الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية البيض | ثـــــانوية الشلالـــــة
امتحان : بكالوريا التجريبي | دورة مــــاي 2018
الشعبة : تسيير و اقتصاد | يـــوم: 21. 05. 2018

اختبار في مادة الرياضيات | المدة : ثلاث ساعات و نصف

## على الطالب ان يختار أحد الموضوعين التاليين

## الموضوع الاول :

### التمرين الأول(04ن):

يمثل الجدول التالي عدد المشتركين في مجلة تعليمية خلال 6 سنوات ( العدد بالالاف ) :

| السنة | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| الرتبة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| عدد المشتركين بالالاف $y_i$ | 20 | 30 | 43 | 63 | 92 | 135 |

1. مثّل سحابة النقط $M_i(x_i, y_i)$ ( 1cm لكل سنة و 1cm لكل 10 الاف مشترك)
2. هل يمكن القيام بتسوية خطية ؟ برر اجابتك
3. لنضع : $z_i = \ln y_i$ أكمل الجدول التالي ( تعطى النتائج مدورة إلى $10^{-2}$ ):

| الرتبة $x_i$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $z_i = \ln y_i$ | .......... | .......... | .......... | .......... | .......... | .......... |

أ- أنشئ سحابة النقط $M_i(x_i; z_i)$

ب- أوجد النقطة $G(\bar{x}, \bar{z})$ ثم علّمها .

ت- بيّن انّ معادلة مستقيم الانحدار معادلته : $z = 0.38x + b$ حيث b عدد حقيقي يطلب تعيينه .

ث- أثبت انّ عدد المشتركين y يمثل بعلاقة من الشكل $y = ke^{0.38x}$ ( يعطى k مدور الى الوحدة )

ج- بفرض أنّ عدد المشتركين يتزايد بنفس الوتيرة ، ماهي السنة التي يبلغ فيها عدد المشتركين مليون مشترك .

### التمرين الثاني (04):

نعتبر المتتالية $(u_n)$ معرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة : $u_{n+1} = \frac{1}{16}u_n + \frac{15}{16}$ و $u_0 = 2$ .

1. برهن بالتراجع انّه من اجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$ .
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ ، ثم استنتج انّها متقاربة .
3. لتكن $(v_n)$ متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعبارة : $v_n = u_n - 1$ .

أ- بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- أكتب عبارة $v_n$ بدلالة n ثم استنتج عبارة $u_n$ .

ج- أحسب نهاية المتتالية $(u_n)$ .

4. احسب المجموع : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

## التمرين الثالث : (04ن)

اختر الإجابة الصحيحة في كل حالة مبررا اختيارك :

1. A و B حادثتان مستقلتان . إذا كان : $P(A \cap B) = 0.0125$ و $P(B) = 0.05$ فإنّ :
   أ- $P(A) = 0.0006$ ب- $P(A) = 0.25$ ج- $P(A) = 0.93$
2. A و B حادثتان . إذا كان : $P_A(B) = \frac{3}{5}$ و $P(A) = \frac{2}{5}$ فإنّ :
   أ- $P(A \cap B) = \frac{6}{25}$ ب- $P(A \cap B) = \frac{3}{25}$ ج- $P(A \cap B) = \frac{2}{25}$
3. A و B حادثتان . إذا كان : $P(A) = 0.2$ و $P(A \cap B) = 0.1$ و $P(\overline{A \cup B}) = 0.6$ فإنّ :
   أ- $P\ (B) = 0.1$ ب- $P(B) = 0.3$ ج- $P(B) = 0.6$
4. الجدول التالي يعرّف قانون احتمال تجربة عشوائية :

| $x_i$ | 1 | 2 | $\alpha$ | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $P(X = x_i)$ | 0.2 | 0.4 | $\beta$ | 0.3 |

قيمتا $\alpha$ و $\beta$ حتى يكون الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي X يساوي 2.5 هما :

أ- $\alpha = 3\ ;\ \beta = 0.01$ ب- $\alpha = 3\ ;\ \beta = 0.1$ ج- $\alpha = 1\ ;\ \beta = 0.2$

## التمرين الرابع (08ن):

I. لتكن g دالة عددية معرفة على $]0, +\infty[$ بجدول تغيراتها و بالعبارة : $g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln x$ .

1. أدرس اتجاه اغير الدالة g على المجال $]0, +\infty[$ .
2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ من اجل كل x من $]0, +\infty[$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بمايلي : $f(x) = 3 - 3x + 2(x+1)\ln x$ .

وليكن ( C ) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(0; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ ( الوحدة 2cm )

1. أحسب $\lim\limits_{x \to 0} f(x)$ ثم فسّر النتيجة هندسيا .
2. أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ .
3. بيّن انّ الدالة المشتقة للدالة f هي : $f'(x) = g(x)$ .
4. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .
5. بيّن انّ النقطة $I(1; 0)$ نقطة انعطاف للمنحنى ( C ) ثم اكتب معادلة المماس للمنحنى ( C ) عند I .
6. أنشئ في نفس المعلم المنحنى ( C ) و و المماس .

III. 1. بيّن انّ الدالة : $H(x) = \left(\frac{1}{2}x^2 + x\right)\ln x - \frac{1}{4}x^2 - x$ هي دالة أصلية للدالة : $x \to (x+1)\ln x$

2. أحسب بـــ $Cm^2$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى ( C ) و المستقيمين x=1 و x=2 ومحور الفواصل .

**انتهى الموضوع الاول**

## الموضوع الثاني :

### التمرين الأول : (04ن)

يمثل الجدول التالي عدد السيارات ( بالآلاف) لأحد وكالات استيراد السيارات بين سنتي2002 و 2009.

| السنة | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 | 2006 | 2007 | 2008 | 2009 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_i$رتبة السنة | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| $y_i$عدد السيارات(بالآلاف) | 4,5 | 4,9 | 5,5 | 5,2 | 5,7 | 6 | 6,8 | 7,4 |

1. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية ( $M_i\ (x_i\ ;\ y_i)$ في معلم متعامد.
( على محور الفواصل 2 cm تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب 1 cm يمثل ألف سيارة )
2. عين إحداثيتي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها.
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل: $y = 0{,}38\ x + 4$
4. باستعمال التمثيل الخطي السابق عين عدد السيارات ألتي تستورد سنة 2020 .

### التمرين الثاني : (04 ن)

**I.** في سنة 1999 أنتج مصنع أحذية 20000 زوج من الأحذية من نوع A. ثم بدأ في تخفيض إنتاجه بـ 2500 زوج كل سنة حتى أصبح إنتاج النوع Aمنعدما.

نسمي $u_0$ كمية الإنتاج في سنة 1999 و $u_n$ كمية الإنتاج في سنة 1999+n

1. بيّن أنّ $u_1 = 17500$ ثم أحسب $u_2$
2. بيّن أنّ $(u_n)$ متتالية حسابية و عيّن أساسها ثم عبّر عن $u_n$ بدلالة n .
3. في أي سنة انعدم إنتاج النوع $A$ .
4. أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع A التي أنتجت من سنة 1999 إلى سنة 2007.

**II.** في سنة 1999 بدأ نفس المصنع في صناعة نوع جديد من الأحذية نرمز له بالرمز B، حيث بلغ إنتاج هذا النوع في هذه السنة 11000 زوج ,و كمية الإنتاج لهذا النوع ( النوع B) كان يزيد كل سنة بنسبة 8%.

نسمي $v_0$ كمية الانتاج في السنة 1999 و $v_n$ كمية الانتاج في السنة 1999 + n .

**1)** بيّن أنّ $v_1 = 11880$ ، ثم أحسب $v_2$ (تدوّر النتائج الى الوحدة).

**2)** بيّن أنّ $(v_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها ، عبّر عن $v_n$ بدلالة n.

**3)** أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع B التي أنتجت سنة 2007.

**4)** أحسب عدد أزواج الأحذية من النوع B التي أنتجت ابتدءا من سنة 1999 إلى غاية 2007.

## التمرين الثالث (04ن):

صندوق $U_1$ يحوي 5 كرات بيضاء و 4 سوداء و صندوق $U_2$ يحوي 3 كرات بيضاء و 6 سوداء (الكرات متماثلة و لا يمكن التمييز بينهم عند اللمس )

نرمي قطعة نقدية متوازنة مرة واحدة ، إذا ظهر الوجه (F) نسحب عشوائيا كرة من الصندوق $U_1$ و إلا نسحب عشوائيا كرة ن الصندوق $U_2$ .

يرمز بــ F الى حادثة "الحصول على وجه" و بــ B بحادثة الحصول على" الكرية المسحوبة بيضاء"

1. أحسب احتمال الحصول على الوجه F.
2. أحسب $P_F(B)$ و استنتج $P_F(\overline{B})$ .
3. أحسب $P_{\overline{F}}(B)$ و استنتج $P_{\overline{F}}(\overline{B})$ .
4. شكل شجرة الاحتمالات المناسبة لهذه الوضعية .
5. استنتج $P(B)$ .

## التمرين الرابع : (08ن)

### الجزء الاول :

f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $f(x) = (2-5x)e^{-x} + 2$ و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ ( الوحدة 2cm)

1. أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$ .
2. أحسب الدالة المشتقة للدالة f ، ثم استنتج اتجاه تغيرها .
3. شكل جدول تغيرات الدالة f .
4. أكتب معادلة للمماس $(\Delta)$ عند النقطة التي فاصلتها 0.
5. مثّل المنحنى $\left(C_f\right)$ على المجال $[0;6]$ .

### الجزء الثاني :

مؤسسة صناعية تنتج يوميا كمية q مقدرة بالطن من منتوج بكلفة هامشية $C_m$ ( مقدرة بملايين الدنانير)

معرفة على المجال $[0;6]$ بـ : $C_m(q) = (2-5q)e^{-q} + 2$ .

1. عيّن الكمية التي تنتج يوميا بأقل كلفة هامشية ثم حدد هذه الكلفة الهامشية .
2. نرمز بالرمز $C_T(q)$ للكلفة الاجمالية للانتاج و نذكر أنّ : $C'_T(q) = C_m(q)$
   أ- تحقق انّ : $C_T(q) = (5q+3)e^{-q} + 2q + k$ ثم عيّن k إذا علمت انّ : $C_T(0) = 2$ .
   ب- ماهي الكلفة الاجمالية لانتاج 2 طن يوميا ؟
3. أ- عيّن عبارة دالة الكلفة المتوسطة على المجال $[0;6]$ .
   ب- احسب الكلفة المتوسطة لانتاج 2 طن يوميا .

**انتهى الموضوع الثاني**