



الرابعة متوسط

$$E=mc^2$$



الرياضيات



المراجعة الشاملة

الجزء الثاني: أنشطة هندسية

الأستاذ عباسي للرياضيات



ABC

التمرين رقم 1 الحل موجود في الصفحة 19

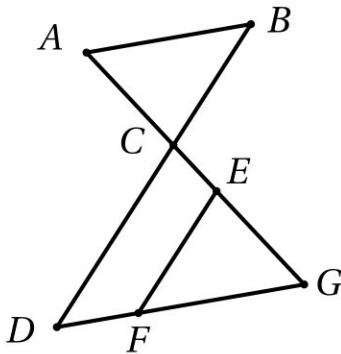
المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر (cm).

1. علم النقطتين $S(0; +4)$ و $P(-5; +2)$.
2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{PS}$ ثم استنتج الطول PS .
3. علما أن $OS = 4$ و $OP = \sqrt{29}$ ، ما نوع المثلث POS ؟ علل.
4. احسب إحداثيتي النقطة T حيث $\vec{PS} = \vec{OT}$.
5. احسب إحداثيتي النقطة M ، مركز تناظر الرباعي $STOP$.

التمرين رقم 2 الحل موجود في الصفحة 19

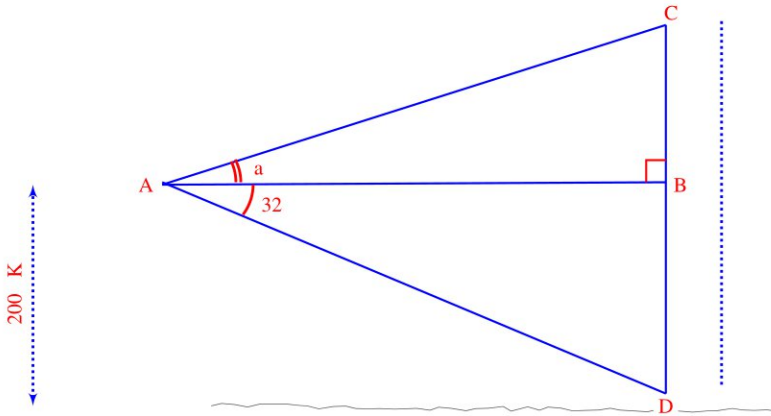
- (I) رتب تصاعديا الأعداد $4\sqrt{5}$ ، $\sqrt{125}$ ، $\sqrt{45}$ مع التعليل.
 - (II) وحدة الطول هي السنتيمتر.
- ABC مثلث حيث $AB = 4\sqrt{5}$ ، $AC = \sqrt{125}$ و $BC = \sqrt{45}$.
1. (أ) بين أن المثلث ABC قائم.
 - (ب) احسب محيط هذا المثلث و اكتب النتيجة على الشكل $a\sqrt{5}$.
 - (ج) احسب مساحة المثلث ABC .
 2. نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
 - (أ) عين موضع مركزها K بدقة مع التعليل.
 - (ب) احسب نصف قطر هذه الدائرة و اكتب النتيجة على الشكل $\frac{a\sqrt{c}}{b}$.
 3. لتكن D النقطة بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و النقطة O مركزه.
 - (أ) بين أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.
 - (ب) احسب الطول OK .

التمرين رقم 3 الحل موجود في الصفحة 20



- وحدة الطول هي السنتيمتر.
- الشكل المقابل ليس مرسوما بالأبعاد الحقيقية حيث فيه : $(AB) \parallel (DG)$: $AB = 4,2$: $AC = 3$: $GD = 6,3$: $GF = 2,8$: $EG = 2$.
1. احسب الطول CG .
 2. هل المستقيمان (EF) و (CD) متوازيان ؟ علل.

يقف راصد في أعلى برج مراقبة على ارتفاع 200 m. شاهد الراصد سفينة تقترب من البرج و في نفس اللحظة مرت طائرة فوق السفينة على ارتفاع 293 m.



1. احسب المسافة التي تفصل السفينة عن البرج (الطول AB).
2. احسب الطول BC.
3. استنتج قيس زاوية الرصد $\widehat{BAC}$ التي رأى وفقها الطائرة.

x هو قيس زاوية حادة حيث $\cos x = 0,6$.

1. احسب القيمة المضبوطة للعدد $\sin x$.
2. أنشئ، بدون استعمال المنقلة، زاوية قياسها x .

1. ارسم مثلثا ABC متقايس الأضلاع طول ضلعه 4 cm.

2. أنشئ النقطة M ، صورة النقطة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$.

3. ما نوع الرباعي $ABMC$ ؟ علل.

4. (ا) أنشئ النقطة N بحيث : $\vec{CN} = \vec{CA} + \vec{CB}$.

(ب) بين أن المثلث ANB متقايس الأضلاع.

5. (ا) بين أن : $\vec{MB} = \vec{BN}$.

(ب) ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة B ؟

6. أتمم باستعمال نقط الشكل :

(ج) $\vec{AC} + \vec{MB} = \dots$

(ب) $\vec{BN} + \vec{BC} = \dots$

(ا) $\vec{AB} + \vec{BC} = \dots$

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A .

1. (ا) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CB}$.

(ب) ما نوع الرباعي $ADBC$ ؟ علل.

2. (ا) أنشئ النقطة E بحيث : $\vec{EA} + \vec{BA} = \vec{0}$.

(ب) بين أن النقطة A هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE .

3. أنشئ النقطة F ، نظيرة النقطة D بالنسبة إلى A .

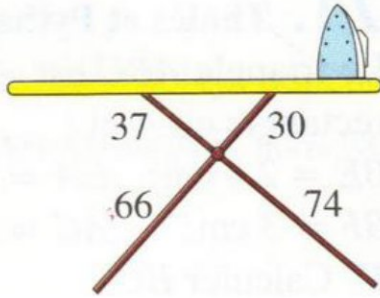
4. بين أن $\vec{DB} = \vec{EF}$.

5. أتمم باستعمال نقط الشكل :

(أ) $\vec{AD} + \vec{BA} = \dots$ (ب) $\vec{BF} + \vec{BD} = \dots$ (ج) $\vec{CA} + \dots = \vec{0}$

التمرين رقم 8

الحل موجود في الصفحة 22



وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل يمثل طاولة كي الملابس.

هل سطح هذه الطاولة أفقي (يوازي سطح الأرض) ؟ علل.

التمرين رقم 9

الحل موجود في الصفحة 22

(C) دائرة مركزها O و نصف قطرها r . $[AC]$ قطر لهذه الدائرة.

نرسم وترين $[AB]$ و $[AD]$ بحيث $\widehat{BAC} = 45^\circ$ و $\widehat{CAD} = 30^\circ$.

1. ما نوع المثلث ABC ؟

2. احسب الطول AB بدلالة r .

3. ما نوع المثلث COD ؟

(من ش.ت.م 1981).

التمرين رقم 10

الحل موجود في الصفحة 22

1. α هو قياس زاوية حادة. برهن ما يلي :

(أ) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 = 1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$ (ب) $(\cos \alpha + \sin \alpha)^2 + (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = 2$

2. ABC مثلث قائم في A . نضع $\widehat{ABC} = \alpha$ برهن أن : $\cos \alpha + \sin \alpha > 1$.

التمرين رقم 11

الحل موجود في الصفحة 22

(C) دائرة مركزها O و $[AC]$ قطر لها حيث $AC = 7 \text{ cm}$.

B نقطة من الدائرة (C) بحيث $AB = 3 \text{ cm}$.

1. أنشئ الشكل.

2. احسب قياس الزاوية $\widehat{BCA}$ بالتدوير إلى الوحدة.

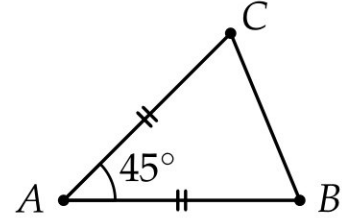
3. احسب الطول BC بالتدوير إلى المليمتر.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
نعتبر النقط $A(1; 0)$ ، $B(-2; 4)$ ، $C(2, 7)$.

1. علم النقط A ، B ، C .
2. احسب إحداثيتي النقطة M ، منتصف القطعة $[AC]$.
3. احسب الطول AB .
4. إذا علمت أن $AC = 5\sqrt{2}$ و $BC = 5$ فما نوع المثلث ABC ؟
5. احسب إحداثيتي النقطة D بحيث $\vec{BA} = \vec{CD}$.

$[AB]$ قطعة مستقيم حيث $AB = 4 \text{ cm}$.

1. أنشئ النقطة C ، صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 90° في الاتجاه الموجب.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.



1. بين أن C هي صورة B بدوران يطلب تعيين مميزاته.
2. أنشئ النقطة D ، صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته 45° في الاتجاه السالب.
3. بين أن D هي صورة A بانسحاب يطلب تعيين شعاعه.

نعتبر في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ النقطة $A(0; -4)$ و المستقيم (d) الذي معادلته $y = 3x + 6$.

1. علم النقطة A و ارسم المستقيم (d) .
2. بين بالحساب أن النقطتين $B(-2, 0)$ و $C(-1; 3)$ تنتميان إلى المستقيم (d) .
3. لتكن النقطة $H(-3; -3)$.

(أ) هل النقطة H تنتمي إلى المستقيم (d) ؟ علل.

(ب) بين أن المثلث AHC قائم في H .

(ج) استنتج بعد النقطة A عن المستقيم (d) .

4. لتكن (C) الدائرة التي مركزها A و تمس المستقيم (d) .

(أ) ما هو نصف قطر الدائرة (C) ؟

(ب) بين أن النقطة $E(3; -5)$ تنتمي إلى هذه الدائرة.

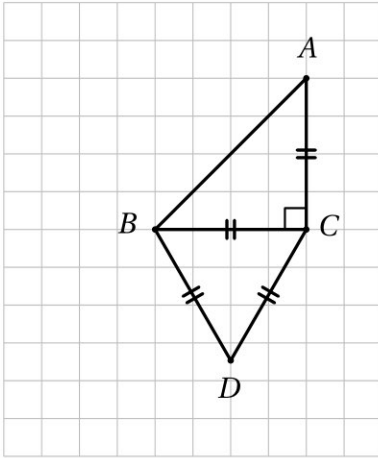
5. لتكن (C') صورة (C) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{HC}$.

(أ) جد إحداثي النقطة I ، مركز الدائرة (C') .

(ب) ما نوع الرباعي $AICH$ ؟ علل.

التمرين رقم 17

الحل موجود في الصفحة 25



1. تأمل في الشكل المقابل ثم حدد مركز، زاوية و اتجاه الدوران الذي :

(أ) يحول A إلى B .

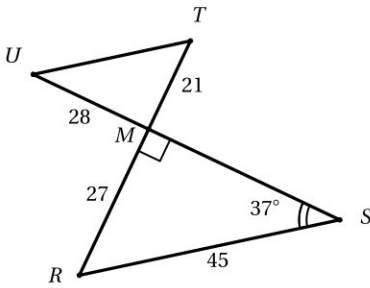
(ب) يحول B إلى C .

(ج) يحول D إلى A .

2. أنشئ صورة المثلث ABC بالدوران الذي مركزه B و زاويته 90° في الاتجاه الموجب.

التمرين رقم 18

الحل موجود في الصفحة 25



وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل المقابل غير مرسوم بالقياسات الحقيقية.

1. احسب الطول MS بالتدوير إلى الوحدة.

2. بين أن المستقيمين (RS) و (TU) متوازيان.

التمرين رقم 19

الحل موجود في الصفحة 25

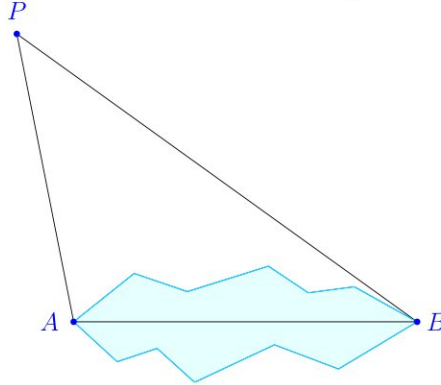
1. لتكن $\hat{A}$ زاوية حادة بحيث $\cos \hat{A} = \frac{12}{13}$.

احسب $\sin \hat{A}$ و $\tan \hat{A}$.

2. $\hat{B}$ زاوية حادة بحيث $\tan \hat{B} = 2\sqrt{2}$.

احسب $\sin \hat{B}$ و $\cos \hat{B}$.

تحلق طائرة P أفقيا و على ارتفاع 1050 m قرب بحيرة تفصل بين مدينتين A و B كما هو ممثل في الشكل أدناه. المسافة التي تفصل الطائرة عن المدينة A هي 1850 m و عن المدينة B هي 2460 m .

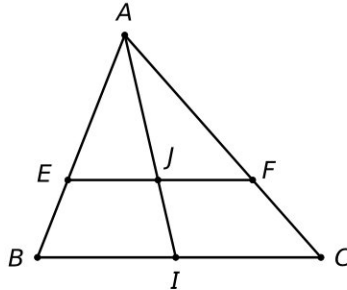


جد قيس الزاوية التي يرى بها الطيار البحيرة و احسب طول البحيرة (الطول AB).

وحدة الطول هي السنتيمتر.
 ABC مثلث بحيث $AB = 10$ ، $AC = 12$ و $BC = 16$. نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على الضلع $[BC]$.
 نضع $BH = x$ و $AH = h$.

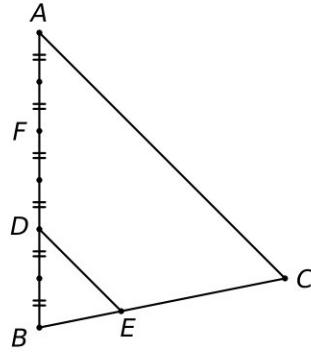
1. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ABH ، عرّ عن h^2 بدلالة x .
2. بتطبيق نظرية فيثاغورث في المثلث ACH ، جد علاقة أخرى بين h^2 و x .
3. حل جملة المعادلتين التي تحصلت عليهما في السؤالين السابقين.
4. جد أقياس زوايا المثلث ABC .
5. احسب مساحة المثلث ABC .

تأمل في الشكل التالي الذي فيه : $(EF) \parallel (BC)$ ، $AE = 5$ ، $EB = 3$ ، $AI = 6$ ، $FC = 4$ ، $EF = 7$ ، $IC = 8$.



احسب الأطوال AI ، AC ، JF و BI .

تأمل في الشكل التالي الذي فيه : $AF = FD = DB$ ، $(DE) \parallel (AC)$ و مساحة المثلث BDE تساوي 6 cm^2 .

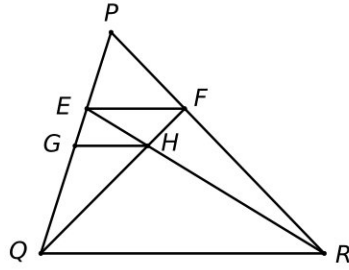


احسب مساحة شبه المنحرف $ACED$.

التمرين رقم 24 الحل موجود في الصفحة 27

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :

المستقيمات (EF) ، (GH) ، (QR) متوازية ؛ $PE = \frac{1}{3}PQ = 3 \text{ cm}$ ؛ $FR = 8 \text{ cm}$ ؛ $QR = 15 \text{ cm}$ ؛ $HR = 9,6 \text{ cm}$ ؛ $QE = 6 \text{ cm}$.

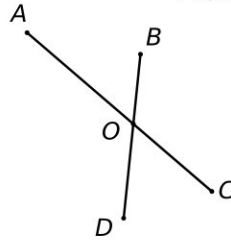


احسب الأطوال EF ، PF ، EH ، GH و GQ .

التمرين رقم 25 الحل موجود في الصفحة 28

تأمل في الشكل التالي الذي فيه :

$OA = 85$ ؛ $OB = 39$ ؛ $OC = 51$ ؛ $OD = 65$.



هل الرباعي $ABCD$ (غير المتصالب) ؟

1. متوازي الأضلاع ؟ علل.

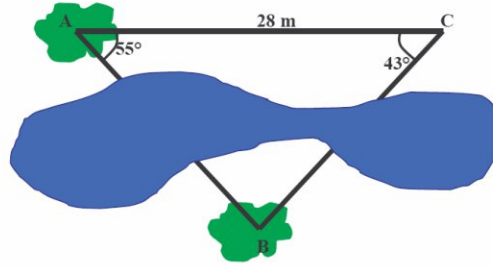
2. شبه منحرف ؟ علل.

التمرين رقم 26 الحل موجود في الصفحة 28

باستعمال مسطرة غير مدرجة و مدور فقط، قسّم القطعة $[AB]$ إلى 5 أجزاء متقايسة مع شرح الطريقة.



يريد محمد حساب المسافة بين شجرتين A و B تفصل بينهما بحيرة. من أجل ذلك، يقف في نقطة تبعد عن A بـ 28 m بحيث يمكنه رؤية الشجرتين من هذه النقطة.
من النقطة C ، يقيس بالمزولة (Le théodolite) الزاوية $\widehat{ACB} = 43^\circ$ و من النقطة A ، يقيس الزاوية $\widehat{CAB} = 55^\circ$.



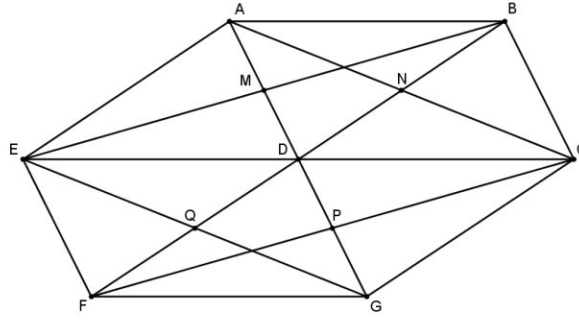
1. اشرح لماذا لا يمكن تطبيق النسب المثلثية في المثلث ABC .
2. لهذا السبب، قرر محمد رسم الارتفاع $[BH]$ المتعلق بالضلع $[AC]$ في المثلث ABC .
نضع $AH = x$ و $BH = h$.
احسب x و h بالتدوير إلى الجزء من مائة.
3. احسب المسافة بين الشجرتين بالتدوير إلى $0,01$.

1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، النقط $A(3; -2)$ ، $B(-1; 4)$ و $C(5; 2)$.
2. حدد إحداثيتي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع.
3. حدد إحداثيتي مركز متوازي الأضلاع $ABCD$.

1. علم، في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، النقط $F(-1; 2)$ ، $H(1; 3)$ ، $L(-2; -2)$ و $K(3; -5)$.
2. حدد معادلة ديكارتية لكل من المستقيمين (FH) و (KL) .
3. حدد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL) .
4. حدد إحداثيتي النقطة J ، نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل.

نعتبر الشكل أدناه الذي فيه

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{FG}$
- $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DG}$



1. بين، باستعمال المعطيات و علاقة شال، أن $\vec{AC} = \vec{EG}$ و استنتج طبيعة الرباعي $ACGE$.

2. أتمم، إن أمكن، المساويات التالية :

(ب) $\vec{DQ} = \dots \vec{DB}$

(د) $\vec{FB} = \dots \vec{AE}$

(و) $\vec{DQ} = \dots \vec{DN}$

(ا) $\vec{AM} = \dots \vec{MG}$

(ج) $\vec{EM} = \dots \vec{ED}$

(هـ) $\vec{BB} = \dots \vec{EN}$

3. حدد ممثلاً للأشعة التالية باستعمال نقط الشكل فقط : (ا) $\vec{ED} + \vec{NA} + \vec{PD}$ (ب) $\vec{FC} - \vec{ED} - \vec{PG}$

(د) $\vec{QD} - \vec{MA} + \vec{GQ}$

(ج) $\vec{CN} + \vec{QE} + \vec{FP}$

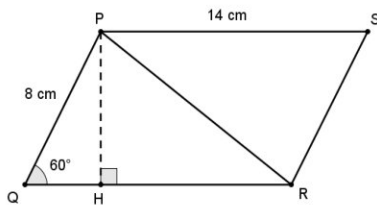
التمرين رقم 31 الحل موجود في الصفحة 31

سلم طوله 3, 50 m ، يستند إلى جدار و يصنع معه زاوية قياسها 20° .

1. احسب ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض.
2. حدد ارتفاع منتصف السلم عن الأرض بالتدوير إلى السنتيمتر.
3. احسب المسافة بين أسفل السلم و الجدار.

التمرين رقم 32 الحل موجود في الصفحة 31

تأمل في الشكل ثم احسب :



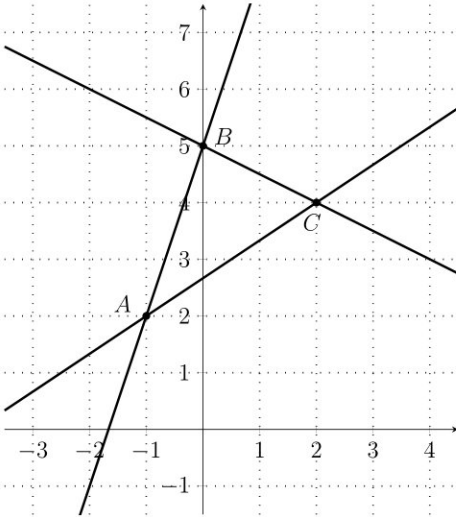
1. طول الارتفاع $[PH]$.
2. طول القطر $[PR]$.
3. مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$.

التمرين رقم 33 الحل موجود في الصفحة 32

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه الأساسي A ، فيه طول الارتفاع المتعلق بالقاعدة $[BC]$ يساوي طول هذه القاعدة.

احسب أقياس زوايا هذا المثلث بالتدوير إلى 10^{-2} .

رأى راصد من نقطة B على سطح الأرض برجاً بزاوية قياسها 18° و رأى راصد آخر هذا البرج من الجهة المقابلة من نقطة C و بزاوية قياسها 14° .
احسب ارتفاع البرج إذا علمت أن المسافة بين الراصدين هي $BC = 200$ m (نهمل قامتي الراصدين أي نعتبر أن أعينهما في مستوى سطح الأرض).



1. حدد معادلة ديكارتية لكل من (AB) ، (AC) و (BC) .
2. حدد، من كل مستقيم، نقطتين إحداثيَّي كل منهما أعداد صحيحة.
3. هل النقطة $P(2018; 1348)$ تنتهي إلى أحد هذه المستقيمات؟

نعتبر عائلة المستقيمات $(d_m) : 3x - my + 2m = 0$ حيث m وسيط حقيقي.

1. حدد قيمة m حتى يمر المستقيم (d_m) من النقطة $A(-5; 9)$ ثم اكتب معادلة هذا المستقيم في أبسط شكل.
- مثل بيانيا هذا المستقيم في معلم متعامد متجانس وحدته $0,5$ cm .
2. حدد قيمة m حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\frac{1}{2}$ ثم اكتب معادلته في أبسط شكل.
- مثل بيانيا هذا المستقيم في المعلم السابق.
3. بين أن النقطة $I(0; 2)$ تنتهي إلى كل المستقيمات (d_m) .
- هل النقطة $J(1; 2)$ تنتهي إلى كل المستقيمات (d_m) ؟

في معلم متعامد و متجانس، علم النقط التالية :
 $A(-2; 3)$ ؛ $B(1; 4)$ ؛ $C(-3; -2)$ ؛ $D(0; -1)$.

1. احسب مركبتي كل من الشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{CD}$.
2. استنتج نوع الرباعي $ABDC$.

الحل موجود في الصفحة 34

التمرين رقم 38

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(1; 3)$ ؛ $B(-3; -2)$ ؛ $C(4; 1)$.
2. جد مركبتي كل من $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$ حسابيا و بيانيا.
3. $\vec{V}$ شعاع في هذا المستوي بحيث $\vec{V} \begin{pmatrix} 8-x \\ y+9 \end{pmatrix}$.
احسب العددين x و y علما أن $\vec{V} = \overrightarrow{AC}$.

الحل موجود في الصفحة 34

التمرين رقم 39

 $(O; \vec{i}, \vec{j})$ معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1. علم النقط : $A(3; 7)$ ؛ $B(3; -3)$ ؛ $C(-1; -1)$.
2. احسب الأطوال AB ، AC و BC .
3. بين أن المثلث ABC قائم.
4. ارسم الدائرة المحيطة بالمثلث ABC ثم احسب إحداثيتي مركزها E .
5. بين أن المستقيم (AC) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$.

الحل موجود في الصفحة 35

التمرين رقم 40

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

1. علم النقط : $A(2; 2)$ ؛ $B(-3; -1)$ ؛ $C(5; -3)$.
2. احسب الطول AB .
3. علما أن $AC = \sqrt{34}$ و $BC = 2\sqrt{17}$ ، ما نوع المثلث ABC ؟
4. احسب إحداثيتي النقطة D حيث $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AC}$.
5. ما نوع الرباعي $ABDC$ ؟ احسب إحداثيتي النقطة M ، نقطة تلاقي قطريه.

الحل موجود في الصفحة 35

التمرين رقم 41

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط : $A(-3; 2)$ ؛ $B(-2; 4)$ ؛ $C(2; 2)$.
2. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
3. محور الضلع $[BC]$ يقطعه في H و يقطع الضلع $[AC]$ في G .
- احسب إحداثيتي النقطة H .
4. استنتج مما سبق الطول GH .
5. عين النقطة D ، نظيرة B بالنسبة إلى G .
- ما نوع الرباعي الناتج ؟ علل.

6. احسب إحداثيتي النقطة D .

التمرين رقم 42 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط $A(-3; 4)$ ، $B(-2; 1)$ ، $C(3; -3)$ ، $D(6; 2)$.

2. احسب مركبتي الشعاع $\vec{u}$ حيث $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

3. علم النقطة I حيث $\overrightarrow{OI} = \vec{u}$.

التمرين رقم 43 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس.

A نقطة خاضعة لثلاث قوى ممثلة بالأشعة $\vec{u}$ ، $\vec{v}$ و $\vec{w}$ حيث $A(3; -1)$ ، $\vec{u} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ ، $\vec{v} \begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ ، $\vec{w} \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. مثل هذه المعطيات.

2. ما هي محصلة القوى التي تخضع لها النقطة A ؟ ماذا تستنتج ؟

3. احسب شدة كل قوة.

التمرين رقم 44 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط $A(-2; 2)$ ، $B(2; -1)$ ، $C(5; 3)$ ، $D(1; 6)$.

2. احسب إحداثيتي K ، منتصف $[AC]$.

3. احسب إحداثيتي L ، منتصف $[BD]$.

4. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

5. احسب الأطوال AB ، AC ، BC .

6. ما نوع المثلث ABC ؟ علل.

7. استنتج نوع الرباعي $ABCD$.

التمرين رقم 45 الحل موجود في الصفحة 35

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. علم النقط $A(-1; 6)$ ، $B(7; -2)$ ، $C(1; -2)$ ، $D(9; 6)$.

2. بين أن النقطة $E(4; 3)$ مركز دائرة تشمل النقط A ، B ، C و D . ما هو نصف قطر هذه الدائرة ؟

3. بين أن النقطة $M(4; 1)$ تنتمي إلى القطعة $[AB]$ و إلى القطعة $[CD]$.

4. قارن بين $MA \times MB$ و $MC \times MD$.

5. بين أن $(BC) \parallel (AD)$.

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-2; -3)$ ، $B(-4; 4)$ ، $C(3; 6)$.
2. احسب مركبتى كل من $\vec{AB}$ ، $\vec{AC}$ و $\vec{BC}$.
3. (أ) احسب الأطوال AB ، AC و BC .
(ب) ما نوع المثلث ABC ؟ علل.
4. لتكن النقطة D بحيث $ABCD$ متوازي الأضلاع.
(أ) احسب إحداثيتي النقطة D .
(ب) ما نوع الرباعي $ABCD$ ؟ علل.
5. عين مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
6. بين أن النقطة D تنتمي إلى هذه الدائرة.
7. جد إحداثيتي E ، صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$.
8. ما نوع الرباعي $ABEC$ ؟ علل.
9. احسب مساحة الرباعي $ABEC$.

التمرين رقم 47

الحل موجود في الصفحة 35

المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس (وحدة الطول هي السنتيمتر).

1. علم النقط $A(-3; 1)$ ، $B(0; 4)$ ، $C(1; -3)$.
2. احسب مركبتى الشعاع $\vec{AB}$ ثم استنتج الطول AB .
3. بين أن المثلث ABC قائم في A إذا علمت أن $AC = 4\sqrt{2}$ و $BC = 5\sqrt{2}$.
4. عيّن على الشكل النقطة D ، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AB}$ ثم اقرأ إحداثيتها.
5. احسب إحداثيتي النقطة M ، مركز تناظر الرباعي $ABDC$.

التمرين رقم 48

الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث كفي. ترجم بمساواة شعاعية العبارات التالية ثم أنشئ النقط D ، E ، F ، G ، H .

1. نظيرة B بالنسبة إلى A .
2. C منتصف القطعة $[BE]$.
3. F صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$.
4. $BDGF$ متوازي الأضلاع.
5. H مركز متوازي الأضلاع $ADGC$.

التمرين رقم 49 الحل موجود في الصفحة 36

A, B, C ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

1. أنشئ النقطة D بحيث $\vec{BD} = \vec{AC}$.

2. أنشئ النقطة E بحيث $\vec{CE} + \vec{CA} = \vec{0}$.

3. استنتج نوع الرباعي $CEDB$.

التمرين رقم 50 الحل موجود في الصفحة 36

ABC مثلث قائم في A .

أنشئ النقط D, E, F, G, H, I بحيث :

$$\begin{aligned} \vec{AD} = -\vec{AC} & ; \vec{DE} = 2\vec{BC} & ; \vec{AF} = \vec{AB} + \vec{BC} \\ \vec{BG} = \vec{BE} + \vec{BF} & ; \vec{AH} = \vec{AF} + \vec{BD} & ; \vec{IA} + \vec{BA} = \vec{0} \end{aligned}$$

التمرين رقم 51 الحل موجود في الصفحة 37

$ABCD$ معين. مثل الأشعة التالية :

$$\vec{u} = \vec{BC} + \vec{CA} ; \vec{v} = \vec{BA} + \vec{BC} ; \vec{w} = \vec{AD} - \vec{CB}$$

التمرين رقم 52 الحل موجود في الصفحة 37

$EFGH$ متوازي الأضلاع و I منتصف $[EF]$.

1. أنشئ الشكل.

2. (أ) ما هي صورة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{EH}$ ؟

(ب) ما هي صورة F بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{EH}$ ؟ علّل.

3. أنشئ النقطة J ، صورة I بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{EH}$.

ماذا تمثل النقطة J بالنسبة للقطعة $[GH]$ ؟ علّل.

4. أنشئ النقطة K بحيث $\vec{EK} = \vec{EG} + \vec{EH}$.

بين أن J منتصف $[EK]$.

التمرين رقم 53 الحل موجود في الصفحة 38

1. أنشئ متوازي الأضلاع $ABCD$ ثم النقط E, F, G, H بحيث :

$$\vec{EA} + \vec{EB} = \vec{0} ; \vec{CF} = \frac{1}{2}\vec{CB} ; 2\vec{CG} = \vec{CD} ; \vec{HA} = \vec{FB}$$

2. ماذا تمثل النقط E, F, G, H بالنسبة للقطع $[AB], [BC], [CD], [DA]$ على الترتيب ؟

3. استنتج نوع الرباعي $EFGH$.

التمرين رقم 54 الحل موجود في الصفحة 38

A, B, C ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

1. (أ) أنشئ النقطة E بحيث $\vec{AC} = \vec{BE}$.

(ب) بين أن الرباعي $ABEC$ متوازي الأضلاع.

2. (أ) أنشئ النقطة G ، صورة النقطة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CA}$.

(ب) بين أن A منتصف $[GC]$.

(ج) استنتج $\vec{AG} + \vec{AC}$.

3. (أ) أنشئ النقطة H بحيث $\vec{AH} = \vec{AB} + \vec{AC}$.

(ب) بين أن : $\vec{EC} + \vec{BE} + \vec{AB} + \vec{CA} = \vec{0}$.

التمرين رقم 55 الحل موجود في الصفحة 38

ABC مثلث كفي.

1. عين النقطة H بحيث $\vec{AB} = \vec{BH}$.

2. عين النقطة E بحيث $\vec{HC} = \vec{CE}$.

3. برهن أن $(AE) \parallel (BC)$.

التمرين رقم 56 الحل موجود في الصفحة 39

ABC مثلث كفي.

1. أنشئ النقطتين D و N بحيث :

$$\vec{AD} = -\vec{BC}$$

و

$$\vec{AN} = \vec{AB} + \vec{AC}$$

2. بين أن B منتصف $[DN]$.

التمرين رقم 57 الحل موجود في الصفحة 39

1. ارسم مثلثا MEC ثم عين K ، منتصف $[CM]$.

2. أنشئ النقطة N ، نظيرة E بالنسبة إلى K .

3. بين أن $\vec{CN} = \vec{EM}$.

4. (أ) أنشئ النقطة D ، صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CN}$.

(ب) ماذا تمثل النقطة M بالنسبة للقطعة $[ED]$ ؟ علل.

5. أتمم المساويات التالية باستعمال نقط الشكل :

$$\vec{EM} + \vec{EC} = \dots \text{ (ج)}$$

$$\vec{CN} + \vec{ND} = \dots \text{ (ب)}$$

$$\vec{EC} + \vec{MD} = \dots \text{ (أ)}$$

EFG مثلث كفي.

1. أنشئ النقطة K ، صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{FG}$.
2. أنشئ النقطة L حيث $\overrightarrow{EK} + \overrightarrow{EG} = \overrightarrow{EL}$
3. بين أن النقطة G منتصف القطعة $[FL]$.

المستوي مزود بمعلم م.م $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر.

1. علم النقط $A(-3; 2)$ ، $D(4; 3)$ و $F(5; -4)$.
2. بين أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D علما أن $DF = \sqrt{50}$.
3. بين أن F هي صورة A بدوران يُطلب تحديد عناصره.
4. احسب إحداثيات النقطة E حتى يكون الرباعي $DAEF$ معيناً.

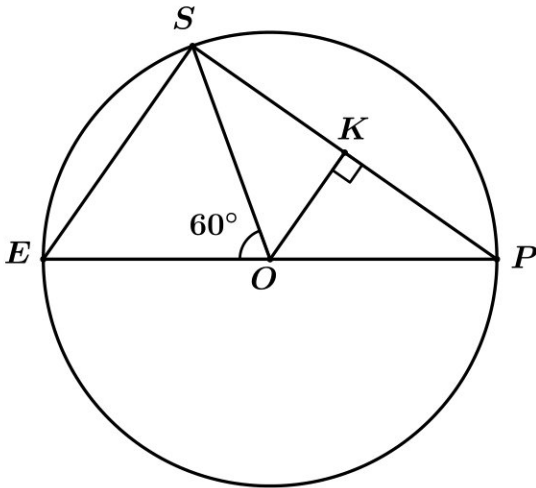
1. أنشئ مثلثا ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 4 \text{ cm}$ و $\widehat{ABC} = 43^\circ$.
2. أنشئ E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 180° .
3. بين نوع المثلث BEC ثم ارسم الدائرة المحيطة به.
4. احسب قياس الزاوية $\widehat{CAE}$.
5. نسي H المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (BC) . احسب الطول AH و استنتج مساحة المثلث ABC .
6. احسب الطول EC .

ارسم مثلثا كفييا ABC .

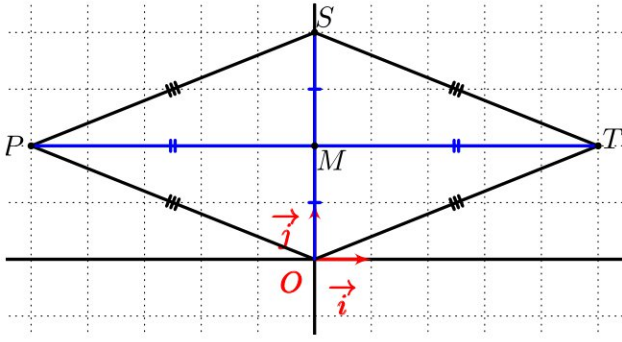
1. أنشئ النقطة E بحيث $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AE} = \vec{0}$
 2. عين النقطة F بحيث $\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{FC}$
 3. عين النقطة I ، منتصف $[BC]$.
 4. برهن أن المستقيمين (BC) و (AF) متوازيان.
 5. نسي J نقطة تقاطع (BF) و (AC) .
- بين أن النقط E ، I و J في استقامية.

- علم، في م.م.م، النقط $A(2; 3)$ ، $B(-1; 2)$ ، $C(4; -1)$ ، $D(-4; 1)$ و $E(6; -5)$.
- بين أن B منتصف $[AD]$ و C منتصف $[AE]$.
 - ماذا تستنتج بالنسبة للمستقيمين (BC) و (DE) ؟

- المستوي مزود بمعلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$. وحدة الطول هي السنتيمتر.
- علم النقط $A(-1; 3)$ ؛ $B(5; 5)$ ؛ $C(3; 1)$.
 - احسب الطول AC .
 - بين أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين علما أن $BC = 2\sqrt{5}$ و $AB = 2\sqrt{10}$.
 - أنشئ النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CA}$.
- ما نوع الرباعي $ACBD$ ؟ علل.



- الشكل المقابل غير مرسوم بأبعاده الحقيقية (وحدة الطول هي السنتيمتر).
يُعطى : $EP = 8$.
- بين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته.
 - احسب قياس الزاوية $\widehat{EPS}$.
 - احسب الطولين PS و PK (بالتدوير إلى الوحدة).



1. تعليم النقطتين $P(-5; 2)$ و $S(0; 4)$.

2. $\overrightarrow{PS} \begin{pmatrix} x_S - x_P \\ y_S - y_P \end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{PS} \begin{pmatrix} 0 - (-5) \\ 4 - 2 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{PS} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

منه $PS = \sqrt{5^2 + 2^2} \text{ cm} = \sqrt{25 + 4} \text{ cm} = \sqrt{29} \text{ cm}$

3. بما أن $OP = PS = \sqrt{29} \text{ cm}$ فإن المثلث POS متساوي الساقين رأسه الأساسي P .

4. $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{PS}$ معناه $\overrightarrow{OT} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ إذن $T(5; 2)$ (إحداثيات النقطة T هما مركبتا الشعاع $\overrightarrow{OT}$).

5. بما أن $\overrightarrow{OT} = \overrightarrow{PS}$ فإن الرباعي $STOP$ متوازي الأضلاع و بالتالي فمركز تناظره هو نقطة تلاقي قطريه منه

M منتصف $[OS]$ و بالتالي : $x_M = \frac{x_O + x_S}{2} = \frac{0 + 0}{2} = 0$ و $y_M = \frac{y_O + y_S}{2} = \frac{0 + 4}{2} = 2$ إذن $M(0; 2)$

(I) لدينا : $4\sqrt{5} = \sqrt{4^2} \times \sqrt{5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{80}$

و بما أن $45 < 80 < 125$ فإن $\sqrt{45} < \sqrt{80} < \sqrt{125}$ أي $\sqrt{45} < 4\sqrt{5} < \sqrt{125}$

(II) مثلث ABC حيث $AB = 4\sqrt{5}$ ، $AC = \sqrt{125}$ و $BC = \sqrt{45}$

1. (أ) من الجزء الأول : $AB < AC$ و $BC < AB$ و $AB = \sqrt{80}$

من جهة أخرى $AC^2 = (\sqrt{125})^2 = 125$ و $AB^2 + BC^2 = (\sqrt{80})^2 + (\sqrt{45})^2 = 80 + 45 = 125$ أي $AB^2 + BC^2 = AC^2$

فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B (الوتر هو $[AC]$).

(ب) محيط هذا المثلث هو $12\sqrt{5} \text{ cm}$

$P_{ABC} = AB + BC + AC = 4\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{125} = 4\sqrt{5} + \sqrt{9 \times 5} + \sqrt{25 \times 5} = 4\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = (4 + 3 + 5)\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$

(ج) احسب مساحة المثلث ABC هي 30 cm^2

$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{4\sqrt{5} \times 3\sqrt{5}}{2} = \frac{12 \times (\sqrt{5})^2}{2} = 6 \times 5 = 30$

2. نعتبر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .

(أ) مركز الدائرة المحيطة بالمثلث القائم هي منتصف وتره إذن K منتصف $[AC]$.

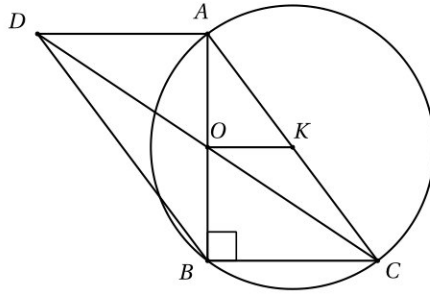
(ب) نصف قطر هذه الدائرة هو $\frac{5\sqrt{5}}{2} \text{ cm}$

3. لتكن D النقطة بحيث يكون الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع و لتكن O مركزه.

قطرا متوازي الأضلاع متناصفان إذن O منتصف $[AB]$. و بما أن K منتصف $[AC]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج:

(أ) أن المستقيمين (BC) و (OK) متوازيان.

(ب) و أن $OK = \frac{BC}{2} = \frac{\sqrt{45}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2} \text{ cm}$



للعودة إلى التمرين 3

حل التمرين رقم 3

1. في المثلث ABC لدينا : $G \in (CA)$ و $D \in (CB)$ بحيث $(DG) \parallel (AB)$ فحسب خاصية طاليس :
إذن $CG = \frac{6,3 \times 3}{4,2} = \frac{18,9}{4,2} = 4,5$ منه $\frac{3}{CG} = \frac{CB}{CD} = \frac{4,2}{6,3}$ أي $\frac{CA}{CG} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{DG}$
 $CG = 4,5 \text{ cm}$

2. نبدأ بمقارنة النسبتين $\frac{GF}{GD}$ و $\frac{GE}{GC}$ لدينا : $\frac{GF}{GD} = \frac{2,8}{6,3}$ و $\frac{GE}{GC} = \frac{2}{4,5}$
بما أن $2,8 \times 4,5 = 12,6$ و $6,3 \times 2 = 12,6$ أي $2,8 \times 4,5 = 6,3 \times 2$ فإن $\frac{2,8}{6,3} = \frac{2}{4,5}$ أي $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GD}$
النقط G, E, C من جهة و النقط D, F, G من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب
بحيث $\frac{GE}{GC} = \frac{GF}{GD}$ فحسب الخاصية العكسية لخاصية طاليس : $(EF) \parallel (CD)$.

للعودة إلى التمرين 4

حل التمرين رقم 4

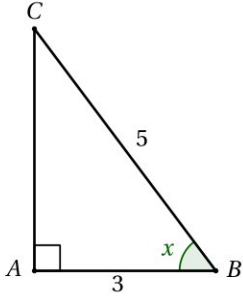
1. في المثلث ABD القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAD} = \frac{DB}{AB}$ أي $\tan 32^\circ = \frac{200}{AB}$ منه :
 $AB = \frac{200}{\tan 32^\circ} \approx \frac{200}{0,6249} \approx 320,05$
إذن فالمسافة التي تفصل السفينة عن البرج هي $AB = 320 \text{ m}$ بالتدوير إلى الوحدة.

2. لدينا : $BC = CD - BD = 293 \text{ m} - 200 \text{ m} = 93 \text{ m}$

3. في المثلث ABC القائم في B لدينا : $\tan \widehat{BAC} = \frac{BC}{AB} = \frac{93}{320} \approx 0,2906$:
 $0,2906 \quad \text{2ndf} \quad \tan \approx 16,2^\circ$
إذن زاوية الرصد التي يرى وفقها الطائرة هي $\widehat{BAC} = 16^\circ$ بالتدوير إلى الوحدة.

للعودة إلى التمرين 5

حل التمرين رقم 5



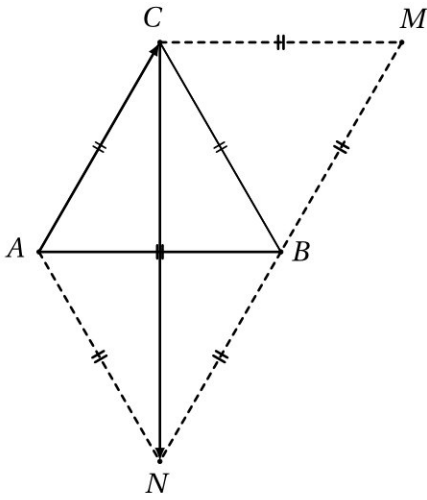
1. نعلم أن $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ أي $(0,6)^2 + \sin^2 x = 1$ أي $0,36 + \sin^2 x = 1$ منه $\sin^2 x = 1 - 0,36 = 0,64$ فإن $\sin x > 0$ منه $\sin x = \sqrt{0,64} = 0,8$.

2. لدينا : $\cos x = 0,6 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \dots$

نرسم مثلثا ABC قائما في A بحيث $AB = 3 \text{ cm}$ و $BC = 5 \text{ cm}$ فيكون $x = \hat{B}$ إذن $\cos \hat{B} = \frac{BA}{BC} = \frac{3}{5} = 0,6$

للعودة إلى التمرين 6

حل التمرين رقم 6



1. الشكل.

2. الشكل.

3. بما أن M صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{AC}$ فإن الرباعي $ABMC$ متوازي الأضلاع و بما أن $AB = AC$ فهو معين (له ضلعان متتاليان متقايسان).

4. (أ) الشكل.

(ب) بما أن $\vec{CN} = \vec{CA} + \vec{CB}$ فإن الرباعي $ANBC$ متوازي الأضلاع و بالتالي $AN = BC$ و $NB = AC$ لكن $AB = AC = BC$ و بالتالي $AB = NB = AN$ المتثلث ANB متقايس الأضلاع.

5. (أ) بما أن $ABMC$ متوازي الأضلاع فإن $\vec{MB} = \vec{CA}$ و بما أن $ANBC$ متوازي الأضلاع فإن $\vec{BN} = \vec{CA}$ نستنتج إذاً أن $\vec{MB} = \vec{BN}$.

(ب) بما أن $\vec{MB} = \vec{BN}$ فإن B منتصف $[MN]$.

6. (أ) $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

(ب) $\vec{BN} + \vec{BC} = \vec{BA}$

(ج) $\vec{AC} + \vec{MB} = \vec{BM} + \vec{MB} = \vec{BB} = \vec{0}$

للعودة إلى التمرين 7

حل التمرين رقم 7

1. (أ) الشكل.

(ب) بما أن D صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CB}$ فإن $\vec{AD} = \vec{CB}$ و هذا يعني أن الرباعي $ADBC$ متوازي الأضلاع.

2. (أ) الشكل.

(ب) بما أن $\vec{EA} + \vec{BA} = \vec{0}$ فإن A منتصف $[BE]$ منه $AB = AE$ لكن $AB = AC$ إذن $AB = AC = AE$ و هذا يعني أن A مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCE (و بالتالي فهو قائم في C).

3. الشكل.

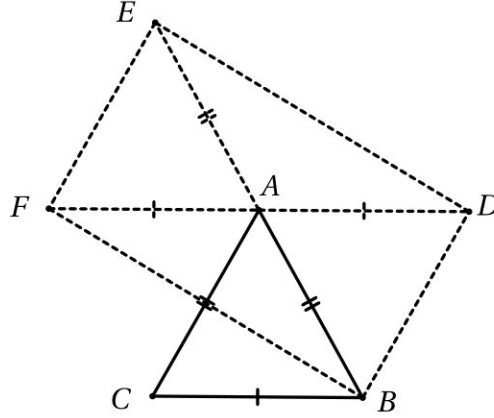
4. بما أن F نظيرة D بالنسبة إلى A فإن $AF = AD$.

و نعلم أن $AB = AE$ إذن فقطرتي الرباعي $BFED$ متناصفان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{EF}$.

5. (أ) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{FE}$ أو $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CA}$ أو $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$ (ب) $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{FE}$

(ب) $\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BE}$ (قاعدة متوازي الأضلاع)

(ج) $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{EF} = \overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{0}$ أو $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$



للعودة إلى التمرين 8

حل التمرين رقم 8

نقارن النسبتين $\frac{30}{66}$ و $\frac{37}{74}$. بما أن : $37 \times 66 = 2442$ و $74 \times 30 = 2220$ أي $74 \times 30 \neq 37 \times 66$ فإن $\frac{37}{74} \neq \frac{30}{66}$.
و حسب العكس النقيض لخاصية طاليس نستنتج أن سطح طاولة الكي لا يوازي سطح الأرض ما يعني أن الطاولة ليست أفقية.

للعودة إلى التمرين 9

حل التمرين رقم 9

للعودة إلى التمرين 10

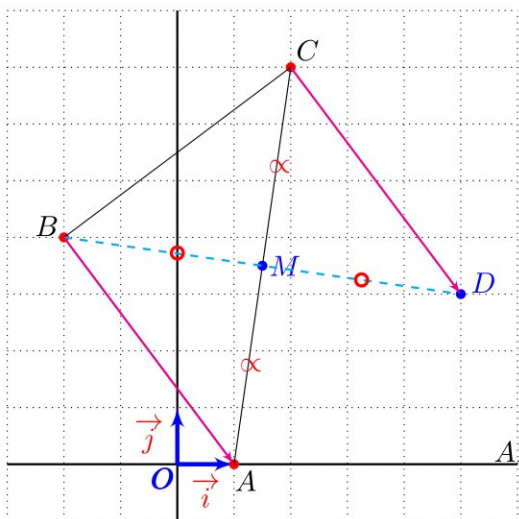
حل التمرين رقم 10

للعودة إلى التمرين 11

حل التمرين رقم 11

للعودة إلى التمرين 12

حل التمرين رقم 12



1. الشكل.

2. لدينا : $M\left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2}\right)$

منه $M\left(\frac{1+2}{2}; \frac{0+7}{2}\right)$ أي $M(1, 5)$

3. لدينا : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$

أي $AB = \sqrt{(-2-1)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2}$

$AB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

4. بما أن $AB = BC$ فإن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي B .

من جهة أخرى : $AC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$ و $AB^2 + BC^2 = 5^2 + 5^2 = 25 + 25 = 50$ أي $AB^2 + BC^2 = AC^2$ فحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ABC قائم في B . إذاً فالمثلث ABC قائم في B و متساوي الساقين.

5. لدينا : $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix}$ منه $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} 1 - (-2) \\ 0 - 4 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - 2 \\ y_D - 7 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{BA}\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - 2 \\ y_D - 7 \end{pmatrix}$

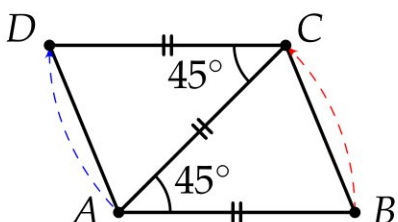
معناه $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ منه $\begin{cases} x_D - 2 = 3 \\ y_D - 7 = -4 \end{cases}$ أي $\begin{cases} x_D = 5 \\ y_D = 3 \end{cases}$ إذاً $D(5; 3)$

1. بما أن $AB = AC$ و $\widehat{BAC} = 45^\circ$ فإن C هي صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 45° في الاتجاه الموجب (عكس عقارب الساعة).

2. الشكل.

3. بما أن D صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته 45° فإن $CA = CD$ و $\widehat{ACD} = 45^\circ$

لدينا إذاً $\widehat{BAC} = \widehat{ACD} = 45^\circ$ (زاويتان متبادلتان داخليا و متقايستان) و بالتالي $(AB) \parallel (CD)$. و بما أن $AB = AC$ و $AC = CD$ فإن $AB = CD$ و هذا يعني أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع (له ضلعان متقابلان متقايسان و حاملهما متوازيان) منه $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ و بالتالي فإن D هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{BC}$ (ن2)



1. تعليم النقطة A.

لرسم المستقيم ، نحتاج إلى نقطتين منه :

x	0	-2
y	$3 \times 0 + 6 = 0 + 6 = 6$	$3 \times (-2) + 6 = -6 + 6 = 0$

المستقيم (d) يشمل النقطتين (0;6) و (-2;0).

2. النقطة B تنتمي إلى المستقيم (d) إذا كان إحداثياتها يحققان معادلة المستقيم (d) أي إذا كان $y_B = 3x_B + 6$ (انظر أيضا السؤال السابق)

لكن : $3x_B + 6 = 3 \times (-2) + 6 = -6 + 6 = 0 = y_B$ إذاً $B \in (d)$

بالمثل : $3x_C + 6 = 3 \times (-1) + 6 = -3 + 6 = 3 = y_C$ إذاً $C \in (d)$

3. (ا) لدينا : $3x_H + 6 = 3 \times (-3) + 6 = -9 + 6 = -3 = y_H$ إذاً $H \in (d)$

(ب) لدينا : $AH = \sqrt{(x_H - x_A)^2 + (y_H - y_A)^2} = \sqrt{(-3 - 0)^2 + (-3 - (-4))^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3 + 4)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10}$

$CH = \sqrt{(x_H - x_C)^2 + (y_H - y_C)^2} = \sqrt{(-3 - (-1))^2 + (-3 - 3)^2} = \sqrt{(-3 + 1)^2 + (-6)^2} = \sqrt{4 + 36} = \sqrt{40}$
 $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(-1 - 0)^2 + (3 - (-4))^2} = \sqrt{(-1)^2 + (3 + 4)^2} = \sqrt{1 + 49} = \sqrt{50}$
 منه $AC^2 = \sqrt{50}^2 = 50$ و $AH^2 + CH^2 = \sqrt{10}^2 + \sqrt{40}^2 = 10 + 40 = 50$ أي $AH^2 + CH^2 = AC^2$ حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث AHC قائم في H.

(ج) بما أن $(AH) \perp (d)$ فإن بعد النقطة A عن المستقيم (d) يساوي الطول AH أي $\sqrt{10}$.

4. (ا) بما أن (d) مماس للدائرة (C) فإن نصف قطرها r يساوي بُعد المركز A عن المستقيم (d) إذاً $r = AH = \sqrt{10}$

(ب) النقطة E تنتمي إلى الدائرة (C) لأن $AE = \sqrt{10} = r$

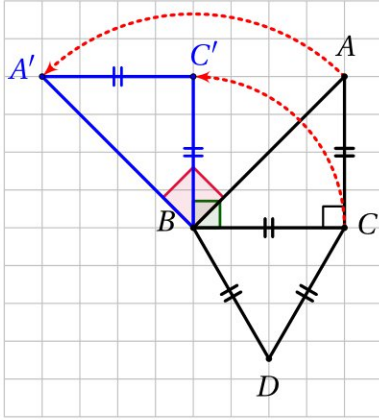
$AE = \sqrt{(x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2} = \sqrt{(3 - 0)^2 + (-5 - (-4))^2} = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{9 + 1} = \sqrt{10} = r$

5. (ا) I هي صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{HC}$ منه $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{HC}$ منه $\begin{pmatrix} x_I - x_A \\ y_I - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_C - x_H \\ y_C - y_H \end{pmatrix}$

أي $\begin{pmatrix} x_I - 0 \\ y_I - (-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 - (-3) \\ 3 - (-3) \end{pmatrix}$

أي $\begin{pmatrix} x_I \\ y_I + 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 + 3 \\ 3 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$ أي $\begin{cases} x_I = 2 \\ y_I + 4 = 6 \end{cases}$ إذاً $I(2; 2)$

(ب) بما أن $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{HC}$ فإن الرباعي AICH متوازي الأضلاع و بما أن $\widehat{AHC} = 90^\circ$ فهو مستطيل (ليس مربعاً لأن $AH \neq HC$).

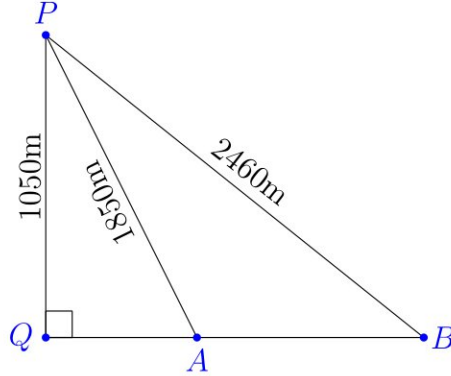


1. (أ) B هي صورة A بالدوران الذي مركزه C و زاويته 90° في الاتجاه الموجب.
- (ب) C هي صورة B بالدوران الذي مركزه D و زاويته 60° في الاتجاه السالب.
- (ج) A هي صورة D بالدوران الذي مركزه C و زاويته 150° ($90^\circ + 60^\circ$) في الاتجاه السالب.
2. صورة B بالدوران الذي مركزه B و زاويته 90° في الاتجاه الموجب هي B نفسها (صورة مركز الدوران هي المركز نفسه).
- صورة A بهذا الدوران هي النقطة A' بحيث $BA' = BA$ و $\widehat{A'BA} = 90^\circ$
- صورة C بهذا الدوران هي النقطة C' بحيث $C'B = CB$ و $\widehat{C'BC} = 90^\circ$

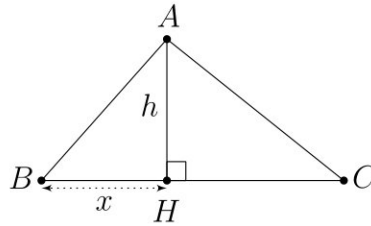
1. في المثلث MRS القائم في M لدينا : $\cos \widehat{MSR} = \frac{MS}{SR}$ أي $\cos 37^\circ = \frac{MS}{45}$ منه $MS = 45 \times \cos 37^\circ \approx 45 \times 0,7986 = 35,937 \approx 36$
 إذاً $MS = 36 \text{ cm}$ بالتدوير إلى الوحدة.
- طريقة أخرى : $\tan 37^\circ = \frac{MR}{MS}$ منه $MS = \frac{MR}{\tan 37^\circ} = \frac{27}{\tan 37^\circ} \approx \frac{27}{0,7536} = 35,828 \approx 36$
- طريقة أخرى : بتطبيق نظرية فيثاغورث نجد $MS^2 = RS^2 - RM^2 = 45^2 - 27^2 = 1296$ $MS = \sqrt{1296} \text{ cm} = 36 \text{ cm}$
2. لدينا : $\frac{MR}{MT} = \frac{MS}{MU} = \frac{27 \div 3}{21 \div 3} = \frac{9}{7}$ و $\frac{MS}{MU} = \frac{36 \div 4}{28 \div 4} = \frac{9}{7}$ أي $\frac{MR}{MT} = \frac{MS}{MU}$
- النقط R ، M ، T من جهة و النقط S ، M ، U من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{MR}{MT} = \frac{MS}{MU}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(RS) \parallel (TU)$.

1. لدينا $\cos^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{A} = 1$ منه $\sin^2 \hat{A} = 1 - \cos^2 \hat{A} = 1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1 - \frac{144}{169} = \frac{25}{169}$
 و بالتالي $\sin \hat{A} = \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}$
 من جهة أخرى : $\tan \hat{A} = \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{5}{13} \div \frac{12}{13} = \frac{5}{13} \times \frac{13}{12} = \frac{5 \times 13}{13 \times 12} = \frac{5}{12}$
2. لدينا : $\tan^2 \hat{B} = (2\sqrt{2})^2 = 4 \times 2 = 8$
 من جهة أخرى $\tan^2 \hat{B} = \left(\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}}\right)^2 = \frac{\sin^2 \hat{B}}{\cos^2 \hat{B}}$ إذاً $\frac{\sin^2 \hat{B}}{\cos^2 \hat{B}} = 8$ منه $\sin^2 \hat{B} = 8 \cos^2 \hat{B}$
 لكن $\cos^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{B} = 1$ منه $\cos^2 \hat{B} + 8 \cos^2 \hat{B} = 1$ أي $9 \cos^2 \hat{B} = 1$ منه $\cos^2 \hat{B} = \frac{1}{9}$ و بالتالي $\cos \hat{B} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$
 نستنتج أن : $\sin \hat{B} = \cos \hat{B} \times \tan \hat{B} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

لدينا : $\cos \widehat{APQ} = \frac{PQ}{PA} = \frac{1050}{1850} \approx 0,568$ منه $\widehat{APQ} = \cos^{-1}(0.568) \approx 55^\circ$ و بالتالي قياس الزاوية التي يرى بالمثل : $\cos \widehat{BPQ} = \frac{PQ}{PB} = \frac{1050}{2460} \approx 0,427$ منه $\widehat{BPQ} = \cos^{-1}(0.427) \approx 65^\circ$ تحتها الطيار البحيرة هو $\widehat{APB} = \widehat{BPQ} - \widehat{APQ} \approx 10^\circ$.



من جهة أخرى : $\tan \widehat{APQ} = \frac{AQ}{PQ}$ منه $AQ = PQ \times \tan \widehat{APQ} = 1850 \text{ m} \times \tan 55^\circ \approx 1850 \text{ m} \times 1,428 = 1499,4 \text{ m}$ بالمثل : $\tan \widehat{BPQ} = \frac{BQ}{PQ}$ إذا $BQ = PQ \times \tan \widehat{BPQ} = 1850 \text{ m} \times \tan 65^\circ \approx 1850 \text{ m} \times 2,144 = 2251,2 \text{ m}$ و بالتالي طول البحيرة هو $AB = BQ - AQ = 2251,2 \text{ m} - 1499,4 \text{ m} = 751,8 \text{ m}$.



- (1) $AB^2 = h^2 + x^2$ منه $100 = h^2 + x^2$ أي $h^2 = 100 - x^2$
- (2) $AC^2 = h^2 + (16-x)^2$ منه $144 = h^2 + (16-x)^2$ أي $h^2 = 144 - (16-x)^2$
3. من (1) و (2) ينتج : $100 - x^2 = 144 - (16-x)^2$ أي $100 - x^2 = 144 - (256 - 32x + x^2)$ منه $100 = -112 + 32x$ أي $32x = 212$ منه $x = \frac{212}{32} = \frac{53}{8}$ من (1) نستنتج أن $h^2 = 100 - x^2 = 100 - \left(\frac{53}{8}\right)^2 = \frac{3591}{64}$ منه $h = \sqrt{\frac{3591}{64}} = \frac{3\sqrt{399}}{8}$.
4. لدينا $\tan \widehat{B} = \frac{h}{x} = \frac{3\sqrt{399}}{53}$ منه $\widehat{B} = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{53}\right) \approx 49^\circ$ بالمثل $\tan \widehat{C} = \frac{h}{16-x} = \frac{3\sqrt{399}}{8} \div \left(16 - \frac{53}{8}\right) = \frac{3\sqrt{399}}{75}$ منه $\widehat{C} = \tan^{-1}\left(\frac{3\sqrt{399}}{75}\right) \approx 37^\circ$ أخيرا $\widehat{A} = 180^\circ - (\widehat{B} + \widehat{C}) \approx 180^\circ - (49^\circ + 37^\circ) = 94^\circ$.

1. في المثلث ABI لدينا : $E \in (AB)$ و $J \in (AI)$ بحيث $(EJ) \parallel (BI)$ فحسب خاصية طاليس : $\frac{AJ}{AI} = \frac{BE}{AB}$.

$$AJ = \frac{5 \times 8}{8} = \frac{30}{8} = \frac{30 \div 2}{8 \div 2} = \frac{15}{4} \quad \text{منه} \quad \frac{AJ}{6} = \frac{5}{5+3} = \frac{5}{8} \quad \text{منه} \quad \frac{AE}{AB} = \frac{JE}{IB}$$

2. في المثلث ABC لدينا : $E \in (AB)$ و $F \in (AC)$ بحيث $(EF) \parallel (BC)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{AF}{AF+4} = \frac{5}{8} \quad \text{منه} \quad \frac{AF}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{FE}{CB} \quad \text{منه} \quad 8AF = 5(AF+4) \quad \text{أي} \quad 8AF = 5AF + 20 \quad \text{منه} \quad 3AF = 20 \quad \text{أي} \quad AF = \frac{20}{3}$$

و بالتالي :

$$AC = AF + FC = \frac{20}{3} + 4 = \frac{20}{3} + \frac{12}{3} = \frac{20+12}{3} = \frac{32}{3}$$

3. في المثلث ACI لدينا : $F \in (AC)$ و $J \in (AI)$ بحيث $(FJ) \parallel (CI)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{JF}{8} = \frac{\frac{15}{4}}{6} = \frac{15}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{15 \times 1}{4 \times 6} = \frac{15 \div 3}{24 \div 3} = \frac{5}{8} \quad \text{منه} \quad \frac{AJ}{AI} = \frac{AF}{AC} = \frac{JF}{IC}$$

$$JF = \frac{5 \times 8}{8} = 5$$

4. من السؤال الثاني : $\frac{EF}{BC} = \frac{AE}{AB}$ أي $\frac{EF}{BC} = \frac{5}{8}$ منه $BC = \frac{7 \times 8}{5} = \frac{56}{5}$ و بالتالي :

$$BI = BC - IC = \frac{56}{5} - 8 = \frac{56}{5} - \frac{8 \times 5}{5} = \frac{56}{5} - \frac{40}{5} = \frac{56-40}{5} = \frac{16}{5}$$

للعودة إلى التمرين 23

23

حل التمرين رقم

في المثلث ABC لدينا : $D \in (BA)$ و $E \in (BC)$ بحيث $(DE) \parallel (AC)$ إذا فالمثلثان BDE و BAC في وضعية طاليس و بالتالي فالمثلث BAC تكبير للمثلث BDE و معامل التكبير هو :

$$k = \frac{BA}{BD} = \frac{6}{2} = 3$$

نستنتج أن مساحة المثلث BAC تساوي :

$$S_{BAC} = k^2 \times S_{BDE} = 3^2 \times S_{BDE} = 9 \times 6 \text{ cm}^2 = 54 \text{ cm}^2$$

و بالتالي فمساحة شبه المنحرف $ACED$ تساوي :

$$S_{ACED} = S_{BAC} - S_{BDE} = 54 \text{ cm}^2 - 6 \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$$

للعودة إلى التمرين 24

24

حل التمرين رقم

1. في المثلث PQR لدينا : $E \in (PQ)$ و $F \in (PR)$ بحيث $(EF) \parallel (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PR} = \frac{EF}{QR} \quad \text{منه} \quad \frac{1}{3} = \frac{EF}{15} \quad \text{منه} \quad EF = \frac{15 \times 1}{3} = 5 \quad \text{إذا} \quad EF = 5 \text{ cm}$$

2. من المساواة $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PR} = \frac{EF}{QR}$ نستنتج أن $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PF+8}$ أي $\frac{PE}{PQ} = \frac{PF}{PF+8}$ منه $3 \times PF = \frac{1}{3} = \frac{PF}{PF+8}$

$$1 \times (PF+8) = 3PF \quad \text{أي} \quad PF+8 = 3PF \quad \text{منه} \quad 3PF - PF = 8 \quad \text{أي} \quad 2PF = 8 \quad \text{منه} \quad PF = \frac{8}{2} = 4 \quad \text{إذا}$$

$$PF = 4 \text{ cm}$$

3. المستقيمان (ER) و (FQ) متقاطعان في النقطة H بحيث $(EF) \parallel (QR)$ فحسب خاصية طاليس

$$\frac{HE}{HR} = \frac{HF}{HQ} = \frac{EF}{QR} \quad \text{منه} \quad \frac{HE}{9,6} = \frac{1}{15} = \frac{1}{3} \quad \text{منه} \quad HE = \frac{9,6 \times 1}{3} = 3,2$$

$$HE = 3,2 \text{ cm} \quad \text{إذا}$$

4. في المثلث EQR لدينا : $G \in (EQ)$ و $H \in (ER)$ بحيث $(GH) \parallel (QR)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{EG}{EQ} = \frac{EH}{ER} = \frac{GH}{QR} \quad \text{منه} \quad \frac{EG}{3,2+9,6} = \frac{3,2}{12,8} = \frac{3,2}{12,8} \quad \text{منه} \quad GH = \frac{15 \times 3,2}{12,8} = 3,75$$

$$GH = 3,75 \text{ cm} \quad \text{إذا}$$

5. في المثلث QEF لدينا : $G \in (QE)$ و $H \in (QF)$ بحيث $(GH) \parallel (EF)$ فحسب خاصية طاليس :
 $\frac{QG}{QE} = \frac{QH}{QF} = \frac{GH}{EF}$ منه $\frac{QG}{6} = \frac{3,75}{5}$ منه $QG = \frac{6 \times 3,75}{5} = 4,5$ إذا $QG = 4,5 \text{ cm}$

25 للعودة إلى التمرين

25 حل التمرين رقم

1. الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ ليس متوازي الأضلاع لأن قطريه AC و BD ليسا متناصفين ($OA \neq OC$).

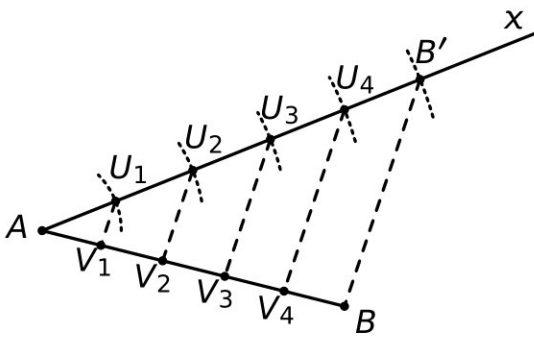
$$\frac{OD}{OB} = \frac{65}{39} = \frac{65 \div 13}{39 \div 13} = \frac{5}{3} \quad \text{و} \quad \frac{OA}{OC} = \frac{85}{51} = \frac{85 \div 17}{51 \div 17} = \frac{5}{3}$$

$$\text{أي : } \frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$$

النقط A, O, C من جهة و النقط D, O, B من جهة أخرى على استقامة واحدة و بنفس الترتيب بحيث $\frac{OA}{OC} = \frac{OD}{OB}$ فحسب النظرية العكسية لنظرية طاليس نستنتج أن $(AD) \parallel (BC)$ و هذا يعني أن الرباعي (غير المتصالب) $ABCD$ شبه منحرف قاعدته $[AD]$ و $[BC]$ (متوازيان).

26 للعودة إلى التمرين

26 حل التمرين رقم



نرسم نصف مستقيم $[Ax)$ مبدؤه A و نعين عليه 5 نقط U_1, U_2, U_3, U_4 و B' متساوية المسافة فيما بينها ثم نرسم القطعة $[BB']$ و المستقيمات التي تشمل U_1, U_2, U_3, U_4 على الترتيب و توازي (BB') . هذه المستقيمات تقطع القطعة $[AB]$ في النقط V_1, V_2, V_3, V_4 على الترتيب و التي تجزئ القطعة $[AB]$ إلى 5 قطع متقايسة. بالفعل، فحسب خاصية طاليس لدينا :
 $\frac{AV_1}{AB} = \frac{AU_1}{AB'} = \frac{1}{5}$ ، $\frac{AV_2}{AB} = \frac{AU_2}{AB'} = \frac{2}{5}$ ، $\frac{AV_3}{AB} = \frac{AU_3}{AB'} = \frac{3}{5}$ ، $\frac{AV_4}{AB} = \frac{AU_4}{AB'} = \frac{4}{5}$

27 للعودة إلى التمرين

27 حل التمرين رقم

1. المثلث ABC ليس قائما لأن :

$$\widehat{ACB} + \widehat{BAC} = 43^\circ + 55^\circ = 98^\circ \neq 90^\circ$$

و بالتالي لا يمكن تطبيق النسب المثلثية فيه.

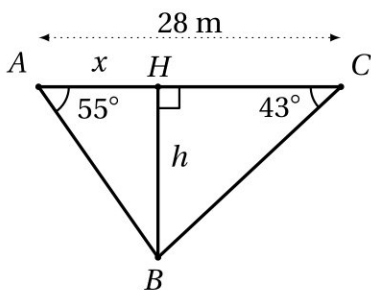
2. في المثلث AHB لدينا :

$$\tan 55^\circ = \frac{h}{x} \quad \text{منه} \quad (1) \quad h = x \cdot \tan 55^\circ$$

و في المثلث CHB لدينا :

$$\tan 43^\circ = \frac{h}{28 - x} \quad \text{منه} \quad (2) \quad h = (28 - x) \cdot \tan 43^\circ$$

من المساوتين (1) و (2) نستنتج أن : $x \cdot \tan 55^\circ = (28 - x) \cdot \tan 43^\circ$



$$\begin{aligned} x \cdot \tan 55^\circ &= 28 \cdot \tan 43^\circ - x \cdot \tan 43^\circ & \text{منه} \\ x \cdot \tan 55^\circ + x \cdot \tan 43^\circ &= 28 \cdot \tan 43^\circ & \text{منه} \\ x \cdot (\tan 55^\circ + \tan 43^\circ) &= 28 \cdot \tan 43^\circ & \text{منه} \\ x &= \frac{28 \cdot \tan 43^\circ}{\tan 55^\circ + \tan 43^\circ} & \text{منه} \\ x &\approx \frac{28 \times 0.9325}{1.4281 + 0.9325} = \frac{26,11}{2,3606} \approx 11,06 & \text{منه} \end{aligned}$$

إذاً $x = 11,06 \text{ m}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.
و بالتالي :

أي $h = 15,80 \text{ m}$ بالتدوير إلى الجزء من مائة.

3. في المثلث AHB القائم في H لدينا :

$$AB = \frac{x}{\cos 55^\circ} \approx \frac{11,06}{0,5736} \approx 19,28 \quad \text{منه} \quad \cos 55^\circ = \frac{x}{AB}$$

إذاً فالمسافة بين الشجرتين هي $AB = 19,28 \text{ m}$ بالتدوير إلى 0,01.

للعودة إلى التمرين 28

حل التمرين رقم 28

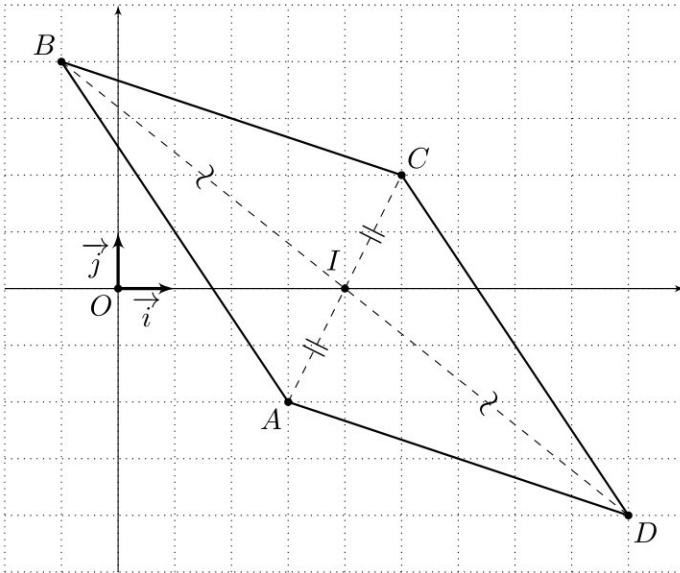
1. $ABCD$ متوازي الأضلاع معناه $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ أي $(5 - x_D; 2 - y_D) = (-1 - 3; 4 - (-2)) = (-4; 6)$ أي

$$\begin{cases} x_D = 5 + 4 = 9 \\ y_D = 2 - 6 = -4 \end{cases} \quad \text{منه} \quad \begin{cases} 5 - x_D = -4 \\ 2 - y_D = 6 \end{cases} \quad \text{منه} \quad (5 - x_D; 2 - y_D)$$

إذاً $D(9; -4)$.

2. مركز متوازي الأضلاع $ABCD$ هو منتصف قطريه إذاً I هي منتصف $[AC]$ (و منتصف $[BD]$) منه

$$I \left(\frac{x_A + x_C}{2}; \frac{y_A + y_C}{2} \right) \text{ أي } I \left(\frac{3+5}{2}; \frac{-2+2}{2} \right) \text{ أي } I(4; 0)$$



للعودة إلى التمرين 29

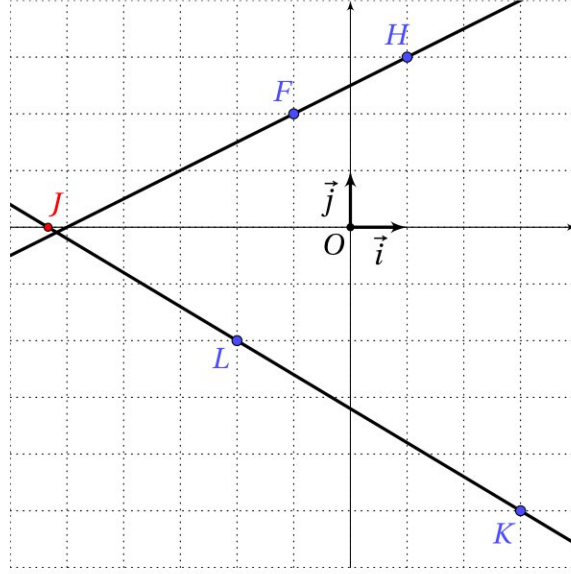
حل التمرين رقم 29

1. معادلة المستقيم (FH) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث $a = \frac{y_H - y_F}{x_H - x_F} = \frac{3 - 2}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$ منه

$y = \frac{1}{2}x + b$ و بما أن H تنتمي إلى هذا المستقيم فإن $y_H = \frac{1}{2}x_H + b$ أي $3 = \frac{1}{2} \times 1 + b$ منه

$$b = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} \text{ إذا معادلة المستقيم } (FH) \text{ هي } y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

معادلة المستقيم (KL) هي من الشكل $y = \alpha x + \beta$ حيث $\alpha = \frac{y_L - y_K}{x_L - x_K} = \frac{-2 - (-5)}{-2 - 3} = -\frac{3}{5}$ منه $y = -\frac{3}{5}x + \beta$ و بما أن L تنتهي إلى هذا المستقيم فإن $y_L = -\frac{3}{5}x_L + \beta$ أي $-2 = -\frac{3}{5} \times (-2) + \beta$ منه $\beta = -2 - \frac{6}{5} = -\frac{16}{5}$ إذا معادلة المستقيم (KL) هي $y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}$



2. لإيجاد إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيمين (FH) و (KL) نحل جملة المعادلتين

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} & (1) \\ y = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5} & (2) \end{cases}$$

و بالتعويض ينتج $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = -\frac{3}{5}x - \frac{16}{5}$

بضرب الطرفين في المقام المشترك 10 ينتج $5x + 25 = -6x - 32$ منه $5x + 6x = -32 - 25$ أي $11x = -57$ منه $x = -\frac{57}{11}$

بالتعويض في المعادلة (1) (مثلا) ينتج :

$$y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \times \left(-\frac{57}{11}\right) + \frac{5}{2} = \frac{-57}{22} + \frac{5 \times 11}{2 \times 11} = \frac{-57 + 55}{22} = \frac{-2}{22} = -\frac{1}{11}$$

إذا نقطة تقاطع المستقيمين هي $\left(-\frac{57}{11}; -\frac{1}{11}\right)$

3. لدينا : $y_J = 0$ و $-\frac{3}{5}x_J - \frac{16}{5}$ بضرب الطرفين في 5 ينتج $-3x_J - 16 = 0$ منه $-3x_J = 16$ منه $x_J = -\frac{16}{3}$

نقطة تقاطع المستقيم (KL) مع حامل محور الفواصل هي $J\left(-\frac{16}{3}; 0\right)$

للمرجع إلى التمرين 30

حل التمرين رقم 30

$$\vec{AC} = \vec{AD} + \vec{DC}$$

$$\vec{DC} = \vec{ED}$$

$$\vec{AC} = \vec{DG} + \vec{ED} = \vec{ED} + \vec{DG} = \vec{EG}$$

$$\vec{AD} = \vec{DG}$$

و

1. حسب علاقة شال :

لكن، و من المعطيات :

و بالتالي :

و هذا يعني أن الرباعي $ACGE$ متوازي الأضلاع.

$$\overrightarrow{DQ} = -\frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{DB} \quad (\text{ب})$$

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{MG} \quad (\text{ا}) \quad 2.$$

$$\overrightarrow{FB} = -2 \cdot \overrightarrow{AE} \quad (\text{د})$$

$$\overrightarrow{EM} = \times \cdot \overrightarrow{ED} \quad (\text{ج}) \quad \text{لا يمكن (ليس لهما نفس المنحى).}$$

$$\overrightarrow{DQ} = (-1) \cdot \overrightarrow{DN} \quad (\text{و})$$

$$\overrightarrow{BB} = 0 \cdot \overrightarrow{EN} \quad (\text{هـ})$$

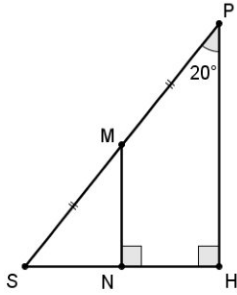
3.

- $\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{PD} = \overrightarrow{PD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} = \overrightarrow{PN}$
- $\overrightarrow{FC} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{PG} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{GP} = \overrightarrow{FC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{FM}$
- $\overrightarrow{CN} + \overrightarrow{QE} + \overrightarrow{FP} = \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{PC} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NA} = \overrightarrow{PA}$
- $\overrightarrow{QD} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{GQ} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{GQ} + \overrightarrow{QD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GD} + \overrightarrow{DP} = \overrightarrow{GP}$

31 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 31

لدينا : $SP = 3,50 \text{ m}$ و $\hat{P} = 20^\circ$.



$$\cos 20^\circ = \frac{PH}{PS} = \frac{PH}{3,50}$$

1. في المثلث PHS القائم في H لدينا :

$$PH = 3,50 \times \cos 20^\circ \approx 3,50 \times 0,9397 \approx 3,289 \quad \text{منه}$$

إذاً، ارتفاع نقطة تماس السلم مع الجدار عن سطح الأرض هو $PH = 3,29 \text{ m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

2. بما أن $(MN) \perp (SH)$ و $(PH) \perp (SH)$ فإن $(MN) \parallel (PH)$.

في المثلث PHS لدينا : $M \in (SP)$ و $N \in (SH)$ بحيث $(MN) \parallel (PH)$

$$\frac{SN}{SH} = \frac{SM}{SP} = \frac{MN}{PH}$$

فحسب خاصية طاليس :

لكن $\frac{SM}{SP} = \frac{1}{2}$ (لأن M منتصف $[SP]$) و بالتالي : $\frac{MN}{PH} = \frac{1}{2}$ منه $MN = \frac{PH}{2} = \frac{3,29}{2} = 1,645$ إذاً، ارتفاع منتصف السلم عن الأرض هو $MN = 1,65 \text{ m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

$$\sin 20^\circ = \frac{SH}{SP} = \frac{PH}{3,50}$$

3. في المثلث PHS القائم في H لدينا :

$$SH = 3,50 \times \cos 20^\circ \approx 3,50 \times 0,3420 = 1,197$$

منه

إذاً، المسافة بين أسفل السلم و الجدار هي $SH = 1,20 \text{ m}$ بالتدوير إلى السنتيمتر.

32 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 32

$$\sin 60^\circ = \frac{PH}{PQ} = \frac{PH}{8}$$

1. في المثلث PHQ القائم في H لدينا :

$$PH = 8 \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

منه

إذاً، طول الارتفاع هو $PH = 4\sqrt{3} \text{ cm}$

$$\cos 60^\circ = \frac{QH}{QP} = \frac{QH}{8}$$

2. في المثلث PHQ القائم في H لدينا :

$$QH = 8 \cos 60^\circ = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

منه

منه $QH = 4 \text{ cm}$ و بالتالي $HR = QR - QH = 14 - 4 = 10$ أي $HR = 10 \text{ cm}$.

و حسب نظرية فيثاغورث : $PR^2 = PH^2 + HR^2 = (4\sqrt{3})^2 + 10^2 = 16 \times 3 + 100 = 48 + 100 = 148$

$$PR = \sqrt{148} = \sqrt{4 \times 37} = 2\sqrt{37}$$

منه

إذاً، طول القطر هو $PR = 2\sqrt{37}$.

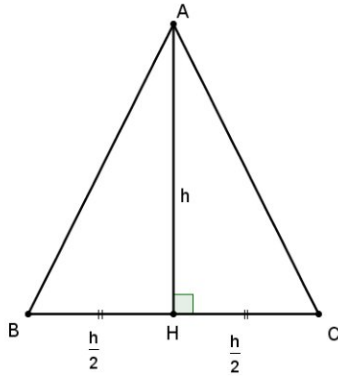
$$A_{PQRS} = QR \times PH = 14 \times 4\sqrt{3} = 56\sqrt{3} \quad 3.$$

مساحة متوازي الأضلاع $PQRS$ تساوي $56\sqrt{3} \text{ cm}^2$.

33 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 33

لدينا : $BC = AH = h$.



في المثلث المتساوي الساقين، الارتفاع المتعلق بالقاعدة هو أيضاً محور القاعدة، المتوسط المتعلق بالقاعدة و منصف زاوية الرأس الاساسي.

نستنتج أن H منتصف $[BC]$ و بالتالي :

$$BH = HC = \frac{BC}{2} = \frac{h}{2}$$

في المثلث AHB القائم في H لدينا : $\tan \hat{B} = \frac{AH}{BH} = \frac{h}{\frac{h}{2}} = 2$

$$\hat{B} = 2 \text{ [2ndf] [tan]} \approx 63,43^\circ$$

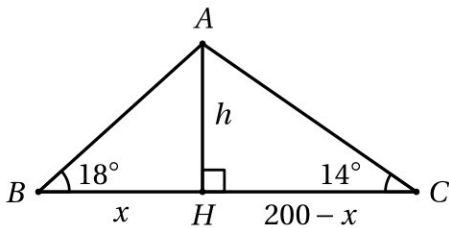
و بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن $\hat{C} = \hat{B} = 63,43^\circ$

من جهة أخرى : $\hat{A} = 180^\circ - 2 \times \hat{B} = 180^\circ - 2 \times 63,43^\circ = 180^\circ - 126,86^\circ = 53,14^\circ$

في الأخير، أقياس زوايا المثلث ABC هي $\hat{A} = 53,14^\circ$: $\hat{B} = \hat{C} = 63,43^\circ$ بالتدوير إلى 10^{-2} .

34 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 34



نسمي $h = AH$ ارتفاع البرج و $x = BH$ بُعد النقطة B عن البرج.

بُعد النقطة C عن البرج هو إذاً $CH = 200 - x$.

$$h = (200 - x) \cdot \tan 14^\circ$$

منه

$$\tan 14^\circ = \frac{h}{200 - x}$$

لدينا :

$$h = x \cdot \tan 18^\circ$$

منه

$$\tan 18^\circ = \frac{h}{x}$$

من جهة أخرى :

$$x \cdot \tan 18^\circ = (200 - x) \cdot \tan 14^\circ$$

و بالمطابقة نجد :

$$x \cdot \tan 18^\circ + x \cdot \tan 14^\circ = 200 \cdot \tan 14^\circ \quad \text{أي} \quad x \cdot \tan 18^\circ = 200 \cdot \tan 14^\circ - x \cdot \tan 14^\circ$$

منه

$$x = \frac{200 \cdot \tan 14^\circ}{\tan 18^\circ + \tan 14^\circ}$$

منه

$$(\tan 18^\circ + \tan 14^\circ) x = 200 \cdot \tan 14^\circ$$

منه

$$x \approx \frac{200 \times 0,2493}{0,3249 + 0,2493} = \frac{49,86}{0,5742} \approx 86,83$$

أي

$$h = x \cdot \tan 18^\circ \approx 86,83 \times 0,3249 \approx 28,21$$

و بالتالي :

إذاً، ارتفاع البرج هو حوالي $[28, 21 \text{ m}]$.

35 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 35

1. • معادلة المستقيم (AB) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بياناً $a = 3$ (نتقدم بوحدة نحو اليمين ثم نصعد بثلاث وحدات نحو الأعلى).

الترتيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b = 5$.

معادلة المستقيم (AB) هي $(AB) : y = 3x + 5$.

• معادلة المستقيم (AC) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بياناً $a = \frac{2}{3}$ (نتقدم بثلاث وحدات نحو اليمين ثم نصعد بوحدة نحو الأعلى) إذاً $(AC) : y = \frac{2}{3}x + b$.

و بما أن هذا المستقيم يمر من النقطة $A(-1; 2)$ فإن $2 = \frac{2}{3} \times (-1) + b$ منه $2 = \frac{2}{3} + b$.

إذاً، معادلة المستقيم هي $(AB) : y = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$.

• معادلة المستقيم (BC) هي من الشكل $y = ax + b$ حيث نقرأ بياناً $a = -\frac{1}{2}$ (نتقدم بوحدة نحو اليسار ثم نصعد بوحدة نحو الأعلى).

الترتيب إلى المبدأ لهذا المستقيم هو المعامل b إذاً $b = 5$.

معادلة المستقيم (BC) هي $(BC) : y = -\frac{1}{2}x + 5$.

2. بعض النقط $M(x; y)$ ذات الإحداثيات الصحيحة التي تنتمي إلى :

x	-2	-1	0	1
y	-1	2	5	8

• المستقيم (AB) :

x	-4	-1	2	5
y	0	2	4	6

• المستقيم (AC) :

x	-2	0	2	4
y	6	5	4	3

• المستقيم (BC) :

3. • بما أن $1348 \neq 3 \times 2018 + 5$ فإن $P \notin (AB)$.

• بما أن $1348 = \frac{2}{3} \times 2018 + \frac{8}{3}$ فإن $P \in (AC)$.

• بما أن $1348 \neq -\frac{1}{2} \times 2018 + 5$ فإن $P \notin (BC)$.

36 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 36

1. $A(-5; 9) \in (d_m)$ معناه $3 \times (-5) - m \times 9 + 2m = 0$ أي $-15 - 9m + 2m = 0$ أي $-15 - 7m = 0$.

منه $7m = -15$ منه $m = -\frac{15}{7}$ ، إذاً : $3x + \frac{15}{7} - \frac{30}{7} = 0$ ، $(d_{-\frac{15}{7}})$.

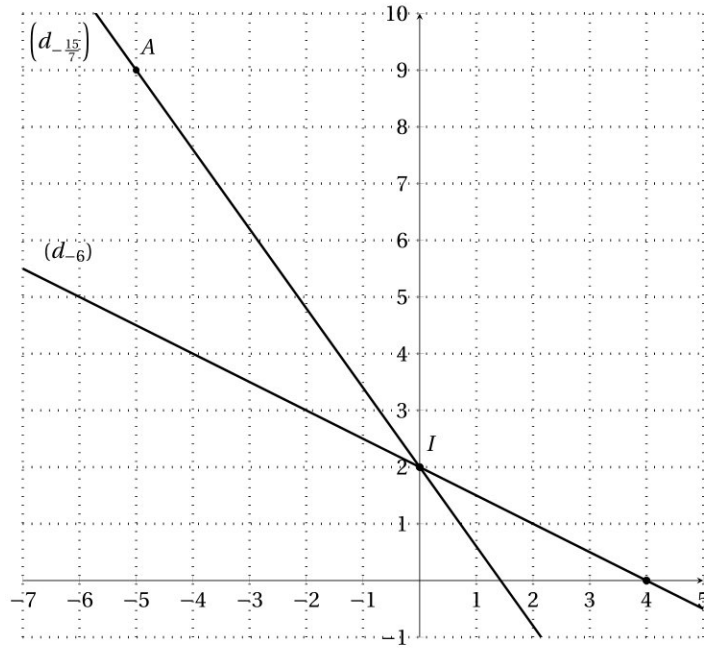
بضرب طرفي هذه المعادلة في 7 ثم التبسيط تصبح $21x + 15y - 30 = 0$ ،

ثم بقسمة طرفيها على 3 تصبح $7x + 5y - 10 = 0$.

لتمثيل هذا المستقيم بياناً، نحتاج إلى نقطتين منه.

• من أجل $x = 0$ نجد $5y - 10 = 0$ منه $y = \frac{10}{5} = 2$ منه النقطة $(0; 2)$.

• و من أجل $x = 5$ نجد $35 + 5y - 10 = 0$ منه $y = -\frac{25}{5} = -5$ منه النقطة $(5; -5)$.



2. من أجل $m \neq 0$ ، نكتب معادلة (d_m) في الشكل $y = ax + b$ فيكون a معامل توجيه المستقيم (d_m) .

$$3x - my + 2m = 0 \text{ منه } 3x - my + 2m = 0 \text{ منه } my = 3x + 2m \text{ منه } y = \frac{3x + 2m}{m} = \frac{3x}{m} + \frac{2m}{m} = \frac{3}{m}x + 2 \text{ إذاً } a = \frac{3}{m}$$

حتى يكون معامل توجيه المستقيم (d_m) يساوي $-\frac{1}{2}$ يجب أن يكون $\frac{3}{m} = -\frac{1}{2}$

$$m = \frac{-2 \times 3}{1} = -6 \text{ أي } m = -6$$

معادلة هذا المستقيم هي : $3x - (-6)y + 2(-6) = 0$ أي $3x + 6y - 12 = 0$
بقسمة الطرفين على 3 ثم التبسيط نجد : $x + 2y - 4 = 0$. لتمثيل هذا المستقيم بيانياً، نحتاج إلى نقطتين منه.

- من أجل $x = 0$ نجد $6y - 12 = 0$ منه $y = \frac{12}{6} = 2$ منه النقطة $(0; 2)$.
- و من أجل $x = 4$ نجد $4 + 2y - 4 = 0$ منه $y = 0$ منه النقطة $(4; 0)$.
- 3. • بما أن $3 \times 0 - 2 \times m + 2m = -2m + 2m = 0$ فإن النقطة $(0; 2)$ تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي تنتهي إليه.
- إذاً، فالنقطة $I(0; 2)$ تنتهي إلى كل المستقيمتين (d_m) .
- بما أن $3 \times 1 - 2 \times m + 2m = 3 - 2m + 2m = 3 \neq 0$ فإن النقطة $(1; 2)$ لا تحقق معادلة المستقيم (d_m) أي لا تنتهي إليه.
- إذاً، فالنقطة $J(1; 2)$ لا تنتهي إلى أي من المستقيمتين (d_m) .

للعودة إلى التمرين 37

حل التمرين رقم 37

للعودة إلى التمرين 38

حل التمرين رقم 38

للعودة إلى التمرين 39

حل التمرين رقم 39

للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 40

للعودة إلى التمرين 41

حل التمرين رقم 41

للعودة إلى التمرين 42

حل التمرين رقم 42

للعودة إلى التمرين 43

حل التمرين رقم 43

للعودة إلى التمرين 44

حل التمرين رقم 44

للعودة إلى التمرين 45

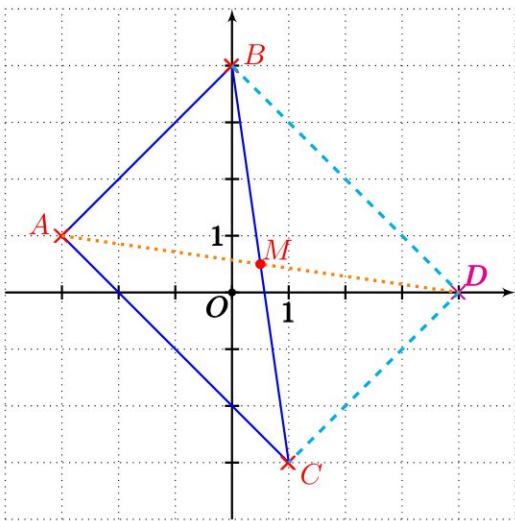
حل التمرين رقم 45

للعودة إلى التمرين 46

حل التمرين رقم 46

للعودة إلى التمرين 47

حل التمرين رقم 47



1. تعليم النقط.

2. أي $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 0 - (-3) \\ 4 - 1 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$

منه : $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
 $= \sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{9 + 9} = \sqrt{9 \times 2} = 3\sqrt{2}$

إذاً : $AB = 3\sqrt{2} \text{ cm}$

3. لدينا : $BC^2 = (5\sqrt{2})^2 = 25 \times 2 = 50$

و $AB^2 + AC^2 = (3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 + 16 \times 2 = 18 + 32 = 50$

أي $AB^2 + AC^2 = BC^2$

و حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث
 نستنتج أن المثلث ABC قائم في A.

4. تعيين النقطة D ، صورة النقطة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$.

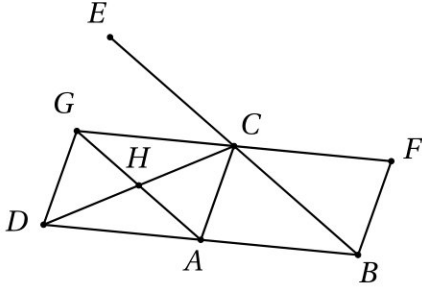
نقرأ بيانياً : $D(4; 0)$.

5. بما أن D صورة C بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ فإن الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع و بالتالي مركز تناظره M هو منتصف قطره $[BC]$ منه $M\left(\frac{x_B + x_C}{2}; \frac{y_B + y_C}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{0+1}{2}; \frac{4+(-3)}{2}\right)$ أي $M\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

للعودة إلى التمرين 48

48

حل التمرين رقم

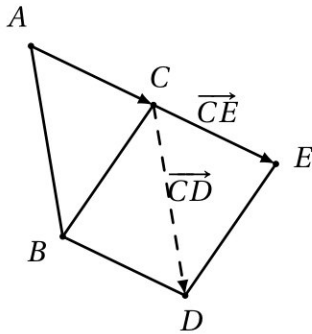


1. مثلاً $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{AB}$ أو $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.
2. مثلاً $\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{CB}$ أو $\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$ أو $\overrightarrow{EC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EB}$ أو $\overrightarrow{EB} = 2\overrightarrow{EC}$.
3. مثلاً $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BF}$ أو $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AB}$.
4. مثلاً $\overrightarrow{GF} = \overrightarrow{DB}$ أو $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BF}$.
5. مثلاً $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{HD}$ و $\overrightarrow{GH} = \overrightarrow{HA}$ أو $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HD} + \overrightarrow{HG} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$.

للعودة إلى التمرين 49

49

حل التمرين رقم



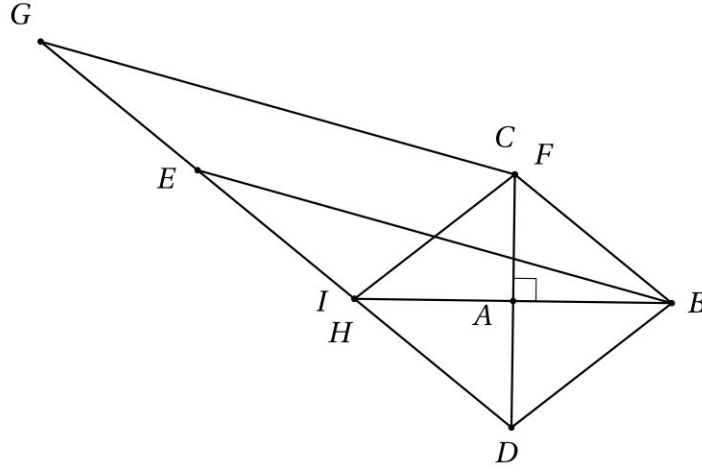
1. ننشئ النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABDC$ متوازي الأضلاع.
2. $\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$ يعني $\overrightarrow{CE} = -\overrightarrow{CA}$ أي $\overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AC}$ و بالتالي C هي منتصف $[AE]$ أي E نظيرة A بالنسبة إلى C .
3. نعلم، من السؤال الأول، أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ و من السؤال الثاني أن $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CE}$ نستنتج إذاً أن $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{CE}$ وهذا يعني بالضبط أن الرباعي $CEDB$ متوازي الأضلاع.

للعودة إلى التمرين 50

50

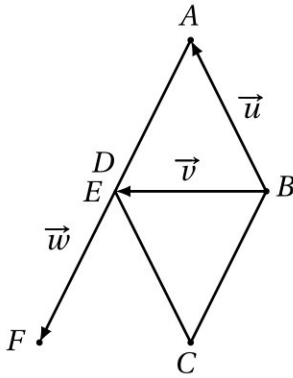
حل التمرين رقم

1. D هي نظيرة C بالنسبة إلى A .
2. للشعاعين $\overrightarrow{DE}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المنحى ، نفس الاتجاه و $DE = 2BC$.
3. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ إذاً $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AC}$ و بالتالي فالنقطة F تنطبق على النقطة C .
4. للشعاعين $\overrightarrow{BE}$ و $\overrightarrow{BF}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة G بحيث يكون $BEGF$ متوازي الأضلاع.
5. ليس للشعاعين $\overrightarrow{AF}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذاً ننشئ النقطة H بحيث $\overrightarrow{FH} = \overrightarrow{BD}$.
6. الشعاعان $\overrightarrow{IA}$ و $\overrightarrow{BA}$ متعاكسان إذاً I هي نظيرة B بالنسبة إلى A أي I تنطبق على H .



للعودة إلى التمرين 51

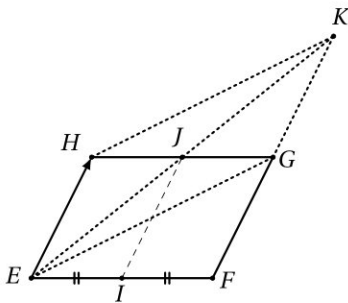
حل التمرين رقم 51



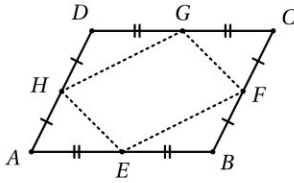
1. حسب علاقة شال : $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{BA}$ إذا $\overrightarrow{u} = \overrightarrow{BA}$.
2. للشعاعين $\overrightarrow{BA}$ و $\overrightarrow{BC}$ نفس المبدأ إذا نطبق قاعدة متوازي الأضلاع :
ننشئ النقطة E بحيث يكون ABCD متوازي الأضلاع منه $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AE}$
و بالتالي E تنطبق على D. لدينا إذا : $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{BE}$
منه $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BD}$ $\overrightarrow{v} = \overrightarrow{BD}$.
3. لدينا : $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + (-\overrightarrow{CB}) = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$
ليس للشعاعين $\overrightarrow{AD}$ و $\overrightarrow{BD}$ نفس المبدأ إذا ننشئ النقطة F بحيث $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{BC}$
فيكون $\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AF}$
إذا $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{AF}$.

للعودة إلى التمرين 52

حل التمرين رقم 52



1. الشكل.
2. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة E هي النقطة H.
3. بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ ، صورة النقطة F هي النقطة G لأن EFGH متوازي الأضلاع.
4. الانسحاب يحول منتصف قطعة إلى منتصف قطعة و بما أن صورة القطعة [EF] بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{EH}$ هي القطعة [GH] فإن منتصف [GH] هي صورة منتصف [EF] أي J منتصف [GH].
5. حسب قاعدة متوازي الأضلاع : الرباعي EGKH متوازي الأضلاع إذا قطراه متناصفان أي J هي منتصف [EK] (و هي منتصف [GH]).



1. الشكل.

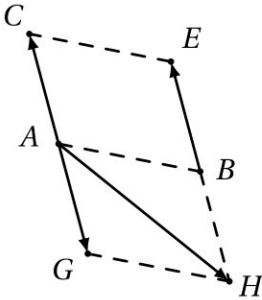
2. العلاقات التي عرفت بها النقاط H, G, F, E تعني بالضبط أنها منتصفات القطع $[AB], [BC], [CD], [DA]$ على الترتيب.

3. بما أن $ABCD$ متوازي الأضلاع فإن $\vec{AD} = \vec{BC}$ و $\vec{BA} = \vec{CD}$ منه :

$$\vec{EA} = \frac{1}{2}\vec{BA} = \frac{1}{2}\vec{CD} = \vec{CG} \quad \text{و} \quad \vec{AH} = \frac{1}{2}\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{BC} = \vec{FC}$$

منه : $\vec{EA} + \vec{AH} = \vec{CG} + \vec{FC}$ و حسب علاقة شال : $\vec{EH} = \vec{FC} + \vec{CG}$ أي $\vec{EH} = \vec{FG}$

و هذا يعني أن الرباعي $EFGH$ متوازي الأضلاع.



1. (ا) الشكل.

(ب) بما أن $\vec{AC} = \vec{BE}$ فإن $AC = BE$ و $(AC) \parallel (BE)$ إذا للرباعي $ABEC$ ضلعان متقابلان متقايسان و حاملهما متوازيان و بالتالي فهو متوازي الأضلاع.

2. (ا) الشكل.

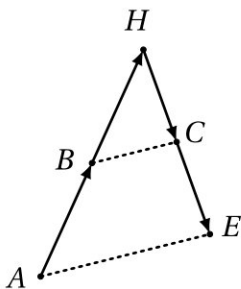
(ب) لدينا : $\vec{AG} = \vec{CA} = -\vec{AC}$ و هذا يعني أن النقطة A هي منتصف $[GC]$.

(ج) بما أن $\vec{AG} = -\vec{AC}$ فإن $\vec{AG} + \vec{AC} = \vec{0}$.

3. للشعاعين $\vec{AB}$ و $\vec{AG}$ نفس المبدأ إذا نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة H بحيث يكون $ABHG$ متوازي الأضلاع منه $\vec{BH} = \vec{AG}$.

4. حسب علاقة شال :

$$\vec{EC} + \vec{BE} + \vec{AB} + \vec{CA} = \underbrace{\vec{AB} + \vec{BE}}_{\vec{AE}} + \underbrace{\vec{EC} + \vec{CA}}_{\vec{EA}} = \vec{AE} + \vec{EA} = \vec{AA} = \vec{0}$$

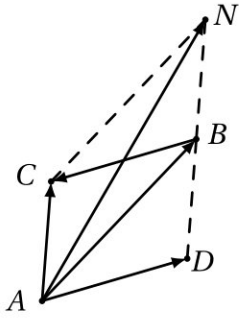


1. $\vec{AB} = \vec{BH}$ إذا H هي نظيرة A بالنسبة إلى B أي B منتصف $[AH]$.

2. $\vec{HC} = \vec{CE}$ إذا E هي نظيرة H بالنسبة إلى C أي C منتصف $[HE]$.

3. بما أن B منتصف $[AH]$ و C منتصف $[HE]$ فحسب نظرية مستقيم المنتصفين نستنتج أن $(AE) \parallel (BC)$ (و $BC = \frac{1}{2}AE$).

ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق النظرية العكسية لنظرية طاليس.



1. بما أن $\vec{AD} = -\vec{BC} = \vec{CB}$ فإن $ACBD$ متوازي الأضلاع منه $\vec{DB} = \vec{AC}$.

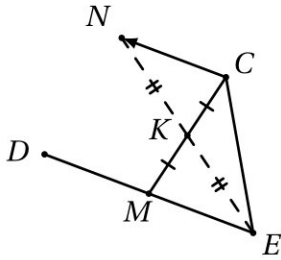
للسعاين $\vec{AB}$ و $\vec{AC}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة N بحيث يكون $ABNC$ متوازي الأضلاع منه $\vec{BN} = \vec{AC}$.

2. بما أن $\vec{DB} = \vec{AC}$ و $\vec{BN} = \vec{AC}$ فإن $\vec{BN} = \vec{DB}$ و هذا يعني أن B منتصف $[DN]$.

1. الشكل.

2. الشكل.

3. الرباعي $MECN$ متوازي الأضلاع لأن قطريه $[MC]$ و $[EN]$ متناصفان و بالتالي $\vec{MN} = \vec{CN} = \vec{EM}$.



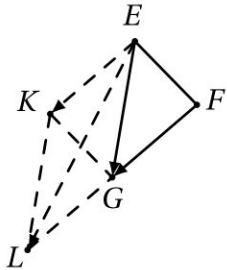
4. (ا) صورة النقطة M بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CN}$ معناه $CNDM$ متوازي الأضلاع منه $\vec{MD} = \vec{CN}$.

(ب) بما أن $\vec{CN} = \vec{EM}$ و $\vec{MD} = \vec{CN}$ فإن $\vec{EM} = \vec{MD}$ و هذا يعني أن M منتصف $[ED]$.

5. (ا) بما أن $\vec{MD} = \vec{CN}$ فإن $\vec{MD} = \vec{CN} = \vec{EN}$ حسب علاقة شال.

(ب) حسب علاقة شال : $\vec{CN} + \vec{ND} = \vec{CD}$.

(ج) حسب علاقة شال : $\vec{EM} + \vec{EC} = \vec{EC} + \vec{CN} = \vec{EN}$.



1. K صورة النقطة E بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{FG}$ معناه $FGKE$ متوازي الأضلاع منه $\vec{EK} = \vec{FG}$.

2. للسعاين $\vec{EK}$ و $\vec{EG}$ نفس المبدأ إذاً نطبق قاعدة متوازي الأضلاع : ننشئ النقطة L بحيث يكون $EGLK$ متوازي الأضلاع منه $\vec{GL} = \vec{EK}$.

3. بما أن $\vec{FG} = \vec{EK}$ و $\vec{EK} = \vec{GL}$ فإن $\vec{FG} = \vec{GL}$ و هذا يعني أن G منتصف $[FL]$.

1. تعليم النقط $A(-3; 2)$ ، $D(4; 3)$ و $F(5; -4)$ (انظر الشكل).

$$AD = \sqrt{(x_D - x_A)^2 + (y_D - y_A)^2} = \sqrt{(4 - (-3))^2 + (3 - 2)^2} \quad 2.$$

$$AD = \sqrt{(4 + 3)^2 + 1^2} = \sqrt{7^2 + 1} = \sqrt{49 + 1} = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = 5\sqrt{2}$$

و بما أن $DF = AD$ فإن $DF = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ وهذا يعني أن المثلث ADF متساوي الساقين رأسه الأساسي D .

$$AF = \sqrt{(x_F - x_A)^2 + (y_F - y_A)^2} = \sqrt{(5 - (-3))^2 + (-4 - 2)^2} \quad 3.$$

$$AF = \sqrt{(5 + 3)^2 + (-6)^2} = \sqrt{8^2 + 36} = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10$$

$$AF^2 = 10^2 = 100$$

لدينا :

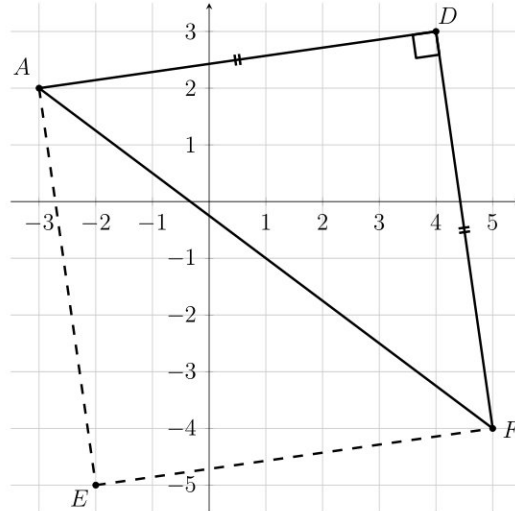
$$AD^2 + DF^2 = (\sqrt{50})^2 + (\sqrt{50})^2 = 50 + 50 = 100$$

و

أي $AD^2 + DF^2 = AF^2$ وحسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث نستنتج أن المثلث ADF قائم في D منه $\widehat{FAD} = 90^\circ$.

لدينا إذن $DF = DA$ و $\widehat{FAD} = 90^\circ$ وهذا يعني أن F هي صورة A بالدوران الذي مركزه D و زاويته 90° في الاتجاه الموجب.

4. حتى يكون الرباعي $DAEF$ معيناً (مربعاً) يجب (و يكفي) أن تكون E صورة A بالانسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{DF}$ أي أن يكون $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$



من جهة : $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E + 3 \\ y_E - 2 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E - (-3) \\ y_E - 2 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} x_E - x_A \\ y_E - y_A \end{pmatrix}$

و من جهة أخرى : $\overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} x_F - x_D \\ y_F - y_D \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} 5 - 4 \\ -4 - 3 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$ أي $\overrightarrow{AE} \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix}$

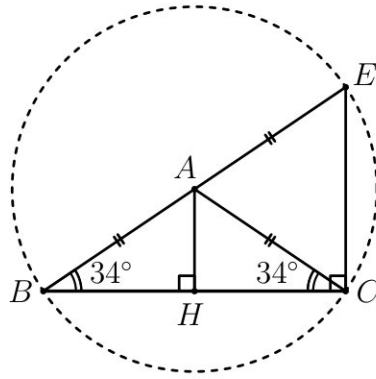
إذاً : $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{DF}$ معناه $\begin{cases} x_E + 3 = 1 \\ y_E - 2 = -7 \end{cases}$ منه $\begin{cases} x_E = 1 - 3 = -2 \\ y_E = -7 + 2 = -5 \end{cases}$

نستنتج أن $E(-2; -5)$.

للعودة إلى التمرين 60

حل التمرين رقم 60

1. إنشاء مثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A بحيث $BC = 4 \text{ cm}$ و $\widehat{ABC} = 43^\circ$.

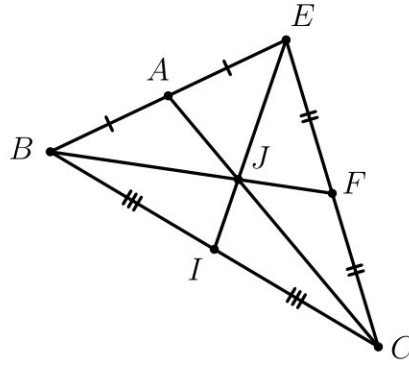


2. إنشاء E ، صورة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته 180° (أي E نظيرة B بالنسبة إلى A).
3. بما أن E نظيرة B بالنسبة إلى A فإن A منتصف $[BE]$ و بالتالي $AC = AB = \frac{1}{2}BE$ و هذا يعني أن طول المتوسط $[CA]$ المتعلق بالضلع $[BE]$ يساوي نصف طول هذا الضلع و حسب النظرية العكسية لنظرية طول المتوسط المتعلق بالوتر نستنتج أن المثلث BEC قائم و وتره هو الضلع $[BE]$ أي قائم في C .
4. الزاوية المركزية $\widehat{CAE}$ تحصر نفس القوس $\widehat{CE}$ مع الزاوية المحيطية $\widehat{CBE}$ و بالتالي $\widehat{CAE} = 2 \times \widehat{CBE} = 2 \times 34^\circ = 68^\circ$.
5. بما أن المثلث ABC متساوي الساقين رأسه الأساسي A فإن الارتفاع $[AH]$ المتعلق بالقاعدة $[BC]$ هو أيضا محور هذه القاعدة و بالتالي H منتصف $[BC]$ منه $BH = \frac{4 \text{ cm}}{2} = 2 \text{ cm}$.
- في المثلث ABH القائم في H لدينا : $\tan \widehat{ABH} = \frac{AH}{BH}$
- أي $\tan 34^\circ = \frac{AH}{2}$ منه $AH = 2 \times \tan 34^\circ \approx 2 \times 0,67 = 1,34$
- إذاً $AH \approx 1,3 \text{ cm}$ و مساحة المثلث ABC هي :
- $$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = \frac{4 \times 1,3}{2} = 2,6 \text{ cm}^2$$
6. في المثلث ACE القائم في C لدينا : $\tan \widehat{ECB} = \frac{EC}{BC}$
- أي $\tan 34^\circ = \frac{EC}{4}$ منه $EC = 4 \times \tan 34^\circ \approx 4 \times 0,67 = 2,68$
- إذاً $EC \approx 2,7 \text{ cm}$.
- ملاحظة : يمكن أيضا تطبيق نظرية طاليس أو النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين.

61 للعودة إلى التمرين

61 حل التمرين رقم

1. $\vec{AB} + \vec{AE} = \vec{0}$ معناه A منتصف $[BE]$ أي E نظيرة B بالنسبة إلى A .
 2. $\vec{EF} = \vec{FC}$ معناه F منتصف $[EC]$.
 3. عين النقطة I ، منتصف $[BC]$.
 4. المستقيمان (BC) و (AF) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.
 5. نسمي J نقطة تقاطع (BF) و (AC) .
- بما أن $[BF]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[EC]$ في المثلث EBC و $[CA]$ هو المتوسط المتعلق بالضلع $[BE]$ فإن نقطة تقاطعهما J هي مركز ثقل المثلث EBC و بالتالي J تنتمي إلى المتوسط الثالث $[EI]$ أي $J \in [EI]$ وهذا يعني أن النقط E ، I و J في استقامية.



62 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 62

1. إحداثيا منتصف $[AD]$ هما :

$$\left(\frac{x_A + x_D}{2}, \frac{y_A + y_D}{2} \right) = \left(\frac{2 + (-4)}{2}, \frac{3 + 1}{2} \right) = (-1; 3)$$

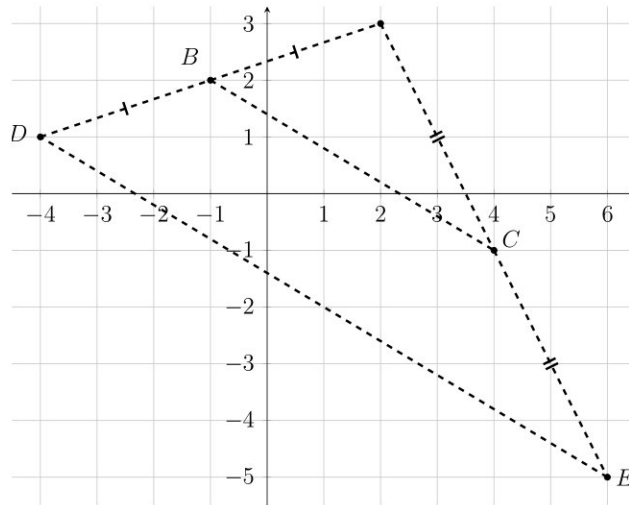
و هما إحداثيا B إذاً B هي منتصف $[AD]$.

إحداثيا منتصف $[AE]$ هما :

$$\left(\frac{x_A + x_E}{2}, \frac{y_A + y_E}{2} \right) = \left(\frac{2 + 6}{2}, \frac{3 + (-5)}{2} \right) = (4; -1)$$

و هما إحداثيا C إذاً C هي منتصف $[AE]$.

2. نستنتج أن المستقيمين (BC) و (DE) متوازيان حسب نظرية مستقيم المنتصفين.



63 للعودة إلى التمرين

حل التمرين رقم 63

1. تعليم النقط $A(-1; 3)$ ، $B(5; 5)$ و $C(3; 1)$. (انظر الشكل).

2. حساب الطول AC :

$$AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{(3 - (-1))^2 + (1 - 3)^2} \\ = \sqrt{(3 + 1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4^2 + 4} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$$

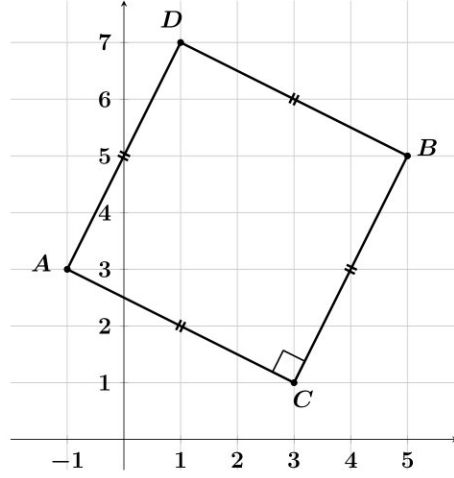
3. إثبات أن المثلث ABC قائم و متساوي الساقين :

لدينا : $AB^2 = (2\sqrt{10})^2 = 4 \times 10 = 40$ و $AC^2 + BC^2 = (2\sqrt{5})^2 + (2\sqrt{5})^2 = 20 + 20 = 40$ و $AC^2 + BC^2 = AB^2$ حسب النظرية العكسية لنظرية فيثاغورث فالمثلث ABC قائم في C .

و بما أن $AC = BC = 2\sqrt{5}$ فإنه متساوي الساقين أي ABC مثلث قائم في C و متساوي الساقين.

4. إنشاء النقطة D ، صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CA}$ (انظر الشكل).

– نوع الرباعي $ACBD$: بما أن D صورة B بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{CA}$ فإن الرباعي $ACBD$ متوازي الأضلاع. و بما أن $AC = BC$ و $\angle ACB = 90^\circ$ فإن الرباعي $ACBD$ مربع.



للعودة إلى التمرين 64

حل التمرين رقم 64

1. تبين أن S هي صورة E بدوران يطلب تعيين مركزه، اتجاهه و زاويته :

لدينا E و S نقطتان من الدائرة التي مركزها O إذن $OS = OE$ و بما أن $\angle SOE = 60^\circ$ فإن S هي صورة E بالدوران الذي مركزه O و زاويته 60° في الاتجاه السالب.

2. حساب قياس الزاوية $\widehat{EPS}$:

الزاوية $\widehat{EPS}$ محيطية و تحصر نفس القوس $\widehat{ES}$ مع الزاوية المركزية $\widehat{EOS}$ نستنتج إذن أن :

$$\widehat{EPS} = \frac{\widehat{EOS}}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \quad \text{أي} \quad \boxed{\widehat{EPS} = 30^\circ}$$

3. • حساب الطول PS :

طريقة 1 : المثلث EPS قائم في S لأن ضلعه $[EP]$ قطر للدائرة المحيطة به منه $\cos \widehat{EPS} = \frac{PS}{PE}$ أي $\cos 30^\circ = \frac{PS}{8}$ منه $PS = 8 \times \cos 30^\circ \approx 8 \times 0,866 = 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7 \text{ cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

ملاحظة : لدينا أيضا $PS = PE \times \sin \widehat{PES} = 8 \text{ cm} \times \sin 60^\circ \approx 7 \text{ cm}$.

طريقة 2 : المثلث OSE متقايس الأضلاع منه $\frac{EP}{2} = \frac{8}{2} = 4$ و بما أن المثلث EPS قائم في S فحسب نظرية فيثاغورث : $PS^2 = PE^2 - ES^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$ منه $PS = \sqrt{48} \text{ cm} \approx 6,928$.

إذن $\boxed{PS = 7 \text{ cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

• حساب الطول PK :

طريقة 1 : بما أن $(PS) \perp (OK)$ و $(ES) \perp (OK)$ فإن $(OK) \parallel (ES)$.

في المثلث EPS لدينا : $O \in (PE)$ و $K \in (PS)$ بحيث $(OK) \parallel (ES)$ فحسب خاصية طاليس :

$$\frac{PK}{PS} = \frac{PO}{PE} = \frac{OK}{ES} \quad \text{أي} \quad \frac{PK}{7} = \frac{1}{2} = \frac{OK}{4} \quad \text{منه} \quad PK = \frac{7 \times 1}{2} = 3,5$$

إذن $\boxed{PK = 4 \text{ cm}}$ بالتدوير إلى الوحدة.

طريقة 2 : $PK = PO \times \cos \widehat{OPK} = 4 \text{ cm} \times \cos 30^\circ \approx 3,5 \text{ cm}$ إذن $PK = 4 \text{ cm}$ بالتدوير إلى الوحدة. طريقة 3 : حسب النظرية العكسية لنظرية مستقيم المنتصفين K منتصف $[PS]$ و بالتالي :

$$PK = \frac{PS}{2} = \frac{7 \text{ cm}}{2} = 3,5 \text{ cm}$$

إذن $PK = 4 \text{ cm}$ بالتدوير إلى الوحدة.