

الامتحان الثاني لقسم السنة الثانية رياضيات

السنة الدراسية: 2009/2008

المدة: 03 ساعة

المادة: رياضيات

يوم: 04 مارس 2009

نص التمارين

التمرين الأول:

نعرف المتتاليتين (U_n) و (V_n) من أجل كل عدد طبيعي n بـ :

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n + 3V_n}{3} \end{cases}$$

نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $W_n = U_n - V_n$.

1. برهن أن المتتالية (W_n) هندسية .

2. عبر عن W_n بدلالة n ، ثم عين نهايتها .

3. عبر عن $U_{n+1} - U_n$ و $V_{n+1} - V_n$ بدلالة W_n .

ثم استنتج اتجاه تغير المتتاليتين (U_n) و (V_n) .

التمرين الثاني:

نعتبر العدد $z = r(\cos\theta + b\sin\theta)$ حيث: $r > 0$.

1. أكتب العدد التالي على شكل z :

$$z_1 = 2\left(-\cos\frac{\pi}{7} + b\sin\frac{\pi}{7}\right)$$

$$2. \text{ عين } \theta \text{ من المجال }]-\pi; \pi[\text{ حيث: } \begin{cases} \cos\theta = \frac{-1}{2} \\ \sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

3. أدرس إشارة $f(x)$ على المجال $]-\pi; \pi[$ حيث : $f(x) = 2\sin x + 4$

4. عين القيس الرئيسي لـ : $x = \frac{2010\pi}{8}$ ، ثم أحسب $\tan x$.

التمرين الثالث:

أرض دائرية الشكل نصف قطرها $15m$ ، يريد مالکها بناء منزل له ذو شكل مستطيل $(ABCD)$ بحيث يشمل أكبر مساحة

ممكنة نفرض أن رؤوس المستطيل من الدائرة (الشكل) ونضع $AB = x$ و $Bc = y$

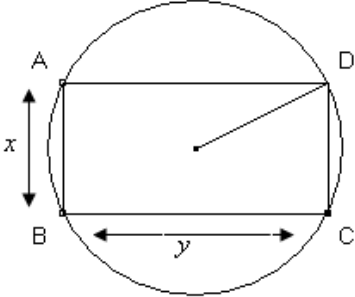
1. بين أن $y = \sqrt{900 - x^2}$ ثم أحسب $A(x)$ مساحة المستطيل $(ABCD)$ بدلالة x .

2. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;30]$ كما يلي :

$$f(x) = \sqrt{900x^2 - x^4}$$

(a) أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها .

(b) استنتج قيمة x التي من أجلها تكون المساحة $A(x)$ أكبر ما يمكن .



التمرين الرابع:

من جذع شجرة دائري المقطع قطره D ، نريد الحصول على رافد مستطيل المقطع قاعدته x وارتفاعه h .
نحصل على المقاومة القصوى (العظمى) في الانحناء كلما كان المقدار xh^2 كبيرا مع $h > x$.



(I) f هي الدالة المعرفة على المجال $\left[0; \frac{3}{2}\right]$: $f(x) = -x^3 + \frac{9}{4}x$.

(C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد $(O; \vec{i}; \vec{j})$ حيث يؤخذ $\|\vec{i}\| = 2\|\vec{j}\| = 2cm$.

1. أحسب $f'(x)$ وأنجز جدول تغيرات الدالة f .

2. أكتب معادلة لـ t_1 مماس المنحني (C_f) عند النقطة O ثم معادلة لـ t_2 مماس المنحني (C_f) عند نقطته A ذات الفاصلة $\frac{3}{2}$ ؛ ثم

أدرس على المجال $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة لـ t_1 وبالنسبة لـ t_2 .

3. أنشئ المماسين t_1 و t_2 ثم المنحني (C_f) .

(II) تطبيق : نضع $D = 1,5m$. D هو قطر المقطع الدائري لجذع الشجرة

1. اشرح لماذا $x^2 + h^2 = \frac{9}{4}$.

2. أحسب xh^2 بدلالة x .

3. استعمل الجزء (I) لإيجاد x و h بحيث تكون للرافد أقصى مقاومة للانحناء .

