

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

المقطع التعليمي السادس:

الإحصاء

اللقاء المسند رقم:

حل مشكلاته يوظف فيها الإحصاء

السلسلة الإحصائية:

مثال 01: الجدول التالي يوضح درجات الحرارة المسجلة في بعض ولايات الوطن:

درجات الحرارة	9°	15°	18°	20°	21°	23°	المجموع
التكرار	1	3	4	1	2	5	16
التكرار المجمع الصاعد	1	4	8	9	11	16	/
التواتر	0.06	0.19	0.25	0.06	0.13	0.31	1
التواتر المجمع الصاعد	0.06	0.25	0.5	0.56	0.69	1	/
النسبة المئوية %	6	19	25	6	13	31	100

مثال 02: الجدول التالي يوضح توزيع علامات تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط للفصل الثاني:

العلامات N	$0 \leq N < 5$	$5 \leq N < 10$	$10 \leq N < 15$	$15 \leq N < 20$	المجموع
التكرار	2	6	12	4	24
التكرار المجمع النازل	24	22	16	4	/
التواتر	0.08	0.25	0.5	0.17	1
التواتر المجمع النازل	1	0.92	0.67	0.17	/
النسبة المئوية %	8	25	50	17	100

• **النسبة المئوية:** هي جداء التواتر في 100، أو حاصل قسمة جداء التكرار في 100 على مجموع التكرارات.

مثال: $\frac{4 \times 100}{16} = \frac{400}{16} = 25\%$ أو $0,25 \times 100 = 25\%$

في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيباً تصاعدياً:

- **التكرار النسبي (التواتر):** هو حاصل قسمة التكرار على مجموع التكرارات.
- **التكرار المجمع الصاعد (المتزايد):** لقيمة أو لفئة هو مجموع تكرار هذه القيمة أو الفئة وتكرارات القيم أو الفئات الأصغر منها.
- **التكرار النسبي (التواتر) المجمع الصاعد:** يحسب بطريقتين:
- **الطريقة الأولى:** قسمة التكرار المجمع المتزايد لكل قيمة أو فئة على التكرار الكلي.
- **الطريقة الثانية:** مجموع التواتر لكل قيمة أو فئة مع التواتر للقيم أو الفئات الأصغر منها.

- **التكرار المجمع النازل (المتناقص):** لقيمة أو لفئة هو مجموع تكرار هذه القيمة أو الفئة وتكرارات القيم أو الفئات الأكبر منها.
- **التكرار النسبي (التواتر) المجمع النازل:** يمكن حسابه بطريقتين:
- **الطريقة الأولى:** قسمة التكرار المجمع المتناقص لكل فئة على التكرار الكلي.
- **الطريقة الثانية:** مجموع التواتر لكل قيمة أو فئة مع التواتر للقيم أو الفئات الأكبر منها.

ملاحظات:

- يكون التواتر (التكرار النسبي) محصور بين 0 و 1 .
- مجموع التواترات يساوي 1.
- مجموع النسب المئوية يساوي 100 %.

سلسلة إحصائية مطاة على شكل قيم:

▪ مدى السلسلة: هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في السلسلة.

مثال: في السلسلة الآتية: 3; 4; 6; 7; 9

المدى هو: $9 - 3 = 6$

▪ الوسط الحسابي: هو حاصل قسمة مجموع قيم السلسلة على عدد هذه القيم.

مثال: في السلسلة الآتية: 3; 4; 6; 7; 9

$$\frac{3+4+6+7+9}{5} = \frac{29}{5} = 5,8 \quad \text{الوسط الحسابي:}$$

▪ الوسط الحسابي المتوازن: هو مجموع جداءات القيم بتكراراتها على مجموع التكرارات

طريقة: لحساب الوسط الحسابي المتوازن في سلسلة إحصائية نقوم بما يلي:

✓ ضرب كل قيمة في التكرار الموافق لها.

✓ نجمع الجداءات المتحصل عليها.

✓ نقسم مجموع الجداءات على التكرار الكلي .

مثال: يوضح الجدول التالي أعمار تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط:

الأعمار L	14	15	16	17	18
عدد التلاميذ	9	12	4	2	1

الوسط الحسابي المتوازن:

$$\begin{aligned} \bar{L} &= \frac{14 \times 9 + 15 \times 12 + 16 \times 4 + 17 \times 2 + 18 \times 1}{9 + 12 + 4 + 2 + 1} \\ &= \frac{126 + 180 + 64 + 34 + 18}{28} = \frac{422}{28} \approx 15,1 \end{aligned}$$

▪ المنوال: هو القيمة التي توافق أكبر تكرار في السلسلة (يمكن ان يكون لنفس السلسلة أكثر من منوال).

مثال: المنوال في المثال السابق هو القيمة 15 (لأنها القيمة التي لها أكبر تكرار).

سلسلة إحصائية مطاة على شكل فئات:

في سلسلة مجمعة في فئات تبقى نفس القوانين فقط نستبدل القيم السابقة بمراكز الفئات فيصبح:

▪ مدى الفئة: هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة في الفئة.

▪ مركز الفئة: هو نصف مجموع أكبر قيمة وأصغر قيمة في الفئة.

▪ الوسط الحسابي المتوازن: هو مجموع جداءات مراكز الفئات بتكراراتها على مجموع التكرارات.

طريقة: لحساب الوسط الحسابي المتوازن في سلسلة إحصائية نقوم بما يلي:

✓ نحسب مراكز الفئات.

✓ نضرب كل مركز فئة في التكرار الموافق لها.

✓ نجمع الجداءات المتحصل عليها.

✓ نقسم مجموع الجداءات على التكرار الكلي .

مثال: الجدول يوضح توزيع أثمان لمنتجات معروضة في محل تجاري لبيع الأحذية:

الأثمان P	500 < P < 1000	1000 < P < 1500	1500 < P < 2000	2000 < P < 2500	المجموع
التكرارات	118	135	95	82	430
مراكز الفئات	$\frac{500 + 1000}{2} = 750$	1250	1750	2250	/
الجداءات	118 × 750 = 88500	168750	166250	184500	608000

الفئات متساوية المدى وهو: $1000 - 500 = 500$

الوسط الحسابي المتوازن للأثمان:

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{118 \times 750 + 135 \times 1250 + 95 \times 1750 + 82 \times 2250}{118 + 135 + 95 + 82} \\ &= \frac{88500 + 168750 + 166250 + 184500}{430} = \frac{608000}{430} \end{aligned}$$

$$\approx 1413,95 \dots \approx 1414$$

▪ الفئة المنوالية: هي الفئة التي توافق أكبر تكرار في السلسلة.

مثال: الفئة المنوالية في المثال السابق هي الفئة $1000 < P < 1500$.

سلسلة إحصائية معطاه على شكل قيم:

الوسيط (القيمة الوسيطة): في سلسلة إحصائية مرتبة هو القيمة التي تجعل عدد القيم الأصغر منها أو تساويها **مساويا** لعدد القيم الأكبر منها أو تساويها.

لحساب الوسيط نميز حالتين:

الحالة الأولى: إذا كان عدد قيم السلسلة N (مجموع التكرارات) **عددا فرديا**: **الوسيط** هو القيمة المركزية ورتبته هي $\frac{N+1}{2}$.

مثال 01: عدد قيم السلسلة هو 7 ، $2 \leq 2 \leq 3$ ؛ 3, 5 ؛ $3, 5 \leq 4 \leq 4$.
3 قيم 3, 5 هي الوسيط 3 قيم

إذن رتبة الوسيط هي $4 = \frac{7+1}{2}$ ، ومنه **الوسيط** هو: 3, 5

مثال 02:

مجموع التكرارات هو 29 :

الوسيط هو القيمة التي رتبته $15 = \frac{29+1}{2}$ (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) أي الوسيط هو 10.

المجموع	13	10	9	6	4	قيم x
29	9	6	3	4	7	التكرارات
/	29	20	14	11	7	التكرارات المجمعة الصاعدة

الحالة الثانية: إذا كان عدد قيم السلسلة N (مجموع التكرارات) **عددا زوجيا**: **الوسيط** هو نصف مجموع القيمتين المركزيتين والتي رتبتهما $\frac{N}{2}$ و $\frac{N}{2}+1$.

مثال 01: عدد قيم السلسلة هو 8 ، $2 \leq 3 \leq 5 \leq 6$ ؛ 7 ؛ $7 \leq 9 \leq 10$.
4 قيم 4 قيم

إذن: **الوسيط** هو نصف مجموع القيمتين المركزيتين والتي رتبتهما $4 = \frac{8}{2}$ و $5 = \frac{8}{2}+1$ ، ومنه **الوسيط** هو: 6, 5 .

مثال 02: مجموع التكرارات هو 20 :

الوسيط هو نصف مجموع القيمتين التي رتبتهما $10 = \frac{20}{2}$ و $11 = \frac{20}{2}+1$ (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) .

لدينا: القيمة التي رتبته 10 هي 26 والقيمة التي رتبته 11 هي 29 ومنه **الوسيط** هو: $27, 5 = \frac{26+29}{2}$.

المجموع	33	29	26	25	22	قيم x
20	8	2	5	2	3	التكرارات
/	20	12	10	5	3	التكرارات المجمعة الصاعدة

سلسلة إحصائية معطاة على شكل فئات:

الوسيط (القيمة الوسيطة): نبحث عن الفئة الوسيطة التي تنتمي إليها القيمة الوسيطة.

لحساب الوسيط نميز حالتين:

• **الحالة الأولى:** إذا كان N مجموع التكرارات عددا فرديا: فإن الوسيط هو القيمة المركزية والتي رتبها $\frac{N+1}{2}$ (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) والتي تنتمي للفئة الوسيطة.

مثال: يوضح الجدول الآتي أوزان بعض المنتوجات الغذائية:

المجموع	$49 \leq x < 52$	$46 \leq x < 49$	$43 \leq x < 46$	$40 \leq x < 43$	الوزن (kg)
31	8	6	12	5	التكرار
/	31	23	17	5	التكرار المجمع الصاعد

مجموع الأوزان $N = 31$ عدد فردي: ومنه القيمة المركزية رتبها هي: $\frac{N+1}{2} = \frac{31+1}{2} = 16$

إذن: الوسيط هو القيمة التي رتبها 16 (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) فهي تنتمي للفئة $43 \leq x < 46$ وهي الفئة الوسيطة.

✓ **الحالة الثانية:** إذا كان N مجموع التكرارات عددا زوجيا: فإن الوسيط هو نصف مجموع القيمتين المركزيتين والتي رتبتهما $\frac{N}{2} + 1$ و $\frac{N}{2}$ (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) والذي ينتمي للفئة الوسيطة.

مثال: الجدول يوضح توزيع علامات تلاميذ قسم السنة الرابعة متوسط للفصل الثاني:

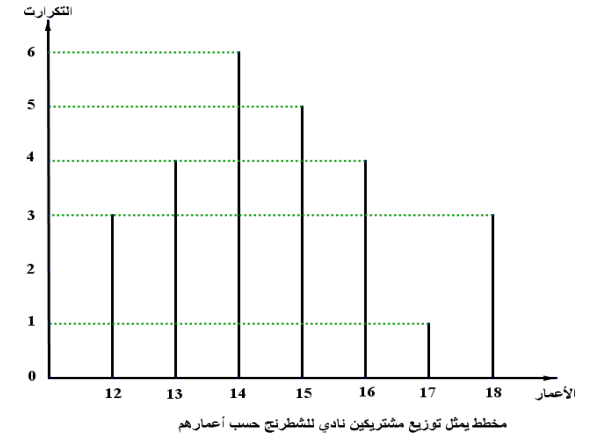
المجموع	$15 \leq N < 20$	$10 \leq N < 15$	$5 \leq N < 10$	$0 \leq N < 5$	العلامات N
24	13	3	6	2	التكرار
/	24	11	8	2	التكرار المجمع الصاعد

عدد التلاميذ $N = 24$ عدد زوجي: ومنه القيمتين المركزيتين رتبتهما هما: $\frac{N}{2} = \frac{24}{2} = 12$ و $\frac{N}{2} + 1 = \frac{24}{2} + 1 = 13$

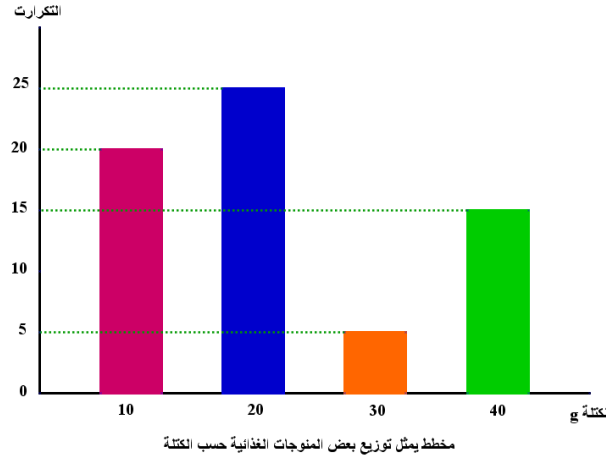
إذن: الوسيط هو نصف مجموع القيمتين التي رتبتهما 12 و 13 (ننظر إلى التكرارات المجمعة الصاعدة) كلاهما تنتمي إلى الفئة $15 \leq N < 20$ وهي الفئة الوسيطة.

تمثيل مقياس إحصائية

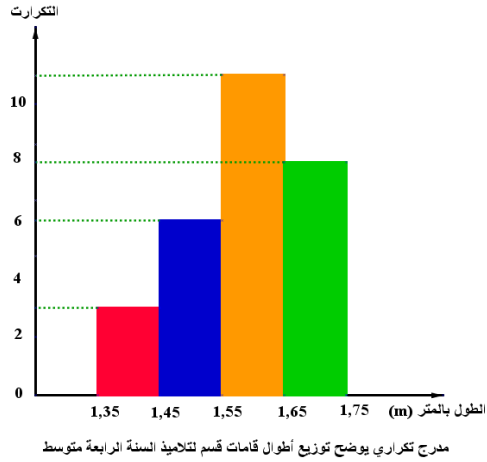
1. مخطط أعمدة



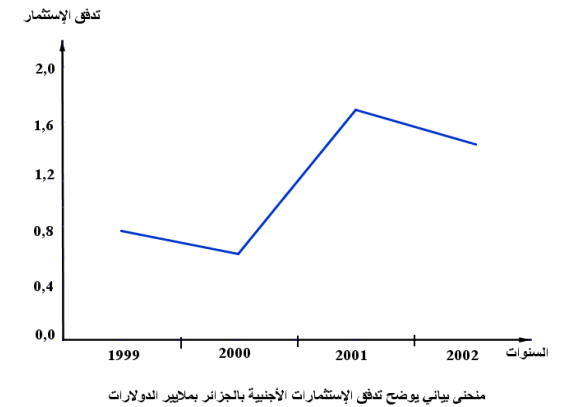
2. مخطط مستطيلات



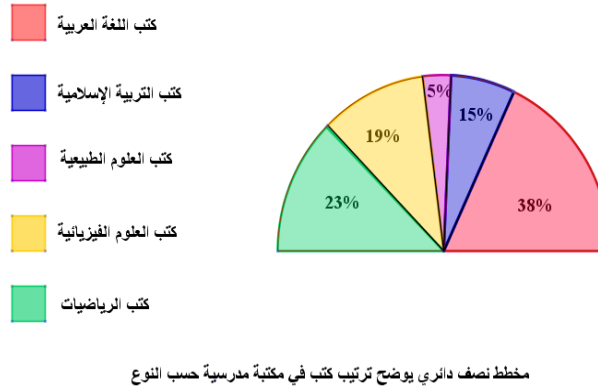
3. مدرج تكراري



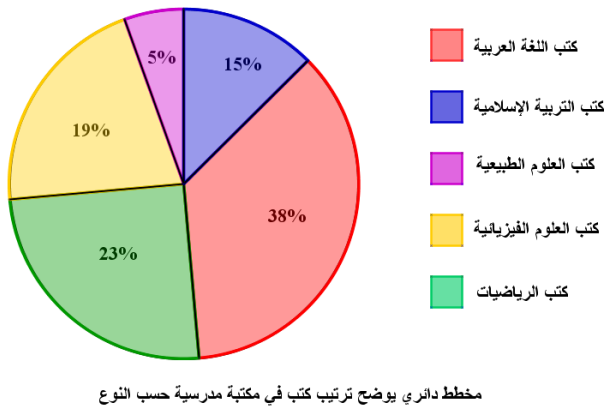
4. منحني بياني



5. مخطط نصف دائري



6. مخطط دائري



وضعية إواماج:

إحياءا لليوم العالمي لداء السكري تطوعت جمعية كافل اليتيم بالتنسيق مع مصلحة الطب الداخلي للمستشفى لإجراء فحوصات مجانية لعينة تتكون من 40 شخصا من كبار السن لمعرفة كمية السكر في دم كل واحد منهم، فكانت النتائج كالتالي: (تم تجميع السلسلة الإحصائية في فئات متساوية المدى).

الجموع	$140 \leq M < 150$				$90 \leq M < \dots$	$80 \leq M < 90$	كمية السكر في الدم $M(mg/dl)$
40	4	11	1	3	10	5	عدد الأشخاص (التكرار)
/							مراكز الفئات
/							التكرار المجمع الصاعد
/							التكرار المجمع النازل
							التواتر
/							التواتر المجمع الصاعد
/							التكرار المجمع النازل

1. أوجد قيمة x . ثم أحسب مدى الفئة ؟
2. أعد رسم الجدول السابق ثم أتممه.
3. ماهي الفئة المنوالية في هذه السلسلة.
4. يقول الأطباء:
- إذا كانت كمية السكر في الدم تتراوح بين 80 و 120 (mg/dl) هذا يعني أن الشخص سليم ومعافى. ما هو عدد الأشخاص المعافين؟ وماهي نسبتهم المئوية؟
- إذا كانت كمية السكر في الدم $130 mg/dl$ فما فوق، فإن هذا الشخص مصاب بداء السكري. ما هو عدد الأشخاص المصابين بداء السكري ؟ وماهي نسبتهم المئوية.



5. أحسب المتوسط المتوازن لهذه السلسلة.
6. أحسب القيمة الوسيطة لهذه السلسلة.
7. مثل معطيات هذه السلسلة بمخطط أعمدة ثم بمخطط دائري.