على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول :

التمرين الأول :(03 نقاط)

– أجب بصحيح أو خطأ :

1)– حجم المجسم المولد بالدوران حول محور الفواصل للتمثيل البياني للدالة f المعرفة على المجال $[1,e]$ بـ : $f(x)=\dfrac{2(Lnx)^2}{\sqrt{x}}$ هو : $V=\dfrac{4\pi}{5}uv$ ؟

2)– $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{2023}{x}\right)^x=\dfrac{1}{2023}$

3)– من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $1+3^{\frac{1}{2}}+3+3^{\frac{3}{2}}+......+3^{\frac{n}{2}}=\dfrac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$

4)– (U_n) و (V_n) متتاليتان عدديتان معرفتان على $\mathbb{N}^*$ بـ : $U_n=\dfrac{1}{2}-\dfrac{e}{n}$ ، $V_n=Ln\sqrt{\dfrac{3}{n}+e}$.

المتتاليتان (U_n) و (V_n) متجاورتان ؟

التمرين الثاني:(05 نقاط)

I)–1)– ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة كل من : 2^n ، 3^n على 11 .

2)– n عدد طبيعي ، α عدد صحيح ، نضع : $A_\alpha=2023^{2n+1}+\alpha\times4^{5n+1}$

أ)– تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $A_{1444}\equiv0[11]$.

بـ)– عين الأعداد الصحيحة α التي من اجلها A_α يقبل القسمة على 11 من أجل كل عدد طبيعي n .

جـ)– أوجد قيم العدد الطبيعي t بحيث : $1443^t+1444^t\equiv0[11]$.

II)– نضع في علبة بطاقات مرقمة ببواقي قسمة العدد 2^n على 11 ، نسحب من العلبة 3 بطاقات على التوالي وبدون إرجاع

لتكن الحادثتان التاليتان : A البطاقات المسحوبة تحمل أرقاماأولية ، B البطاقات المسحوبة تحمل أرقاما فرديا

1)– أحسب احتمال الحوادث : A ، B ، $A \cap B$. استنتج احتمال الحادثة : $A \cup B$.

2)– أحسب احتمال سحب بطاقة تحمل رقما أوليا علما أنه فردي .

3)– ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل عملية سحب عدد البطاقات التي تحمل رقما أوليا المتبقية في العلبة

– عرف قانون إحتمال X ثم أحسب أمله الرياضياتي .

التمرين الثالث:(05 نقاط)

1)– $P(z)$ كثير حدود للمتغير المركب z حيث : $P(z)=z^3-4z^2+8z-8$

أ)– تحقق أن 2 هو جذرل $P(z)$. ب)– حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة : $P(z)=0$.

2)– في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{u},\vec{v})$ ، لتكن النقاط : A ، B و C تحقق لواحقها على الترتيب :

$z_A=2$ ، $z_B=1+i\sqrt{3}$ و $z_C=1-i\sqrt{3}$.

أ)– أكتب كل من و z_B ، z_C و $\frac{z_B}{z_C}$ على الشكل الأسي . ب)– عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون العدد $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقيا .

جـ)– بين أنه من أجل كل عدد طبيعي فردي n : $z_B^{3n}+z_C^{3n}+2^{3n+1}=0$

د)– علم النقاط : A ، B و C ، ماهي طبيعة الرباعي $OBAC$ ؟

3)– M و M' نقطتان من المستوي ذات اللاحقتان : z و z' على الترتيب حيث : $z'=\frac{z_A\times\overline{z}-z_C}{\overline{z}-z_C}$

أ)– لتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $(z-z_B)(\overline{z}-z_C)=1$ ، عين ثم أنشئ (E) .

ب)– تحقق أن : $z'=z_A+\frac{z_C}{\overline{z}-z_C}$

جـ)– بين أنه عندما تمسح النقطة M المجموعة (E) فإن النقطة M' تمسح دائرة (C) يطلب تعيين عناصرها .

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I)– الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(2x^2-5x+4)e^{x-2}+1$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		+	0	-	0	+	
$g(x)$	....	↗	$7e^{-\frac{5}{2}}+1$	↘	......	↗	....

(C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 1cm$

1)– أنقل ثم أكمل جدول تغيرات الدالة g ، استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$. **2**)– تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)-1 \succ 0$

3)– برهن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x)-1 = 2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2}$.

4)– أحسب : $S = \int_1^2 (g(x)-1)dx$ ، فسر هذه النتيجة بيانيا .

II)– لتكن الدالة f المعرفة على $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ بـ : $f(x) = \left(\frac{2x-3}{x-1}\right)(e^{x-2}+1)$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)– أ)– أحسب : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ <}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ، فسر هذه النتائج بيانيا. ب)– أحسب : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2)– أثبت أنه من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-1)^2}$ ، استنتج اتجاه الدالة f على D_f . شكل جدول تغيراتها .

3)– أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 2$.

4)– أحسب : $f(0)$ ، $f\left(\frac{3}{2}\right)$ ، ثم أنشئ (T) و (C_f) .

III)– لتكن الدالة h المعرفة على $D_h = \mathbb{R} - \{-1,1\}$ بـ : $h(x) = \left(\frac{2|x|-3}{|x|-1}\right)(e^{|x|-2}+1)$.

(C_h) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1)– أثبت أن الدالة h دالة زوجية . 2)– اشرح كيفية إنشاء (C_h) إنطلاقا من (C_f) .

3)– أنشئ (C_h) . (استعمل الألوان للتوضيح)

الموضوع الثاني

التمرين الأول :(04 نقاط)

I)– 1)– أوجد D_{119} مجموعة القواسم الطبيعية للعدد 119 .

2)– أوجد الثنائيات (a,b) من $(\mathbb{N}^*)^2$ حيث : $\begin{cases} PGCD\,(a,b) = 17 \\ PPCM\,(a,b) = 2023 \end{cases}$

II)– لتكن في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة : $289x - 34y = 2023......(E)$

1)– أوجد $PGCD\,(289,34)$ ، ثم استنتج أن المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

2)– بين أنه إذاكانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (E) فإن y مضاعف للعدد 17 . ثم استنتج في $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (E).

3)– أوجد الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $x^2 - y \le 52$

III)– n عددطبيعي فردي ، باقي قسمته على 17 هو 16 ، فما هو باقي قسمته على 34 ؟

التمرين الثاني:(04 نقاط)

1)– في ألعاب البحر المتوسط التي إحتضنها ولاية وهران (بالجزائر) في جوان 2022 ، تحصلت الجزائر في رياضة الملاكمة على :

7 ميداليات ذهبية ، 4 ميداليات فضية و ميدالية واحدة برونزية . وضعت هذه الميداليات في صندوق

– نسحب من الصندوق ميداليتين في آن واحد . نعتبر اللعبة التالية : يربح لاعب **20DA** عند سحب ميدالية ذهبية ، يربح **10DA**عند سحب ميدالية فضية و يخسر **10DA** عند سحب ميدالية فضية

– ليكن المتغير العشوائي X الذي يمثل ربح أو خسارة اللاعب ، عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ، ثم أحسب أمله الرياضياتي

2)– بعد نجاح رياضة الملاكمة في الجزائر ترشح للمشاركة في ألعاب البحر المتوسط التي ستقام بفرنسا : 20 ملاكمة (إناث) من بينهم الملاكمة : إيمان خليف و 18 ملاكم (ذكور)من بينهم الملاكم :بن قاسمية محمد .

تم اختيارمجموعة مكونة من ثلاث ملاكمين للمشاركة في هذه التظاهرة الرياضية

– احسب احتمال الحوادث التالية : A : المجموعة تضم ثلاث ذكور. B : المجموعة تضم ذكر وأنثيين .

C : المجموعة تضم إيمان أو محمد .

D : المجموعة تضم ثلاث إناث ولاتضم الملاكمة إيمان بعد ما تم إقصائها نهائيا من المنافسة .

الموضوع الثاني

التمرين الثالث:(05 نقاط)

I)- لتكن المتتالية (U_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{9U_n + 2}{U_n + 8} \end{cases}$

1)- أ)- تحقق أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1} = 9 - \frac{70}{U_n + 8}$

ب)- باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le U_n \le 2$.

جـ)- أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$. هـ)- استنتج مما سبق أن المتتالية (U_n) متقاربة .

2)- أ)- أثبت أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 - U_{n+1} \le \frac{7}{8}(2 - U_n)$.

بـ)- استنتج أنه من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \le 2 - U_n \le \frac{3}{2}\left(\frac{7}{8}\right)^n$ ، ثم أحسب : $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

II)- لتكن المتتالية (V_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$

1)- أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول V_0 .

2)- أكتب بدلالة عبارة n الحدالعام V_n ثم U_n. 3)- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ ، ثم استنتج للمرة الثانية حساب $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$.

4)- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث :

$$S_n = U_0(V_0 - 1) + 10U_1(V_1 - 1) + 10^2U_2(V_2 - 1) + \dots\dots\dots + 10^nU_n(V_n - 1)$$

التمرين الرابع:(07 نقاط)

I)- a و b عددان حقيقيان موجبان تماما ، باستعمال المساواة : $Ln(a \times b) = Ln(a) + Ln(b)$ أثبت أن :

$$\ln\sqrt{a} = \frac{1}{2}Ln(a)$$

II)-لتكن الدالة g المعرفة على المجال $D_g =]1, +\infty[$ بـ : $g(x) = Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}} + \frac{1}{2}$

1)- أحسب : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ >}} g(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.

2)– أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها على D_g .

3)– أحسب $g(3)$ ، ثم استنتج إشارة $g(x)$ على D_g .

III)– لتكن الدالة f المعرفة على المجال $D_f=[1,+\infty[$ بـ : $f(x)=\begin{cases}(x-1)Ln\sqrt{\dfrac{x-1}{2e}} & ; x\succ 1\\ 0 & ; x=1\end{cases}$.

(C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)– أحسب : $\lim\limits_{x \underset{\succ}{\to} 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$. ماذا تستنتج ؟ فسر هذه النتيجة بيانيا . 2)– أحسب : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3)– أثبت أنه من أجل كل x من $]1,+\infty[$: $f'(x)=g(x)$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f على D_f .

4)– أ)– أثبت أن (C_f) يقطع حامل محور الفواصل عند نقطة A فاصلتها α حيث : $\alpha\succ 1$ يطلب تعيينها .

بـ)– أكتب معادلة المماس (T) عند النقطة A . جـ)– أنشئ (T) و (C_f) .

5)– لتكن الدالة h المعرفة على المجال $D_h=[1,+\infty[$ بـ : $h(x)=-f(x)$

– اشرح كيفية إنشاء (C_h) التمثيل البياني للدالة h إنطلاقا من (C_f) . ثم أنشئ (C_h) في نفس المعلم السابق .

6)– أ)– تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{1\}$: $\dfrac{x^2-2x}{x-1}=x-1-\dfrac{1}{x-1}$ ، ثم أحسب : $\int_2^{\alpha}\dfrac{x^2-2x}{x-1}dx$

بـ)– أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) و محور الفواصل و المستقيمين الذي معادلتهما : $x=2$ ، $x=\alpha$.

(استعمل التكامل بالتجزئة)

جـ)– استنتج حساب مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : (C_f) و (C_h) و المستقيمين الذي معادلتهما : $x=2$ ، $x=\alpha$.

بالتوفيق و النجاح في شهادة بكالوريا 2023 الأستاذة : بن زادي

الإجابـــــة النموذجية + سلـــم التنقيط :

المــــــوضوع الأول :

التمرين الأول :(03 نقاط):

1)- $V=\pi\int_1^e (f(x))^2dx\ uv=\pi\int_1^e \frac{4(Lnx)^4}{x}dx\ uv$ هو : $V=\frac{4\pi}{5}uv$ ؟

$V=4\pi\left[\frac{(Lnx)^5}{5}\right]_1^e uv=\frac{4\pi}{5}uv$ و منه : الإجابة صحيحة .... (0.5ن)

2)- من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x لدينا : $\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=e^{xLn\left(1+\frac{2023}{x}\right)}$

نضع : $t=\frac{1}{x}$ ، $x\to+\infty$ ، $t\to 0$.

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=\lim_{t\to0}e^{\frac{Ln(1+2023t)}{t}}=\lim_{t\to0}e^{2023\times\frac{Ln(1+2023t)}{2023t}}$$

بما أن : $\lim_{X\to0}\frac{Ln(1+X)}{X}=1$ و منه : $\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2023}{x}\right)^x=e^{2023}$ و منه : الإجابة خاطئة....................... (01ن)

3)- نضع من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_n=\left(\sqrt{3}\right)^n$. (U_n) متتالية هندسية أساها $q=\sqrt{3}$ و حدها الأول $U_0=1$.

$$S_n=U_0+U_1+U_1+.......+U_n=\frac{1}{1-\sqrt{3}}\left[1-\left(\sqrt{3}\right)^{n+1}\right]$$

$S_n=\left(\frac{1+\sqrt{3}}{1-3}\right)\left[1-3^{\frac{n+1}{2}}\right]=\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(3^{\frac{n+1}{2}}-1\right)}{2}$ و منه : الإجابة صحيحة...................... (0.5ن)

4)- من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $U_{n+1}-U_n=\frac{e}{n(n+1)}\succ 0$ و منه : (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}^*$.

من أجل كل n من $\mathbb{N}^*$: $n+1\succ n$ ، $\frac{1}{n+1}\prec\frac{1}{n}$ ، $\frac{3}{n+1}+e\prec\frac{3}{n}+e$ ، $\sqrt{\frac{3}{n+1}+e}\prec\sqrt{\frac{3}{n}+e}$

و منه $Ln\sqrt{\frac{3}{n+1}+e} \prec Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e}$: $V_{n+1} \prec V_n$ ، أي أن (V_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}^*$.

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} Ln\sqrt{\frac{3}{n}+e} = Ln\sqrt{e} = \frac{1}{2} \\ \lim\limits_{n\to+\infty} Ln\left(\frac{1}{2}-\frac{e}{n}\right) = \frac{1}{2} \end{cases}$$ و منه : $\lim\limits_{n\to+\infty}(U_n - V_n) = 0$

و منه :المتتاليتان (U_n) و (V_n) متجاورتان الإجابة صحيحة .... (01ن)

التمرين الثاني :(05 نقاط):

I)- 1)- $2^0 \equiv 1[11]$ ، $2^1 \equiv 2[11]$ ، $2^2 \equiv 4[11]$ ، $2^3 \equiv 8[11]$ ، $2^4 \equiv 5[11]$ ، $2^5 \equiv 10[11]$ ،
$2^6 \equiv 9[11]$ ، $2^7 \equiv 7[11]$ ، $2^8 \equiv 3[11]$ ، $2^9 \equiv 6[11]$ ، $2^{10} \equiv 1[11]$ . ... (0.5ن)

بواقي قسمة 2^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها $p = 10$.

$k \in \mathbb{N}$	$10k+9$	$10k+8$	$10k+7$	$10k+6$	$10k+5$	$10k+4$	$10k+3$	$10k+2$	$10k+1$	$10k$	$n =$
$[11]$	6	3	7	9	10	5	8	4	2	1	$2^n \equiv$

$3^0 \equiv 1[11]$ ، $3^1 \equiv 3[11]$ ، $3^2 \equiv 9[11]$ ، $3^3 \equiv 5[11]$ ، $3^4 \equiv 4[11]$ ، $3^5 \equiv 1[11]$ . ... (0.5ن)

بواقي قسمة 3^n على 11 تشكل متتالية دورية دورها $p' = 5$.

$k \in \mathbb{N}$	$5k+4$	$5k+3$	$5k+2$	$5k+1$	$5k$	$n =$
$[11]$	4	5	9	3	1	$3^n \equiv$

2)- أ)- لدينا : $2023 \equiv 10[11]$ أي أن : $2023 \equiv -1[11]$ و منه : $2023^{2n+1} \equiv -1[11]$ (لأن $2n+1$ فري)

$4^{5n+1} = 2^{10n+2}$ و منه : $4^{5n+1} \equiv 4[11]$ ، $1444 \equiv 3[11]$ و منه : $A_{1444} \equiv (-1+3\times4)[11]$ أي أن :

$\boxed{A_{1444} \equiv 0[11]}$ .... (0.5ن)

بـ)- لدينا : $4^{5n+1} \equiv 4[11]$ ، $2023^{2n+1} \equiv -1[11]$ ، A_α يقبل القسمة على **11** معناه : $A_\alpha \equiv 0[11]$.

$A_\alpha \equiv (-1+4\alpha)[11]$ ، $-1+4\alpha \equiv 0[11]$ ، $4\alpha \equiv 1[11]$ ، $12\alpha \equiv 3[11]$ ، $\alpha \equiv 3[11]$. و منه :

A_α يقبل القسمة على **11** معناه : $\boxed{\alpha = 11k+3 \quad (k \in \mathbb{Z})}$ .... (0.5ن)

$n =$	$10k$	$10k+1$	$10k+2$	$10k+3$	$10k+4$	$10k+5$ $5k'$	$10k+6$ $5k'+1$	$10k+7$ $5k'+2$	$10k+8$	$10k+9$	$k \in \mathbb{N}$ $k' \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	8	5	10	9	7	3	6	$[11]$
$3^n \equiv$	1	3	9	5	4	1	3	9	5	4	$[11]$
$2^n+3^n \equiv$	2	5	2	2	9	0	1	5	8	10	$[11]$

$n = 11k+5 \quad (k \in \mathbb{N})$ .... (0.5ن)

طريقة ثانية :

لدينا : $3 \equiv -8[11]$ ، $3^t \equiv (-2)^{3t}[11]$ و منه : $1443^t + 1444^t \equiv 0[11]$ يكافئ: $2^t + (-2)^{3t} \equiv 0[11]$.

$n =$	$10k$	$10k+1$	$10k+2$	$10k+3$	$10k+4$	$10k+5$	$10k+6$	$10k+7$	$10k+8$	$10k+9$	$k \in \mathbb{N}$
$2^n \equiv$	1	2	4	8	5	10	9	7	3	6	$[11]$
$(-2)^{3t} \equiv$	1	-8	9	-6	4	-10	3	-2	5	-7	$[11]$
$2^t+(-2)^{3t} \equiv$	2	5	2	2	9	0	1	5	8	10	$[11]$

$n = 11k+5 \quad (k \in \mathbb{N})$

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$ عدد الحالات الممكنة للسحب : $A_{10}^3 = 720$

1) –البطاقات التي تحمل أرقاما أولية هي : $2,3,5,7$ و منه : $P(A) = \frac{A_4^3}{A_{10}^3} = \frac{24}{720} = \frac{1}{30}$ .... (0.25ن)

2)– البطاقات التي تحمل أرقاما فردية هي : $1,3,5,7,9$ و منه : $P(B) = \frac{A_5^3}{A_{10}^3} = \frac{60}{720} = \frac{1}{12}$ .... (0.25ن)

3)– البطاقات التي تحمل أرقاما فردية وأولية هي : $3,5,7$ و منه : $P(A \cap B) = \frac{A_3^3}{A_{10}^3} = \frac{6}{720} = \frac{1}{120}$ .... (0.25ن)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{1}{30} + \frac{1}{12} - \frac{1}{120}$$

و منه : $P(A \cup B) = \frac{13}{120}$ .... (0.25ن)

$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{120}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{10}$ .... (0.25ن)

3)– قيم المتغير العشوائي : $x_i \in \{1,2,3,4\}$ .... (0.25ن)

$P(X=1)=\frac{A_4^3}{A_{10}^3}=\frac{24}{720}=\frac{1}{30}$ ، $P(X=2)=\frac{A_4^2\times A_6^1\times 3!}{A_{10}^3\times 2!\times 1!}=\frac{216}{720}=\frac{3}{10}$ ....(0.25ن) (0.25ن)

$P(X=3)=\frac{A_4^1\times A_6^2\times 3!}{A_{10}^3\times 2!\times 1!}=\frac{360}{720}=\frac{1}{2}$ ، $P(X=4)=\frac{A_6^3}{A_{10}^3}=\frac{120}{720}=\frac{1}{6}$ ....(0.25ن) (0.25ن)

x_i	1	2	3	4
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$

$E(X)=\frac{1}{30}+\frac{6}{10}+\frac{3}{2}+\frac{4}{6}\approx 2.8$ .... (0.25ن)

التمرين الثالث:(05 نقاط):

1)– أ)- $P(2)=8-16+16-8=0$ .... (0.25ن)

ب)- من أجل كل عدد مركب z : $P(z)=(z-2)(z^2-2z+4)$ .... (0.5ن)

$P(z)=0$ من يكافئ : $z=2$ أو $z^2-2z+4=0$ $(\Delta=-12)$

$S=\{2,1-i\sqrt{3},1+i\sqrt{3}\}$ .... (0.5ن)

2)– أ)- $z_B=2e^{\frac{i\pi}{3}}$ ، $z_C=2e^{\frac{-i\pi}{3}}$ ، $\frac{z_B}{z_C}=e^{\frac{i2\pi}{3}}$ .... (0.5ن)

ب)- $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n=e^{\frac{i2n\pi}{3}}$. $\left(\frac{z_B}{z_C}\right)^n$ حقيقي يكافئ : $(k\in\mathbb{N})$ $\frac{2\pi n}{3}=k\pi$ و منه :

$(k\in\mathbb{N})$ $2n=3k$ ، لدينا : $3/2n$ و $PGCD(2,3)=1$ ومنه : حسب مبرهنة غوص : $3/n$

$n=3k'$ $(k'\in\mathbb{N})$ .... (0.5ن)

جـ)- n من فردي معناه : $n=2k+1(k\in\mathbb{N})$

$$(z_B)^{3n}=2^{3n}\left(e^{i(2k+1)\pi}\right)=2^{3n}e^{i\pi}=-2^{3n}$$

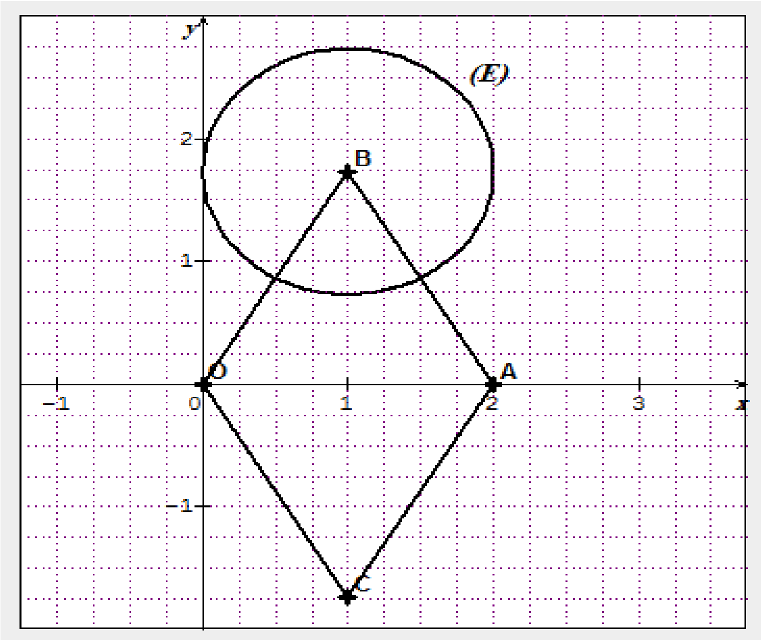
$$(z_C)^{3n}=2^{3n}\left(e^{-i(2k+1)\pi}\right)=2^{3n}e^{-i\pi}=-2^{3n}$$ .... (0.5ن)

$$(z_B)^{3n}+(z_C)^{3n}+2^{3n+1}=-2^{3n}-2^{3n}+2^{3n+1}=-2^{3n+1}+2^{3n+1}=0$$

د)- لدينا : $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{CA}$ $(z_B=z_A-z_C)$ و $OB=OC=2$ (متوازي أضلاع له ضلعان متتابعان متقايسان)

ومنه : الرباعي $OBAC$ معين .... (0.5ن)

- تعليم النقاط : .... (0.5ن)



2)– أ)- $(z-z_B)(z-z_C)=(z-z_B)\overline{(z-z_C)}=1$ ومنه : $BM=1$

(نذكر أن : $z.\overline{z}=|z|^2$)

ومنه: (E) هي دائرة مركزها B و نصف قطرها $r=1$ .... (0.5ن)

ب)- $\frac{z_A.\overline{z}-z_C}{\overline{z}-z_C}=\frac{z_A.\overline{z}-2.z_C+z_C}{\overline{z}-z_C}=\frac{z_A.\overline{z}-z_A.z_C+z_C}{\overline{z}-z_C}=z_A+\frac{z_C}{\overline{z}-z_C}=z'$ .... (0.25ن)

جـ)- $|z'-z_A|=\left|\frac{z_C}{\overline{z}-z_C}\right|=\left|\frac{z_C}{\overline{\overline{z}-z_B}}\right|=\left|\frac{z_C}{z-z_B}\right|$ ومنه : $AM'=\frac{OC}{BM}$

وبما أن : $M\in(E)$ فإن : $BM=1$ ومنه : $AM'=2$ ومنه : مجموعة النقط M' هي دائرة مركزها A

و نصف قطرها $r=2$ .... (0.5ن)

التمرين الرابع :(07 نقاط):

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim_{x\to-\infty} g(x)=1$ ، $g(1)=e^{-1}+1$ . ... (0.75ن)

x	$-\infty$		$\frac{-1}{2}$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	1	$\nearrow$	$7e^{\frac{-5}{2}}+1$	$\searrow$	$e^{-1}+1$	$\nearrow$	$+\infty$

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $g(x) \succ 0$ . ... (0.25ن)

من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $e^{x-2} \succ 0$ ، $2x^2-5x+4 \succ 0$ ($\Delta = -7 \prec 0$) ومنه : $g(x)-1 \succ 0$ .... (0.25ن)

g قابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$: $2g'(x) = \left(4x^2-2x-2\right)e^{x-2}$ ، $g''(x) = \left(2x^2+3x-2\right)e^{x-2}$

$$2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2} = \left(4x^2-2x-2-2x^2-3x+2+4\right)e^{x-2}$$

$$2g'(x) - g''(x) + 4e^{x-2} = \left(2x^2-5x+4\right)e^{x-2} = g(x)-1$$ .... (0.5ن)

$$S = \int_1^2 \left(g(x)-1\right)dx = \left[2g(x) - g'(x) + 4e^{x-2}\right]_1^2 = \left[\left(2x^2-9x+13\right)e^{x-2}\right]_1^2$$

$$S = \int_1^2 \left(g(x)-1\right)dx = 3-6e^{-1}$$ .... (0.25ن)

$S = \left(3-6e^{-1}\right)cm^2$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بـ : $\left(C_f\right)$ و المستقيمات التي معادلاتها :

$y=1$ ، $x=1$ ، $x=2$ . ... (0.25ن)

1)- أ)- $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1} \left(2x-3\right)\left(e^{x-2}+1\right) = -e^{-1}-1 \\ \lim\limits_{x \underset{\prec}{\to} 1} \left(x-1\right) = 0^{-1} \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \underset{\prec}{\to} 1} f(x) = +\infty$ .... (0.25ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1} \left(2x-3\right)\left(e^{x-2}+1\right) = -e^{-1}-1 \\ \lim\limits_{x \underset{\succ}{\to} 1} \left(x-1\right) = 0^{+1} \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \underset{\succ}{\to} 1} f(x) = -\infty$ .... (0.25ن)

$\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $x=1$ . ... (0.25ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to -\infty} \left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right) = 2 \\ \lim\limits_{x\to -\infty} \left(e^{x-2}+1\right) = 1 \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x) = 2$ .... (0.25ن)

$\left(C_f\right)$ يقبل مستقيما مقاربا عموديا معادلته : $y=2$ بجوار $-\infty$ . ... (0.25ن)

$\begin{cases} \lim\limits_{x \to +\infty} \left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right) = 2 \\ \lim\limits_{x \to +\infty} \left(e^{x-2}+1\right) = +\infty \end{cases}$ ومنه : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .... (0.25ن)

2)– f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$: $f'(x) = \dfrac{1}{(x-1)^2}\left(e^{x-2}+1\right) + \left(\dfrac{2x-3}{x-1}\right)e^{x-2}$

$$f'(x) = \left[\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2x-3}{x-1}\right]e^{x-2} + \frac{1}{(x-1)^2}$$

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2}$ .... (0.5ن)

$f'(x) = \dfrac{g(x)}{(x-1)^2} \succ 0$ ومنه: متزايدة تماما على $\mathbb{R}-\{1\}$ . ... (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة f: .... (0.5ن)

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	$2 \nearrow +\infty$	‖	$-\infty \nearrow +\infty$

3)– $(T): y = f'(2)(x-2)+f(2) = 3x-4$ .... (0.25ن)

$f(0) = 3\left(e^{-2}+1\right) \approx 3.40$ ، $f\left(\dfrac{3}{2}\right) = 0$ . ... (0.25ن) (0.25ن)

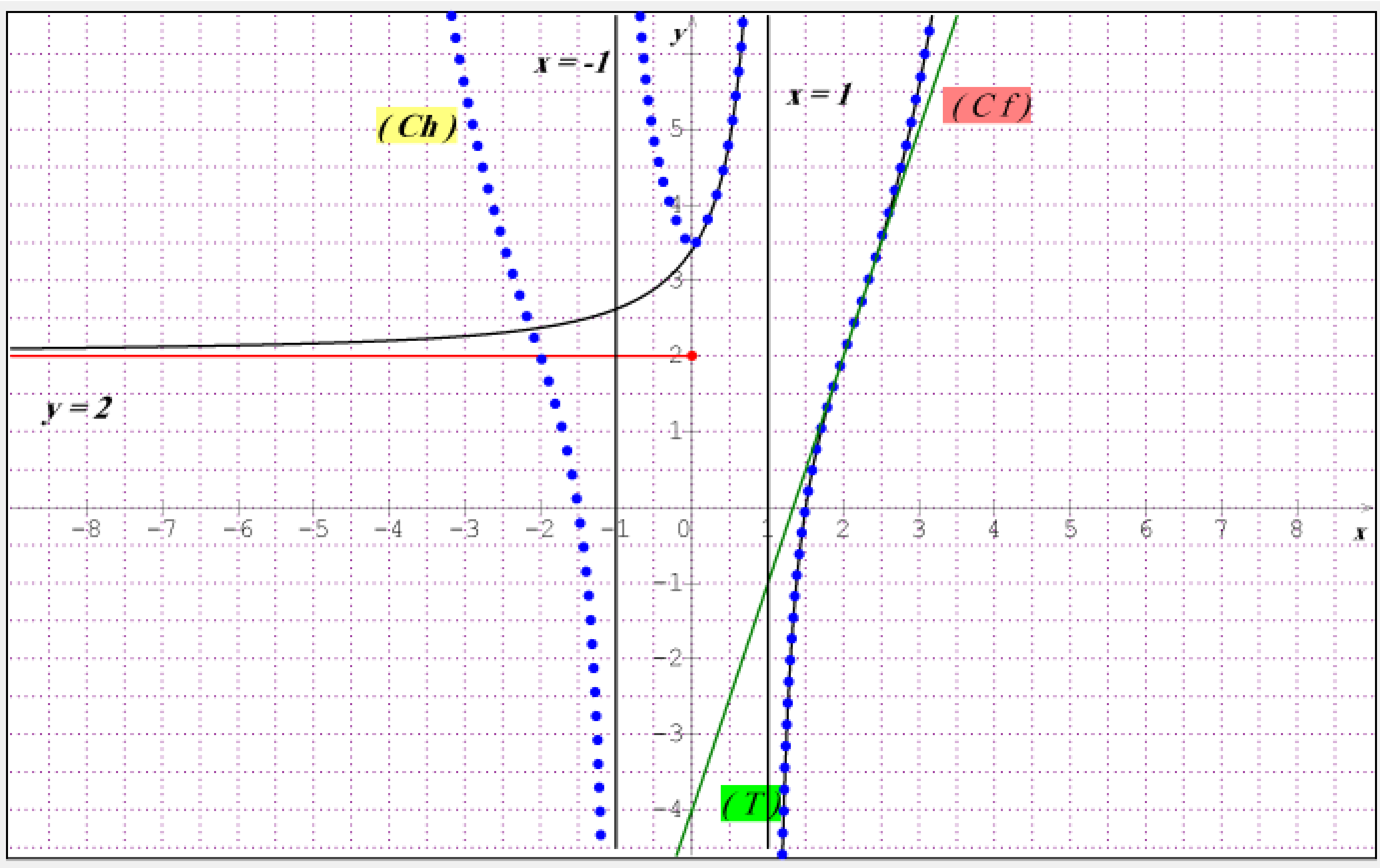
III)– 1)– من أجل كل x من D_h : $h(-x) = h(x)$ (لأن : $|-x| = |x|$) ومنه : الدالة h دالة زوجية............ (0.25ن)

2)– على المجال $[0,1[\cup]1,+\infty[$: $h(x) = f(x)$ و منه (C_h) يطابق (C_f) .

على المجال $]-\infty,-1[\cup]-1,0]$ بما ان الدالة h دالة زوجية فإن يقبل محور التراتيب كمحور تناظر : .... (0.25ن)

نرسم نظير الجزء السابق بالنسبة لـ (yy')

3)– إنشاء (T) ، (C_f) و (C_h): .... (0.75ن)



الموضوع الثاني :

التمرين الأول :(04 نقاط):

I- 1- $119 = 7\times17$ ، $D_{119} = \{1,7,17,119\}$ .... (0.25ن)

2- نضع : $a = 17a'$ ، $b = 17b'$ حيث : $PGCD(a',b') = 1$

لدينا : $m = \dfrac{a\times b}{d}$ حيث : $d = PGCD(a,b)$ ، $m = PPCM(a,b)$ ومنه :

$\begin{cases} 17a'b' = 2023 \\ PGCD(a',b') = 1 \end{cases}$ ، $\begin{cases} a'b' = 119 \\ PGCD(a',b') = 1 \end{cases}$.

a'	1	119	7	17
b'	119	1	17	7

$S = \{(17,2023);(2023,17);(119,289);(289,119)\}$ .... (1.25ن)

II- 1- $34 = 2\times17$ ، $119 = 7\times17$ ، ومنه : $PGCD(289,34) = 17$ .... (0.25ن)

$17 / 2023$ ومنه : المعادلة (E) تقبل حلولا في $\mathbb{Z}^2$ . ... (0.25ن)

2)− المعادلة (E) تكافئ : $17x-2y=119......(E)$. $17x-2y=119$ معناه : $2y=17x-199$

$2y=17(x-7)$ لكن **2** و **17** أوليان فيما بينهما و منه حسب مبرهنة غوص :

$17 \diagup y$ أي أن : y مضاعف **17** .... (0.5ن)

$y=17k\ (k\in\mathbb{Z})$ ، نعوض y بما يساويه في المعادلة (E) نجد : $y=17k\ (k\in\mathbb{Z})$

$S=\{(2k+7,17k);(k\in\mathbb{Z})\}$ .... (0.5ن)

3)− $x^2-y\le52$ يكافئ : $4k^2+28k+49-17k\le52$ ، $4k^2+11k-3\le0$.

$\Delta=169$ ، $k_1=-3$ ، $k_2=\frac{1}{4}$ ومنه : $k\in\{-3,-2,-1,0\}$.

$S'=\{(1,-51);(3,-34);(5,-17);(7,0)\}$ ....

(0.5ن)

III)− n عددطبيعي فردي معناه : $n\equiv1[2]$ ، باقي قسمته على 17 هو 16 معناه : $n\equiv16[17]$

$\begin{cases}17n\equiv17[34]\\2n\equiv32[34]\end{cases}$ ، $15n\equiv-15[34]$ ، $n\equiv-1[34]$ ، $n\equiv33[34]$ و منه :

باقي قسمة n على 34 هو **33** . ... (0.5ن)

التمرين الثاني :(04 نقاط):

1)− عدد الحالات الممكنة للسحب : $C_{12}^2=66$

2ذهبية ← 40 ، **1** ذهبية + **1**فضية ← 30 ، **1** ذهبية + **1** برونزية ← 10 ، **2** فضية ← 20 ، **1** فضية + **1** برونزية ← 0 .

$x_i\in\{,10,20,30,40\}$ .... (0.5ن)

$P(X=0)=\frac{C_1^1\times C_4^1}{C_{12}^2}=\frac{4}{66}=\frac{2}{33}$ ، $P(X=10)=\frac{C_1^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{7}{66}$ .... (0.25ن)(0.25ن)

$P(X=20)=\frac{C_4^2}{C_{12}^2}=\frac{6}{66}=\frac{1}{11}$ ، $P(X=30)=\frac{C_4^1\times C_7^1}{C_{12}^2}=\frac{28}{66}=\frac{14}{33}$ .... (0.25ن)(0.25ن)

$P(X=40)=\frac{C_7^2}{C_{12}^2}=\frac{21}{66}=\frac{7}{22}$ .... (0.25ن)

x_i	0	10	20	30	40
$P(X=x_i)$	$\frac{2}{33}$	$\frac{7}{66}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{14}{33}$	$\frac{7}{22}$

$E(X)=0\times\frac{2}{33}+10\times\frac{7}{66}+20\times\frac{1}{11}+30\times\frac{14}{33}+40\times\frac{7}{22}$ ، $E(X)=\frac{85}{3}$ .... (0.25ن)

2)– عدد الحالات الممكنة : $C_{38}^{3}=8436$.

$P(A)=\frac{C_{18}^{3}}{C_{38}^{3}}=\frac{816}{8436}=\frac{68}{703}$ .... (0.5ن)

$P(B)=\frac{C_{18}^{1}\times C_{20}^{2}}{C_{38}^{3}}=\frac{3420}{8436}=\frac{15}{37}$ .... (0.5ن)

$P(C)=\frac{C_{2}^{1}\times C_{36}^{2}+C_{2}^{2}\times C_{36}^{1}}{C_{38}^{3}}=\frac{1296}{8436}=\frac{108}{703}$ .... (0.5ن)

$P(D)=\frac{C_{19}^{3}}{C_{37}^{3}}=\frac{969}{8436}=\frac{17}{148}$ .... (0.5ن)

التمرين الثالث:(05 نقاط):

I)– 1)– أ)– من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $\frac{9U_n+2}{U_n+8}=\frac{9U_n+72-70}{U_n+8}=U_{n+1}$ .... (0.25ن)

بـ)– $P(n)$ ...... $0\le U_n\le 2$

من أجل $n=0$: $0\le\frac{1}{2}\le 2$ و منه : $P(0)$ محققة

نفرض صحة $P(n)$ معناه $0\le U_n\le 2$ ، نبرهن على صحة $P(n+1)$ معناه : $0\le U_{n+1}\le 2$

$0\le U_n\le 2$ ، $8\le U_n+8\le 10$ ، $\frac{1}{10}\le\frac{1}{U_n+8}\le\frac{1}{8}$ ، $\frac{-70}{8}\le\frac{-70}{U_n+8}\le\frac{-70}{10}$

$0\le\frac{1}{4}\le U_{n+1}\le 2$ ومنه : $P(n+1)$ محققة .

ومنه : من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0\le U_n\le 2$ حسب مبدأ البرهان بالتراجع . ... (0.5ن)

جـ)– من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $U_{n+1}-U_n=\frac{9U_n+2}{U_n+8}-U_n=\frac{-U_n^2+U_n+2}{U_n+8}=\frac{-(U_n+1)(U_n-2)}{U_n+8}$

لدينا من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \leq U_n \leq 2$ ومنه : $U_n + 1 \succ 0$ ، $U_n + 8 \succ 0$ ، $U_{n+1} - U_n \geq 0$ أي أن :

(U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ .... (0.5ن)

هـ)− (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$ و محدودة من الأعلى بـ: 2 فهي متقاربة .... (0.25ن)

2)− أ)− من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $2 - U_{n+1} = 2 - \frac{9U_n + 2}{U_n + 8} = \frac{2U_n + 16 - 9U_n - 2}{U_n + 8} = \frac{7(2 - U_n)}{U_n + 8}$

$U_n \geq 0$ ، $U_n + 8 \geq 8$ ، $\frac{1}{U_n + 8} \leq \frac{1}{8}$ ، $\frac{7}{U_n + 8} \leq \frac{7}{8}$ و منه : $2 - U_{n+1} \leq \frac{7}{8}(2 - U_n)$ .... (0.5ن)

بـ)−

$$\begin{array}{l} \cancel{2 - U_1} \leq \frac{7}{8}(2 - U_0) \\ 2 - U_2 \leq \frac{7}{8}(\cancel{2 - U_1}) \\ \vdots \\ \vdots \\ 2 - U_n \leq \frac{7}{8}(\cancel{2 - U_{n-1}}) \\ \hline 0 \leq 2 - U_n \leq \left(\frac{7}{8}\right)^n (2 - U_0) \end{array}$$

و منه : من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $0 \leq 2 - U_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{7}{8}\right)^n$ .... (0.5ن)

$\lim_{n \to +\infty} \frac{3}{2}\left(\frac{7}{8}\right)^n = 0$ و منه : $\lim_{n \to +\infty} U_n = 2$ .... (0.25ن)

II)−1)− من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_{n+1} = \frac{\frac{9U_n + 2}{U_n + 8} - 2}{\frac{9U_n + 2}{U_n + 8} + 1} = \frac{9U_n + 2 - 2U_n - 16}{9U_n + 2 + U_n + 8} = \frac{7(U_n + 2)}{10(U_n + 2)}$

$V_{n+1} = \frac{7}{10}V_n$ ومنه : (V_n) : متتالية هندسية أساسها : $q = \frac{7}{10}$ وحدها الأول : $V_0 = \frac{\frac{1}{2} - 2}{\frac{1}{2} + 1} = -1$ .... (0.5ن)

2)– من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $V_n = V_0 \times q^n = -\left(\frac{7}{10}\right)^n$ ....

(0.25ن)

$V_n = \frac{U_n - 2}{U_n + 1}$ ، $V_n\left(U_n + 1\right) = U_n - 2$ ، $V_n \times U_n - U_n = -V_n - 2$ ، $U_n\left(V_n - 1\right) = -V_n - 2$

$U_n = \frac{V_n + 2}{1 - V_n} = \frac{-\left(\frac{7}{10}\right)^n + 2}{1 + \left(\frac{7}{10}\right)^n}$ .... (0.5ن)

3)– $\lim_{n \to +\infty} V_n = 0$ و منه : $\lim_{n \to +\infty} U_n = 2$ ....

(0.25ن)(0.25ن)

4)– لدينا : $U_n = \frac{V_n + 2}{1 - V_n}$ ، $U_n\left(1 - V_n\right) = V_n + 2$ ، $U_n\left(V_n - 1\right) = -V_n - 2 = \left(\frac{7}{10}\right)^n - 2$

$10^n U_n\left(V_n - 1\right) = 7^n - 2 \times 10^n$ ، $S_n = \frac{1}{1-7}\left(1 - 7^{n+1}\right) - \frac{2}{1-10}\left(1 - 10^{n+1}\right)$ ومنه :

$S_n = \frac{7^{n+1} - 1}{6} - \frac{2(10^{n+1} - 1)}{9}$ .... (0.5ن)

التمرين الرابع (07 نقاط):

I)– $\begin{cases} Ln\left(\sqrt{a} \times \sqrt{a}\right) = Ln\left(\sqrt{a}\right) + Ln\left(\sqrt{a}\right) = 2Ln\left(\sqrt{a}\right) \\ Ln\left(\sqrt{a} \times \sqrt{a}\right) = Lna \end{cases}$ و منه : $2Ln\left(\sqrt{a}\right) = Lna$

أي أن : $Ln\left(\sqrt{a}\right) = \frac{1}{2}Lna$ .... (0.25ن)

II)–1)– $\lim_{x \underset{>}{\to} 1} g(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$ .... (0.25ن)(0.25ن)

2)– g قابلة للإشتقاق على D_g : $g'(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{1}{2e}}{\frac{x-1}{2e}}\right) = \frac{1}{2(x-1)} \succ 0$ .... (0.25ن)

ومنه : الدالة متزايدة ماما على D_g. .... (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة g : .... (0.25ن)

x	1	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	
$g(x)$	$-\infty \nearrow$	$+\infty$

3)- $0 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - = \frac{1}{2} + \frac{1}{e} Ln \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2}{2e}} g(3) = Ln$ .... (0.25ن)

$g(3) = Ln\sqrt{\frac{2}{2e}} + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}Ln\frac{1}{e} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0$

إشارة $g(x)$: .... (0.25ن)

x	0	3	$+\infty$
إشارة $g(x)$:	$-$	0	$+$

III)-1)- $\lim_{x \underset{>}{\to} 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \underset{>}{\to} 1} Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}} = -\infty$ ومنه: f غير قابلة للإشتقاق عند **1** من اليمين.. (0.25ن)(0.25ن)

- (C_f) يقبل نصف مماس عمودي عند النقطة $W(1,0)$ .... (0.25ن)

2)- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ .... (0.25ن)

3)- f قابلة للإشتقاق على المجال $]1,+\infty[$: $f'(x) = \frac{1}{2}Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right) + \frac{1}{x-1} \times \frac{x-1}{2} = g(x)$ .... (0.25ن)

إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ على المجال $]1,+\infty[$:

f متناقصة تماما على المجال : $]-\infty,3[$ ، f متزايدة تماما على المجال : $]3,+\infty[$ .... (0.25ن)

جدول تغيرات الدالة f : .... (0.5ن)

x	1	3	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$0 \searrow$	-1	$\nearrow +\infty$

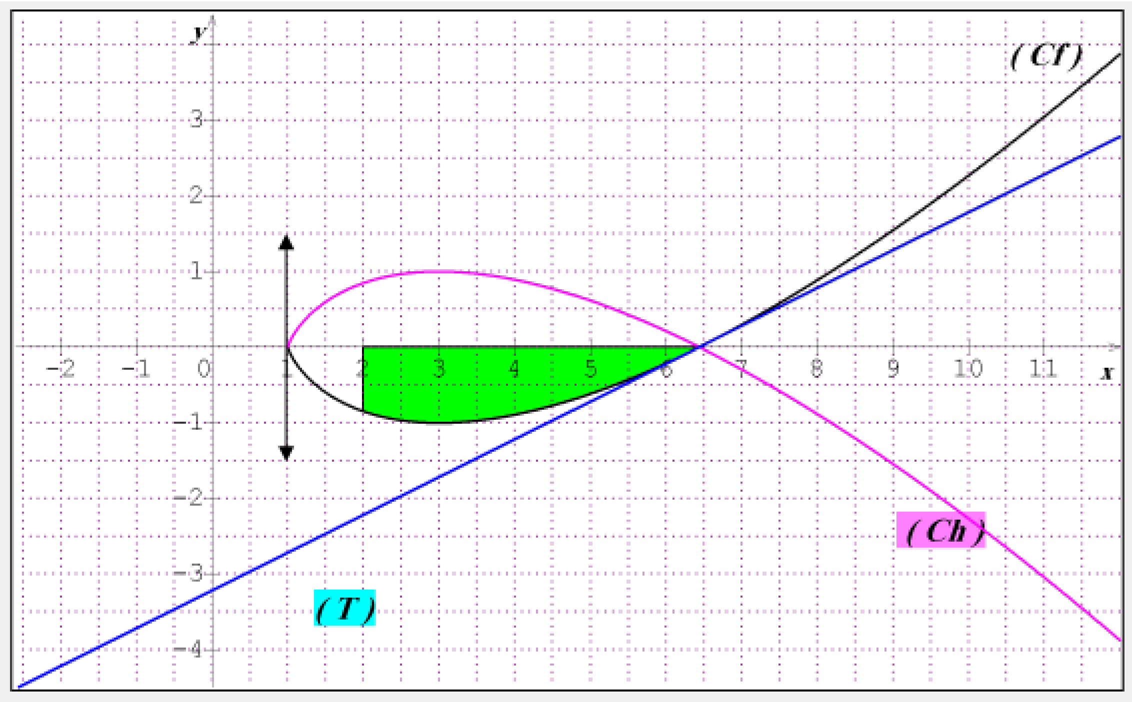
4)–أ)– $(x-1)Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$ معناه : $x-1=0$ أو $Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$

$x=1$ أو $Ln\sqrt{\frac{x-1}{2e}}=0$ ، $\frac{1}{2}Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)=0$ ، $\frac{x-1}{2e}=1$ ، $x=1+2e$.

بما أن : $\alpha \succ 1$: فإن $\alpha=1+2e$ .... (0.25ن)

ب)– $(T): y=f'(1+2e)(x-1-2e)+f(1+2e)=\frac{1}{2}x-e-\frac{1}{2}$ .... (0.25ن)

جـ)– إنشاء (T) ، (C_f) و (C_h) : .... (0.75ن)



5)– (C_h) هو نظير (C_f) بالنسبة لـ (xx') على المجال $[1,+\infty[$ . ... (0.25ن)

6)– أ)– $x-1-\frac{1}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)-1}{x-1}=\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}=\frac{x^2-2x}{x-1}$ .... (0.25ن)

$$\int_2^\alpha \frac{x^2-2x}{x-1}dx=\int_2^\alpha\left[x-1-\frac{1}{x-1}\right]dx=\left[\frac{x^2}{2}-x-Ln(x-1)\right]_2^\alpha$$

$\int_2^\alpha \frac{x^2-2x}{x-1}dx=2e^2-\frac{3}{2}-Ln2$ .... (0.25ن)

$$U(x) = \frac{x^2 - 2x}{4} \qquad U'(x) = \frac{x-1}{2}$$

ب- $$V'(x) = \frac{1}{x-1} \qquad V(x) = Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)$$

$$\int_2^{\alpha} f(x)\,dx = \left[\left(\frac{x^2-2x}{4}\right)Ln\left(\frac{x-1}{2e}\right)\right]_2^{\alpha} - \frac{1}{4}\int_2^{\alpha}\frac{x^2-2x}{x-1}\,dx$$

$$\int_2^{\alpha} f(x)\,dx = -\frac{1}{4}\left(2e^2 - \frac{3}{2} - Ln2\right) \qquad S = -\int_2^{\alpha} f(x)\,dx = \frac{1}{4}\left(2e^2 - \frac{3}{2} - Ln2\right)$$

$S \approx 3.146cm^2$ .... (0.75ن)

جـ- $S' = \int_2^{\alpha} g(x) - f(x)\,dx = -2\int_2^{\alpha} f(x)\,dx \approx 6.292cm^2$ .... (0.25ن)