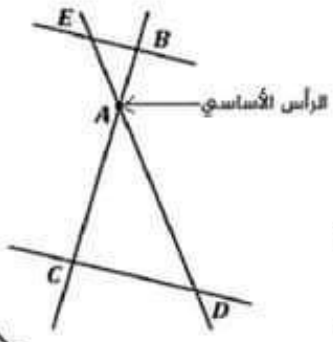
خاصية طالس

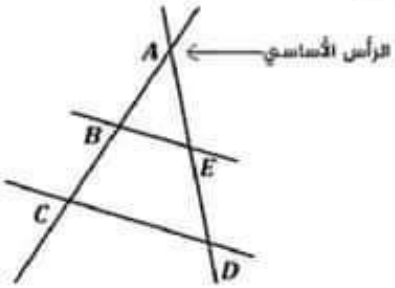
تعريف :

المستقيمان (BC) و (ED) متقاطعان في النقطة A.

إذا كان المستقيمان (BE) $//$ (CD)

فإن : $\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$





هدفها:

- حساب طول أحد الأضلاع.
- حساب أحد النسب المثلثية (كسر من الكسور).

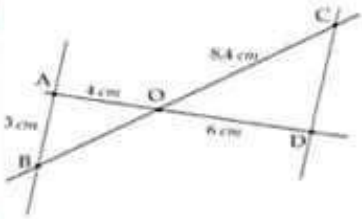
شرطها:

التوازي. (إذا لم يعط في نص التمرين، نثبته بإحدى طرق إثبات التوازي).

مثال:

$(AB)//(DC)$

- احسب الطول OB.



الحل:

لدينا: $(AB)//(DC)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{OA}{OD}=\frac{OB}{OC}=\frac{AB}{DC}$$

$$\frac{4}{6}=\frac{OB}{8.4}=\frac{3}{DC}$$

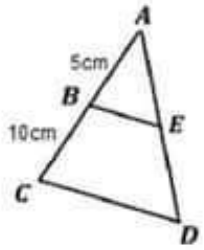
$$OB=\frac{4\times 8.4}{6}$$

$$\boxed{OB=5,6\ cm}$$

مثال:

$(BE)//(CD)$

- بيّن أن $\frac{BE}{CD}=\frac{1}{3}$.



الحل:

لدينا: $(BE)//(CD)$

بتطبيق خاصية طالس نجد:

$$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$$

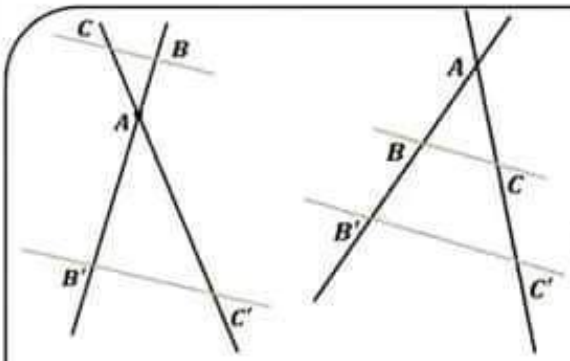
$$\frac{5}{15}=\frac{AE}{AD}=\frac{BE}{CD}$$

$$\frac{5}{15}=\frac{BE}{CD}$$

$$\frac{BE}{CD}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$$

خاصية طالس العكسية

تعريف :



المستقيمان (d) و (d') متقاطعان في النقطة A.

B و B' نقطتان من (d) و C و C' نقطتان من (d').

إذا كان:

1- النقط : A ، B ، B' و A ، C ، C' على استقامة واحدة وبنفس الترتيب.

2- $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC}$

فإن: $(B'C')//(BC)$

هدفها:

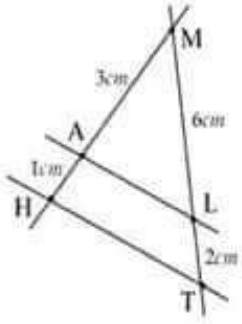
إثبات التوازي.

شرطها:

إستقامية النقط و اتباعها نفس الترتيب.

مثال:

هل $(AL)//(HT)$ ؟



الحل:

لدينا: النقط T, L, M و النقط H, A, M على استقامة واحدة و بنفس الترتيب.

بتطبيق خاصية طالس العكسية نجد:

$$\frac{MA}{MH} = \frac{ML}{MT} \text{ فإن: } \begin{cases} \frac{MA}{MH} = \frac{3}{4} \\ \frac{ML}{MT} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

نستنتج أن: $(AL)//(HT)$

مستلاذ بنونس سفيان

خاصية فيثاغورس

تعريف :

إذا كان مثلث قائما، فإن مربع طول وتره يساوي مجموع مربعي طولي ضلعيه الآخرين.

هدفها:

حساب طول الوتر أو طول أحد الضلعين القائمين.

شرطها:

أن يكون المثلث المعطى قائما.

ملاحظة:

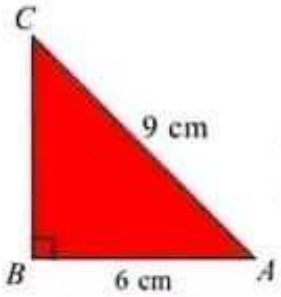
^{2}طول الوتر= ^{2}الضلع القائم + ^{2}الظلع القائم

^{2}ضلع القائم= ^{2}الوتر - ^{2}الضلع القائم

مثال:

ABC مثلث قائم في B حيث: AB=6 cm ، AC= 9cm

- احسب طول الضلع BC.



الحل:

لدينا : ABC مثلث قائم في B.

بتطبيق خاصية فيثاغورس نجد:

$$BC^2 = AC^2 - AB^2$$
$$BC^2 = 9^2 - 6^2$$
$$BC^2 = 81 - 36$$
$$BC^2 = 45$$
$$BC = \sqrt{45}$$
$$\boxed{BC = 6.71cm}$$

خاصية فيثاغورس العكسية

تعريف :

إذا كان في مثلث مربع الضلع الأكبر يساوي مجموع مربعي الضلعين الأخرين فإن المثلث قائم.

هدفها:

إثبات أن المثلث قائم.

شرطها:

أن يكون عندك مثلث + معرفة جميع أطوال أضلاعه.

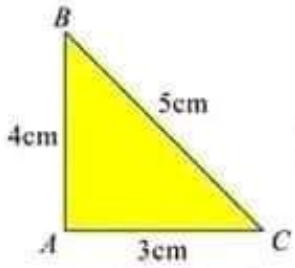
خطواتها:

1. نربع الضلع الأكبر (وحده).
2. نربع الضلعين الصغيرين (معًا) ثم نجمعهما.
3. نقارن النتيجتين فإذا كانتا متساويتين فالمثلث قائم.

مثال:

ABC مثلث حيث: $BC=5\ cm$ ، $AC=3\ cm$ ، $AB=4\ cm$

- بيّن أن المثلث ABC قائم في A.



الحل:

لدينا: ABC مثلث.

بتطبيق خاصية فيثاغورس العكسية نجد:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 \text{ فإن: } \begin{cases} BC^2 = 5^2 = 25 \\ AB^2 + AC^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 \end{cases}$$

نستنتج أن المثلث ABC مثلث قائم في A.

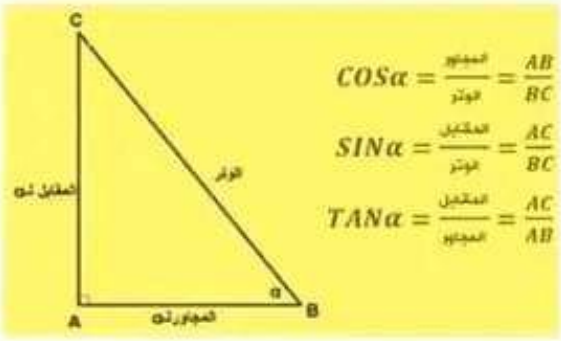
النسب المثلثية

القوانين:

جيب تمام زاوية حادة = $\frac{\text{طول المجاور}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Cos

جيب زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول الوتر}}$ و نرمز له بـ Sin

ظل زاوية حـــــادة = $\frac{\text{طول المقابل}}{\text{طول المجاور}}$ و نرمز له بـ Tan



$$COS\alpha = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$SIN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$TAN\alpha = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

شرطها:

- أن يكون المثلث المعطى قائمًا.

هدفها:

- حساب قيس زاوية. (يجب توفر ضلعين)
- حساب طول أحد أضلاع المثلث القائم. (يجب توفر زاوية + ضلع)

خطوات الحل:

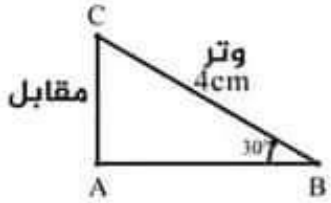
1. نحدد الزاوية و الضلعين المقصودين.
2. نضع القانون المناسب ثم نعوض عدديًا.

حساب طول ضلع:

ABC مثلث قائم في A حيث: $A\hat{B}C = 30^0$ و BC=4cm

- احسب الطول AC.

الحل:



$$\sin A\hat{B}C = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 30 = \frac{AC}{4}$$

$$AC = \frac{4 \times \sin 30}{1}$$

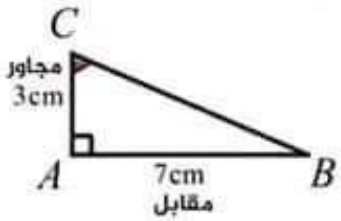
$$\boxed{AC = 2cm}$$

حساب قيس زاوية:

ABC مثلث قائم في A حيث: AB=7cm ، AC=3cm.

- اوجد $A\hat{C}B$.

الحل:



$$\tan A\hat{C}B = \frac{AB}{AC}$$

$$\tan A\hat{C}B = \frac{7}{3}$$

$$\tan A\hat{C}B = 2,33$$

$$shift \rightarrow \tan \rightarrow 2,33 \rightarrow \boxed{A\hat{C}B = 67}$$

قوانين تربط بين النسب المثلثية:

- بمعرفة $\cos\alpha$ يمكن إيجاد $\sin\alpha$ (أو العكس). $\sin^2 \propto + \cos^2 \propto = 1$
- بمعرفة كل من $\cos\alpha$ و $\sin\alpha$ يمكن إيجاد $\tan\alpha$. $\tan \propto = \frac{\sin\propto}{\cos\propto}$

مثال:

ABC مثلث قائم حيث: $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$

- احسب كل من $\sin\alpha$ و $\tan\alpha$.

الحل:

- حساب $\sin\alpha$:

$$(\cos\alpha)^2 + (\sin\alpha)^2 = 1$$
$$(\sin\alpha)^2 = 1 - (\cos\alpha)^2$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-(\cos\alpha)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{1-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{4}{4}-\frac{3}{4}}$$
$$\sin\alpha = \sqrt{\frac{1}{4}}$$
$$\boxed{\sin\alpha = \frac{1}{2}}$$

- حساب $\tan\alpha$:

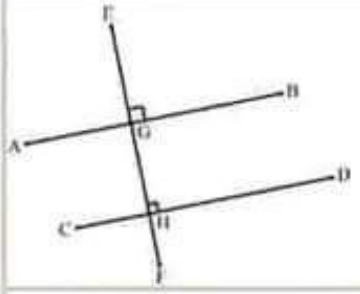
$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$
$$\tan\alpha = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$
$$\tan\alpha = \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}}$$

الأستاذ: بنونس سفيان

طرق إثبات التوازي

طريقة 1:

المستقيمان العموديان على نفس المستقيم هما مستقيمان متوازيان.



$$(AB)//(CD)\begin{cases}(EF)\perp(AB)\\(EF)\perp(CD)\end{cases}$$

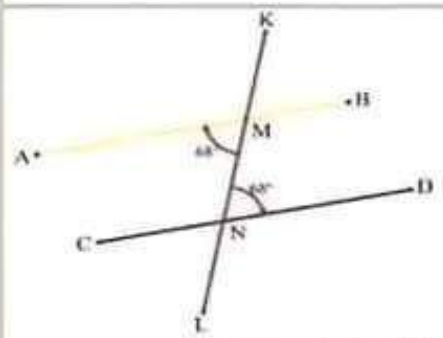
طريقة 2:

إذا كان مستقيمان متوازيان، فإنّ كل مستقيم يوازي أحدهما فهو يوازي الآخر.

$$(AB)//(CD)\begin{cases}(IJ)//(AB)\\(IJ)//(CD)\end{cases}$$

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متبادلتين داخليا متقايستين.

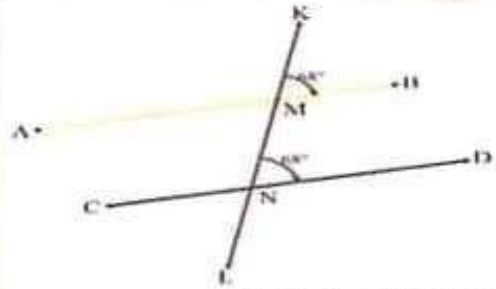


الزاويتان $A\hat{M}L$ و $K\hat{N}D$ متبادلتان داخليا و متقايستان.

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 3:

حتى يتوازى مستقيمان، يكفي أن يشكل معهما قاطع زاويتين متماثلتين متقايستين.



الزاويتان $K\hat{M}B$ و $K\hat{N}D$ متماثلتان و متقايستان.

إذن: (AB)//(CD)

طريقة 4:

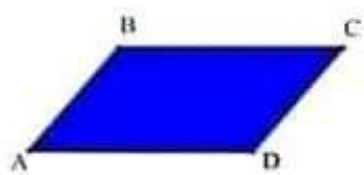
في متوازي الأضلاع (كيفي، مستطيل، مربع) كل ضلعين متقابلين حاملاهما متوازيان.

ABCD متوازي أضلاع.

إذن:

(AB)//(DC)

(BC)//(AD)



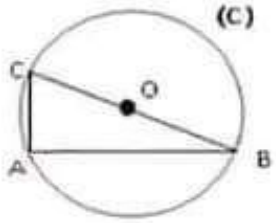
طرق إثبات أنّ المثلث قائم

الدائرة المحيطة بمثلث قائم:

إذا كان أحد أضلاع مثلث قطرا للدائرة المحيطة به و جميع نقاطه تنتمي إلى محيط الدائرة فإن المثلث قائم.

مثال:

- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

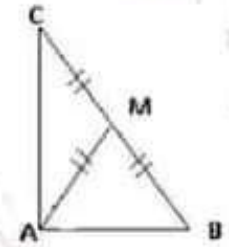
بما أن $[CB]$ قطر للدائرة و النقط A ، B ، C تنتمي إلى محيط الدائرة (C) ، فإن ABC مثلث قائم في A.

المتوسط المتعلق بوتر في مثلث قائم:

إذا كان في مثلث طول المتوسط يساوي نصف طول الضلع المتعلق به فإن هذا المثلث قائم و نعتبر الضلع وترًا.

مثال:

- $AM=2cm$ و $BC=4cm$.
- بيّن أن ABC مثلث قائم في A.



الحل:

AM متوسط متعلق بالضلع $[BC]$.

$AM = \frac{BC}{2}$ و

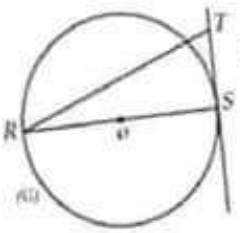
وعليه: ABC مثلث قائم في A.

المماس في الدائرة:

إذا تقاطع مماس الدائرة مع قطرها في نقطة ما، فإنهما يشكلان زاوية قائمة.

مثال:

- بيّن أن RST مثلث قائم في S.



الحل:

المماس (ST) يتقاطع مع القطر $[SR]$ في النقطة S.

و منه: $(ST) \perp (SR)$

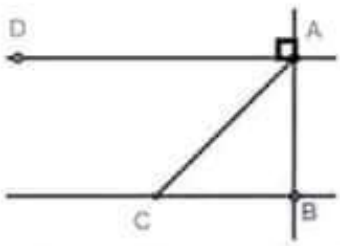
نستنتج أن RST مثلث قائم في S.

مستقيم عمودي على مستقيمين متوازيين:

إذا عامد مستقيم أحد مستقيمين متوازيين فإنه حتما سوف يعامد المستقيم الأخر.

مثال: لديك: (BC) // (AD)

- بيّن أن ABC مثلث قائم في B.



الحل:

$$(AB) \perp (BC) \begin{cases} (AD) // (BC) \\ (AD) \perp (AB) \end{cases}$$

نستنتج أنّ ABC مثلث قائم في B.