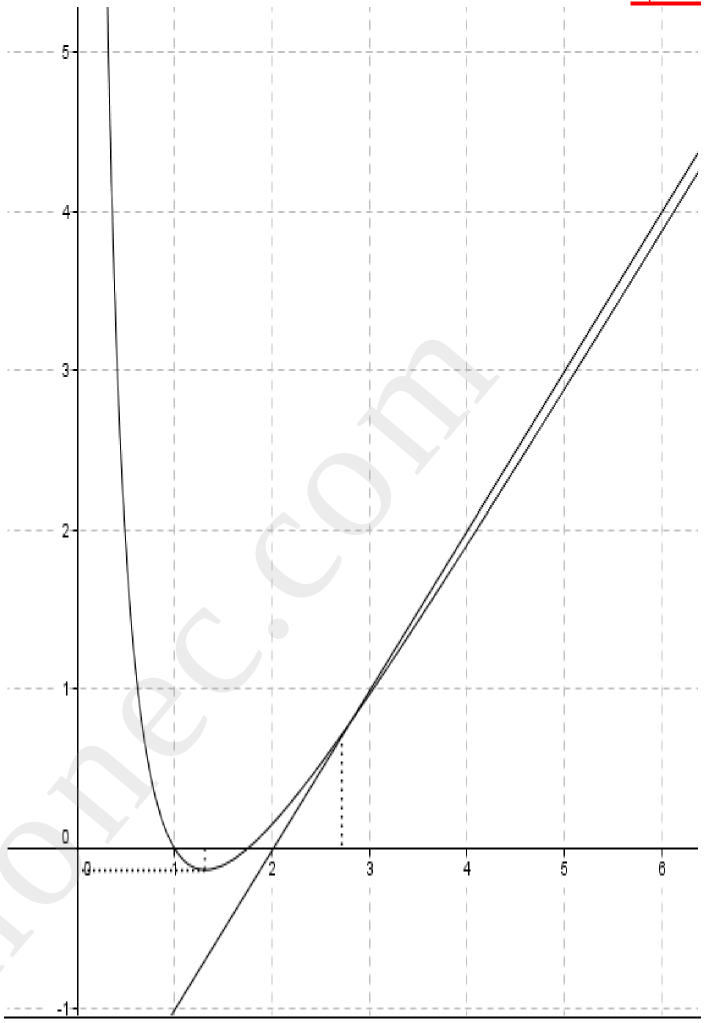
اذن (T) و (Δ) لهما نفس الميل ومنه $f'(x_0)=1$

ومنه $\frac{x_0^2-2+\ln(x_0)}{x_0^2}=1$ معناه $x_0^2-2+\ln(x_0)=x_0^2$

معناه $\ln(x_0)=2$ معناه $x_0=e^2$

ومنه يوجد مماس وحيد لـ (C_f) عند نقطة فاصلتها $x_0=e^2$ موازي لـ (Δ) معادلته من الشكل $y=f'(e^2)(x-e^2)+f(e^2)$

الرسم:



5) ايجاد دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

$$f(x)=x-2+\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x}=x-2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\times\ln(x)$$

للدالة f تقبل دوال اصلية على المجال $]0;+\infty[$ من الشكل

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+\ln(x)-\frac{1}{2}(\ln(x))^2+c\qquad ,c\in\mathbb{R}$$

حساب المساحة:

على المجال $[1;e]$ نلاحظ ان (C_f) فوق (Δ) ومنه مساحة

الحيز هي $S=\int_1^e (f(x)-y)dx$

لدينا $f(x)-y=\frac{1-\ln(x)}{x}=\frac{1}{x}-\left(\frac{1}{x}\times\ln(x)\right)$

ومنه

$$S=\int_1^e (f(x)-y)dx=\int_1^e \frac{1}{x}-\left(\frac{1}{x}\times\ln(x)\right)dx$$

$$=\left[\ln(x)-\frac{1}{2}(\ln(x))^2\right]_1^e=\left(1-\frac{1}{2}\right)-0=\frac{1}{2}\quad(u.a)$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — **المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى**

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي — دورة : **ماي 2017**

الشعب : **تسيير و اقتصاد**

اختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة: ثلاث ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقـاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا ، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2002 و 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة y_i %	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2002 و 2009 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.

2 . اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ).(y بدلالة x)(المعاملان مدوران الى 10^{-2}).ثم أنشئه في نفس المعلم.

- قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2015(باعتبار ان نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة)

3 . بوضع $Z_i=\ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اتممه :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i=\ln(y_i)$								

أ . عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار.(z بدلالة x)(تدور النتائج الى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x

ب. نعلم أنه في الواقع كانت نسبة الناجحين بتقدير سنة 2015 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ، علل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

1) احسب u_1 , u_3, u_2 , وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما،هل المتتالية (u_n)متقاربة؟.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+1$.

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4أحسب بدلالة n كل من : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين الثالث : (**04 نقاط**) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1− اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,7$ ، $P(B)=0,2$ فان :

أ) $P(A\cup B)=0,9$ ، ب) $P(A\cup B)=0,76$ ، ج) $P(A\cap B)=0,5$

2− اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,6$ ، $P(A\cup B)=0,8$ فان :

أ) $P(A\cap B)=0,48$ ، ب) $P(B)=0,2$ ، ج) $P_A(B)=0,5$

3 − اذا كانت تجربة عشوائية مخارجها 2، 3، a (a عدد حقيقي) بحيث $P(2)=\frac{1}{2}$ ، $P(3)=\frac{1}{3}$ ، $P(a)=\frac{1}{6}$ فان : الامل الرياضياتي لهذه التجربة ينعدم من اجل: أ) $a=-12$ ، ب) $a=6$ ، ج) $a=-5$

4− f دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. اذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m=2$ ، فان $I=\int_1^4 f(x)\,dx$ يساوي : أ) $I=6$ ، ب) $I=3$ ، ج) $I=5$

التمرين الرابع :(06 نقاط)

I) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-1+\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ − عين $\lim\limits_{x \underset{>}{\to} 0} f(x)$ ،فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب− بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ(C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f)بالنسبة الى (Δ)

ج − بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د − انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

و − احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$ $y=x-1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء (R) و زهرتين صفراوين (J) نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة و بدون اجاع .

1- مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات.

2- احسب احتمال الحوادث التالي

أ) A حادثة " الحصول على زهرتين حمراوين ".

ب) B حادثة " الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون".

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهرات الصفراء المختارة.

أ) ماهي قيم X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي و تباينه.

التمرين الثاني: (04نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث: $\begin{cases} lnu_1 + lnu_5 = -12 \\ lnu_2 - lnu_4 = 4 \end{cases}$

1) أ - بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب- احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = lnu_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- عبر عن v_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n الجداء : $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

التمرين الثالث: (04 نقاط) : الجدول التالي يعطي وزن طفل بالكلغ بدلالة طوله بالسنتمتر.

الطول x_i cm	145	150	155	160	165	170
الوزن y_i kg	50	53	57	62	65	67

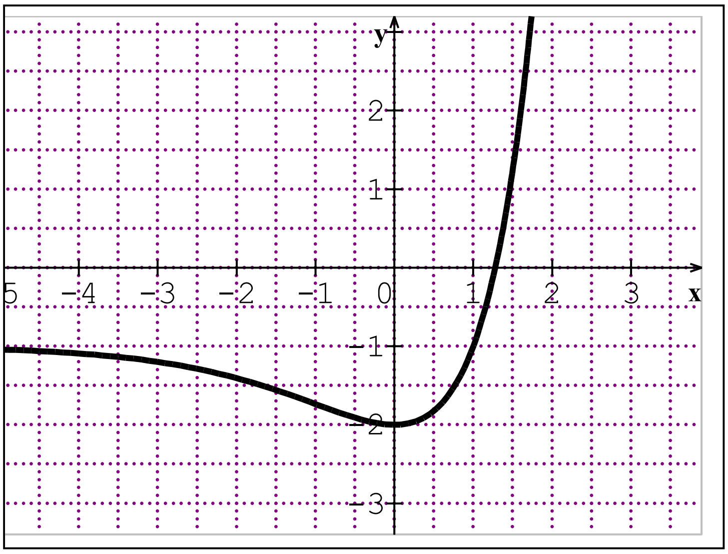
1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$.

2- احسب احداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ و مثلها في المعلم السابق ($1cm$ لكل $10cm$) على محور الفواصل و يبدأ التدريج من 140 و لكل $1cm$ لكل $2kg$ على محور تراتيب و يبدأ تدريج من 50 .

3- أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x ثم مثله في معلم سابق .

4- نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكلغ على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الطفل مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19;24]$.

أ -باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله $185cm$.



ب - احسب مؤشر كتلة هذا الجسم هل وزن الطفل مثالي ؟

التمرين الرابع : (06 نقاط)

1. g الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1 + (x-1)e^x$ وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الرسم المقابل)

أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب) اثبت ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حل وحيد α حيث $1,2 < \alpha < 1,3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2. f الدالة المعرفة $\mathbb{R}$بـــ : $f(x) = \dfrac{2x}{e^x + 1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

ا . بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x) = \dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x} + \dfrac{1}{x}}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و فسرها بيانيا

ب. احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x \to -\infty} [f(x) - 2x]$ ، فسر بيانيا النتيجة .

ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 2x$.

د . بين انه من اجل من x $\mathbb{R}$ $f'(x) = \dfrac{-2g(x)}{(e^x + 1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

و . انشئ (Δ)و (C_f)

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x) - m = 0$

التصحيح النموذجي للموضوع الاول :

التمرين الاول :

0,5	النسبة $a = 26,57$
0,25+0,5	التمثيل
0,25+0,75	$y = 60.96 \qquad y = 2,73x + 22,74$
0,5+0,75	$z = 0,079x + 3,30 \quad y = e^{0.079x+3.3}$
0,5	بالتقدير نجد $y = 81.94$ و بالتالي التعديل الثاني ادق

التمرين الثاني :

4x 0,25	$u_1 = \frac{1}{3}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{19}{27}$ المتتالية متزايدة
0,5 0,5 0,5	أ) الرهان بالتراجع ان $0 \le u_n \le 1$: التاكد $u_0 = 0$ اذن $p(0)$ محققة نفرض ان الخاصية $p(n)$ صحيحة و نبرهن صحة الخاصية $p(n+1)$ لدينا $0 \le u_n \le 1$ بالضرب في $\frac{2}{3}$ و بعد اضافة $\frac{1}{3}$ نجد ان $p(n+1)$ محققة ب) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1-u_n) > 0$ اذن المتتالية متزايدة تماما (u_n) مزايدة و محدودة من الاعلى فهي متقاربة
0,5 0,5	$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$ اذن متتالية هندسية اساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الاول $v_0 = 1$ $v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 1$ نستنتج انهما متقاربتين
0,5	$S_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ ، $S'_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + n + 1$

التمرين الثالث :

01	$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - (0,7 \times 0,2) = 0,76$
01	من نفس العلاقة نجد ان $p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(B)} = 0,5$
01	الامل الرياضياتي ينعدم من اجل $a = -12$
01	$I = 6$

التمرين الرابع :

<table>
<tr><td>اشارة $g(x)$
<table><tr><td>x</td><td>0 1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$ $+$</td></tr></table></td><td>01</td></tr>
<tr><td>$x=0$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ مستقيم مقارب ل $(\;_f)$.
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$</td><td>0.25+0.25
0.25</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>(C_f) يقع فوق (Δ) على $]0;1]$ و يقع تحت $[1;+\infty[$</td><td>0.50</td></tr>
<tr><td>$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$</td><td>0.1</td></tr>
<tr><td>جدول التغيرات</td><td>0,75</td></tr>
<tr><td>التمثيل البياني</td><td>01</td></tr>
<tr><td>$A=\int_1^e \dfrac{\ln(x)}{x}dx=\dfrac{1}{2}$</td><td>0.5</td></tr>
</table>

التصحيح النموذجي الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

شجرة الاحتمالات	01
$p(A)=0,3$ ، $p(B)=0,3$	01
قيم x هي $0;1;2$	0,50
قانون الاحتمال : $p(x=0)=0,3$ ، $p(x=1)=0,6$ ، $p(x=2)=0,1$	0,50
الامل الرياضي $E=0,8$ ، $V=0,36$	01

التمرين الثاني :

$q=e^{-2}$	01
$U_0=1$, $U_n=e^{-2n}$	0,50
$S_n=\dfrac{1-e^{-2n-2}}{1-e^{-2}}$	0,50
(v_n) متتالية حسابية $r=-2$ / $v_0=1$	01
$v_n=-2n+1$	0,50
$p_n=e^{\frac{n+1}{2}(1-2n)}$	0,50

التمرين الثالث :

التمثيل البياني	0,50
$G(157,5;59)$	0,50
$y=0,72x-54,40$	01
$y=79,2$	0,50
$23,14$ نعم الوزن مثالي	0,50

التمرين الرابع :

<table>
<tr><td>

جدول تغيرات g

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$ 0 $+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td>+</td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td>↘ 2 ↗ $+\infty$</td></tr>
</table>

</td><td>01</td></tr>
<tr><td>اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α اشارة $g(x)$: سالبة على $]-\infty;\alpha]$ و
موجبة على $[0;+\infty[$</td><td>0,50
0,50</td></tr>
<tr><td>بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $y=0$
مستقيم مقارب</td><td>+0,25
+0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)-2x]=0$ $y=2x$ مستقيم مقارب مائل</td><td>x30,25</td></tr>
<tr><td>(C_f) يقع فوق (Δ) على $]-\infty;0]$ و يقع تحت $[0;+\infty[$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>بين انه من اجل x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>اتجاه التغير : الدالة متزايدة على $]-\infty;\alpha]$ و متناقصة على $[\alpha;+\infty[$
جدول التغيرات</td><td>+0,25
0,25</td></tr>
<tr><td>التمثيل البياني</td><td>0,50</td></tr>
<tr><td>المناقشة : على المجال $]-\infty;0[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب و على المجال $[0;f(\alpha)[$
المعادلة تقبل حلين موجبين و من اجل $m=f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل وحيد و على المجال
$]\alpha;+\infty[$ المعادلة لا تقبل حلا</td><td>0,50</td></tr>
</table>

المستوى: الثالثة ثانوي(تسيير واقتصاد) 3ASGE	ماي 2018
امتحان بكالوريا تجريبي في مادة الرياضيات	المدة: 03سا00

الموضوع الثاني

التمرين الأول(5ن): في أول يناير من سنة 2005 بلغ عدد سكان مدينة 100000نسمة كل سنة يتزايد عدد السكان 5% اخذ بعين الاعتبار المواليد الجدد والموتى هناك 4000 مهاجر يمكنهم الإقامة كل سنة في هذه المدينة من اجل كل عدد طبيعي n نسمي U_n عدد عمال المؤسسة في 1 يناير سنة($2005+n$)

1) ا) احسب $U_2;U_1;U_0$

هل المتتالية (U_n) حسابية ؟ هندسية ؟ برر إجابتك

ب)بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=1,05U_n+4000$

2) من اجل كل عدد طبيعي n نضع : $V_n=U_n+80000$

3)ا)اثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها q وحدها الأول

ب)اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n=180000\times(1.05)^n-80000$

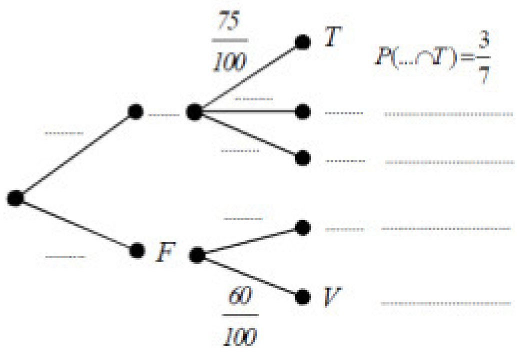
ج) قدر عدد السكان سنة 2018

التمرين الثاني(4ن):(تعطى النتائج على شكل كسور) عدد تلاميذ قسم دراسي 35 تلميذا من بينهم15 بنتا يختار كل تلميذ من القسم رياضة واحدة وواحدة فقط يمارسها في إطار نشاطات النادي الرياضي للمؤسسة 75% من الأولاد اختاروا ممارسة كرة القدم و15% اختاروا ممارسة كرة اليد بينما اختار %10 ممارسة الكرة الطائرة . 60% مكن البنات اخترن ممارسة كرة الطائرة والبقية اخترن ممارسة كرة اليد. لتمثيل هذا القسم في منافسة رياضية ،يتم اختيار تلميذ واحد منه بطريقة عشوائية.

يرمز G إلى الحادثة "التلميذ المختار ولد" ويرمز F إلى الحادثة " التلميذ المختار بنت " .

يرمز T إلى الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة القدم ".يرمز M الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة اليد".

يرمز V إلى الحادثة " التلميذ المختار يمارس كرة الطائرة ".



1)–انقل الشجرة على ورقة الإجابة ، ثم أكملها

2)احسب P(v) احتمال أن تحقق الحادثةV

3)احسب الاحتمال الشرطي $P_V(G)$

4)احسب احتمال أن يكون التلميذ المختار لا يمارس كرة القدم

التمرين 3:(4ن) نعتبر كثير الحدود $p(x)$ حيث: $p(x)=x^3+2x^2-x-2$

1. احسب $p(1)$ثم تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي: $p(x)=(x-1)(ax^2+bx+c)$ حيث c,b,a أعداد حقيقية يطلب تعينها
2. حل في $\Re$ المعادلة $p(x)=0$
3. استنتج مجموعة حلول المعادلة $(\ln x)^3+2(\ln x)^2-\ln x-2=0$
4. استنتج مجموعة حلول المعادلة $e^{2x}+2e^x=1+2e^{-x}$
5. استنتج مجموعة حلول المعادلة $(\log x)^3+2(\log x)^2-\log x-2=0$

التمرين4:(7ن)

الجزء الأول: لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي: $g(x)=(3-2x)e^x+2$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,68;1,69[$

3) استنتج إشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي: $f(x)=\frac{e^x+4x-1}{1+e^x}$

(c_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان: $f'(x)=\frac{2\times g(x)}{(1+e^x)^2}$.
3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكّل جدول تغيّراتها
4. بين أن $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم استنتج حصر الـ $f(\alpha)$
5. بين أن المنحنى (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ)معادلته: $y=4x-1$ بجوار $-\infty$
6. ادرس وضعية (c_f)بالنسبة إلى (Δ)
7. ارسم المحنى والمستقيم المقارب.

بالتوفيق

تصحيح الموضوع الثاني

التمرين الاول

1)تعين الحدود $u_0=100000$ و $u_1=109000$ و $u_2=118450$

2)بتطبيق الوسط الحسابي نجدان $u_1\neq u_0+u_2$ فالمتتالية ليست حسابية

بتطبيق الوسط الهندسي نجدان $u_1\neq u_0\times u_2$ فالمتتالية ليست هندسية

3)لدينا $u_{n+1}=u_n+\frac{5}{100}u_n+4000$ ومنه $u_{n+1}=1,05u_n+4000$

4)اثبات ان (V_n) متتالية هندسية

لدينا $v_{n+1}=u_{n+1}+80000$ بالتعويض نجد $v_{n+1}=1,05u_n+4000+80000$

$v_{n+1}=1,05u_n+84000$ ومنه $v_{n+1}=1,05v_n$

ومنه متتالية هندسية (V_n) اساسها $q=1,05$

5) عبارة الحد العام V_n بدلالة n

من اجل كل عدد طبيعي n $V_n=180000(1.05)^n$

استنتاج انه من اجل كل عدد طبيعي $U_n=180000\times 1.05^n-80000$

لدينا $V_n=U_n+80000$ ومنه $U_n=v_n-80000$ اي $U_n=180000\times 1.05^n-80000$

التمرين الثاني

1) $p(V)=\frac{11}{35}$ 2) $p_V(G)=\frac{2}{11}$ 3) $p(\overline{T})=1-P(T)=\frac{4}{7}$

التمرين الثالث

1) $p(1)=0$ 2) $p(x)=(x-1)(x^2+3x+2)$

3) حلول المعادلة $s=\{-2;-1;1\}$

4) $s=\{e^{-2};e^{-1};e\}$

5) $s=\{0\}$

6) $s=\{10^{-2};10^{-1};10\}$

التمرين الرابع

دراسة التغيرات $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)=-\infty$ $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=2$

ب)الدالة قابلة للاشتقاق $g'(x)=(1-2x)e^x$

-الدالة متزايدة على المجال $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$

الدالة متناقصة على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

2)مبرهنة القيم المتوسطة

3) اشارة

$-\infty$ α $+\infty$	x
+ | -	$g(x)$

8. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

9. $f'(x)=\dfrac{2\times g(x)}{(1+e^{x})^{2}}$ اشارتها من نفس اشارة $g(x)$

10. ـالدالة متزايدة على المجال $]-\infty,\alpha]$ و الدالة متناقصة على المجال $[\alpha;+\infty[$

11. باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتحصل على $f(\alpha)=4\alpha-5$

الحصر $1.72 \prec f(\alpha) \prec 1.76$

5)اثبات المائل $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(4x-1)\right]=0$

تصحيح الموضوع الثاني

التمرين الاول

1)تعين الحدود $u_0=100000$ و $u_1=109000$ و $u_2=118450$

2)بتطبيق الوسط الحسابي نجدان $u_1 \neq u_0+u_2$ فالمتتالية ليست حسابية

بتطبيق الوسط الهندسي نجدان $u_1 \neq u_0 \times u_2$ فالمتتالية ليست هندسية

3)لدينا $u_{n+1}=u_n+\frac{5}{100}u_n+4000$ ومنه $u_{n+1}=1,05u_n+4000$

4)اثبات ان (V_n) متتالية هندسية

لدينا $v_{n+1}=u_{n+1}+80000$ بالتعويض نجد $v_{n+1}=1,05u_n+4000+80000$

$v_{n+1}=1,05u_n+84000$ ومنه $v_{n+1}=1,05v_n$

ومنه متتالية هندسية (V_n) اساسها $q=1,05$

5) عبارة الحد العام V_n بدلالة n

من اجل كل عدد طبيعي n $V_n=180000(1.05)^n$

استنتاج انه من اجل كل عدد طبيعي $U_n=180000\times 1.05^n-80000$

لدينا $V_n=U_n+80000$ ومنه $U_n=v_n-80000$ اي $U_n=180000\times 1.05^n-80000$

التمرين الثاني

1) $p(V)=\frac{11}{35}$ 2) $p_V(G)=\frac{2}{11}$ 3) $p(\overline{T})=1-P(T)=\frac{4}{7}$

التمرين الثالث

1) $p(1)=0$ 2) $p(x)=(x-1)(x^2+3x+2)$

3) حلول المعادلة $s=\{-2;-1;1\}$

4) $s=\{e^{-2};e^{-1};e\}$

5) $s=\{0\}$

6) $s=\{10^{-2};10^{-1};10\}$

التمرين الرابع

دراسة التغيرات $\lim_{x\to+\infty} g(x)=-\infty$ $\lim_{x\to-\infty} g(x)=2$

ب)الدالة قابلة للاشتقاق $g'(x)=(1-2x)e^x$

-الدالة متزايدة على المجال $\left]-\infty,\frac{1}{2}\right]$

الدالة متناقصة على المجال $\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

2)مبرهنة القيم المتوسطة

3) اشارة

$-\infty$ α $+\infty$	x
+ | -	$g(x)$

8. $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=1$

9. $f'(x)=\dfrac{2\times g(x)}{(1+e^{x})^{2}}$ اشارتها من نفس اشارة $g(x)$

10. -الدالة متزايدة على المجال $]-\infty,\alpha]$ و الدالة متناقصة على المجال $[\alpha;+\infty[$

11. باستعمال مبرهنة القيم المتوسطة نتحصل على $f(\alpha)=4\alpha-5$

الحصر $1.72\prec f(\alpha)\prec 1.76$

5)اثبات المائل $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-(4x-1)\right]=0$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

المقاطعة الشرقية لولاية عين الدفلى — وزارة التربية الوطنية

امتحان **بكالوريا التجريبي** التعليم الثانوي — دورة : **ماي 2017**

الشعب : **تسيير و اقتصاد**

اختبار في مادة : **الرياضيات** — المدة: ثلاث ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقـاط)

الجدول التالي يمثل نسبة تطور الناجحين بتقدير في البكالوريا ، شعبة تسيير و اقتصاد بين السنوات 2002 و 2009

السنة	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009
الرتبة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
النسبة y_i %	25.5	28.6	30	33.1	36.8	41	41.1	44.1

1. احسب نسبة تطور الناجحين بتقدير بين سنتي 2002 و 2009 ثم مثل سحابة النقط $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد.
2. اكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ).(y بدلالة x)(المعاملان مدوران الى 10^{-2}).ثم أنشئه في نفس المعلم.
   - قدر نسبة الناجحين بتقدير في سنة 2015(باعتبار ان نسبة تطور الناجحين بتقدير تبقى بنفس الوتيرة في السنوات القادمة)
3. بوضع $Z_i=\ln(y_i)$ أنقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اتممه :

x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
$Z_i=\ln(y_i)$								

أ . عين المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار.(z بدلالة x)(تدور النتائج الى 10^{-2}). ثم عبر عن y بدلالة x

ب. نعلم أنه في الواقع كانت نسبة الناجحين بتقدير سنة 2015 كانت 78% ، أي التعديلين أدق ، علل.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{1}{3}$.

1) احسب u_1 u_3, u_2 , وضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n).

2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0\le u_n\le 1$.

ب) برهن أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما،هل المتتالية (u_n)متقاربة؟.

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة كما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=u_n+1$.

- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
- عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n ثم أحسب نهاية كل منهما و ماذا تستنتج؟

4أحسب بدلالة n كل من : $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$.

التمرين الثالث : (**04 نقاط**) كل سؤال له اجابة واحدة صحيحة فقط من بين الاقتراحات الثلاثة عينها مع التعليل :

1- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,7$ ، $P(B)=0,2$ فان :

أ) $P(A\cup B)=0,9$ ، ب) $P(A\cup B)=0,76$ ، ج) $P(A\cap B)=0,5$

2- اذا كانت A و B حادثتان مستقلتان من نفس مجموعة امكانيات بحيث : $P(A)=0,6$ ، $P(A\cup B)=0,8$ فان :

أ) $P(A\cap B)=0,48$ ، ب) $P(B)=0,2$ ، ج) $P_A(B)=0,5$

3 – اذا كانت تجربة عشوائية مخارجها 2، 3، a (a عدد حقيقي) بحيث $P(2)=\frac{1}{2}$ ، $P(3)=\frac{1}{3}$ ، $P(a)=\frac{1}{6}$ فان :

الامل الرياضياتي لهذه التجربة ينعدم من اجل: أ) $a=-12$ ، ب) $a=6$ ، ج) $a=-5$

4- f دالة مستمرة على المجال $[1;4]$. اذا كانت القيمة المتوسطة للدالة f على المجال هي $m=2$ ، فان $I=\int_1^4 f(x)\,dx$ يساوي : أ) $I=6$ ، ب) $I=3$ ، ج) $I=5$

التمرين الرابع :(**06 نقاط**)

I) ليكن جدول تغيرات الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-1+\ln x$

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

باستعمال جدول التغيرات حدد اشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1-\frac{\ln x}{x}$

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

أ – عين $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ ،فسر النتيجة هندسيا ثم عين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب– بين ان المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ(C_f) بجوار $+\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f)بالنسبة الى (Δ)

ج – بين انه من اجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0,+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

د – انشئ المستقيم (Δ) ثم المنحنى (C_f) .

و – احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) ومحور الفواصل والمستقيمات $x=1$ ، $x=e$ $y=x-1$

الموضوع الثاني :

التمرين الأول: (04 نقاط)

تتكون باقة زهور من ثلاث زهرات حمراء (R) و زهرتين صفراوين (J) نختار عشوائيا على التوالي زهرتين من الباقة و بدون اجاع .

1- مثل هذه الوضعية بشجرة احتمالات.

2- احسب احتمال الحوادث التالي

أ) A حادثة " الحصول على زهرتين حمراوين ".

ب) B حادثة " الحصول على زهرتين مختلفتين في اللون".

3- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل مخرج عدد الزهرات الصفراء المختارة.

أ) ماهي قيم X .

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و احسب أمله الرياضي و تباينه.

التمرين الثاني:(04نقاط)

(u_n) متتالية هندسية حدودها موجبة تماما بحيث: $\begin{cases} lnu_1 + lnu_5 = -12 \\ lnu_2 - lnu_4 = 4 \end{cases}$

1) أ – بين أن q أساس المتتالية (u_n) يساوي e^{-2} .

ب- احسب الحد الأول u_0 ثم اكتب u_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n المجموع : $s_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = lnu_n$

أ-بين أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .

ب- عبر عن v_n بدلالة n .

ج- احسب بدلالة n الجداء: $p_n = u_0 \times u_1 \times ... \times u_n$

التمرين الثالث:(04 نقاط) : الجدول التالي يعطي وزن طفل بالكلغ بدلالة طوله بالسنتمتر.

الطول x_i cm	145	150	155	160	165	170
الوزن y_i kg	50	53	57	62	65	67

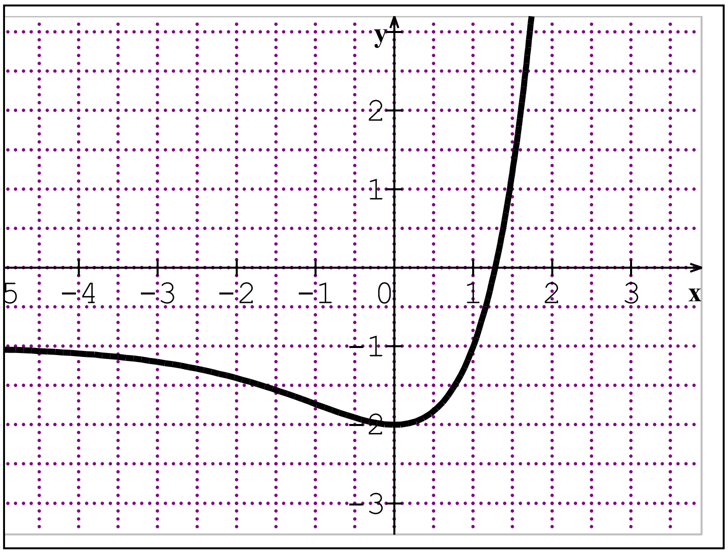
1- مثل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$.

2- احسب احداثي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ و مثلها في المعلم السابق ($1cm$ لكل $10cm$) على محور الفواصل و يبدأ التدريج من 140 و لكل $1cm$ لكل $2kg$ على محور تراتيب و يبدأ تدريج من 50 .

3- أكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا y بدلالة x ثم مثله في معلم سابق .

4– نسمي مؤشر كتلة الجسم BMI حاصل قسمة الوزن بالكلغ على مربع الطول بالمتر و نقول ان وزن الطفل مثالي اذا كان مؤشر كتلة الجسم ينتمي الى المجال $[19;24]$.

أ –باستعمال التعديل الخطي السابق عين وزن طفل طوله $185cm$.



ب – احسب مؤشر كتلة هذا الجسم هل وزن الطفل مثالي ؟

التمرين الرابع : (06 نقاط)

1. g الدالة ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x) = -1+(x-1)e^{x}$

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (الرسم المقابل)

أ) بقراءة بيانية شكل جدول تغيرات الدالة g .

ب) اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $1,2<\alpha<1,3$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

2. f الدالة المعرفة $\mathbb{R}$ بــ : $f(x)=\dfrac{2x}{e^{x}+1}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

ا . بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^{x}}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و فسرها بيانيا

ب. احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]$ ، فسر بيانيا النتيجة .

ج . ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2x$.

د . بين انه من اجل من x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^{x}+1)^{2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

و . انشئ (Δ) و (C_f)

3. ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و اشارة حلول المعادلة $f(x)-m=0$

التصحيح النموذجي للموضوع الاول :

التمرين الاول :

النسبة $a = 26,57$	0,5
التمثيل	0,25+0,5
$y = 2,73x + 22,74$ $\quad y = 60.96$	0,25+0,75
$y = e^{0.079x+3.3}$ $\quad z = 0,079x + 3,30$	0,5+0,75
بالتقدير نجد $y = 81.94$ و بالتالي التعديل الثاني ادق	0,5

التمرين الثاني :

$u_1 = \frac{1}{3}$ ، $u_2 = \frac{5}{9}$ ، $u_1 = \frac{19}{27}$ المتتالية متزايدة	4x 0,25
أ) الرهان بالتراجع ان $0 \le u_n \le 1$: التاكد $u_0 = 0$ اذن $p(0)$ محققة نفرض ان الخاصية $p(n)$ صحيحة و نبرهن صحة الخاصية $p(n+1)$ لدينا $0 \le u_n \le 1$ بالضرب في $\frac{2}{3}$ و بعد اضافة $\frac{1}{3}$ نجد ان $p(n+1)$ محققة ب) $u_{n+1} - u_n = \frac{1}{3}(1-u_n) > 0$ اذن المتتالية متزايدة تماما (u_n) مزايدة و محدودة من الاعلى فهي متقاربة	0,5 0,5 0,5
$\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{2}{3}$ اذن متتالية هندسية اساسها $q = \frac{2}{3}$ و حدها الاول $v_0 = 1$ $v_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n + 1$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} v_n = 0$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n = 1$ نستنتج انهما متقاربتين	0,5 0,5
$S_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right)$ ، $S'_n = 3\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1}\right) + n + 1$	0,5

التمرين الثالث :

$P(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,7 + 0,2 - (0,7 \times 0,2) = 0,76$	01
من نفس العلاقة نجد ان $p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(B)} = 0,5$	01
الامل الرياضياتي ينعدم من اجل $a = -12$	01
$I = 6$	01

التمرين الرابع :

اشارة $g(x)$ <table><tr><td>x</td><td>0 $\quad$ 1 $\quad$ $+\infty$</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-$ $\quad$ $+$</td></tr></table> $x=0$ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)=+\infty$ مستقيم مقارب ل (C_f). $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$	01 0.25+0.25 0.25
$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x-1)\right]=0$	0.50
(C_f) يقع فوق (Δ) على $]0;1]$ و يقع تحت $[1;+\infty[$	0.50
$f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$	0.1
جدول التغيرات	0,75
التمثيل البياني	01
$A=\int_1^e \dfrac{\ln(x)}{x}dx=\dfrac{1}{2}$	0.5

التصحيح النموذجي الموضوع الثاني :

التمرين الأول :

شجرة الاحتمالات	01
$p(A)=0,3$ ، $p(B)=0,3$	01
قيم x هي $0;1;2$	0,50
قانون الاحتمال : $p(x=0)=0,3$ ، $p(x=1)=0,6$ ، $p(x=2)=0,1$	0,50
الامل الرياضي $E=0,8$ ، $V=0,36$	01

التمرين الثاني :

$q=e^{-2}$	01
$U_0=1$, $U_n=e^{-2n}$	0,50
$S_n=\dfrac{1-e^{-2n-2}}{1-e^{-2}}$	0,50
(v_n) متتالية حسابية $r=-2$ / $v_0=1$	01
$v_n=-2n+1$	0,50
$p_n=e^{\frac{n+1}{2}(1-2n)}$	0,50

التمرين الثالث :

التمثيل البياني	0,50
$G(157,5;59)$	0,50
$y=0,72x-54,40$	01
$y=79,2$	0,50
23,14 نعم الوزن مثالي	0,50

التمرين الرابع :

<table>
<tr>
<td>

جدول تغيرات g

<table>
<tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr>
<tr><td>$g'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td></td></tr>
<tr><td>$g(x)$</td><td></td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr>
</table>

</td>
<td>01</td>
</tr>
<tr>
<td>

اثبت ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α اشارة $g(x)$: سالبة على $\left]-\infty;\alpha\right]$ و

موجبة على $\left[0;+\infty\right[$

</td>
<td>0,50

0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>

بين انه من جل كل عدد حقيقي x ان $f(x)=\dfrac{2}{\dfrac{e^x}{x}+\dfrac{1}{x}}$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ ، $y=0$

مستقيم مقارب

</td>
<td>+0,25
+0,25
0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ / $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-2x\right]=0$ $y=2x$ مستقيم مقارب مائل

</td>
<td>x30,25</td>
</tr>
<tr>
<td>

(C_f) يقع فوق (Δ) على $\left]-\infty;0\right]$ و يقع تحت $\left[0;+\infty\right[$

</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>

بين انه من اجل x من $\mathbb{R}$ $f'(x)=\dfrac{-2g(x)}{(e^x+1)^2}$

</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>

اتجاه التغير : الدالة متزايدة على $\left]-\infty;\alpha\right]$ و متناقصة على $\left[\alpha;+\infty\right[$

جدول التغيرات

</td>
<td>+0,25

0,25</td>
</tr>
<tr>
<td>

التمثيل البياني

</td>
<td>0,50</td>
</tr>
<tr>
<td>

المناقشة : على المجال $\left]-\infty;0\right[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب و على المجال $\left[0;f(\alpha)\right[$

المعادلة تقبل حلين موجبين و من اجل $m=f(\alpha)$ المعادلة تقبل حل وحيد و على المجال

$\left]\alpha;+\infty\right[$ المعادلة لا تقبل حلا

</td>
<td>0,50</td>
</tr>
</table>

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

نموذج اختبار البكالوريا في مادة الرياضيات

الشعبة : 3 تسيير واقتصاد

المدة : 03 ساعات

المعامل : 05

التمرين الأول (04 نقاط)

(U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول U_0 وبالعلاقة التراجعية $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$ ، $(n \in \mathbb{N})$

1- عين قيمة U_0 حتى تكون المتتالية (U_n) ثابتة .

2- نفرض $U_0 = 6$:

أ) أحسب U_1 و U_2 .

ب) (V_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بالعلاقة : $V_n = \alpha\, U_n - 2$ ، حيث $\alpha \in \mathbb{R}^*$.
عين قيمة العدد α حتى تكون (V_n) متتالية هندسية .

ت) نضع $\alpha = -1$:

- عبر بدلالة n عن كل من V_n و U_n .
- أحسب بدلالة n المجموع : S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + U_2 + \cdots + U_n$.

التمرين الثاني (04 نقاط)

في كل حالة مما يلي عين الإجابة الصحيحة من بين الإجابات أ، ب، ج المقترحة.

	أ	ب	ج
العدد $\ln\left(\frac{2\times e^3}{\sqrt{3}}\right)$ يساوي	$3-\ln 2+\frac{1}{2}\ln 3$	$3+\ln 2-2\ln 3$	$3+\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3$
حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ **في** $\mathbb{R}$ **هو:**	e^2+1	e^2-1	$1-e^{-2}$
العبارة $2\ln x-\ln(x-1)$ **تساوي:**	$\ln\left(\frac{x^2}{x-1}\right)$	$\ln\left(\frac{2x}{x-1}\right)$	$\ln\left[2x(x-1)\right]$
العدد $\ln(4^n)-\ln(2^{n-1})$ يساوي	$(n+1)\ln 2$	$(2n+1)\ln 2$	$(n-1)\ln 2$

التمرين الثالث (06 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كرات بيضاء تحمل الأرقام 0 ، 1 ، 1 ، 2 و أربع كرات حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرت من الكيس .

1- أحسب احتمال الحصول على :

أ- ثلاث كرات من نفس اللون .

ب- ثلاث كرات تحمل نفس الرقم .

جـ- ثلاث كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى .

2- ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة عدد الكرات المسحوبة التي تحمل الرقم 1

أ- عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ب- أحسب الأمل الرياضي $E(X)$ والانحراف المعياري $\sigma(X)$.

التمرين الرابع (06 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-\infty\ ;\ \ln 2[$ كما يلي : $f(x) = \ln(8e^x - 4e^{2x})$

وليكن (C) المنحنى الممثل لها في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس , (الوحدة $2\,cm$)

1- أحسب نهاية الدالة f عند $\ln 2$, فسر النتيجة بيانيا .

2- أ- أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-\infty\ ;\ \ln 2[$ يكون : $f(x) = x + \ln 8 + \ln\left(1 - \frac{1}{2}e^x\right)$

جـ- استنتج أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة : $y = x + \ln 8$ مقارب مائل للمنحنى (C) .

عين وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) .

3- أدرس تغيرات الدالة f

4- أنشئ المنحنى (C) في المعلم السابق .

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

التمرين الأول (04 نقط)

1- تكون (U_n) ثابتة عندما $U_0 = -2$..	0.5
2- $U_1 = 2$, $U_2 = 0$..	0.25 + 0.25
تكون (V_n) متتالية هندسية من أجل : $\propto = -1$..	0.5
أ- عندما $\propto = -1$: (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول -8........................	0.5
ومنه $V_n = -8\left(\frac{1}{2}\right)^n$ و $U_n = 8\left(\frac{1}{2}\right)^n - 2$..	0.5 + 0.5
$S_n = -[(V_0 + 2) + (V_1 + 2) + (V_2 + 2) + \cdots + (V_n + 2)]$ $= -(V_0 + V_1 + \cdots + V_n) - 2(n+1) = 16\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)$	1
المجموع	4

التمرين الثاني (4 نقط)

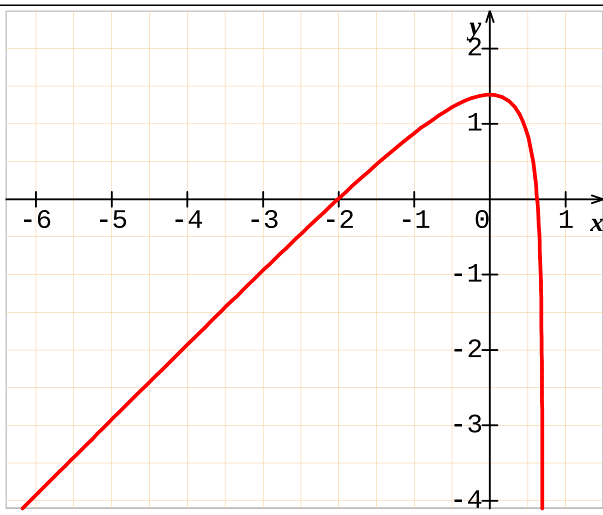
التمرين الثالث (06 نقاط)

1- أ- احتمال الحصول على 3 كرات من نفس اللون : $P(E) = \frac{1}{7}$..	0.5
ب- احتمال الحصول على 3 كرات تحمل نفس الرقم : $P(F) = \frac{5}{56}$	0.5
جـــ- احتمال الحصول على 3 كرات أرقامها مختلفة مثنى مثنى : $P(G) = \frac{3}{14}$....................	0.5
2- قيم X هي : 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , ...	0.5
أ- قانون احتمال X :	0.5
	1

X_i	0	1	2	3	المجموع
$P(X = X_i)$	$\frac{4}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{24}{56}$	$\frac{4}{56}$	1

ب− الأمل الرياضي : $E(X)$: $E(X)=\frac{3}{2}$ .... ت− الانحراف المعياري : $\sigma=\sqrt{V}$.. $V=E(X^2)-[E(X)]^2$ .... $\sigma=\sqrt{\frac{15}{28}}$	1 0.5 0.5 0.5
المجموع	06

التمرين الرابع (06 نقاط)

1− $\lim_{x\to\ln 2} f(x)=-\infty$ .... تفسير النتيجة بيانيا : (C) يقبل مستقيما مقاربا معادلته $x=\ln 2$ .... 2− أ− $\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$... ب− بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty,\ln 2[$ يكون : $f(x)=x+\ln 8+\ln\left(1-\frac{1}{2}e^x\right)$ .. جـ− $\lim_{x\to-\infty}[f(x)-(x+\ln 8)]=0$ إذن $(\Delta): y=x+\ln 8$ .... وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) : $\varphi(x)=f(x)-(x+\ln 8)$... $\varphi(x)=\ln\left(1-\frac{1}{2}e^x\right)>0$ ومنه (C) أسفل (Δ)... 3− دراسة تغيرات f : $f'(x)=\frac{8e^x-8e^{2x}}{8e^x-4e^{2x}}$ $f'(x)=2\times\frac{1-e^x}{2-e^x}$ .... $f'(x)=0$ معناه $x=0$	0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5 0.5
جدول التغيرات (انظر أدناه)	1 0.5
الرسم : 	
المجموع	06

x	$-\infty$		0		$\ln 2$
$f'(x)$		+		−	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$\ln 4$	↘	$-\infty$

إمتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

دورة : ماي 2015

الشعبة : تسيير و اقتصاد

المدّة: 3 ساعات ونصف

على المترشّح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأوّل : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد الثانويات المنجزة خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد الثّانويات y_i	4	11	15	25	30

1 ◁ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد مبدأه $O(0;0)$ حيث $1cm$ على محور الفواصل يمثّل سنة واحدة و $1cm$ على محور التّراتيب يمثّل 4 ثانويات .

2 ◁ عيّن إحداثيتي النقطة المتوسّطة G و علّمها .

3 ◁ أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربّعات الدنيا .

4 ◁ ما هو عدد الثانويات المتوقّع إنجازها سنة 2015 .

التمرين الثاني : (04 نقاط)

صندوق به 9 كرات منها 5 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء لا نفرّق بينها عند اللّمس نسحب منه كرتين على التّوالي و دون إرجاع.

أحسب احتمالات الحوادث التّالية:

1 ◁ A " الحادثة سحب كرتين بيضاوين " .

2 ◁ B " الحادثة سحب كرتين من نفس اللون " .

3 ◁ C " الحادثة سحب كرتين الأولى بيضاء و الثانية حمراء " .

4 ◁ D " الحادثة سحب كرة بيضاء علما أن الكرة الأولى حمراء " .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$I)$ (U_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_{n+1} = \dfrac{U_n - 1}{2}$ و $U_0 = 1$.

1 ◁ أحسب الحدود : U_1 ، U_2 و U_3 ، ثمّ ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n)

2 ◁ α عدد حقيقي غير معدوم ، من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $V_n = U_n + \alpha$.

– عيّن قيمة α حتّى تكون المتتالية (V_n) هندسية.

$(II-$ نضع : $\alpha = 1$.

1 ◁ عبّر عن V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .

2 ◁ أدرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) .

3 ◁ هل (U_n) متقاربة ؟ برّر اجابتك.

3 ◁ أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ و $Y_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$

ثمّ استنتج $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{Y_n}{n}$

التمرين الرّابع : (07 نقاط)

f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = \dfrac{3e^x + 1}{e^x + 1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 ◁ أحسب : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

2 ◁ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x) = \dfrac{3 + e^{-x}}{1 + e^{-x}}$

ـ إستنتج $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و فسّر النتيجة بيانيا .

3 ◁ أدرس إتّجاه تغير الدالة f و شكّل جدول تغيّراتها.

4 ◁ بين أن المنحني (C_f) يقبل $I(0.2)$ نقطة إنعطاف .

◁ أكتب معادلة المماس عند I .

5 ◁ بيّن أنّ النقطة I مركز تناظر للمنحني (C_f) .

6 ◁ أرسم المنحني (C_f) .

7 ◁ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإنّ: $f(x) = 1 + \dfrac{2e^x}{e^x + 1}$

ـ أوجد الدالة F الأصلية للدلة f على المجال $\mathbb{R}$ و التّي تحقق الشرط $F(0) = ln6$.

ـ أحسب مساحة المستوي المحدّدة بالمنحني (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = 0$ و $x = 1$.

الموضوع الثّاني

التمرين الأوّل : (04 نقاط)

الجدول التالي يمثل تطور عدد السّيّارات المباعة لمصنع خلال سنوات معينة :

السنة	2008	2009	2010	2011	2012
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
عدد السّيّارات y_i	105	111	114	120	125

1 ◁ مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ في معلم متعامد مبدأه $O(0;100)$ حيث $1cm$ على محور الفواصل يمثّل سنة واحدة و $1cm$ على محور التّراتيب يمثّل 5 سيّارات .

2 ◁ عيّن إحداثيتي النقطة المتوسّطة G و علّمها .

3 ◁ أوجد معادلة لمستقيم الإنحدار بالمربّعات الدنيا .

4 ◁ يتوقّع هذا المصنع بيع 165 سيّارة سنة 2015 ، هل هذا التوقّع ممكنا؟.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

شركة توظف (العمّال و الإطارات).

40% إطارات و الباقي عمّال و من بين الإطارات 65% رجال و الباقي نساء و من بين العمّال 70% رجال و الباقي نساء

نختار موظّف من الشركة بصفة عشوائية، نرمز بـ: C للإطار و O للرّجل.

1 ◁ شكّل الشّجرة المتوازنة.

2 ◁ أحسب احتمالات الحوادث التّالية:

◁ A " الحادثة نختار رجل " .

◁ B " الحادثة نختار رجل عامل " .

◁ C " الحادثة نختار عامل علما أنّه رجل " .

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$I-$) (U_n) متتالية عدديّة معرّفة على $\mathbb{N}$ بـ : $U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 1$ و $U_0 = 1$.

1 ◁ أحسب الحدود : U_1 ، U_2 ، U_3 و U_4 .

2 ◁ برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإنّ : $0 < U_n < \frac{5}{3}$.

3 ◁ بيّن أنّ (U_n) متزايدة تماما .

4 ◁ هل (U_n) متقاربة ؟ برّر .

II)– نضع : $V_n = U_n - \frac{5}{3}$.

1 ◁ بيّن أنّ (V_n) متتالية هندسيّة يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

2 ◁ أكتب V_n بدلالة n و استنتج عبارة U_n بدلالة n .

3 ◁ أحسب بدلالة n المجموعين : $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_n$ و $Y_n = U_0 + U_1 + \cdots + U_n$.

4 ◁ أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} S_n$.

التمرين الرّابع : (07 نقاط)

I)– g دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ $g(x) = x^2 - 2 + lnx$

1 ◁ أدرس إتّجاه تغير الدالة g و شكّل جدول تغيّراتها.

2 ◁ بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلّا وحيدا α حيث $1.31 < \alpha < 1.32$.

3 ◁ إستنتج إشارة $g(x)$ على $]0; +\infty[$.

II)– f دالة معرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 2 + \frac{1 - lnx}{x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

1 ◁ أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و بيّن أن $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$ و فسّر النتيجة بيانيا.(تذكير $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{lnx}{x} = 0$)

2 ◁ بيّن أنّ $y = x - 2$ معادلة المقارب المائل (Δ) للمنحنى (C_f) .

ـ أدرس وضعيّة (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ) .

3 ◁ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ ، إستنتج جدول تغيّرات الدّالة f .

4 ◁ بيّن أن $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$ ثم عيّن حصرا لـ $f(\alpha)$.

ـ هل توجد مماسات للمنحني (C_f) توازي المستقيم (Δ) ؟.

ـ أرسم (Δ) والمنحني (C_f) .

5 ◁ أوجد دالة F أصلية للدلة f على المجال $]0; +\infty[$.

ـ أحسب مساحة المستوي المحدّدة بالمنحني (C_f) و (Δ) و المستقيمين $x = e$ و $x = 1$.

بالتّوفيق و النّجاح

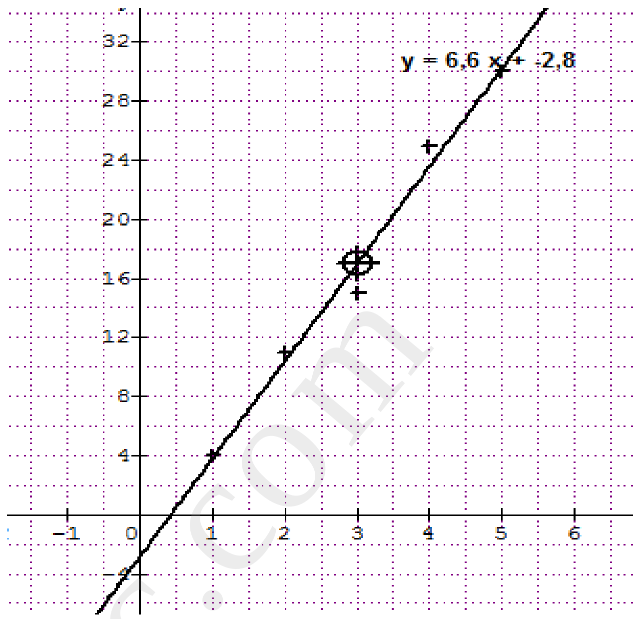
التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي دورة 2015

شعبة التسيير واقتصاد

الموضوع الأول

التمرين الأول:

1) تمثيل سحابة النقط:



2) تعيين إحداثيات النقطة المتوسطة G

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	مجموع
x_i	1	2	3	4	5	15
y_i	4	11	15	25	30	85
x_i^2	1	4	9	16	25	55
x_iy_i	4	22	45	100	150	321

لدينا $G(\overline{X};\overline{Y})$ حيث

$\overline{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\dfrac{15}{5}=3$ و $\overline{y}=\dfrac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\dfrac{85}{5}=17$ ومنه $G(3;17)$

3)إيجاد معادلة مستقيم الانحدار

معادلة (d) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل

$y=ax+b$

حيث $a=\dfrac{\overline{x\times y}-\overline{x}\times\overline{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2-\left(\overline{x}\right)^2}$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$

اذن $a=\dfrac{\frac{321}{5}-3\times17}{\frac{55}{5}-3^2}=6.6$ و $b=17-6.6\times3=2.8$

ومنه $(d):y=6.6x+2.8$

4)عدد الثانويات المتوقع انجازها سنة 2015

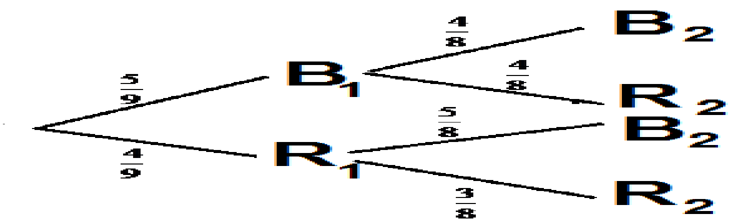
رتبة **2015** هي $2015-2007=8$

ومنه $y=6.6\times8+2.8=55.6\approx56$ اي سيتم انجاز **56** ثانوية

التمرين الثاني :

لتسهيل حساب الاحتمالات نستعين بشجرة الاحتمالات التالية :

نرمز للحادثة ظهور كرة بيضاء بـــ B وكرة حمراء بـــ R



1) A " سحب كرتين بيضاوين " $p(A)=p(B_1\cap B_2)=\dfrac{5}{9}\times\dfrac{4}{8}=\dfrac{5}{18}$

2) B " سحب كرتين من نفس اللون " اذن

$$p(B)=p(B_1\cap B_2)+p(R_1\cap R_2)=\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}+\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}=\frac{5}{18}+\frac{3}{18}=\frac{4}{9}$$

(3 C " سحب كرتين الاولى بيضاء والثانية حمراء "

$$p(C)=p(B_1\cap R_2)=\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}=\frac{5}{18}$$

(4 D " سحب كرة بيضاء علما ان الاولى حمراء "

$$P(D)=P_{R_1}(B_2)=\frac{P(R_1\cap B_2)}{P(R_1)}=\frac{\frac{4}{9}\times\frac{5}{8}}{\frac{4}{9}}=\frac{5}{8}$$

التمرين الثالث: $U_0=1$ ، $U_{n+1}=\dfrac{U_n-1}{2}$

1) حساب الحدود

$U_1=\dfrac{U_0-1}{2}=0$ ، $U_2=\dfrac{U_1-1}{2}=\dfrac{-1}{2}$ ، $U_3=\dfrac{U_2-1}{2}=\dfrac{-3}{4}$

التخمين : $U_0>U_1>U_2>U_3$ فالمتتالية متناقصة

2) تعيين قيمة α **حتى تكون المتتالية** (V_n) **هندسية**

ط1)لدينا $V_n=U_n+\alpha$ ومنه $U_n=V_n-\alpha$ اذن

$$V_{n+1}=U_{n+1}+\alpha=\frac{U_n-1}{2}+\alpha=\frac{(V_n-\alpha)-1}{2}+\alpha=\frac{1}{2}V_n+(\frac{-\alpha-1}{2}+\alpha)$$

(V_n) هندسية معناه $V_{n+1}=q\times V_n$ بالمطابقة مع العلاقة السابقة ينتج $q=\dfrac{1}{2}$

و $(\dfrac{-\alpha-1}{2}+\alpha)=0$ اي $\dfrac{-\alpha-1+2\alpha}{2}=0$ معناه $\alpha=1$

ط2) نحسب الحدود V_0,V_1,V_2 بدلالة α ونطبق قاعدة الوسط الهندسي:

$V_0=1+\alpha$ ، $V_1=0+\alpha=\alpha$ ، $V_2=\dfrac{-1}{2}+\alpha$

ولدينا $V_0\times V_2=V_1^2$ اي $(1+\alpha)\left(\dfrac{-1}{2}+\alpha\right)=\alpha^2$ وهذه المعادلة تقبل حل

وحيد هو $\alpha=1$ (تأكد من ذلك)

(II 1) التعبير عن V_n **بدلالة** n

من أجل $\alpha=1$ ، (V_n) هندسية اساسها $q=\dfrac{1}{2}$ وحدها الاول $V_0=2$

ومنه $V_n=V_0\times q^n=2\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

عبارة U_n بدلالة n : $U_n=V_n-1=\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}-1$

2) دراسة اتجاه تغير المتتالية (U_n)

لدينا

$$U_{n+1}-U_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n-1-\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^n-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{2}-1\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}\left(-\frac{1}{2}\right)=-\left(\frac{1}{2}\right)^n$$

ومنه $U_{n+1}-U_n<0$ وبالتالي (U_n) متناقصة

3) دراسة التقارب:

لدينا $\lim_{n\to+\infty}U_n=\lim_{x\to\infty}(\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-1)=-1$ لان $-1<\frac{1}{2}<1$

وبالتالي $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}=0$

اذن المتتالية (U_n) متقاربة

4) حساب المجاميع:

$$S_n=V_0+V_1+...+V_n=V_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=2\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}=2\times\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{\frac{1}{2}}$$

$$=4\left(1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right)=4-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$$

$$Y_n=U_0+U_1+...+U_n=(V_0-1)+(V_1-1)+...+(V_n-1)$$

$$=(V_0)+V_1+...+V_n)-1-1...-1$$

$$=S_n-(n+1)=4-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-(n+1)=3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-n$$

حساب $\lim_{n\to+\infty}\frac{Y_n}{n}$

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{Y_n}{n}=\lim_{n\to+\infty}\frac{3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}-n}{n}=\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}}{n}-1\right)=-1$$

التمرين الرابع :

f معرفة على ، بالعبارة $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}$

1) حساب $\lim_{x\to-\infty}f(x)$

$\lim_{x\to-\infty}f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{3e^x+1}{e^x+1}=1$ لان $\lim_{x\to-\infty}e^x=0$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $-\infty$

معادلته $y=1$

2) اثبات ان $f(x)=\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}$

لدينا $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}=\frac{e^{-x}(3e^x+1)}{e^{-x}(e^x+1)}=\frac{3e^{-x}e^x+e^{-x}}{e^{-x}e^x+e^{-x}}$

ومنه $f(x)=\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}$

ينتج : $\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{3+e^{-x}}{1+e^{-x}}=3$ لان

$\lim_{x\to+\infty}e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x}=0$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب موازي لمحور الفواصل عند $+\infty$

معادلته $y=3$

3) دراسة اتجاه تغير الدالة f

f قابلة للاشتقاق على ، ودالتها المشتقة هي f' حيث :

$$f'(x)=\frac{3e^x(e^x+1)-e^x(3e^x+1)}{(e^x+1)^2}=\frac{3e^{2x}+3e^x-3e^{2x}-e^x)}{(e^x+1)^2}$$

$$f'(x)=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}$$

لدينا من أجل كل عدد حقيقي x : $2e^x>0$ و $e^x+1>0$ ومنه $f'(x)>0$

اذن الدالة f متزايدة تماما على ،

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$ $\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$1 \nearrow 3$

4) اثبات ان (C_f) يقبل نقطة انعطاف هي $I(0,2)$

لدينا f' تقبل الاشتقاق على ، حيث :

$$f''(x)=\frac{2e^x(e^x+1)^2-2e^x(e^x+1)2e^x}{(e^x+1)^4}=\frac{2e^x(e^x+1)-4e^{2x}}{(e^x+1)^3}$$

$$=\frac{2e^x(e^x+1)-4e^{2x}}{(e^x+1)^3}=\frac{2e^x(e^x+1-2e^x)}{(e^x+1)^3}=\frac{2e^x(1-e^x)}{(e^x+1)^3}$$

من أجل كل عدد حقيقي x : $2e^x>0$ و $(e^x+1)^3>0$ ومنه اشارة $f''(x)$

من اشارة $1-e^x$

$1-e^x=0$ معناه $e^x=1$ معناه $x=0$

$1-e^x>0$ معناه $e^x<1$ معناه $x<0$

اذن اشارة $f''(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$1-e^x$	$+$	0	$-$
$f''(x)$	$+$	0	$-$

بما ان المشتقة الثانية انعدمت عند 0 مغيرة اشارتها فان النقطة $I(0;f(0))$ هي نقطة انعطاف للمنحنى (C_f) $f(0)=\frac{3+1}{1+1}=2$ اي $I(0;2)$

معادلة المماس (Δ) عند I

(Δ) له معادلة من الشكل $y=f'(0)(x-0)+f(0)$ اذن $y=\frac{1}{2}x+2$

5) اثبات ان $I(0;2)$ هي مركز تناظر (C_f)

يكفي اثبات ان $f(2\times0-x)+f(x)=2\times2$ اي $f(-x)+f(x)=4$

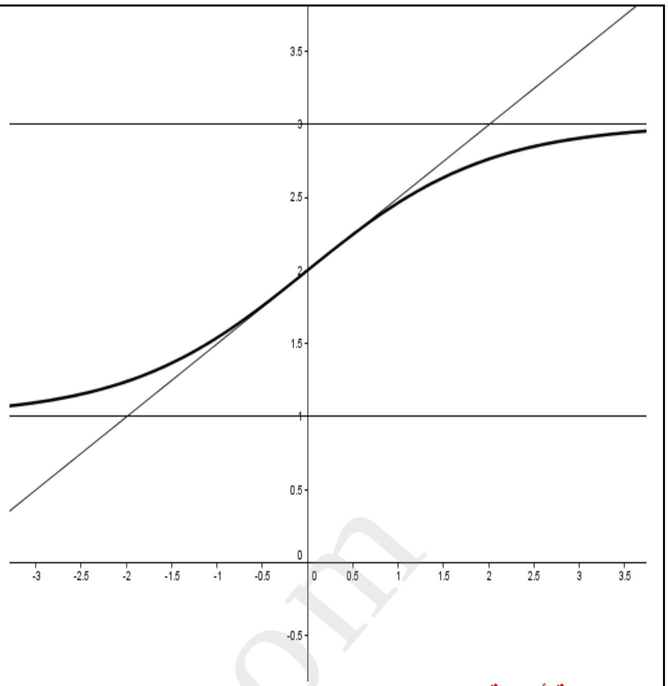
لدينا $4=\frac{4(e^x+1)}{e^x+1}=\frac{3e^x+1}{e^x+1}+\frac{3+e^x}{1+e^x}=f(-x)+f(x)$ و م ه

(لحساب $f(-x)$ استعملت العبارة الثانية للدالة f)

6) الرسم

7) اثبات ان $f(x)=1+\frac{2e^x}{e^x+1}$

لدينا $f(x)=\frac{3e^x+1}{e^x+1}=\frac{e^x+1+2e^x}{e^x+1}=1+\frac{2e^x}{e^x+1}$



تعيين دالة أصلية لـ f على ،

f مستمرة على ، فهي تقبل دوال أصلية على ،
العبارة الأخيرة تمكننا من حسابها بسهولة حيث :

$$F(x) = x + 2\ln(e^{x}+1)$$

حساب مساحة الحيز S

على المجال $[0;1]$ نلاحظ ان (Δ) فوق (C_f) ومنه مساحة الحيز

هي $S = \int_0^1 (y - f(x))dx$

بتوزيع التكامل نجد $S = \int_0^1 y dx - \int_0^1 f(x)dx$

$$S = \int_0^1 (\frac{1}{2}x + 2)dx - \int_0^1 f(x)dx$$

$$= \left[\frac{1}{4}x^2 + 2x - x - 2\ln(e^{x}+1)\right]_0^1$$

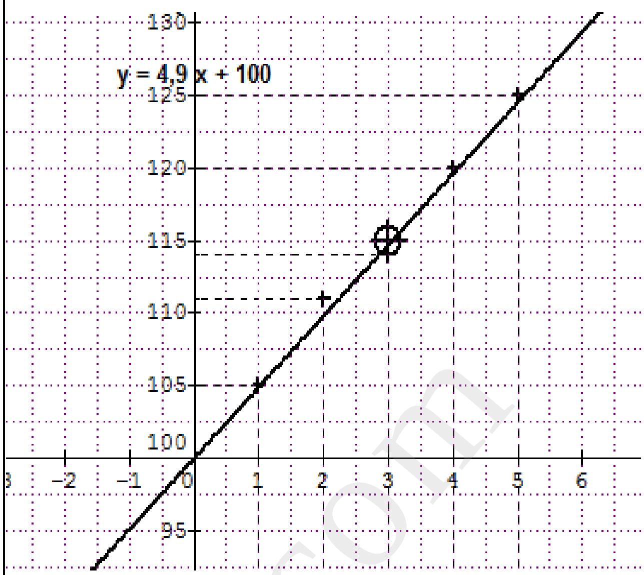
$$= \left[\frac{1}{4}x^2 + x - 2\ln(e^{x}+1)\right]_0^1$$

$$= \frac{5}{4} - 2\ln(e^{1}+1) + 2\ln(2) \quad u.a$$

الموضوع الثاني

التمرين الأول:

1) تمثيل سحابة النقط:



2) تعيين إحداثيات النقطة المتوسطة G

السنة	2008	2009	2010	2011	2012	مجموع
x_i	1	2	3	4	5	15
y_i	105	111	114	120	125	575
x_i^2	1	4	9	16	25	55
$x_i y_i$	105	222	342	480	625	1774

لدينا $G(\overline{X};\overline{Y})$ حيث

$\overline{x}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i}{5}=\frac{15}{5}=3$ و $\overline{y}=\frac{\sum_{i=1}^{5}y_i}{5}=\frac{575}{5}=115$ ومنه $G(3;17)$

3) إيجاد معادلة مستقيم الانحدار

معادلة (d) مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا هي من الشكل

$$y=ax+b$$

حيث $a=\frac{\overline{x\times y}-\overline{x}\times\overline{y}}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2-(\overline{x})^2}$ و $b=\overline{y}-a\overline{x}$

اذن $a=\frac{\frac{1774}{5}-3\times115}{\frac{55}{5}-3^2}=4.9$ و $b=115-4.9\times3=100.3$

ومنه $(d): y=4.9x+100.3$

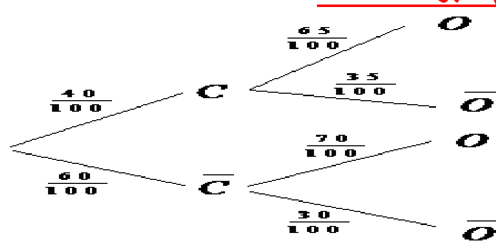
هل التوقع صحيح ؟.

لدينا رتبة 2015 هي $2015-2007=8$

ومنه $y=4.9\times8+100.3=139.5\approx140$ اي سيتم صنع 140 سيارة سنة 2015 ومنه التوقع غير ممكن ,

التمرين الثاني :

1) شجرة الاحتمالات



2) حساب احتمال الحوادث

1) A " نختار رجل "

$$p(A)=p(C\cap O)+p(\overline{C}\cap O)=\frac{40}{100}\times\frac{65}{100}+\frac{60}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{17}{25}$$

2) B " نختار رجل عامل " $p(B)=p(\overline{C}\cap O)=\frac{60}{100}\times\frac{70}{100}=\frac{21}{50}$

3) C " نختار عامل علما انه رجل "

$$p(C)=p_O(\overline{C})=\frac{p(\overline{C}\cap O)}{p(O)}=\frac{p(B)}{p(A)}=\frac{\frac{21}{50}}{\frac{17}{25}}=\frac{21}{50}\times\frac{25}{17}=\frac{21}{34}$$

التمرين الثالث: $U_{n+1}=\frac{2}{5}U_n+1 \quad , \quad U_0=1$

1) حساب الحدود

$U_1=\frac{2}{5}U_0+1=\frac{7}{5}$ ، $U_2=\frac{39}{25}$ ، $U_3=\frac{203}{125}$ $U_4=\frac{1031}{406}$

2) برهان بالتراجع ان : $0<U_n<\frac{5}{3}$

لتكن الخاصية $P(n):"0<U_n<\frac{5}{3}"$

1) من أجل $n=0$ لدينا $0<U_0=1<\frac{5}{3}$ ومنه $P(0)$ صحيحة

2) نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي $0<U_n<\frac{5}{3}$ ونبرهن صحة $P(n+1)$

اي نبرهن ان $0<U_{n+1}<\frac{5}{3}$

لدينا من فرضية التراجع $0<U_n<\frac{5}{3}$ ومنه $0<\frac{2}{5}U_n<\frac{2}{3}$

اذن $0<\frac{2}{5}U_n+1<\frac{5}{3}$ اي ان $0<U_{n+1}<\frac{5}{3}$ يعني ان $P(n+1)$

صحيحة ومنه حسب مبدأ البرهان بالتراجع $P(n)$ صحيحة من أجل كل n من $\mathbb{N}$

3) اثبات ان (U_n) متزايدة تماما

لدينا : $U_{n+1}-U_n=\frac{2}{5}U_n+1-U_n=\frac{-3}{5}U_n+1=\frac{-3}{5}(U_n-\frac{5}{3})$

ومن السؤال السابق : $0<U_n<\frac{5}{3}$ معناه $U_n-\frac{5}{3}<0$

اذن $U_{n+1}-U_n>0$ هذا يعني ان (U_n) متزايدة تماما

4) التقارب :

لدينا (U_n) متزايدة تماما ومحدودة من الاعلى لان $0<U_n<\frac{5}{3}$

ومنه (U_n) متقاربة

II) $V_n=U_n-\frac{5}{3}$

1) اثبات ان (V_n) هندسية

$$V_{n+1}=U_{n+1}-\frac{5}{3}=\frac{2}{5}U_n+1-\frac{5}{3}=\frac{2}{5}U_n-\frac{2}{3}=\frac{2}{5}(U_n-\frac{5}{3})$$

ومنه $V_{n+1}=\frac{2}{5}V_n$ اذن (V_n) هندسية اساسها $q=\frac{2}{5}$ و حدها الاول $V_0=\frac{-2}{3}$

2) التعبير عن V_n و U_n بدلالة n

$V_n=V_0\times q^n=\frac{-2}{3}\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$ $\quad$ $U_n=V_n+\frac{5}{3}=\frac{-2}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n+\frac{5}{3}$

3) حساب المجاميع

$$S_n=V_0+V_1+...+V_n=V_0\times\frac{1-q^{n+1}}{1-q}=\frac{-2}{3}\times\frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{1-\frac{2}{5}}=\frac{-2}{3}\times\frac{1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}}{\frac{3}{5}}$$

$$S_n=\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)$$

$Y_n = U_0+U_1+...+U_n = (V_0+\frac{5}{3})+(V_1+\frac{5}{3})+...+(V_n+\frac{5}{3})$

$=(V_0)+V_1+...+V_n)+\frac{5}{3}+\frac{5}{3}...+\frac{5}{3}$

$=S_n+\frac{5}{3}(n+1)=\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)+\frac{5}{3}(n+1)$

4) حساب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

$$\lim_{n\to+\infty} S_n=\lim_{n\to+\infty} S_n=\lim_{n\to+\infty}\frac{-10}{9}\left(1-\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1}\right)=\frac{-10}{9}$$

التمرين الرابع :

g معرفة على $]0;+\infty[$ بالعبارة $g(x)=x^2-2+\ln(x)$

1) دراسة اتجاه تغير الدالة g

g قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا $g'(x)=2x+\frac{1}{x}=\frac{2x^2+1}{x}$

من اجل كل x من $]0;+\infty[$: $2x^2+1>0$ ومنه $g'(x)>0$

اذن g متزايدة تماما على $]0;+\infty[$

جدول تغيرات الدالة g

x	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$g'(x)$	$+$
$g(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$, $\lim_{x\to 0^+} g(x)=-\infty$

2) اثبات ان المعادلة $g(x)=0$ **تقبل حل وحيد**

لدينا g مستمرة ورتيبة تماما على $]0;+\infty[$ وبالتالي على المجال $]1.31;1.32[$ و $g(1.31)<0$ ، $g(1.32)>0$

اي $g(1.31)\times g(1.32)<0$ اذن حسب مبرهنة القيم المتوسطة ،

المعادلة $g(x)=0$ تقبل حل وحيد α في المجال $]1.31;1.32[$

3) اشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

(II

f معرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=x-2+\frac{1-\ln(x)}{x}$

1) حساب النهايات

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x-2+\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x})=+\infty$ لان $\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$

$\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0^+}(x-2+\frac{1}{x}(1-\ln(x))=+\infty$

اذن (C_f) يقبل مستقيم مقارب عمودي على محور الفواصل معادلته $x=0$

3) اثبات ان (Δ) **مقارب مائل عند** $+\infty$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x})=0$

اذن (Δ) مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$

دراسة الوضع النسبي:

ندرس اشارة الفرق $[f(x)-y]$

لدينا $f(x)-y=\frac{1-\ln(x)}{x}$

على المجال $]0;+\infty[$ يكون $x>0$ ومنه اشارة الفرق من اشارة البسط $1-\ln(x)$

$1-\ln(x)=0$ معناه $\ln(x)=1$ معناه $x=e$

$1-\ln(x)>0$ معناه $\ln(x)<1$ معناه $x<e$

ومنه

x	0		e		$+\infty$
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	

على المجال

$]0;e[$ يكون (C_f) فوق (Δ)

اذا كان $x=e$ يكون (C_f) يقطع (Δ) في النقطة $A(e,f(e))$

على المجال $]e;+\infty[$ يكون (C_f) تحت (Δ)

3) اثبات ان $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

f قابلة للاشتقاق على $]0;+\infty[$ ولدينا

$$f'(x)=1+\frac{\frac{-1}{x}\times x-1(1-\ln(x))}{x^2}=1+\frac{-1-1+\ln(x)}{x^2}=\frac{x^2-2+\ln(x)}{x^2}=\frac{g(x)}{x^2}$$

اتجاه التغير: $x^2>0$ وبالتالي اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$

x	0		α		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(\alpha)$	$\nearrow$	$+\infty$

f متزايدة تماما على $[\alpha;+\infty[$ و متناقصة تماما على $]0;\alpha]$

4) اثبات ان $f(\alpha)=2\alpha-2-\frac{1}{\alpha}$

نعلم ان α حل للمعادلة $g(x)=0$ اي $g(\alpha)=0$ معناه

$\alpha^2-2+\ln(\alpha)=0$ اذن $\ln(\alpha)=2-\alpha^2$ ولدينا:

$$f(\alpha)=\alpha-2+\frac{1-\ln(\alpha)}{\alpha}=\alpha-2+\frac{1-(2-\alpha^2)}{\alpha}$$

$$=\alpha-2+\frac{-1+\alpha^2}{\alpha}=\alpha-2-\frac{1}{\alpha}+\alpha=2\alpha-2-\frac{1}{\alpha}$$

حصر $f(\alpha)$: لدينا $1.31<\alpha<1.32$ ومنه $0.62<2\alpha-2<0.64$

ولدين كذلك $0.75<\frac{1}{\alpha}<0.76$ ومنه $-0.76<-\frac{1}{\alpha}<-0.75$

$-0.14<f(\alpha)<-0.11$

ايجاد المماسات الموازية لـ (Δ)

ليكن (T) المماس لـ (C_f) عند نقطة فاصلتها x_0 والموازي لـ (Δ)

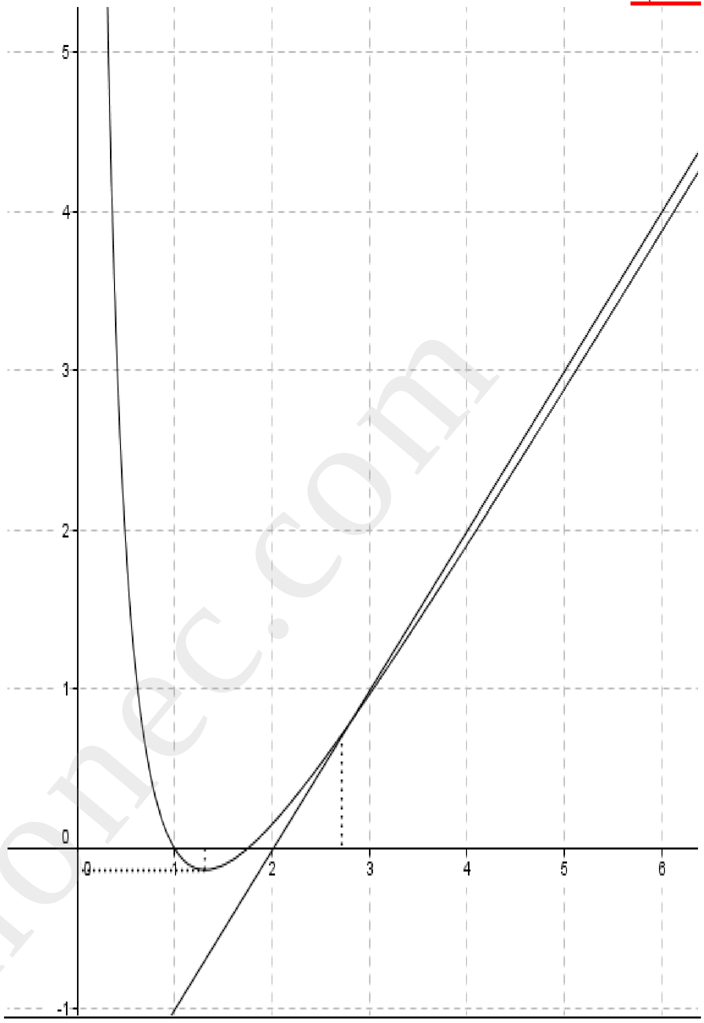
اذن (T) و (Δ) لهما نفس الميل ومنه $f'(x_0)=1$

ومنه $\frac{x_0^2-2+\ln(x_0)}{x_0^2}=1$ معناه $x_0^2-2+\ln(x_0)=x_0^2$

معناه $\ln(x_0)=2$ معناه $x_0=e^2$

ومنه يوجد مماس وحيد لـ (C_f) عند نقطة فاصلتها $x_0=e^2$ موازي لـ (Δ) معادلته من الشكل $y=f'(e^2)(x-e^2)+f(e^2)$

الرسم:



5) ايجاد دالة أصلية للدالة f على المجال $]0;+\infty[$

$$f(x)=x-2+\frac{1}{x}-\frac{\ln(x)}{x}=x-2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x}\times\ln(x)$$

للدالة f تقبل دوال اصلية على المجال $]0;+\infty[$ من الشكل

$$F(x)=\frac{1}{2}x^2-2x+\ln(x)-\frac{1}{2}(\ln(x))^2+c \quad ,c\in ،$$

حساب المساحة:

على المجال $[1;e]$ نلاحظ ان (C_f) فوق (Δ) ومنه مساحة

الحيز هي $S=\int_1^e(f(x)-y)dx$

لدينا $f(x)-y=\frac{1-\ln(x)}{x}=\frac{1}{x}-\left(\frac{1}{x}\times\ln(x)\right)$

ومنه

$$S=\int_1^e(f(x)-y)dx=\int_1^e\frac{1}{x}-\left(\frac{1}{x}\times\ln(x)\right)dx$$

$$=\left[\ln(x)-\frac{1}{2}(\ln(x))^2\right]_1^e=\left(1-\frac{1}{2}\right)-0=\frac{1}{2}\quad(u.a)$$

ثانوية محمد فلاح الاخضرية
ولاية البويرة

امتحان بكالوريا تجريبي في الرياضيات

السنة الدراسية 08-09
الشعبة اقتصاد وتسيير
المدة 3 سا و 30 د

الموضوع الأول

التمرين (1)

يزداد عدد سكان مدينة A بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة B بنسبة 3% من سنة إلى أخرى.
في سنة 2007 بلغ عدد سكان كل من المدينتين A و B 10000 نسمة.
نرمز بـ : u_n إلى عدد سكان المدينة A و بـ : v_n إلى عدد سكان المدينة B خلال السنة $2007+n$.

1. عين u_0 و v_0 ثم احسب u_1 و v_1.
2. أوجد علاقة بين u_n و u_{n+1}. تحقق أن المتتالية (u_n) حسابية يطلب تعيين أساسها r .
3. عبر عن u_n بدلالة n .
4. أوجد علاقة بين v_n و v_{n+1}. تحقق أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها q .
5. عبر عن v_n بدلالة n .
6. قارن بين عددي سكان كل من المدينتين A و B في سنة 2020.

التمرين (2):

في دراسة إحصائية تبين عدد السياح سنويا في صحراء الجزائر وفق الجدول التالي:

a_i	1996	1997	1998	1999	2000	2001
y_i	6200	6820	7390	8090	9280	9960

نضع x_i رتبة السنة a_i حيث $x_i = a_i - 1996$.

1. حدد النقطة المتوسطة G للسلسلة $(x_i ; y_i)$.
2. أنشئ سحابة النقط $(x_i ; y_i)$ في معلم متعامد و كذا النقطة المتوسطة G.
3. حدد النقطة المتوسطة G_1 للنقط الثلاث الأولى و النقطة المتوسطة G_2 للنقط الثلاث الأخيرة للسلسلة $(x_i ; y_i)$.
4. أكتب معادلة مستقيم ماير (Mayer) "المستقيم (G_1G_2) " و أنشئه.
5. التعديل بالمربعات الدنيا : أكتب معادلة (D) مستقيم الانحدار y=ax+b ثم أنشئ هذا المستقيم (تعطى القيم مدورة إلى الوحدة).
6. قدر عدد السياح لصحراء الجزائر سنة 2010 بتوظيف التعديل بمستقيم الانحدار (D) .

التمرين (3):

المستوي منسوب الى معلم $(O;\vec{i},\vec{j})$ متعامد ومتجانس.

1. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x^2+1-\ln x$

ادرس تغيرات الدالة g . بين أن $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ موجب، استنتج إشارة $g(x)$.

2. لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0\,;\,+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x+\frac{\ln x}{x}$

أ) بين أنه من أجل كل x من المجال $]0\,;\,+\infty[$ لدينا: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ، عين نهايتي f عند 0 و عند $+\infty$.

ج) بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) الممثل للدالة f .

عين النقطة التي يقطع عندها المستقيم (D) المنحنى (C_f).

3 - (أ) بين أن الدالة h حيث $h(x)=\frac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة f على المجال $[1,e]$

(ب) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1, x=e$

ج) أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C_f).

التمرين (4)

A و B كيسان. حيث الكيس A يشمل 10 كرات منها 4 حمراء و الكيس B يشمل 8 كرات منها 5 حمراء

نختار عشوائيا كيسا و نسحب كرة واحدة منه .

نرمز A الى الحادث ((اختيار الكيس A))

ونرمز R الى الحادث ((الكرة المسحوبة حمراء))

(1) شكل شجرة الامكانيات (المستوى الاول لاختيار الكيس والمستوى الثاني للون الكرة)

(2) أحسب $P_A(R)$, $P_B(R)$ ثم استنتج $P(R)$

(3) إذا علمت أن الكرة المسحوبة حمراء ماهو احتمال أن تكون من الكيس A

ماي 2009

التمرين (1)

(1) $u_0 = 10000$ و $v_0 = 10000$

عدد سكان المدينة A بعد سنة واحدة $u_1 = 10000 + 160 = 10160$

عدد سكان المدينة B بعد سنة واحدة $v_1 = v_0 + \frac{3}{100} \times v_0 = v_0\left(1+\frac{3}{100}\right) = 1,03 \times 10000 = 10300$

(2) في المدينة A يزدادعدد السكان بـ 160 نسمة في السنة : ومنه بعد n+1 سنة يكون عدد السكان $u_{n+1} = u_n + 160$

المتتالية (u_n) هي متتالية حسابية حدها الأول $u_0 = 10000$ واساسها $r = 160$

(3) $u_n = u_0 + n \times r$ ومنه $\boxed{u_n = 10000 + 160n}$

في المدينة B يزداد عدد السكان بـ 3% من سنة لاخرى ومنه بعد n+1 سنة يكون عدد السكان $v_{n+1} = v_n + v_n \times \frac{3}{100} = \left(1+\frac{3}{100}\right)v_n$

ومنه (v_n) متتالية هندسية حدها الاول $v_0 = 10000$ وأساسها $q = 1 + \frac{3}{100} = 1,03$

(4) $\boxed{v_n = v_0 \times (q)^n = 10000 \times (1,03)^n}$

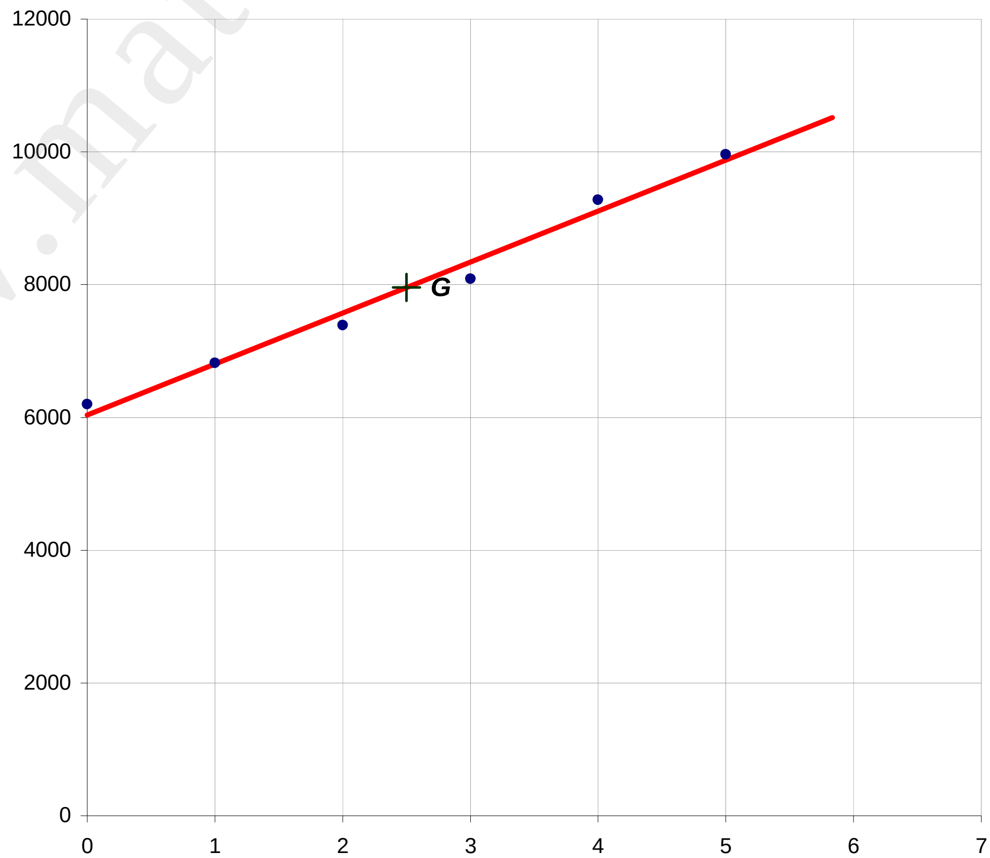
(5) السنة 2020 يعني 2007+ n = 2020 ومنه $n = 13$

في المدينة A عدد السكان يكون $u_{13} = 10000 + 160 \times 13 = 12080$

في المدينة B عدد السكان يكون $v_{13} = 10000 \times (1,03)^{13} = 14685$

التمرين (2)

(2) تمثيل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ والنقطة المتوسطة



1) تحديد النقطة المتوسطة G

X_i	0	1	2	3	4	5
Y_i	6200	6820	7390	8090	9280	9960

<u>النقطة المتوسطة G</u>

$$Y_G=\frac{6200+6820+7390+8090+9280+9960}{6}=7956,66 \quad \text{و} \quad X_G=\frac{0+1+2+3+4+5}{6}=2,5$$

G : (2,5; 7956,667)

(3) تعيين G_1 و G_2

$$G_1(1,\quad 6803,33) \quad \text{و} \quad x_{G_1}=\frac{0+1+2}{3}=1 \quad \text{و} \quad y_{G_1}=\frac{6200+6820+7390}{3}=6803,33$$

$$G_2=(4,\quad 9110) \quad \text{و منه} \quad y_{G_2}=\frac{8090+9280+9960}{3}=9110 \quad \text{و} \quad x_{G_2}=\frac{3+4+5}{3}=4$$

(4) معادلة (G_1G_2) مستقيم ماير

$$b=y_G-ax_G=7956,66-768,89\times 2,5=\boxed{6034,43} \quad \text{و} \quad a=\frac{9110-6803,33}{4-1}=\boxed{768,89}$$

$$\boxed{y=768,89x+6034,43}$$

(5) التعديل بالمربعات الدنيا :

تعيين معادلة مستقيم الانحدار (D) $y=mx+p$

$$m=\frac{\operatorname{cov}(x,y)}{v(x)} \quad \text{و}$$

$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{0\times 6200+1\times 6820+2\times 7390+3\times 8090+4\times 9280+5\times 9960}{6}-2,5\times 7956,66$$

$$\operatorname{cov}(x,y)=2240$$

$$v(x)=\frac{0+1+4+9+16+25}{6}-(2,5)^2=2,91$$

ومنه $m=769,76$ وناخذ $\boxed{m=770}$

$$p=7956,66-769,76\times 2,5=6032,26$$

و ناخذ $\boxed{p=6032}$

اذن معادلة المستقيم $\boxed{(D) \quad : \quad y=770x+6032}$

(6) تقدير عدد السياح عام 2010 . معناه الرتبة هي : 2010 - 1996 = 14

$$y=770(14)+6032=16812$$

$\boxed{y = 16812}$

<u>**التمرين (3)**</u> $g(x)=x^2+1-\ln x$

لدينا $\lim_{x\to 0} g(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$

ومن أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا: $g'(x)=\dfrac{2x^2-1}{x}$

و بملاحظة أن $g\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}\ln 2$ و هو عدد موجب ينتج جدول التغيرات التالي

x		$\sqrt{2}/2$		$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$ ↘	$g\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$	↗	$+\infty$

2. أ) $f'(x)=1+\dfrac{1-\ln x}{x^2}=\dfrac{x^2+1-\ln x}{x^2}=\dfrac{g(x)}{x^2}$

ب) نلاحظ من الكتابة الأخيرة لعبارة $f'(x)$ أنها موجبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ و هذا يعني أن f متزايدة تماما على هذا المجال.

$\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

x		$+\infty$
$f'(x)$	+	
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

ج) المستقيم d الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى C الممثل للدالة f لأن :

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-x\right)=\lim_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$$

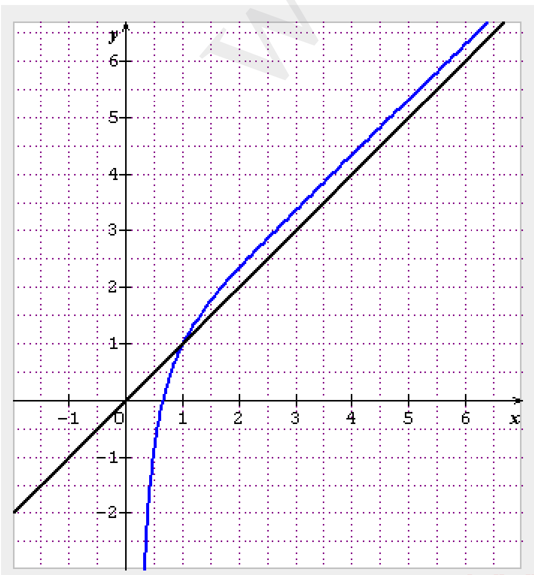
فاصلة نقطة تقاطع d مع المنحنى C هي حل المعادلة $f(x)=x$

و هذا يعني $\dfrac{\ln x}{x}=0$ أي $x=1$

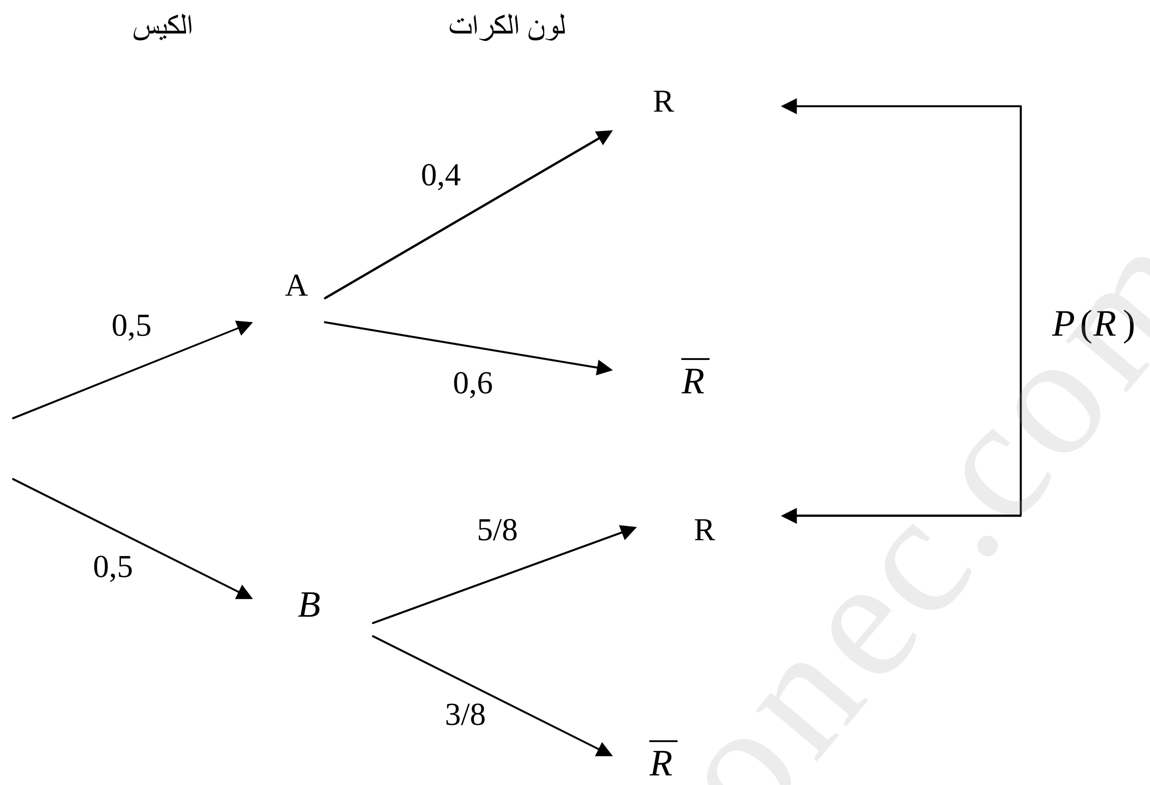
(3) (أ) h دالةأصلية للدالة f : $h'(x)=2\times\dfrac{1}{2}\ln(x)\times\dfrac{1}{x}=\dfrac{\ln x}{x}=f(x)$

(ب) حساب المساحة : $\displaystyle\int_1^e (f(x)-x)dx=\int_1^e\frac{\ln x}{x}dx=\left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^e=\frac{1}{2}UA$

(ج) إنشاء المنحنى (C) والمستقيم (D)



التمرين (4) (1)



(2) $P_A(R)$ هو احتمال سحب كرة حمراء علما أنها سحبت من الكيس A $\quad P_A(R)=\dfrac{4}{10}$

$P_B(R)$ هو احتمال سحب كرة حمراء علما أنها سحبت من الكيس B $\quad P_B(R)=\dfrac{5}{8}$

$$P(R)=P(A)\times P_A(R)+P(B)\times P_B(R)=\frac{1}{2}\times\frac{4}{10}+\frac{1}{2}\times\frac{5}{8}=0,51$$

$$\boxed{P(R)=0,51}$$

(3) احتمال أن تكون الكرة من الكيس A علما أنها حمراء هو $P_R(A)$

$$P_R(A)=\frac{P(A\cap R)}{P(R)}=\frac{P(A)\times P_A(R)}{P(R)}=\frac{\frac{1}{2}\times\frac{4}{10}}{0,51}=\frac{0,2}{0,51}=0,39$$

$$\boxed{P_R(A)\ =\ 0,39}$$

ثانوية محمد فلاح بالاخضرية — امتحان بكالوريا تجريبي في الرياضيات — السنة الدراسية 08-09

ولاية البويرة — الشعبة اقتصاد وتسيير

المدة 3 سا و 30 د

الموضـــــوع الثاني

التمرين (1)

يقترح أحمد على عمر عقدين لكراء مسكن لمدة 8 سنوات ، يدفع عمر $50000\ DA$ في السنة الأولى.

1. **في العقد الأول**: ثمن الكراء يزداد كل سنة بقيمة ثابتة $150\ DA$.

نضع : u_n ثمن الكراء للسنة n.

أ) أحسب الثمن u_2 .

ب) أكتب u_n بدلالة n، ثم أحسب u_8.

ج) أحسب ثمن الكراء لثماني سنوات.

2. **في العقد الثاني**: ثمن الكراء يزداد كل سنة بنسبة 3% :نضع : v_n ثمن الكراء للسنة n.

أ) أحسب الثمن v_2 .

ب) أكتب v_n بدلالة n، ثم أحسب v_8.

ج) أحسب ثمن الكراء لثماني سنوات.

(د) ماهو العقد الذي يختاره عمر.

التمرين الثاني

الجزء الاول :

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = 2e^x - x - 2$.

1)- أدرس تغيّرات الدالة g .

2)- بيّن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين أحدهما هو 0 و الآخر هو العدد الحقيقي α حيث $-1.6 \prec \alpha \prec -1.5$.

3)- عيّن إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

الجزء الثاني :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$.

1)- أحسب نهاية f عند $(-\infty)$ و عند $(+\infty)$.

2)- أحسب $f'(x)$ ثمّ أدرس تغيّرات الدالة f .

3)- بيّن أن : $f(\alpha) = -\frac{1}{4}(\alpha^2 + 2\alpha)$ حيث α هو العدد المعرف في الجزء الاول .

- إستنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

4)- أنجز جدول تغيّرات الدالة f .

5)- أرسم المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

التمرين (3)

اليك الجدول التالي وهو يمثل النفقات التعليمية في دولة ما بملايين الدينارات من 1990 الى 1999

السنوات	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
x_iرتبة السنة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
النفقات y_i	400	450	420	500	670	950	1080	1290	1430	1490

(1) في معلم مختار بعناية ارسم سحابة النقط $M_i(x_i,y_i)$

(2) أحسب إحداثيي النقطة المتوسطــة G علم هذه النقطة

(3) التعديل بمستقيم الاطراف :

أحسب التزايد المتوسط السنوي للنفقات ثم عين المعادلة المختصرة للمستقيم (M_0M_9)

(4)(أ)- عين G_1 النقطة المتوسطة للنقط الخمسة الاولى و G_2 النقطة المتوسطة للنقط الاخرى وعلمهما في المستوي السابق ثم استنتج المعادلة المختصرة للمستقيم (G_1G_2) . (يدور حساب المعاملين a و b الى 0,1)

(ب) أنشئ هذا المستقيم . هل النقطة G تنتمي اليه ؟

(جـ) باستعمال هذا التعديل ماهي توقعاتك للنفقات في سنة 2008 ؟

(5)(أ) ـ التعديل بالمربعات الدنيا : أكتب معادلة مستقيم الانحدار $y=ax+b$ ثم أنشئ هذا المستقيم

(ب) باستعمال هذا التعديل ماهي توقعاتك للنفقات في سنة 2008 ؟

التمرين (4)

يحتوي كيس على 20 كرة . منها 15 بيضاء (B) و 5 سوداء (N)

نسحب على التوالي كرتين بدون إرجاع الكرة الاولى الى الكيس

(1) اكتب شجرة الامكانيات والاحتمالات

(2) أحسب احتمال الحوادث التالية :

(أ) E (الكرتين بيضاويتين)

(ب) F (الكرة الاولى سوداء والكرة الثانية بيضاء)

(ج) G (الكرتين سوداويتين)

(3) ليكن X المتغير الذي قيمه عدد الكرات البيضاء المسحوبة

(أ) ما هي قيم المتغير X

(ب) ما هوقانون الاحتمال للمتغير X

(ج) أحسب الأمل الرياضياتي

ثانوية محمد فلاح بالاخضرية | **تصحيح الموضوع الثاني** البكالوريا التجريبي | الشعبة تسيير واقتصاد السنة الدراسية 08-09

التمرين (1)

العقد الاول :

أ) $u_1 = 50000$ $\quad u_2 = u_1 + 150$ ومنه $\boxed{u_2 = 50150}$

ب) $u_{n+1} = u_n + 150$ (u_n) متتالية حسابية حدها الأول u_1 و أساسها $r = 150$

$\boxed{u_n = 50000 + 150(n-1)}$ ومنه $u_8 = 50000 + 150\times 7 = 51050$ $\quad \boxed{u_8 = 51050}$

ج) ثمن الكراء لـ 8 سنوات هو مجموع 8 حدود لمتتالية حسابية $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8$

$S_1 = \dfrac{8}{2}(u_1 + u_8) = 4(50000 + 51050)$ ومنه $\boxed{S_1 = 404200}$

العقد الثاني : $v_1 = 50000$

أ) $v_2 = v_1 + v_1 \times 3\%$ ومنه $v_2 = v_1(1+3\%) = 1{,}03 v_1 = 1{,}03 \times 50000$ $\quad \boxed{v_2 = 51500}$

ب) $v_{n+1} = v_n + v_n \times 3\% = (1+3\%)v_n = 1{,}03 v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية حدها الاول v_1 وأساسها $q = 1{,}03$

$v_n = v_1 \times q^{n-1} = 50000 \times (1{,}03)^{n-1}$ ومنه $v_8 = 50000 \times (1{,}03)^7$ $\quad \boxed{v_8 \approx 61494}$

ج) ثمن الكراء لـ 8 سنوات هو مجموع 8 حدود لمتتالية هندسية $S_2 = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 + v_7 + v_8$

$S_2 = v_1\left(\dfrac{q^n - 1}{q-1}\right) = 50000\left(\dfrac{(1{,}03)^8 - 1}{1{,}03 - 1}\right)$ ومنه $\boxed{S_2 \approx 444617}$

د) بما أن $S_2 \succ S_1$ فإن عمر يختار العقد الأول

التمرين (2)

الجزء الأول : (1) تغيرات الدالة g حيث $g(x) = 2e^x - x - 2$

$\lim\limits_{x \to -\infty} g(x) = +\infty$ $\qquad \lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} x\left(2\dfrac{e^x}{x} - 1 - \dfrac{2}{x}\right) = +\infty$

من أجل كل $x \in \Re$ $\quad g'(x) = 2e^x - 1$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x = \dfrac{1}{2}$ ومنه $x = -\ln 2$

$g'(x) \succ 0 \Leftrightarrow e^x \succ \dfrac{1}{2}$ ومنه $x \succ -\ln 2$

$g'(x) \prec 0 \Leftrightarrow e^x \prec \dfrac{1}{2}$ ومنه $x \prec -\ln 2$

x	$-\infty$		-ln2		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	
g(x)	$+\infty$	↘	-1+ln2	↗	$+\infty$

(2) $g(0) = 0$ ومنه 0 هو حل للمعادلة $g(x) = 0$

الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]-\infty, -\ln 2]$ وبالتالي هي أيضا على المجال $]-1.6, \ -1.5[$

$g(-1{,}5) = -1{,}1$ $\quad g(-1{,}6) = 0{,}0056$ وبالتالي الحل الثاني $\alpha \in \,]-1.6, \ -1.5[$

(3) $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$, $\quad x=0,$

$$g(x)\succ 0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty,\alpha\right[\cup\left]0,+\infty\right[$$
$$g(x)\prec 0 \Leftrightarrow x\in\left]\alpha,0\right[$$

الجزء الثاني:

(1) $f(x)=e^{2x}-(x+1)e^{x}$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty} e^{2x}-xe^{x}-e^{x}=0 \qquad \lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty} e^{2x}\left(1-\frac{x}{e^{x}}-\frac{1}{e^{x}}\right)=+\infty$$

لأن $\lim_{x\to-\infty} xe^{x}=0$ $\qquad$ لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}=0$

(2 من أجل كل $x\in\Re$ $\quad f'(x)=2e^{2x}-e^{x}-xe^{x}-e^{x}=2e^{2x}-xe^{x}-2e^{x}$

ومنه $f'(x)=e^{x}g(x)$ وإشارة $f'(x)$ هي إشارة $g(x)$

(3) $g(\alpha)=0$ معناه $2e^{\alpha}-\alpha-2=0$ ومنه $e^{\alpha}=\frac{\alpha+2}{2}$

$$f(\alpha)=e^{2\alpha}-(\alpha+1)e^{\alpha}=\left(\frac{\alpha+2}{2}\right)^{2}-(\alpha+1)\frac{(\alpha+2)}{2}=\frac{\alpha+2}{2}\left(\frac{\alpha+2}{2}-\alpha-1\right)$$

ومنه $\boxed{f(\alpha)=-\frac{1}{4}(\alpha^{2}+2\alpha)}$

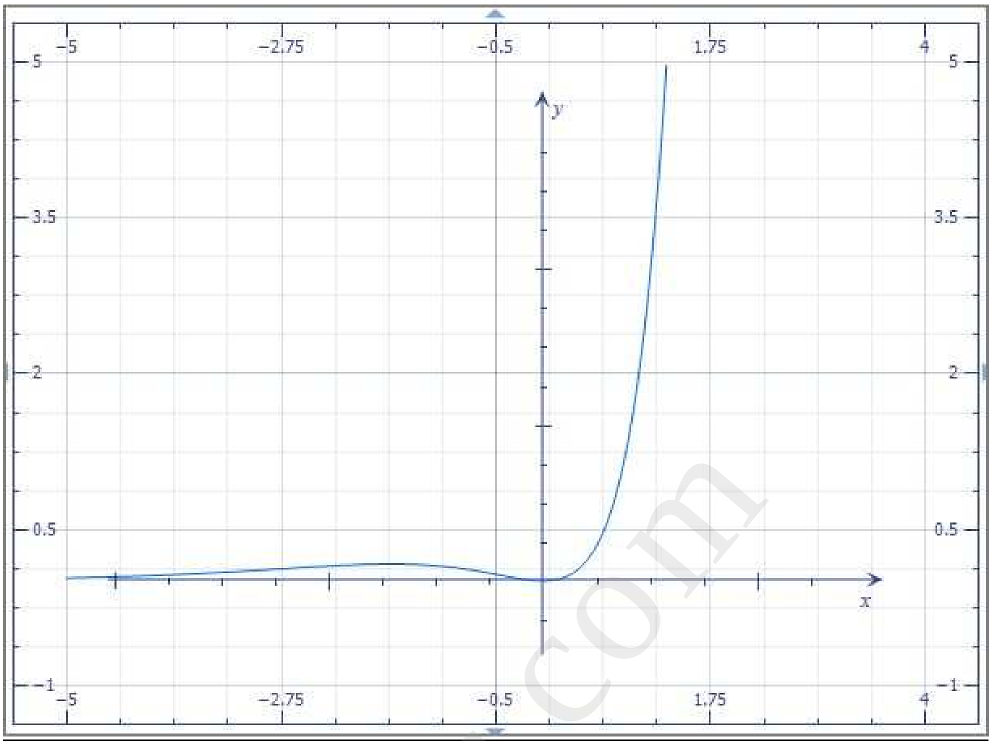
ومنه $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$ $\quad -0,95\prec\alpha^{2}+2\alpha\prec-0,44$ وبالتالي : $0,11\prec-\frac{1}{4}(\alpha^{2}+2\alpha)\prec0,23$

$$\boxed{0,11\prec f(\alpha)\prec 0,23}$$

(4) جدول التغيرات

x	$-\infty$		α		$-\ln 2$		0		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-		-	0	+	
$f(x)$	0	↗	$f(\alpha)$	↘		↘	0	↗	$+\infty$

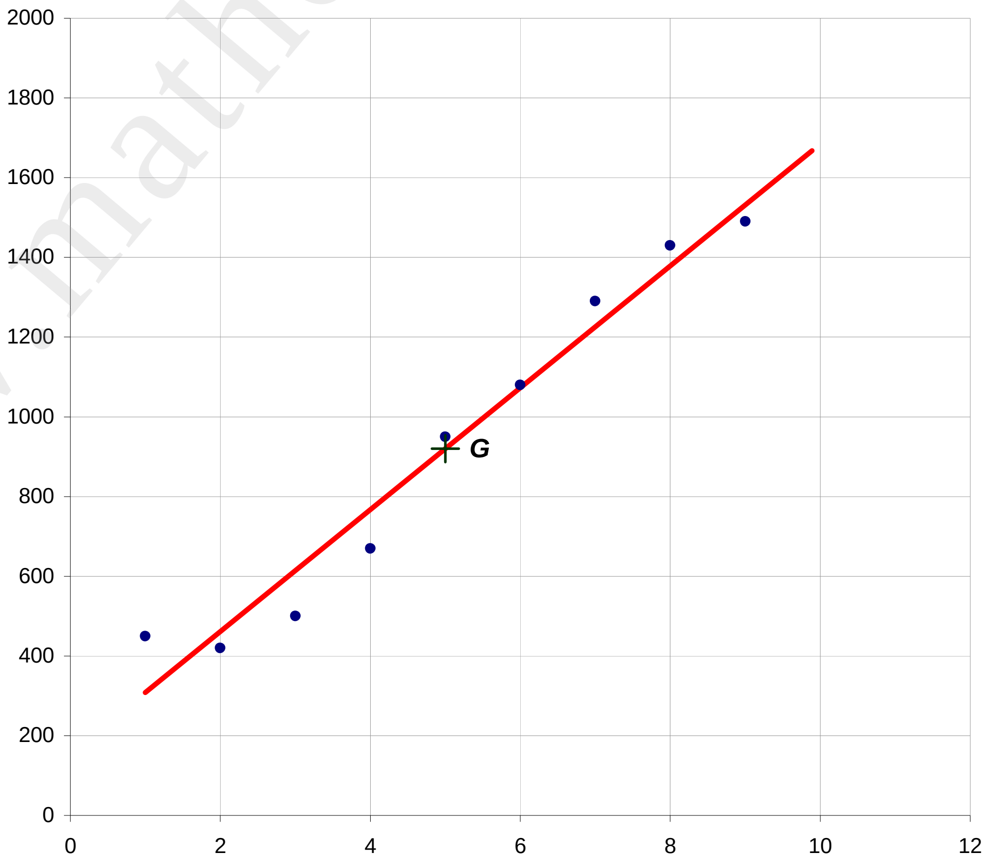
(c) التمثيل البياني



التمرين (3)

السنوات	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999
x_iالرتبة	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_iالنفقات	400	450	420	500	670	950	1080	1290	1430	1490

سحابة النقط



2) النقطة المتوسطة

$$X_G = \frac{0+1+2+3+4+5+6+7+8+9}{10} = 4{,}5$$

$$Y_G=\frac{1490+1430+1290+1080+950+670+500+420+450+400}{10}=868$$

$$\boxed{G(4.5,\quad 868)}$$

3) التعديل بمستقيم الأطراف : حساب التزايد المتوسط السنوي للنفقات $\frac{y_9-y_0}{x_9-x_0}=\frac{1490-400}{9-0}=\frac{1090}{9}=121,11$

المستقيم (M_0M_9) يمر من النقطة $M_0(0\quad,\quad 400)$ ومعادلته من الشكل $y=ax+b$

و منه المعادلة : $\boxed{y=121,11x+400}$

4) –(أ) تعيين $G_1\quad ,G_2$

$x_{G_1}=\frac{0+1+2+3+4}{5}=2$ و $y_{G_1}=\frac{670+500+420+450+400}{5}=488$ ومنه $\boxed{G_1(2,\quad 488)}$

$x_{G_2}=\frac{5+6+7+8+9}{5}=7$ و $y_{G_2}=\frac{1490+1430+1290+1080+950}{5}=1248$ ومنه $\boxed{G_2(7,\quad 1248)}$

(ب) معادلة المستقيم (G_1G_2) $a=\frac{1248-488}{7-2}=152$ والنقطة المتوسطة تنتمي إليه ومنه

$b=y_G-ax_G=868-152\times 4,5=184$ إذن $\boxed{y=152x+184}$

(ج) توقع النفقات في سنة 2008 أي الرتبة 18

$y=152(18)+184=2920$ النفقات $\boxed{y=\quad 2920}$

(5) التعديل بالمربعات الدنيا : تعيين معادلة مستقيم الانحدار (D) $y=mx+p$

$$m=\frac{\operatorname{cov}(x,y)}{v(x)}\qquad p=y_G-m\times x_G$$

$$\operatorname{cov}(x,y)=\frac{1\times 450+2\times 420+3\times 500+4\times 670+5\times 950+6\times 1080+7\times 1290+8\times 1430+9\times 1490}{10}=$$

$$\operatorname{cov}(x,y)=\quad 5058$$

$$v(x)=\frac{0+1+4+9+16+25+36+49+64+81}{10}-(4,5)^2=8,25$$

ومنه $m=613,09$ ونأخذ $m=613,1$ و $p=868-613,09\times 4,5=-1890,9$

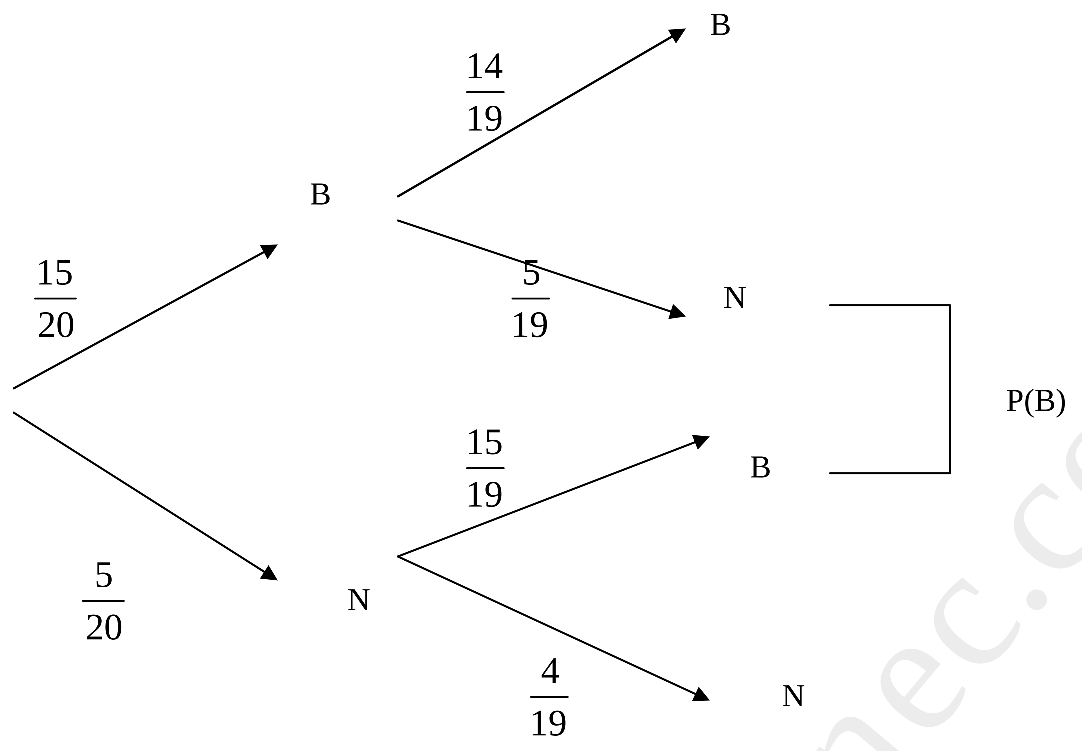
$$\boxed{y=613,1x-1890,9}$$

(ب) توقع النفقات في سنة 2008 أي الرتبة 18 $y=613,1\times 18-1890,9=9144,9$ ومنه $\boxed{y=9144,9}$

التمرين (4)

15 بيضاء B و 5 سوداء N سحب 2 على التوالي دون إرجاع

1) شجرة الإمكانيات والإحتمالات



2) - أ) الكرتان بيضاوان

$$P(E)=P(B\cap B)=P(B).P_B(B)=\frac{15}{20}.\frac{14}{19}=\frac{21}{38}$$

$$\boxed{P(E)=\frac{21}{38}}$$

ب) الأولى سوداء والثانية بيضاء

$$P(F)=P(N\cap B)=P(N).P_N(B)=\frac{5}{20}.\frac{15}{19}=\frac{15}{76}$$

$$\boxed{P(F)=\frac{15}{76}}$$

ج) الكرتان سوداوين

$$P(G)=P(N\cap N)=P(N).P_N(N)=\frac{5}{20}.\frac{4}{19}=\frac{1}{19}$$

$$\boxed{P(G)=\frac{1}{19}}$$

3) أ) X يأخذ قيم عدد الكرات البيضاء التي يمكن سحبها $X=\{0,\quad 1,\quad 2\}$

ب) قانون الاحتمال

$$p(X=0)=p(G)=\frac{1}{19}$$

$$\boxed{p(X=0)=\frac{1}{19}}$$

$$p(X=1)=P(B)=\frac{15}{20}.\frac{5}{19}+\frac{5}{20}.\frac{15}{19}=\frac{15}{38}$$

$$\boxed{p(X=1)=\frac{15}{38}}$$

$$p(X=2)=p(E)=\frac{21}{38}$$

$$\boxed{p(X=2)=\frac{21}{38}}$$

X	0	1	2
P(X)	$\frac{1}{19}$	$\frac{15}{38}$	$\frac{21}{38}$

$$\frac{1}{19}+\frac{15}{38}+\frac{21}{38}=1$$

ج) الأمل الرياضياتي :

$$E(X)=0.\frac{1}{19}+1.\frac{15}{38}+2.\frac{21}{38}=\frac{57}{38}$$

$$\boxed{E(X)=\frac{57}{38}}$$

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية وريدة مداد – الحراش– المستوى : 3ت إ

2014/2015 الاختبار الثالث في مادة: الرياضيات المدة: 03 سـاعات و نصف

الموضوع الأول

التمرين الاول: (5 نقط)

يحتوي كيس على 4 كرات حمراء و 2 سوداء لا نفرق بينها في اللمس

1) نسحب عشوائيا و بدون ارجاع كرتين من الكيس . نرمز بـ

A_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء

A_1 للحادثة :تحصلنا على كرة سوداء واحدة

A_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداوتين

احسب احتمالات هذه الحوادثA_0 ، A_1 ، A_2 .

2) بعد هذا السحب تبقى في الكيس 4 كرات. نقوم من جديد بسحب عشوائي و بدون ارجاع للكرتين. نرمز بـ :

B_0 للحادثة : لم نتحصل على اي كرة سوداء قي السحب الثاني

B_1 للحادثة : تحصلنا على كرة سوداء واحدة في السحب الثاني

B_2 للحادثة : تحصلنا على كرتين سوداويين في السحب الثاني

أ) احسب $P_{A_0}(B_0)$، $P_{A_1}(B_0)$، $P_{A_2}(B_0)$

التمرين الثاني: (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية (U_n) المعرفة بـ$U_0 = 4$ و $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$

1) بين انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n > -2$

2) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) . برر لماذا المتتالية (U_n) متقاربة.

3) نعرف متتالية (V_n) على$\mathbb{N}$كمايلي: $V_n = U_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي

أ) عين α حتى تكون المتتالية (V_n) هندسية. يطلب تعيين اساسها و حدها الاول

ب) عبر عن كل من V_n و U_n بدلالة n

ج) عين نهاية المتتالية(U_n) .

التمرين الثالث : (4 نقط)

لكن الدالة g المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $g(x)=\frac{1}{x(x^2-1)}$

1) أ / عين الاعداد الحقيقية a b c بحيث من اجل كل $x>1$ يكون :

$$g(x)=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-1}$$

ب / اوجد دالة اصلية G للدالة g على المجال $]1;+\infty[$

2) نعرف دالة f على $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{2x}{(x^2-1)^2}$

اوجد دالة اصلية F للدالة f على $]1;+\infty[$

التمرين الرابع: (7 نقط)

الجزء الاول:

gدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=e^x+x+1$

1) احسب النهايات عند اطراف مجال التعريف
2) ادرس تغيراتg و انجز جدول تغيراتها
3) بين ان المعادلة$g(x)=0$تقبل حلا وحيدا α بحيث $-2<\alpha<-1$
4) استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

الجزء الثاني:

fدالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{xe^x}{e^x+1}$

1) بين انه من اجل كل عدد حقيقي x يكون $f(x)=\frac{e^x\ g(x)}{(e^x+1)^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f
2) بين ان $f(\alpha)=\alpha+1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$
3) اكتب معادلة المماس (T)للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها 0 ثم ادرس وضعية (C_f)بالنسبة الى (T)
4) احسب نهاية الدالة fعند$+\infty$ و عند $-\infty$ثم شكل جدول تغيراتها
(يعطى $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0$) .
5) برهن ان المستقيم (D)الذي معادلته $y=x$مقارب مائل لـ (C_f)بجوار $+\infty$
   - ادرس وضعية(C_f) بالنسبة الى(D)
6) ارسم $(D),(T),(C_f)$في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

نضع $\alpha=-1.5$ و $f(\alpha)=-0.5$

الموضوع 2

التمرين 1 6ن

1) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة $\mathrm{g(x)} = x^3 - 3x - 3$

أ. أدرس تغيرات الدالة g على $\mathbb{R}$.

ب. بين أن المعادلة $\mathrm{g(x)} = 0$ لها حل وحيد α حيث : $2 < \alpha < 3$.

ج. عين إشارة $\mathrm{g(x)}$ على $\mathbb{R}$.

2) f دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ بالعبارة $\mathrm{f(x)} = \frac{2x^3+3}{x^2-1} + 1$

أ. تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ $\mathrm{f'(x)} = \frac{2x \times g(x)}{(x^2-1)^2}$

حيث f' هي الدالة المشتقة للدالة f .

ب. إستنتج اتجاه تغير f على $\mathbb{R} - \{-1,1\}$ ثم شكل جدول التغيرات .

ج. بين أن المستقيم ذا المعادلة $\mathrm{y = 2x + 1}$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) ثم ادرس الوضع النسبي لهذا المستقيم بالنسبة إلى (C_f) .

د. أوجد فواصل النقط من (C_f) التي يكون فيها المماس موازيا للمستقيم المقارب المائل .

ه. ارسم (C_f) و المستقيمات المقاربة ($\alpha = 2.2$ $f(\alpha) = 7.6$) .

التمرين 2 : 4 ن

أعطت نتائج دراسة حول منتوج مستهلك السلسلة الإحصائية (x_i, y_i) التالية

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
الرتبة i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y_iبالألاف	25.4	26.8	31.1	28.0	33.2	32.0	32.2	37.2	39.3	47.7

1) مثل سحابة النقط للسلسلة (x_i, y_i) في معلم متعامد و متجانس ($1cm$ يمثل "سنة " على محور الفواصل و $1\mathrm{cm}$ يمثل " ألف " على محور التراتيب) .

2) أ) هل التعديل التألفي مبرر ؟

ب) عين النقطة المتوسطة G .

3) أكتب المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار (Δ) .

4) بتداءا من أي سنة يمكن الحصول على ضعف منتوج السنة 2005 .

التمرين 3 : 4ن

ليكن $P(x)$ كثير الحدود للمجهول الحقيقي x حيث :

$$P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$$

1) عين قيم الأعداد الحقيقية a ، b ، c حيث :

$$P(x) = (x-1)(ax^2 + bx + c)$$

2) حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $P(x) = 0$ ثم المتراجحة $P(x) > 0$

3) استنتج حلول المعادلة : $2(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 2(\ln x) + 3 = 0$

$$2e^{3x} - 3e^{2x} - 2e^{x} + 3 > 0$$

التمرين 4 : 6ن

اختر الجواب الصحيح بين الأجوبة المقترحة لكل سؤال :

1) العدد $e^{3\ln 2 - \ln\frac{1}{4}}$ يساوي :

أ) $\frac{3\ln 2}{\ln\frac{1}{4}}$ ، ب) 32 ، ج) $e^{3\ln\left(2-\frac{1}{4}\right)}$

2) من أجل $x > 0$ ، $\left(e^{4\ln x}\right)'$ يساوي

أ) $4x^3$ ، ب) $e^{4\ln x}$ ، ج) $\frac{4}{x}$

3) مجموعة تعريف D للدالة f حيث $f(x) = -\frac{x}{2} + \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$:

أ) $D =]1, +\infty[$ ، ب) $D = \mathbb{R}^*$ ، ج) $D =]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[$

ب) $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} (3 - x^2 - 2\ln x)$ تساوي: أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 3

4) حل المعادلة $\ln(x+1)^2 = 4$ في $\mathbb{R}$ هو :

أ) $x_1 = e^2 + 1$, $x_2 = e^2 - 1$ ب) $x_1 = e^2 - 1$ ، $x_2 = -1 - e^2$

5) مشتقة الدالة f المعرفة من أجل كل عدد حقيقي x بـ $f(x) = \ln(x^2+1) - x$ معرفة بـ :

أ) $f'(x) = \frac{1}{x^2+1} - 1$ ب) $f'(x) = \frac{-x^2+2x-1}{x^2+1}$ ج) $f'(x) = 1 - \frac{x}{(x+1)^2}$

6) $\int_0^1 \left[1 - \frac{2e^x}{1+e^x}\right] dx$ يساوي :

أ) $2e + 1$ ، ب) $1 + \ln(1+e)$ ، ج) $1 - 2\ln(1+e) + 2\ln 2$

انتهى و بالتوفيـــــــق

المستوى: الثالثة ثانوي (تسيير واقتصاد) /3ASGE	ماي 2017
امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات	المدة:03سا00

الموضوع الاول

التمرين الاول:(4ن)

$f(x)$ كثير حدود معرف على R بـــ : $f(x)=x^3+2x^2-5x-6$

1) بين ان $\alpha=2$ جذر لكثير الحدود $f(x)$

2)عين الاعداد الحقيقية $c;b;a$ حيث من اجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

3) حل في R المعادلة $f(x)=0$

4) استنتج حلول المعادلة : $\ln^3 x+2\ln^2 x-5\ln x-6=0$.

ثم حل المعادلة : $e^{3x}+2e^{2x}-5e^x-6=0$

التمرين الثاني :(5ن)

يمثل الجدول التالي النسبة المئوية في زيادة المنتوج من سنة 2003 الى سنة 2007

السنة x_i	1990	1991	1992	1993	1994
نسبة النجاح	1	1.05	1.25	1.45	1.5

1. ا) مثل سحابة النقط الموافقة للسلسلة الاحصائية $M_i(x_i;y_i)$

ب)هل يمكن تسوية سحابة النقط السابقة بتعديل خطي ؟ برر اجابتك

2. بوضع $z_i=\ln y_i$ من اجل $i\in\{1;2;3;4;5\}$ (تدور النتائج الى 10^{-2})

ا)انقل الجدول التالي على ورقة الاجابة ثم اكمله

x_i	1990	991	1992	1993	1994
$z_i=\ln y_i$					

ب)مثل سحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$ في معلم متعامد اخر مبدؤه $o(1990;0)$

ج)جد احداثيتي النقطة المتوسطة G لسحابة النقط $M'_i(x_i;z_i)$ ؟

د) اكتب معادلة مستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا للسلسلة $(x_i;z_i)$

3)ا) تحقق ان : $y=e^{0,397x-790,748}$

التمرين الثالث(4ن):

أ) (U_n) متتالية هندسية اساسها $q\succ 0$ وحدها الاول $U_0=2$ ومن اجل كل عدد طبيعي n : $U_0+U_1+U_2=\frac{7}{2}$

بين ان اساس المتتالية هو : $q=\frac{1}{2}$ ثم استنتج U_n بدلالة n

ب) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة على N كما يلي : $V_n=\ln U_n$

1. اثبت ان (V_n) متتالية حسابية يطلب تعين اساسها r وحدها الاول V_0
2. اكتب عبارة الحد العام V_n بدلالة n

التمرين الرابع(7ن):

الجزء الاول: لتكن الدالة g المعرفة على R كما يلي :

$$g(x)=(3-2x)e^x+2$$

1) ادرس تغيرات الدالة g

2) بين ان المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]1,68;1,69[$

3) استنتج اشارة $g(x)$

الجزء الثاني: نعتبر الدالة f المعرفة على R كما يلي : $f(x)=\frac{e^x+4x-1}{1+e^x}$

(c_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب الي معلم متعامد ومتجانس $(0,\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$
2. بين انه من اجل كل عدد حقيقي x فان $f'(x)=\frac{2\times g(x)}{(1+e^x)^2}$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f
3. بين ان $f(\alpha)=4\alpha-5$ ثم استنتج حصرا لـــ $f(\alpha)$
4. بين ان المنحنى (c_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) معادلته $y=4x-1$ بجوار $+\infty$
5. ادرس وضعية المنحنى (c_f) بالنسبة الى (Δ)
6. ارسم المحنى (c_f) والمستقيم (Δ).

بالتوفيق