



الرابعة متوسط

$$E=mc^2$$



الرياضيات



المراجعة الشاملة

الجزء الأول: أنشطة عددية

الأستاذ عباسي للرياضيات



ABC

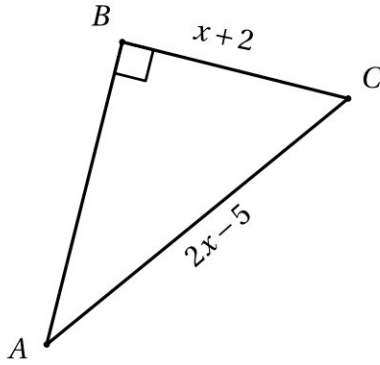
1. احسب $\text{pgcd}(147; 343)$.

2. اكتب العدد N في أبسط شكل ممكن حيث : $N = \frac{343}{147} + \frac{8}{3} \div (-2)$

3. اجعل مقام النسبة $\frac{1}{M}$ ناطقا حيث : $M = \sqrt{147} - 2\sqrt{343} - 7\sqrt{3}$

التمرين رقم 2

تمعن في الشكل المقابل حيث x عدد حقيقي و $x \geq \frac{5}{2}$.



1. عبر بدلالة x عن AB^2 .

2. انشر و بسط العبارة AB^2 .

3. تحقق بالتحليل من أن : $AB^2 = 3(x-7)(x-1)$

4. حل المعادلة $AB^2 = 0$ ثم فسر النتيجة.

التمرين رقم 3

1. (أ) n عدد طبيعي. انقل و أتمم الجدول التالي :

رقم أحاد n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
رقم أحاد n^2										

(ب) استنتج أنه إذا كان العدد n^2 زوجيا فإن العدد n زوجي أيضا.

2. نفرض فيما يلي أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و نكتبه على الشكل $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ حيث p و q عددان طبيعيان غير معدومين و أوليان فيما بينهما.

(أ) بين أن $p^2 = 2q^2$.

(ب) استنتج أن العدد p زوجي.

(ج) بين أن العدد q زوجي أيضا.

(د) هل العددين p و q أوليان فيما بينهما ؟ ماذا يعني هذا ؟

(هـ) ماذا تستنتج بالنسبة للعدد $\sqrt{2}$ ؟

التمرين رقم 4

1. هل العددين 98 و 112 أوليان فيما بينهما ؟ علل.

2. احسب $\text{pgcd}(112; 98)$ مع تفصيل خطوات الحساب.

3. اكتب الكسر $\frac{98}{112}$ على الشكل غير القابل للاختزال.

4. لفلاح قطعة أرض مستطيلة الشكل بعدها 112 m و 98 m.

يريد الفلاح غرس أشجار صنوبر حول المزرعة على أن يغرس شجرة في كل ركن و تكون المسافة الفاصلة بين شجرتين متتاليتين ثابتة و تساوي عددا طبيعيا من الأمتار.
ما هو أقل عدد من الأشجار التي يجب على الفلاح غرسها ؟

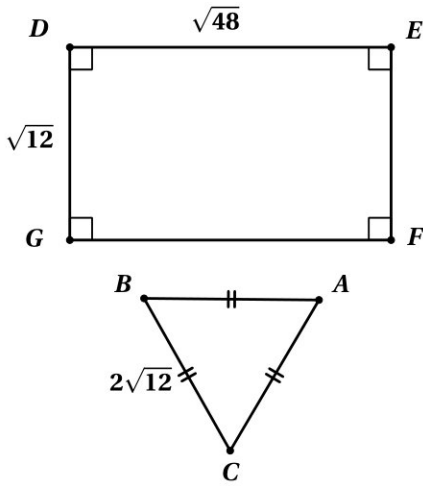
التمرين رقم 5 <<< الحل موجود في الصفحة 16

1. حل المعادلات التالية :

(ا) $x^2 + 1 = 8$ (ب) $y^2 = -16$ (ج) $z^2 + 2 = 2$

2. اجعل مقام النسبة $\frac{3}{2\sqrt{5}}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 6 <<< الحل موجود في الصفحة 16



وحدة الطول هي السنتيمتر.
بين أنه للشكلين المقابلين نفس المحيط.

التمرين رقم 7 <<< الحل موجود في الصفحة 17

1. احسب العبارة A حيث :

$$A = \frac{682}{352} + \frac{1}{2} \div \frac{5}{3}$$

2. قاعة مستطيلة الشكل بعدها 6,82 m و 3,52 m أراد صاحبها تبليطها ببلاطات مربعة الشكل دون تقطيع أي بلاطة.

ما هو أقل عدد ممكن من البلاطات التي يجب عليه استعمالها ؟

التمرين رقم 8 <<< الحل موجود في الصفحة 17

1. حل المعادلات التالية :

(ا) $a^2 + 100 = 0$ (ب) $4b^2 - 14 = 30$ (ج) $c^2 + 1 = 1$

2. اجعل مقام كل نسبة عددا ناطقا :

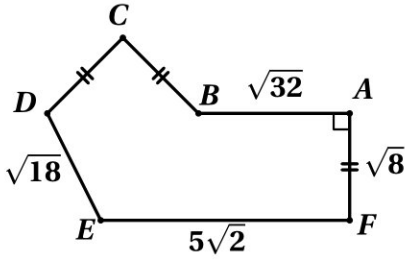
(ا) $\frac{\sqrt{7} - 2}{3\sqrt{7}}$ (ب) $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}}$

1. وحدة الطول هي السنتيمتر.

الشكل غير مرسوم بالأطوال الحقيقية.

(أ) احسب محيط الشكل المقابل و اكتبه على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث b أصغر ما يمكن.

(ب) احسب الطول BF .



2. وحدة الطول هي السنتيمتر. A ، B ، C ثلاث نقط بحيث :

$$AB = \sqrt{343} , AC = \sqrt{700} \text{ و } BC = \sqrt{63}$$

هل هذه النقط على استقامة واحدة ؟ علل.

بين أن العدد $2^{2019} + 2^{2020} + 2^{2021}$ يقبل القسمة على 7.

ليكن : $A = \frac{425}{1377}$ ؛ $B = \sqrt{1377} - 3\sqrt{425} + 2\sqrt{17}$

1. احسب $\text{pgcd}(425; 1377)$ مع تفصيل خطوات الحساب ثم اختزل العدد A .

2. اكتب العبارة B على الشكل $a\sqrt{17}$ حيث a عدد صحيح.

3. اجعل مقام النسبة $\frac{-4}{B}$ عددا ناطقا.

1. لتكن العبارة M حيث : $M = 144x^2 - 5$

(أ) بين أن : $M - 2020 = (12x - 45)(12x + 45)$

(ب) حل المعادلة : $M = 2020$

2. لتكن المتراجحة : $5(x + 3) \geq 2(x - 1)$

(أ) هل العددان 2 و (-7) حلان لهذه المتراجحة ؟ علل.

(ب) حل هذه المتراجحة.

(ج) مثل بيانيا حلول هذه المتراجحة مع تعيين العددين 2 و (-7) .

3. في إحدى الشركات عدد الرجال هو 27 و عدد النساء 15.

يريد مدير الشركة توظيف نفس العدد x من الرجال و النساء.

ما هي قيم x التي يكون من أجلها عدد النساء في الشركة لا يقل عن ثلثي عدد الرجال ؟

التمرين رقم 13 <<< الحل موجود في الصفحة 19

جد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 21.

التمرين رقم 14 <<< الحل موجود في الصفحة 19

 $F = (3x + 5)(2x - 1) + 9x^2 - 25$ عبارة حرفية حيث :

1. انشر و بسط العبارة F .
2. حلل العبارة $9x^2 - 25$ ثم استنتج تحليلا للعبارة F .
3. حل المعادلة : $(3x + 5)(5x - 6) = 0$.
4. احسب قيمة العبارة F من أجل $x = \sqrt{11}$.
5. (ا) حل المتراجحة : $15x^2 + 7x - 30 > 15x^2 + 5$ (ب) مثل بيانيا حلول هذه المتراجحة.

التمرين رقم 15 <<< الحل موجود في الصفحة 19

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :

- 1 العددان 1005 و 315 أوليان فيما بينهما.
- 2 $10 \div \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right) = \frac{21}{4}$
- 3 يوجد عدد x ، قيس لزاوية حادة، بحيث $\tan x = 8,5$.

التمرين رقم 16 <<< الحل موجود في الصفحة 20

إليك الأعداد التالية : $A = 2\sqrt{343} - \sqrt{112} + \sqrt{28}$: $B = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$: $C = (\sqrt{5} + 1)(\sqrt{5} - 1)$

- 1 اكتب العدد A في الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح.
- 2 اجعل مقام النسبة B عددا ناطقا.
- 3 بين أن العدد C طبيعي.

التمرين رقم 17 <<< الحل موجود في الصفحة 20

 $F = (3x - 5)^2 - (2x + 1)(5x - 8)$ عبارة حرفية حيث :

- 1 تحقق بالنشر من أن : $F = -x^2 - 19x + 33$
- 2 احسب قيمة العبارة F من أجل $x = 0$ و من أجل $x = -2$.
- 3 حل المعادلة : $F = -19x$

التمرين رقم 18 الحل موجود في الصفحة 20

التمرين رقم 18

1. انشر و بسط كلا مما يلي :

$$(3 - 2\sqrt{5})(3 + 2\sqrt{2}) \quad ; \quad (\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1) \quad ; \quad (\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})$$

$$(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})^2 \quad ; \quad \left(\sqrt{\frac{5}{4}} - \frac{3}{2}\right)^2 \quad ; \quad (1 - \sqrt{7})^2 \quad ; \quad (2\sqrt{5} + 2)^2 \quad ; \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

$$\left(\frac{\sqrt{13}}{2} + \frac{\sqrt{8}}{4}\right)\left(\frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{\sqrt{8}}{4}\right) \quad ; \quad \left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{5}{6}\right)^2$$

2. اكتب كلا من النسب الآتية على شكل نسبة مقامها عدد ناطق :

$$\frac{3}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}} \quad ; \quad \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{5}}{\sqrt{2} - \sqrt{5}} \quad ; \quad \frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{2}} \quad ; \quad \frac{1}{5 - \sqrt{5}} \quad ; \quad \frac{231}{\sqrt{3} - 2}$$

التمرين رقم 19 الحل موجود في الصفحة 20

التمرين رقم 19

حل المعادلات التالية :

$$x^2 - 3 = -5 \quad (\text{ج}) \quad \frac{x^2}{7} = \frac{7}{25} \quad (\text{ب}) \quad x^2 - 4 = -4 \quad (\text{ا})$$

التمرين رقم 20 الحل موجود في الصفحة 20

التمرين رقم 20

M و N عبارتان حيث :

$$N = \sqrt{\frac{20}{7}} \times \sqrt{\frac{112}{5}} \quad ; \quad M = \sqrt{450} + 3\sqrt{50} - \sqrt{2}$$

1. اكتب M على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث a و b عددان طبيعيين و b أصغر ما يمكن.

2. بسط العبارة N .

3. اجعل مقام النسبة $\frac{N}{M}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 21 الحل موجود في الصفحة 20

التمرين رقم 21

حل المعادلات التالية :

$$1. \quad 3 - (2x - 4) = 8 - 2x$$

$$2. \quad x\sqrt{2} + 1 = x + \sqrt{2}$$

$$3. \quad \frac{3}{4}x + \frac{5}{2} = 0$$

التمرين رقم 22 الحل موجود في الصفحة 21

التمرين رقم 22

تُعطى العبارة : $F = (2x - 3)^2 - 16$

1. تحقق بالنشر من أن : $F = 4x^2 - 12x - 7$

2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.

3. حل المعادلة : $(2x - 7)(2x + 1) = 0$.

4. احسب قيمة F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ و اكتب النتيجة على الشكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عدداً نسبياً.

التمرين رقم 23

الحل موجود في الصفحة 21

نعتبر المتراجحة : $5 - 2(2x - 1) \leq 3(4x + 1)$

1. هل العدداً 0 و 1 حلان لهذه المتراجحة ؟ علل.

2. حل هذه المتراجحة.

3. مثل بياناً هذه الحلول.

التمرين رقم 24

الحل موجود في الصفحة 21

جد ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها 393 (مع تفصيل خطوات الحل).

التمرين رقم 25

الحل موجود في الصفحة 22

1. حل الجملة : $\begin{cases} x + y = 50 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$

2. جد عددين مجموعهما 50 و الفرق بين العدد الأول و ضعف العدد الثاني هو 5.

التمرين رقم 26

الحل موجود في الصفحة 22

1. حل الجملة : $\begin{cases} x + 2y = 109 \\ x + y = 78 \end{cases}$

2. في مزرعة لتربية الدواجن، يوجد دجاج و أرانب عدد رؤوسها الإجمالي 78 رأساً أما العدد الإجمالي لأرجلها فهو 218 رجلاً.

ما هو عدد الدجاج و عدد الأرانب ؟

التمرين رقم 27

الحل موجود في الصفحة 22

1. حل الجملة : $\begin{cases} 2x - y = 1000 \\ x + y = 9500 \end{cases}$

2. يصنف العمال في إحدى الشركات إلى صنفين كما في الجدول التالي :

صنف العمال	الراتب الشهري (ثابت)	العلاوات (للوحة الواحدة)
الصنف A	30000 DA	20 DA
الصنف B	40000 DA	10 DA

تنتج هذه الشركة منتوجاً واحداً.

(أ) جد راتب عامل من الصنف B بعد بيعه 100 وحدة من المنتج.

(ب) نسمي $A(x)$ الراتب الشهري لعامل من الصنف A بعد بيع x وحدة من المنتج و نسمي $B(y)$ الراتب الشهري لعامل من الصنف B بعد بيع y وحدة من المنتج.

- (i) عبر عن $A(x)$ بدلالة x و عن $B(y)$ بدلالة y .
(ii) جد x و y إذا علمت أنه تم بيع وحدة 9500 من المنتج و أن العاملين تحسبوا على نفس الراتب الشهري.

التمرين رقم 28 <<< الحل موجود في الصفحة 22

زُين غلاف كتاب هندسة بمثلثات و مستطيلات لا تشترك في أي رأس.

1. ما هو عدد الرؤوس في هذه الأشكال إذا كان عدد المثلثات هو 4 و عدد المستطيلات 6 ؟
2. إذا علمت أن عدد الأشكال هو 18 و عدد الرؤوس هو 65 فاحسب عدد المثلثات و عدد المستطيلات في هذا الغلاف.

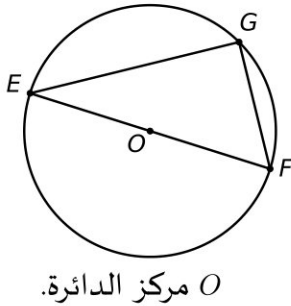
التمرين رقم 29 <<< الحل موجود في الصفحة 23

لتكن العبارة $C = (4x + 1)^2 - (3x - 2)(4x + 1)$

1. انشر و بسط العبارة C .
2. حلل العبارة C إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المتراجحة $C \leq 4x^2 + 16$ ثم مثل حلولها بيانياً.

التمرين رقم 30 <<< الحل موجود في الصفحة 23

أجب بصحيح أو خطأ مع التعليل :



O مركز الدائرة.

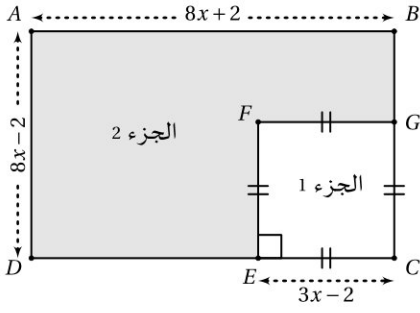
- (أ) في الشكل المقابل، المثلث EFG قائم في G .
- (ب) 27 يقبل القسمة على 9 .
- (ج) $\sqrt{(-3)^2} = -3$.
- (د) كل عددين زوجيين أوليان فيما بينهما.
- (هـ) المساواة $169 = 11 \times 14 + 15$ تعبر عن قسمة إقليدية.

التمرين رقم 31 <<< الحل موجود في الصفحة 23

- A و B عددان حيث : $A = 2\sqrt{180} + 5\sqrt{80}$ و $B = \sqrt{\frac{72}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{8}}$
- (1) اكتب العدد A على الشكل $a\sqrt{5}$.
 - (2) بين أن B عدد طبيعي.
 - (3) اجعل مقام النسبة $\frac{B}{A}$ عدداً ناطقاً.
 - (4) حل المعادلة : $x^2 = B + 3$.

التمرين رقم 32 <<< الحل موجود في الصفحة 24

وحدة الطول هي السنتيمتر. x عدد حقيقي حيث $x \geq \frac{2}{3}$



الشكل المقابل يمثل قطعة أرض مستطيلة الشكل حيث الجزء 1 يمثل قاعدة منزل مربعة الشكل و الجزء 2 حديقة.

1. اكتب S ، مساحة الأرض ، بدلالة x ثم انشرها.
2. عبر بدلالة x عن S_1 ، مساحة الجزء 1 ، ثم انشرها.
3. استنتج S_2 ، مساحة الجزء 2 ، بدلالة x مع التبسيط.

التمرين رقم 33 الحل موجود في الصفحة 24

احسب بتمعن العبارات التالية :

$$A = \frac{18 - 3(2^2 + 6^0)}{1,6 + 0,4 \times 2} \div 5$$

$$B = (3 + 1)^4 - (2^3 - 2)^2 \times 2$$

$$C = 85 - [24 - (10 - 4 + 5) + 1^3] - 37 \times 0,5$$

$$D = \frac{(3 - 2)^7 \times 2 \times 10^3}{5^3 \times 2^2} - 2 + 3$$

$$E = 20 \times 11 \times 2009 \div 20 \div 11 \div 2009$$

$$F = 32 - 8[-3(-2) - (+4)(+5)] \div (-2)$$

$$G = -48 \div [-23 + 35 \div (-5)] - [-42 \div 7 - 3(-8)]$$

$$H = 1 - (-3)(-5) - 9(7^2 - 52) - (-8)(-3)^2$$

التمرين رقم 34 الحل موجود في الصفحة 24

علما أنّ $x = -4$ ، $y = -7$ و $z = -20$ ، احسب :

$$1. x^2 - y^2 - 3xz$$

$$2. (x - 2) \times y \div z^2$$

التمرين رقم 35 الحل موجود في الصفحة 25

احسب و بسّط النتائج إن أمكن :

$$\alpha = \frac{21}{54} - \frac{91}{63} - \frac{1}{-18}$$

$$\beta = \frac{495}{77} \times (-2) \div \frac{(-15)^2}{56}$$

$$\gamma = 1 - 3 \times \frac{0,4}{1,25} + 0,05 \div (-0,4)$$

$$\delta = \frac{3}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{7}{22} - \frac{2}{\frac{3}{4}}$$

$$\epsilon = 29 - \frac{1}{15} - \left(\frac{19}{11} + \frac{7}{15} \right) - \left(\frac{14}{30} - \frac{30}{11} \right)$$

التمرين رقم 36 الحل موجود في الصفحة 25

التمرين رقم 36

- يُخصّص عمر $\frac{2}{5}$ من المبلغ الذي معه لشراء كتاب و $\frac{5}{9}$ من الباقي لشراء كرّيس.
- عبر بكسر عن المبلغ المتبقي مع عمر.
 - جد المبلغ الذي كان معه إذا علمت أنه صرف 150 DA في شراء الكرّيس.

التمرين رقم 37 الحل موجود في الصفحة 26

التمرين رقم 37

تبلغ تكلفة فاتورة الهاتف المشترك بين الإخوة أحمد، محمد و محمود 1260 DA. ما هو المبلغ يدفعه كل منهم إذا كان أحمد قد استخدمه لمدة 16 h ، محمد لمدة 12 h و محمود لمدة 14 h ؟

التمرين رقم 38 الحل موجود في الصفحة 26

التمرين رقم 38

احسب بتمعن العبارات التالية :

$$A = 7 + 7 \times 9 + 8^2 \div 32 - (3 + 1)^2 \times 5$$

$$B = 3 + 2(3^3 - 1^6) - \frac{4^3 - 2^4}{16 + 4 \times 2} \div 0,8$$

التمرين رقم 39 الحل موجود في الصفحة 26

التمرين رقم 39

صرف حُسام ثلث ما في حصالته في شراء كتاب و خُمسها في شراء مصحف ليتبقى له 320 DA. ما هو المبلغ الذي ادخره حُسام ؟

التمرين رقم 40 الحل موجود في الصفحة 26

التمرين رقم 40

- جد عددا مجموع ضعفه و العدد 5 يساوي 14.
- جد عددا الفرق بين أربعة أمثاله و 7 يساوي ثلاثة أمثاله.
- جد عددا الفرق بين ثلاثة أمثاله و العدد 3 يساوي مجموع ضعفه و العدد 1.

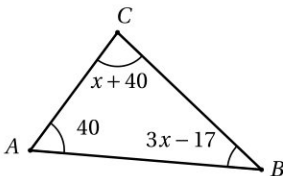
التمرين رقم 41 الحل موجود في الصفحة 27

التمرين رقم 41

عمر كوثر يقل بـ 3 سنوات عن عمر أيمن و عمر كريم يساوي ضعف عمر كوثر. مجموع أعمارهم يساوي 107 سنوات. ما هو عمر كل واحد ؟

التمرين رقم 42 الحل موجود في الصفحة 27

التمرين رقم 42



احسب، بالدرجات، أقياس زوايا المثلث ABC.

التمرين رقم 43 <<< الحل موجود في الصفحة 27

قرأ منير كتاباً من 240 صفحة خلال ثلاثة أيام. و لكونه محب للمطالعة، يقرأ في كل يوم 20 صفحة زيادة عن ما قرأه في اليوم السابق.
جد عدد الصفحات التي قرأها منير في كل يوم.

التمرين رقم 44 <<< الحل موجود في الصفحة 27

ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، إذا أضفنا للأول 5 و أخذنا ثلاثة أرباع الثاني و أنقصنا من الثالث 7 يكون عندئذ المجموع 42.
ما هي هذه الأعداد ؟

التمرين رقم 45 <<< الحل موجود في الصفحة 28

مستطيل محيطه 180 cm و عرضه نصف طوله.
جد بُعدي هذا المستطيل.

التمرين رقم 46 <<< الحل موجود في الصفحة 28

بعد عشر سنوات، سيصبح عمري ضعف عمري قبل عشر سنوات.
ما هو عمري الحالي ؟

التمرين رقم 47 <<< الحل موجود في الصفحة 28

عمر أب 40 سنة و عمر ابنه سنة واحدة.
بعد كم سنة يصبح عمر الأب ضعف عمر ابنه ؟

التمرين رقم 48 <<< الحل موجود في الصفحة 28

في إحدى الشركات، عدد الرجال يفوق عدد النساء بأربع و إذا غادرت ثلاث نساء الشركة يصبح حينئذ عدد الرجال ضعف عدد النساء.
ما هو عدد الرجال و عدد النساء في هذه الشركة ؟

التمرين رقم 49 <<< الحل موجود في الصفحة 28

يساهم مجموعة من التلاميذ في شراء هدية لمعلمهم.
إذا ساهم كل منهم بمبلغ 170 DA فاقت الحصىلة ثمن الهدية بـ 330 DA و إذا ساهم كل منهم بمبلغ 130 DA فإنه ينقصهم 150 DA.
ما هو عدد التلاميذ و ما هو ثمن الهدية ؟

التمرين رقم 50 <<< الحل موجود في الصفحة 28

تحصلت أميرة على 11 و 16 في استجوابي الرياضيات.
كم يجب أن تكون علامتها في الاستجواب الثالث حتى يكون معدلها 15 من 20 ؟

التمرين رقم 51 الحل موجود في الصفحة 29

مجموع أعمار علجية و أمها و جدتها يساوي 90 عاما.
ما هو عمر كل منهن إذا كان عمر الجدة هو ضعف عمر الأم و عمر علجية هو ثلث عمر أمها ؟

التمرين رقم 52 الحل موجود في الصفحة 29

إذا طرحنا عددا من بسط و مقام الكسر $\frac{23}{38}$ فإننا نحصل على مقلوب هذا الكسر. ما هو هذا العدد ؟

التمرين رقم 53 الحل موجود في الصفحة 29

إذا أضفنا 5 إلى عدد فإن مربعه يزداد بـ 295.
ما هو هذا العدد ؟

التمرين رقم 54 الحل موجود في الصفحة 29

قمنا بتبليط حيز من المستوي بمضلعات منتظمة فاشتركت ثلاث منها برأس.
إذا كان عدد رؤوس أحد المضلعات 3 و عدد رؤوس الثاني 10 فما هو عدد رؤوس المضلع الثالث ؟

التمرين رقم 55 الحل موجود في الصفحة 30

1. لتكن العبارة $E = (x - 5)^2$.
(أ) انشر و بسط العبارة E .
(ب) احسب قيمة E من أجل $x = 100$.
2. حلل العبارة $F = (x - 5)^2 - 9025$ إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. يقطع قطار مسافة 300 km . إذا ازدادت سرعته المتوسطة بـ 20 km/h فإن مدة الرحلة تنقص بـ 10 min .
نسمي t مدة الرحلة (قبل الزيادة في السرعة) بالدقائق.
(أ) بين أن $\frac{300}{t - 10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$.
(ب) استنتج أن $t^2 - 10t - 9000 = 0$ ثم احسب مدة الرحلة.
(ج) ما هي السرعة المتوسطة لهذا القطار ؟

التمرين رقم 56 الحل موجود في الصفحة 30

1. احسب $\text{pgcd}(425; 100)$.
2. اختزل العدد A حيث $A = \frac{425}{100} - \frac{3}{2}$.
3. اكتب على الشكل $a\sqrt{b}$ العدد K حيث :
 $K = 3\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27}$
4. اجعل مقام النسبة $\frac{A}{K}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 57 <<< الحل موجود في الصفحة 31

- لتكن العبارة E حيث : $E = (3x + 1)^2 - 4(3x + 1)$
1. انشر و بسط العبارة E .
 2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
 3. حل المعادلة : $(3x + 1)(3x - 3) = 0$.

التمرين رقم 58 <<< الحل موجود في الصفحة 31

1. اشرح لماذا يمكن اختزال الكسر $A = \frac{351}{819}$ ثم اكتبه على شكل غير قابل للاختزال.
2. احسب و اكتب على أبسط شكل العدد $B = 3 + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} - \frac{3}{5}$.
3. بسط العبارة $C = 6\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{192}$.
4. اجعل مقام النسبة $\frac{B}{C}$ عددا ناطقا.

التمرين رقم 59 <<< الحل موجود في الصفحة 31

- لتكن العبارة الجبرية $F = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7)$
1. انشر و بسط العبارة F .
 2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
 3. حل المعادلة $F = 0$.
 4. حل المتراجحة $F + 2x^2 \geq x - 5$ و مثل بيانيا حلولها.

التمرين رقم 60 <<< الحل موجود في الصفحة 32

حلّ الجملتين :

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \\ y = -3x + 9 \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} 2x - 5y = 5 \\ y + 1 = -2 \end{cases}$$

التمرين رقم 61 <<< الحل موجود في الصفحة 32

(من كتاب س3 متوسط)
عندما نضيف 20 cm إلى طول مستطيل، تزداد مساحته بـ 250 cm^2 .
- ما هو عرض هذا المستطيل ؟

التمرين رقم 62 <<< الحل موجود في الصفحة 33

1. بين أن العدد M عدد طبيعي حيث $M = (2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1)$.
2. اكتب على الشكل $a\sqrt{3}$ العبارة $N = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{75}$ (حيث a عدد طبيعي).
3. اجعل مقام النسبة $\frac{M}{N}$ ناطقا.

1. بين صحة المساواة : $(3x + 5)(x - 2) = 3x^2 - x - 10$.
2. حلل العبارة الجبرية F حيث : $F = 3x^2 - x - 10 - (x - 2)(x + 3)$.
3. حل جملة المعادلتين :
$$\begin{cases} x + y = 20 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$
.

1. نطبق خوارزمية إقليدس و نجد : $\text{pgcd}(147; 343) = 49$.

$$343 = 147 \times 2 + 49$$

$$147 = 49 \times 3 + 0$$

آخر باق غير معدوم هو 49 إذن $\text{pgcd}(147; 343) = 49$.

$$N = \frac{343}{147} + \frac{8}{3} \div (-2) = \frac{343 \div 49}{147 \div 49} + \frac{8}{3} \times \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{3} - \frac{8}{3 \times 2} = \frac{7}{3} - \frac{4 \times 2}{3 \times 2} = \frac{7}{3} - \frac{4}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

$$M = \sqrt{147} - 2\sqrt{343} - 7\sqrt{3} = \sqrt{49 \times 3} - 2\sqrt{49 \times 7} - 7\sqrt{3} = 7\sqrt{3} - 2 \times 7\sqrt{7} - 7\sqrt{3} = -14\sqrt{7}$$

$$\frac{1}{M} = \frac{1}{-14\sqrt{7}} = -\frac{1 \times \sqrt{7}}{14\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = -\frac{\sqrt{7}}{14 \times 7} = -\frac{\sqrt{7}}{98}$$

منه :

1. المثلث ABC قائم في B فحسب نظرية فيثاغورث : $AC^2 = AB^2 + BC^2$ أي $(2x - 5)^2 = AB^2 + (x + 2)^2$

$$AB^2 = (2x - 5)^2 - (x + 2)^2$$

2. النشر والتبسيط : $AB^2 = (2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 - [x^2 + 2 \times x \times 2 + 2^2]$

$$= 4x^2 - 20x + 25 - x^2 - 4x - 4 = 3x^2 - 24x + 21$$

3. التحليل : $AB^2 = (2x - 5)^2 - (x + 2)^2 = [2x - 5 - (x + 2)][2x - 5 + x + 2]$

$$= (2x - 5 - x - 2)(3x - 3) = (x - 7)[(x - 1)] = 3(x - 7)(x - 1)$$

4. $AB^2 = 0$ معناه $3(x - 7)(x - 1) = 0$ و بما أن $3 \neq 0$ فإن هذا يكافئ $x - 7 = 0$ أو $x - 1 = 0$ منه

$$x = 7 \text{ أو } x = 1 \text{ و بما أن } x \geq \frac{5}{2} \text{ فإن } x = 7.$$

التفسير : من أجل $x = 7$ ، تنطبق النقطة B على النقطة A و لا وجود للمثلث.

1. (أ) n عدد طبيعي. انقل و أتمم الجدول :

رقم أحاد n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
رقم أحاد n^2	0	1	4	9	6	5	6	9	4	1

(ب) العدد n^2 زوجي معناه رقم أحاده هو 0 أو 4 أو 6 و من الجدول السابق يظهر أن هذا يتحقق عندما يكون رقم أحاد n هو 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 أي عندما يكون العدد n زوجيا.

نتيجة : إذا كان العدد n^2 زوجيا فإن العدد n زوجي أيضا.

2. نفرض فيما يلي أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و نكتبه على الشكل $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ حيث p و q عددان طبيعيان غير معدومين و أوليان فيما بينهما.

$$(أ) \text{ لدينا : } (\sqrt{2})^2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2 \text{ أي } 2 = \frac{p^2}{q^2} \text{ و بالتالي } p^2 = 2q^2$$

(ب) العدد $2q^2$ زوجي أي p^2 زوجي و من السؤال السابق نستنتج أن العدد p زوجي.

(ج) بما أن العدد p زوجي فإنه يكتب على الشكل $p = 2k$ (حيث k عدد طبيعي) منه $p^2 = (2k)^2 = 4k^2$

و بما أن $p^2 = 2q^2$ فإن $4k^2 = 2q^2$ بقسمة الطرفين على 2 ينتج $2k^2 = q^2$ و هذا يعني أن q^2 زوجي.

و من السؤال الأول نستنتج أن q زوجي.

(د) العددين p و q زوجيان أي يقبلان القسمة على 2 و بالتالي ليسا أوليين فيما بينهما و هذا يناقض الفرضية (الشرط) التي وضعناها على هذين العددين.

(هـ) فرضنا أن العدد $\sqrt{2}$ ناطق و توصلنا إلى أن هذا يؤدي إلى تناقض مما يعني أنه لا يمكن أن يكون عددا ناطقا.

إذن العدد $\sqrt{2}$ عدد أصم (غير ناطق).

حل التمرين رقم 4 للعودة إلى التمرين 4

1. العددين 98 و 112 ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما زوجيان (يقبلان القسمة على 2).

2. آخر باق غير معدوم هو 14 و بالتالي $\text{pgcd}(112; 98) = 14$ نطبق خوارزمية إقليدس :
 $112 = 98 \times 1 + 14$
 $98 = 14 \times 7 + 0$

3. لدينا :
 $\frac{98}{112} = \frac{98 \div 14}{112 \div 14} = \frac{7}{8}$

4. بما أن المسافة بين كل شجرتين متتاليتين عدد طبيعي من الأمتار فهي تقسم طول و عرض المزرعة أي قاسم مشترك للعددين 112 و 98. و إذا كان عدد الأشجار أقل ما يمكن فإن هذه المسافة أكبر ما يمكن و بالتالي فالمسافة التي تفصل كل شجرتين متتاليتين هي $\text{pgcd}(112; 98)$ أي تساوي 14 m.
 و في هذه الحالة، عدد الأشجار هو 30 شجرة. $2 \times (112 + 98) \div 14 = 2 \times 210 \div 14 = 420 \div 14 = 30$

حل التمرين رقم 5 للعودة إلى التمرين 5

1. (أ) $x^2 + 1 = 8$ منه $x^2 = 8 - 1$ أي $x^2 = 7$ منه $x = \sqrt{7}$ أو $x = -\sqrt{7}$.
 للمعادلة حلان حقيقيان متعاكسان هما $\sqrt{7}$ و $(-\sqrt{7})$.
 (ب) المعادلة $y^2 = -16$ ليس لها أي حل حقيقي لأن مربع عدد حقيقي هو دائما عدد موجب.
 (ج) $z^2 + 2 = 2$ منه $z^2 = 2 - 2$ أي $z^2 = 0$ منه $z = 0$.
 للمعادلة حل حقيقي واحد هو 0.

2. لدينا :
 $\frac{3}{2\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{2\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{3\sqrt{5}}{10}$

حل التمرين رقم 6 للعودة إلى التمرين 6

• محيط المثلث ABC المتقايس الأضلاع هو $12\sqrt{3} \text{ cm}$.
 $P_{ABC} = 3BC = 3 \times 2\sqrt{12} = 6\sqrt{4 \times 3} = 6\sqrt{4} \times \sqrt{3} = 6 \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$
 • محيط المستطيل $DEFG$ هو $12\sqrt{3} \text{ cm}$.
 $P_{DEFG} = 2(DE + DG) = 2(\sqrt{48} + \sqrt{12}) = 2(\sqrt{16 \times 3} + 2\sqrt{3}) = 2(\sqrt{16} \times \sqrt{3} + 2\sqrt{3})$
 $= 2(4\sqrt{3} + 2\sqrt{3}) = 2 \times 6\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$

إذاً للشكلين نفس المحيط.

$$682 = 352 \times 1 + 330$$

$$352 = 330 \times 1 + 22$$

$$330 = 22 \times 15 + 0$$

نبدأ بحساب $\text{pgcd}(682; 352)$ وذلك بتطبيق خوارزمية إقليدس :
آخر باق غير معدوم هو 22 وبالتالي $\text{pgcd}(682; 352) = 22$.

$$A = \frac{682}{352} + \frac{1}{2} \div \frac{4}{3} = \frac{682 \div 22}{352 \div 22} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{31}{16} + \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{31}{16} + \frac{3}{8} = \frac{31}{16} + \frac{3 \times 2}{8 \times 2} = \frac{31}{16} + \frac{6}{16} = \frac{37}{16}$$

$$2. \text{ لدينا : } 6,82 \text{ m} = 682 \text{ cm و } 3,52 \text{ m} = 352 \text{ cm}$$

بما أنه لا يوجد تقطيع فإن طول ضلع البلاطة الواحدة يقسم طول و عرض القاعة أي قاسم مشترك للعددين 682 و 352. وإذا كان عدد البلاطات أقل ما يمكن فإن طول ضلع البلاطة الواحدة أكبر ما يمكن وبالتالي فهو يساوي $\text{pgcd}(682; 352)$ أي يساوي 22 cm.

$$\frac{682 \times 352}{22 \times 22} = \frac{240064}{484} = 496$$

و في هذه الحالة، عدد البلاطات هو 496 بلاطة.

1. (أ) $a^2 + 100 = 0$ منه $a^2 = -100$ وهذه المعادلة ليس لها حل حقيقي لأن مربع أي عدد حقيقي هو دائماً موجب.

(ب) $4b^2 - 14 = 30$ منه $4b^2 = 30 + 14$ أي $4b^2 = 44$ منه $b^2 = 44 \div 4$ أي $b^2 = 11$ منه $b = \sqrt{11}$ أو $b = -\sqrt{11}$

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\sqrt{11}$ و $(-\sqrt{11})$.

(ج) $c^2 + 1 = 1$ منه $c^2 = 1 - 1$ أي $c^2 = 0$ منه $c = 0$.
للمعادلة حل حقيقي واحد هو 0.

$$2. (أ) \text{ لدينا : } \frac{\sqrt{7} - 2}{3\sqrt{7}} = \frac{(\sqrt{7} - 2) \times \sqrt{7}}{3\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7} \times \sqrt{7} - 2 \times \sqrt{7} \times \sqrt{7}}{3 \times 7} = \frac{7 - 2\sqrt{7}}{21}$$

$$(ب) \text{ لدينا : } \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{5\sqrt{3}}{3 \times 5} + \frac{3\sqrt{5}}{5 \times 3} = \frac{5\sqrt{3}}{15} + \frac{3\sqrt{5}}{15} = \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}{15}$$

1. محيط الشكل هو $18\sqrt{2} \text{ cm}$.

$$\begin{aligned} P &= AB + BC + CD + DE + EF + FA = \sqrt{32} + 3\sqrt{8} + \sqrt{18} + 5\sqrt{2} = \\ &= \sqrt{16 \times 2} + 3\sqrt{4 \times 2} + \sqrt{9 \times 2} + 5\sqrt{2} = 4\sqrt{2} + 3 \times 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} \\ &= 4\sqrt{2} + 6\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = (4 + 6 + 3 + 5) \sqrt{2} = 18\sqrt{2} \end{aligned}$$

2. المثلث ABF قائم في F فحسب نظرية فيثاغورث : $BF^2 = AB^2 + AF^2 = (\sqrt{32})^2 + (\sqrt{8})^2 = 32 + 8 = 40$ منه $BF = \sqrt{40} = \sqrt{4 \times 10} = \sqrt{4} \times \sqrt{10} = 2\sqrt{10} \text{ cm}$ إذ $BF = 2\sqrt{10} \text{ cm}$

3. لدينا : $AB = \sqrt{343} = \sqrt{49 \times 7} = \sqrt{49} \times \sqrt{7} = 7\sqrt{7}$

$$AC = \sqrt{700} = \sqrt{100 \times 7} = \sqrt{100} \times \sqrt{7} = 10\sqrt{7}$$

$$BC = \sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = \sqrt{9} \times \sqrt{7} = 3\sqrt{7}$$

نلاحظ أن $AB + BC = 7\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 10\sqrt{7} = AC$ و بالتالي فالنقط A ، B ، C على استقامة واحدة.

حل التمرين رقم 10

لدينا : $2^{2019} + 2^{2020} + 2^{2021} = 2^{2019+0} + 2^{2019+1} + 2^{2019+2} = 2^{2019} \times 2^0 + 2^{2019} \times 2^1 + 2^{2019} \times 2^2$
 $= 2^{2019} \times (2^0 + 2^1 + 2^2) = 2^{2019} \times (1 + 2 + 4) = 2^{2019} \times 7$
 و هو من مضاعفات 7 (أي يقبل القسمة على 7).

حل التمرين رقم 11

$$1377 = 425 \times 3 + 102$$

$$425 = 102 \times 4 + 17$$

$$102 = 17 \times 6 + 0$$

1. نطبق خوارزمية إقليدس :
 آخر باق غير معدوم هو 17 و بالتالي $\text{pgcd}(425; 1377) = 17$

$$A = \frac{425}{1377} = \frac{425 \div 17}{1377 \div 17} = \frac{25}{81} \quad \text{منه :}$$

$$B = \sqrt{1377} - 3\sqrt{425} + 2\sqrt{17} = \sqrt{81 \times 17} - 3\sqrt{25 \times 17} + 2\sqrt{17} \quad \text{2. لدينا :}$$

$$= 9\sqrt{17} - 3 \times 5\sqrt{17} + 2\sqrt{17} = 9\sqrt{17} - 15\sqrt{17} + 2\sqrt{17} = (9 - 15 + 2)\sqrt{17} = -4\sqrt{17}$$

$$3. \text{ لدينا :} \quad \frac{-4}{B} = \frac{-4}{-4\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1 \times \sqrt{17}}{\sqrt{17} \times \sqrt{17}} = \frac{\sqrt{17}}{17}$$

حل التمرين رقم 12

$$1. \text{ (أ) لدينا : } M - 2020 = 144x^2 - 5 - 2020 = 144x^2 - 2025 = (12x)^2 - 45^2 = (12x - 45)(12x + 45)$$

$$\text{(ب) } M = 2020 \text{ منه } M - 2020 = 0 \text{ منه } (12x - 45)(12x + 45) = 0 \text{ منه } 12x - 45 = 0 \text{ أو } 12x + 45 = 0$$

$$\text{منه } (12x = -45 \text{ أو } 12x = 45) \text{ منه } \left(x = -\frac{45}{12} \text{ أو } x = \frac{45}{12}\right) \text{ أي } x = \frac{15}{4} \text{ أو } x = -\frac{15}{4}$$

$$\text{للمعادلة حلان حقيقيان هما } \frac{15}{4} \text{ و } -\frac{15}{4}.$$

$$2. \text{ (أ) } x = 2 : \text{ لدينا } 5(2 + 3) = 5 \times 5 = 25 \text{ و } 2(2 - 1) = 2 \times 1 = 2 \text{ و بما أن } 25 \geq 2 \text{ فإن 2 حل للمترابطة.}$$

$$x = -7 : \text{ لدينا } 5(-7 + 3) = 5 \times (-4) = -20 \text{ و } 2(-7 - 1) = 2 \times (-8) = -16 \text{ و بما أن } -20 \not\geq -16 \text{ فإن } (-7) \text{ ليس حلا للمترابطة.}$$

$$\text{(ب) } 5(x + 3) \geq 2(x - 1) \text{ منه } 5x + 15 \geq 2x - 2 - 15 \text{ منه } 5x - 2x \geq -2 - 15 \text{ منه } 3x \geq -17 \text{ منه } x \geq -\frac{17}{3}$$

$$\text{مجموعة الحلول هي : } S = \left[-\frac{17}{3}; +\infty\right[$$



(ج) تمثيل الحلول :

$$3. \text{ عدد الرجال في الشركة يصبح } 27 + x \text{ و عدد النساء يصبح } 15 + x.$$

$$\text{حتى لا يقل عدد النساء في الشركة عن ثلثي عدد النساء يجب أن يكون } 15 + x \geq \frac{2}{3}(27 + x) \text{ منه } 3(15 + x) \geq 2(27 + x) \text{ منه } 45 + 3x \geq 54 + 2x \text{ منه } 45 + 3x - 2x \geq 54 - 45 \text{ منه } 3x - 2x \geq 54 - 45 \text{ أي } x \geq 9.$$

إذن حتى لا يقل عدد النساء في الشركة عن ثلثي عدد الرجال يجب أن يكون x أكبر من أو يساوي 9.

حل التمرين رقم 13

نسمي x العدد الأوسط. العددين الآخرين هما $x - 1$ و $x + 1$.

مجموع هذه الأعداد هو 21 معناه $x - 1 + x + x + 1 = 21$ منه $3x = 21$ منه $x = 21 \div 3 = 7$.
منه $6 = 7 - 1 = x - 1$ و $8 = 7 + 1 = x + 1$. إذن هذه الأعداد هي 6 ، 7 و 8. (التحقق من الإجابة: $6 + 7 + 8 = 21$)

حل التمرين رقم 14

1. لدينا : $F = (3x + 5)(2x - 1) + 9x^2 - 25 = 6x^2 - 3x + 10x - 5 + 9x^2 - 25 = 15x^2 + 7x - 30$

2. لدينا : $9x^2 - 25 = (3x)^2 - 5^2 = (3x - 5)(3x + 5)$

$F = (3x + 5)(2x - 1) + (3x - 5)(3x + 5) = (3x + 5)(2x - 1 + 3x - 5) =$ منه $(3x + 5)(5x - 6)$

3. $(3x + 5)(5x - 6) = 0$ منه $(3x + 5 = 0$ أو $5x - 6 = 0)$ منه $(5x = 6$ أو $3x = -5)$ منه $x = -\frac{5}{3}$ أو $x = \frac{6}{5}$.

للمعادلة حلان حقيقيان هما $-\frac{5}{3}$ و $\frac{6}{5}$.

4. $x = \sqrt{11}$: $F(\sqrt{11}) = 15(\sqrt{11})^2 + 7\sqrt{11} - 30 = 15 \times 11 + 7\sqrt{11} - 30 = 165 - 30 + 7\sqrt{11} = 135 + 7\sqrt{11}$

5. (I) $15x^2 + 7x - 30 > 15x^2 + 5$ منه $15x^2 + 7x - 15x^2 > 5 + 30$ أي $7x > 35$ منه $x > \frac{35}{7}$ أي $x > 5$.

مجموعة حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر تماما من 5 أي $S =]5; +\infty[$.



حل التمرين رقم 15

1. خطأ. العددين 1005 و 315 يقبلان القسمة على 5 (و على 3) و بالتالي ليسا أوليين فيما بينهما.

2. صحيح. $10 \div \left(\frac{7}{3} - \frac{3}{7}\right) = 10 \div \left(\frac{7 \times 7}{3 \times 7} - \frac{3 \times 3}{7 \times 3}\right) = 10 \div \left(\frac{49}{21} - \frac{9}{21}\right) = 10 \div \frac{40}{21} = 10 \times \frac{21}{40} = \frac{21}{4}$.

3. صحيح لأنه إذا كان x قياس زاوية حادة فإن $\tan x > 0$ (ليس محصورا بين 0 و 1 أي يمكن أن يكون أكبر من 1).

لدينا : $x = 8,5 \text{ } \boxed{2\text{ndf}} \boxed{\tan} \approx 83^\circ$

للعودة إلى التمرين 16

حل التمرين رقم 16

1. كتابة العدد A في الشكل $a\sqrt{7}$ حيث a عدد صحيح :

$$A = 2\sqrt{343} - \sqrt{112} + \sqrt{28} = 2\sqrt{49 \times 7} - \sqrt{16 \times 7} + \sqrt{4 \times 7}$$

$$A = 2\sqrt{49} \times \sqrt{7} - \sqrt{16} \times \sqrt{7} + \sqrt{4} \times \sqrt{7} = 2 \times 7\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = 14\sqrt{7} - 4\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = (14 - 4 + 2)\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$$
2. جعل مقام النسبة B عددا ناطقا :

$$B = \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{(3 + \sqrt{2}) \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2}$$
3. إثبات أن العدد C طبيعي :

$$C = (\sqrt{5} - 1)(\sqrt{5} + 1) = (\sqrt{5})^2 - 1^2 = 5 - 1 = 4$$
 وهو عدد طبيعي.

للعودة إلى التمرين 17

حل التمرين رقم 17

1. التحقق بالنشر من أن $F = -x^2 - 19x + 33$:

$$F = (3x - 5)^2 - (2x + 1)(5x - 8)$$

$$F = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 5 + 5^2 - (10x^2 - 16x + 5x - 8) = 9x^2 - 30x + 25 - (10x^2 - 11x - 8)$$

$$F = 9x^2 - 30x + 25 - 10x^2 + 11x + 8 = 9x^2 - 10x^2 - 30x + 11x + 25 + 8 = -x^2 - 19x + 33$$
2. • حساب قيمة العبارة F من أجل $x = 0$:

$$F(0) = -0^2 - 19 \times 0 + 33 = -0 - 0 + 33 = 33$$
• حساب قيمة العبارة F من أجل $x = -2$:

$$F(-2) = -(-2)^2 - 19 \times (-2) + 33 = -4 + 38 + 33 = 67$$
3. حل المعادلة $F = -19x$:

$$F = -19x \Rightarrow -x^2 - 19x + 33 = -19x \Rightarrow -x^2 + 33 = 0 \Rightarrow x^2 = 33 \Rightarrow x = \sqrt{33} \text{ أو } x = -\sqrt{33}$$
للمعادلة حلان حقيقيان متعاكسان هما $\sqrt{33}$ و $-\sqrt{33}$.

للعودة إلى التمرين 18

حل التمرين رقم 18

للعودة إلى التمرين 19

حل التمرين رقم 19

للعودة إلى التمرين 20

حل التمرين رقم 20

للعودة إلى التمرين 21

حل التمرين رقم 21

1. $(2x - 4) = 8 - 2x \Rightarrow 2x - 4 = 8 - 2x \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow x = 3$ منه $3 - 2x + 4 = 8 - 2x$ منه $7 - 2x = 8 - 2x$ منه $2x - 2x = 8 - 7$ منه $0x = 1$.
هذه المعادلة ليس لها أي حل حقيقي أي مجموعة الحلول هي $S = \{\} = \emptyset$.
2. $x\sqrt{2} + 1 = x + \sqrt{2} \Rightarrow x\sqrt{2} - x = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x(\sqrt{2} - 1) = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} - 1} = 1$ منه $x = 1$.
للمعادلة حل حقيقي واحد هو 1 أي مجموعة الحلول هي $S = \{1\}$.

$$3. \frac{3}{4}x + \frac{5}{2} = 0 \text{ منه } 4 \times \frac{3}{4}x + 4 \times \frac{5}{2} = 0 \text{ منه } 3x + \frac{20}{2} = 0 \text{ منه } 3x + 10 = 0 \text{ منه } 3x = -10 \text{ منه } x = -\frac{10}{3}$$

للمعادلة حل حقيقي واحد هو $\left(-\frac{10}{3}\right)$ أي مجموعة الحلول هي $S = \left\{-\frac{10}{3}\right\}$.

العودة إلى التمرين 22

حل التمرين رقم 22

$$1. \text{ النشر: } F = (2x - 3)^2 - 16 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 - 16 = 4x^2 - 12x + 9 - 16 = 4x^2 - 12x - 7$$

$$2. \text{ التحليل: } F = (2x - 3)^2 - 16 = (2x - 3)^2 - 4^2 = (2x - 3 - 4)(2x - 3 + 4) = (2x - 7)(2x + 1)$$

$$3. (2x - 7)(2x + 1) = 0 \text{ معناه } (2x - 7 = 0 \text{ أو } 2x + 1 = 0) \text{ منه } (2x = 7 \text{ أو } 2x = -1) \text{ منه } x = \frac{7}{2} \text{ أو } x = -\frac{1}{2}$$

$$\text{للمعادلة حلان حقيقيان هما } \left(-\frac{1}{2}\right) \text{ و } \frac{7}{2}. \text{ أي مجموعة الحلول هي } S = \left\{-\frac{1}{2}; \frac{7}{2}\right\}$$

$$4. F(1 + \sqrt{2}) = [2(1 + \sqrt{2}) - 3]^2 - 16 = (2 + 2\sqrt{2} - 3)^2 - 16 = (2\sqrt{2} - 1)^2 - 16 = (2\sqrt{2})^2 - 2 \times 2\sqrt{2} \times 1 + 1^2 - 16 = 4 \times 2 - 4\sqrt{2} + 1 - 16 = 8 - 4\sqrt{2} - 15 = 8 - 15 - 4\sqrt{2} = -7$$

العودة إلى التمرين 23

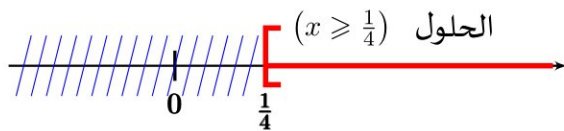
حل التمرين رقم 23

$$1. \text{ من أجل } x = 0 : 5 - 2(2 \times 0 - 1) = 5 + 2 = 7 \text{ و } 3(4 \times 0 + 1) = 3 \text{ لكن } 7 \not\leq 3 \text{ و بالتالي } 0 \text{ ليس حلا لهذه المتراجحة.}$$

$$\text{من أجل } x = 1 : 5 - 2(2 \times 1 - 1) = 5 - 2 = 3 \text{ و } 3(4 \times 1 + 1) = 15 \text{ لكن } 3 \leq 15 \text{ و بالتالي } 1 \text{ حل لهذه المتراجحة.}$$

$$2. \text{ منه } 5 - 2(2x - 1) \leq 3(4x + 1) \text{ منه } 5 - 4x + 2 \leq 12x + 3 \text{ أي } 7 - 4x \leq 12x + 3 \text{ منه } -4x - 12x \leq 3 - 7$$

$$\text{أي } -16x \leq -4 \text{ منه } x \geq \frac{-4}{-16} \text{ أي } x \geq \frac{1}{4} \text{ حلول هذه المتراجحة هي الأعداد الحقيقية الأكبر من أو تساوي } \frac{1}{4} \text{ أي } S = \left[\frac{1}{4}; +\infty\right)$$



3. تمثيل الحلول :

العودة إلى التمرين 24

حل التمرين رقم 24

• اختيار المجهول : نسمي العدد الأوسط.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : الأعداد الأخرى هي $x - 1$ و $x + 1$.

• ترجمة المسألة بمعادلة : $x - 1 + x + x + 1 = 393$.

• حل المعادلة : $x - 1 + x + x + 1 = 393 \text{ منه } 3x = 393 \text{ منه } x = 393 \div 3 = 131$

• الإجابة على السؤال : لدينا : $x - 1 = 130$ و $x + 1 = 132$ و بالتالي فالأعداد هي 130 ، 131 و 132.

للعودة إلى التمرين 25

حل التمرين رقم 25

للعودة إلى التمرين 26

حل التمرين رقم 26

1. حل الجملة $\begin{cases} x + 2y = 109 \dots\dots\dots ① \\ x + y = 78 \dots\dots\dots ② \end{cases}$: من المعادلة ② نجد $x = 78 - y$. بالتعويض في المعادلة ① ينتج :

$$78 - y + 2y = 109 \text{ منه } 78 + y = 109 - 78 \text{ منه } y = 109 - 78 \text{ أي } y = 31 \text{ إذا } \boxed{y = 31}$$

$$\text{و بالتالي : } x = 78 - y = 78 - 31 = 47 \text{ إذا } \boxed{x = 47}$$

للجملة حل واحد هو الثنائية (47; 31).

2. نسمي x عدد الدجاج و y عدد الأرانب. عدد الرؤوس هو $x + y = 78$. لكل دجاجة رجلان و لكل أرنب أربعة أرجل و بالتالي عدد الأرجل هو $2x + 4y = 218$. بقسمة الطرفين على 2 ينتج $x + 2y = 109$.

لدينا إذاً الجملة $\begin{cases} x + 2y = 109 \\ x + y = 78 \end{cases}$. من السؤال الأول نستنتج أن $\boxed{x = 47}$ و $\boxed{y = 31}$. عدد الدجاج هو 47 و عدد الأرانب هو 31.

للعودة إلى التمرين 27

حل التمرين رقم 27

1. حل الجملة $\begin{cases} 2x - y = 1000 \dots\dots\dots ① \\ x + y = 9500 \dots\dots\dots ② \end{cases}$: من المعادلة ② نجد $y = 9500 - x$. بالتعويض في المعادلة ① ينتج :

$$2x - (9500 - x) = 1000 \text{ منه } 2x - 9500 + x = 1000 \text{ منه } 3x = 1000 + 9500 = 10500 \text{ منه } x = \frac{10500}{3} = 3500$$

$$\text{إذاً } \boxed{x = 3500} \text{ و بالتالي : } y = 9500 - x = 9500 - 3500 = 6000 \text{ إذاً } \boxed{y = 6000}$$

للجملة حل واحد هو الثنائية (3500; 6000).

2. (أ) بعد بيع 100 وحدة من المنتج، يكون راتب العامل من الصنف B هو : $\boxed{41000 \text{ DA}}$.

$$B(100) = 40000 + 100 \times 10 = 40000 + 1000 = 41000$$

(ب) i. راتب عامل من الصنف A هو : $A(x) = 30000 + 20 \times x = 30000 + 20x$

راتب عامل من الصنف B هو : $B(x) = 40000 + 10 \times x = 40000 + 10x$

ii. نسمي x عدد الوحدات التي أنتجها العامل A و y عدد الوحدات التي أنتجها العامل B. لدينا :

$$30000 + 20x = A(x) = B(y) = 40000 + 10y \text{ منه } 20x - 10y = 40000 - 30000 = 10000$$

$$\text{و بقسمة الطرفين على 10 نجد } \frac{20x - 10y}{10} = \frac{10000}{10} \text{ و بعد الاختزال : } 2x - y = 1000$$

لدينا إذاً الجملة $\begin{cases} 2x - y = 1000 \\ x + y = 9500 \end{cases}$. من السؤال الأول نستنتج أن $\boxed{x = 3500}$ و $\boxed{y = 6000}$.

للعودة إلى التمرين 28

حل التمرين رقم 28

1. عدد الرؤوس هو : 36 رأساً (لكل مثلث 3 رؤوس و لكل مستطيل 4 رؤوس). $4 \times 3 + 6 \times 4 = 12 + 24 = 36$.

2. نسمي x عدد المثلثات و y عدد المستطيلات. عدد الأشكال هو $x + y$ و عدد الرؤوس هو $3x + 4y$.

$$\text{لدينا إذاً الجملة : } \begin{cases} x + y = 18 \text{ (عدد الأشكال)} \\ 3x + 4y = 65 \text{ (عدد الرؤوس)} \end{cases}$$

من المعادلة الأولى نجد : $y = 18 - x$. بالتعويض في المعادلة الثانية ينتج $3x + 4(18 - x) = 65$ منه

$3x + 4 \times 18 - 4x = 65$ أي $3x + 72 - 4x = 65$ منه $-x = 65 - 72 = -7$ منه $x = 7$ و بالتالي $y = 18 - x = 18 - 7 = 11$.
عدد المثلثات هو 7 و عدد المستطيلات هو 11.

حل التمرين رقم 29

$$C = (4x + 1)^2 - (3x - 2)(4x + 1) = (4x)^2 + 2 \times 4x \times 1 + 1^2 - (12x^2 + 3x - 8x - 2) = 16x^2 + 8x + 1 - (12x^2 - 5x - 2)$$

$$C = 16x^2 + 8x + 1 - 12x^2 + 5x + 2 = 4x^2 + 13x + 3$$

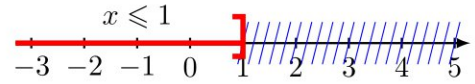
$$C = (4x + 1)^2 - (3x - 2)(4x + 1) = (4x + 1)(4x + 1) - (3x - 2)(4x + 1) = \frac{(4x + 1)}{(4x + 1)} [4x + 1 - (3x - 2)]$$

$$C = (4x + 1)(4x + 1 - 3x + 2) = (4x + 1)(x + 3)$$

$$13x + 3 \leq 16 \text{ أي } 4x^2 + 13x + 3 - 4x^2 \leq 16 \text{ منه } 4x^2 + 13x + 3 \leq 4x^2 + 16 \text{ أي } C \leq 4x^2 + 16$$

$$\text{منه } 13x \leq 16 - 3 \text{ أي } 13x \leq 13 \text{ منه } x \leq \frac{13}{13} \text{ أي } x \leq 1$$

الحلول هي كل الأعداد الأصغر من أو تساوي 1 أي مجموعة الحلول هي $S =]-\infty; 1]$



حل التمرين رقم 30

(أ) صحيح. التعليل: الضلع $[EF]$ قطر للدائرة المحيطة بالمثلث EFG و بالتالي فهو قائم و وتره هو الضلع $[EF]$ أي قائم في G .

(ب) صحيح لأن $27 = 9 \times 3$.

(ج) خطأ (الجذر لا يمكن أن يكون سالبا). الصواب: $\sqrt{(-3)^2} = \sqrt{9} = 9$

(د) خطأ. الصواب: العددين الزوجيان ليسا أوليين فيما بينهما لأنهما من مضاعفات 2 (و بالتالي فقامسهما المشترك الأكبر هو أكبر من 2).

(هـ) خطأ. التعليل: في القسمة الإقليدية، الباقي أصغر من القاسم لكن $15 > 14$ و $15 > 11$ و بالتالي فهي ليست قسمة إقليدية.

حل التمرين رقم 31

$$A = 2\sqrt{180} + 5\sqrt{80} = 2\sqrt{36 \times 5} + 5\sqrt{16 \times 5} = 2\sqrt{36} \times \sqrt{5} + 5\sqrt{16} \times \sqrt{5} = 2 \times 6\sqrt{5} + 5 \times 4\sqrt{5} = 12\sqrt{5} + 20\sqrt{5} = (12 + 20)\sqrt{5} = 32\sqrt{5}$$

$$B = \sqrt{\frac{72}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{72}{5} \times \frac{5}{8}} = \sqrt{\frac{72 \times 5}{5 \times 8}} = \sqrt{\frac{72}{8}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{B}{A} = \frac{3}{32\sqrt{5}} = \frac{3 \times \sqrt{5}}{32\sqrt{5} \times \sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{32 \times 5} = \frac{3\sqrt{5}}{160}$$

$$x^2 = B + 3 \text{ منه } x^2 = 3 + 3 \text{ أي } x^2 = 6 \text{ منه } x = \sqrt{6} \text{ أو } x = -\sqrt{6}$$

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\sqrt{6}$ و $-\sqrt{6}$.

1. مساحة الأرض هي $S = 64x^2 - 4$ (cm²)

$$S = (8x - 2)(8x + 2) = (8x)^2 - 2^2 = 64x^2 - 4$$

2. مساحة الجزء 1 هي $S_1 = 9x^2 - 12x + 4$ (cm²)

$$S_1 = (3x - 2)^2 = (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + 2^2 = 9x^2 - 12x + 4$$

3. مساحة الجزء 2 هي $S_2 = 55x^2 + 12x - 8$ (cm²)

$$S_2 = S - S_1 = 64x^2 - 4 - (9x^2 - 12x + 4) = 64x^2 - 4 - 9x^2 + 12x - 4 = 55x^2 + 12x - 8$$

$$A = \frac{18 - 3(2^2 + 6^0)}{1,6 + 0,4 \times 2} \div 5 = \frac{18 - 3 \times (4 + 1)}{1,6 + 0,8} \div 5 = \frac{18 - 3 \times 5}{2,4} \div 5$$

$$= \frac{18 - 15}{2,4} \div 5 = \frac{3}{2,4} \div 5 = \frac{30}{24} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4} = \boxed{0,25}$$

$$B = (3 + 1)^4 - (2^3 - 2)^2 \times 2 = 4^4 - (8 - 2)^2 \times 2$$

$$= 256 - 6^2 \times 2 = 256 - 36 \times 2 = 256 - 72 = \boxed{184}$$

$$C = 85 - [24 - (10 - 4 + 5) + 1^3] - 37 \times 0,5$$

$$= 85 - (24 - 11 + 1) - 18,5 = 85 - (13 + 1) - 18,5$$

$$= 85 - 14 - 18,5 = 71 - 18,5 = \boxed{52,5}$$

$$D = \frac{(3 - 2)^7 \times 2 \times 10^3}{5^3 \times 2^2} - 2 + 3 = \frac{1^7 \times 2 \times 1000}{125 \times 4} - 2 + 3$$

$$= \frac{1 \times 2000}{500} - 2 + 3 = 4 - 2 + 3 = 2 + 3 = \boxed{5}$$

$$E = 20 \times 11 \times 2009 \div 20 \div 11 \div 2009$$

$$= \frac{20 \times 11 \times 2009}{20 \times 11 \times 2009} = \frac{1}{1} = \boxed{1}$$

$$F = 32 - 8[-3(-2) - (+4)(+5)] \div (-2)$$

$$= 32 - 8(6 - (-20)) \div (-2) = 32 - 8(6 + 20) \div (-2)$$

$$= 32 - 8 \times 26 \div (-2) = 32 - 208 \div (-2) = 32 - (-104) = 32 + 104 = \boxed{136}$$

$$G = -48 \div [-23 + 35 \div (-5)] - [-42 \div 7 - 3(-8)]$$

$$= -48 \div [-23 + (-7)] - (-6 + 24) = -48 \div (-30) - 18$$

$$= 1,6 - 18 = \boxed{-16,4}$$

$$H = 1 - (-3)(-5) - 9(7^2 - 52) - (-8)(-3)^2$$

$$= 1 - 15 - 9(49 - 52) - (-8) \times 9$$

$$= 1 - 15 - 9 \times (-3) - 72 = -14 + 27 - 72 = 13 - 72 = \boxed{-59}$$

علما أن $x = -4$ ، $y = -7$ و $z = -20$ ، احسب :

$$1. x^2 - y^2 - 3xz$$

$$2. (x - 2) \times y \div z^2$$

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{21}{54} - \frac{91}{63} - \frac{1}{-18} = \frac{7}{18} - \frac{13}{9} + \frac{1}{18} = \frac{7}{18} + \frac{1}{18} - \frac{13}{9} \\ &= \frac{8}{18} - \frac{13}{9} = \frac{4}{9} - \frac{13}{9} = \frac{-9}{9} = \boxed{-1} \\ \beta &= \frac{495}{77} \times (-2) \div \frac{(-15)^2}{56} = \frac{45 \times 11}{7 \times 11} \times \frac{-2}{1} \times \frac{56}{5 \times 3 \times 5 \times 3} \\ &= \frac{5 \times 8 \times (-2) \times 7 \times 8}{7 \times 3 \times 5 \times 3} = \boxed{-\frac{16}{5}} \\ \gamma &= 1 - 3 \times \frac{0,4}{1,25} + 0,05 \div (-0,4) = 1 - \frac{3 \times 0,4}{1,25} - \frac{0,05}{0,4} \\ &= 1 - \frac{1,2}{1,25} - \frac{5}{40} = 1 - \frac{120 \div 5}{125 \div 5} - \frac{5 \div 5}{40 \div 5} = 1 - \frac{24}{25} - \frac{1}{8} \\ &= \frac{25 - 24}{25} - \frac{1}{8} = \frac{1 \times 8}{25 \times 8} - \frac{1 \times 25}{8 \times 25} = \frac{8 - 25}{200} = \boxed{-\frac{17}{200}} \\ \delta &= \frac{\frac{3}{2}}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{\frac{7}{2}}{22} - \frac{2}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{5} - \frac{11}{5} \times \frac{7}{2} \times \frac{1}{22} - 2 \times \frac{4}{3} \\ &= \frac{3 \times 1}{2 \times 5} - \frac{11 \times 7 \times 1}{5 \times 2 \times 22} - \frac{2 \times 4}{3} = \frac{3}{10} - \frac{7 \times 11}{10 \times 2 \times 11} - \frac{8}{3} \\ &= \frac{3}{10} - \frac{7}{20} - \frac{8}{3} = \frac{6}{20} - \frac{7}{20} - \frac{8}{3} = -\frac{1}{20} - \frac{8}{3} \\ &= -\frac{1 \times 3}{20 \times 3} - \frac{8 \times 20}{3 \times 20} = -\frac{3}{60} - \frac{160}{60} = \frac{-3 - 160}{60} = \boxed{-\frac{163}{60}} \\ \epsilon &= 29 - \frac{1}{15} - \left(\frac{19}{11} + \frac{7}{15} \right) - \left(\frac{14}{30} - \frac{30}{11} \right) \\ &= 29 - \frac{1}{15} - \frac{19}{11} - \frac{7}{15} - \frac{14 \div 2}{30 \div 2} + \frac{30}{11} = 29 - \frac{1}{15} - \frac{7}{15} - \frac{7}{15} - \frac{19}{11} + \frac{30}{11} \\ &= 29 + \frac{-1 - 7 - 7}{15} + \frac{-19 + 30}{11} = 29 - \frac{15}{15} + \frac{11}{11} = 29 - 1 + 1 = \boxed{29}\end{aligned}$$

1. الكسر الذي يعبر عن المبلغ المتبقي بعد شراء الكتاب هو :

$$1 - \frac{2}{5} = \frac{5}{5} - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

الكسر الذي يعبر عن المبلغ المخصص للكراريس هو :

$$\frac{5}{9} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{9 \times 5} = \frac{3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3}$$

الكسر الذي يعبر عن المبلغ المتبقي مع عمر هو :

$$1 - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \left(\frac{2 \times 3}{5 \times 3} + \frac{1 \times 5}{3 \times 5} \right) = 1 - \left(\frac{6}{15} + \frac{5}{15} \right) = 1 - \frac{11}{15} = \frac{15}{15} - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}$$

2. المبلغ المخصص للكراريس هو ثلث ($\frac{1}{3}$) المبلغ الكلي، لدينا إذاً :

$$\frac{1}{3} \longrightarrow 150 \text{ DA} \quad ; \quad \frac{3}{3} \longrightarrow x$$

و بالتالي فالمبلغ الذي كان معه هو : $x = 3 \times 150 \text{ DA} = 450 \text{ DA}$

للعودة إلى التمرين 37

حل التمرين رقم 37

مدة استخدام الهاتف من طرف الإخوة الثلاثة هي : $16h + 12h + 14h = 42h$.

• المبلغ الذي يدفعه أحمد هو : $\frac{16}{42} \times 1260 \text{ DA} = \frac{16 \times 30 \times 42}{42} = 480 \text{ DA}$

• المبلغ الذي يدفعه محمد هو : $\frac{12}{42} \times 1260 \text{ DA} = \frac{12 \times 30 \times 42}{42} = 360 \text{ DA}$

• المبلغ الذي يدفعه محمود هو : $\frac{14}{42} \times 1260 \text{ DA} = \frac{14 \times 30 \times 42}{42} = 420 \text{ DA}$

ملاحظة : لدينا $480 + 360 + 420 = 1260$.

للعودة إلى التمرين 38

حل التمرين رقم 38

للعودة إلى التمرين 39

حل التمرين رقم 39

• اختيار المجهول : نسمي x المبلغ الذي ادخره حُسام.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : المبلغ الذي صرفه في شراء الكتاب هو $\frac{1}{3}x$ و في شراء المصحف هو $\frac{2}{5}x$.

• كتابة معادلة : $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 320 = x$

• حل المعادلة : $\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 320 = x$ منه $x - \frac{1}{3}x - \frac{2}{5}x = 320$ أي $\left(1 - \frac{1}{3} - \frac{2}{5}\right)x = 320$ منه $x = \frac{320}{\frac{4}{15}} = 320 \times \frac{15}{4} = 1200$

• التحقق من الحل : $\frac{1}{3} \times 1200 + \frac{2}{5} \times 1200 + 320 = 400 + 480 + 320 = 1200$

• الإجابة على السؤال : المبلغ الذي ادخره حُسام هو 1200 DA .

ملاحظة : يمكن حل هذه المسألة بطريقة أخرى و ذلك بالبحث عن الكسر الذي يعبر عن المبلغ المتبقي.

للعودة إلى التمرين 40

حل التمرين رقم 40

1. • اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : ضعفه هو $2x$.

• كتابة معادلة : $2x + 5 = 14$

• حل المعادلة : $2x + 5 = 14$ منه $2x = 14 - 5$ أي $2x = 9$ منه $x = \frac{9}{2}$

• التحقق من الحل : $2 \times \frac{9}{2} + 5 = 9 + 5 = 14$

• الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو $\frac{9}{2}$.

2. • اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : أربعة أمثاله هو $4x$ و ثلاثة أمثاله هو $3x$.

• كتابة معادلة : $4x - 7 = 3x$

• حل المعادلة : $4x - 7 = 3x$ منه $4x - 3x = 7$ أي $x = 7$.

• التحقق من الحل : $4 \times 7 - 7 = 28 - 7 = 21 = 3 \times 7$

• الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو [7].

3. • اختيار المجهول : نسمي x العدد الذي نبحث عنه.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : ثلاثة أمثاله هو $3x$ و ضعفه هو $2x$.

• كتابة معادلة : $3x - 3 = 2x + 1$

• حل المعادلة : $3x - 3 = 2x + 1$ منه $3x - 2x = 1 + 3$ أي $x = 4$

• التحقق من الحل : $3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9 = 2 \times 4 + 1$

• الإجابة على السؤال : العدد الذي يحقق المطلوب هو [4].

حل التمرين رقم 41



للعودة إلى التمرين 41

• اختيار المجهول : نسمي x عمر كوثر.

• التعبير عن المعطيات بدلالة المجهول : أيمن أكبر من كوثر بثلاث سنوات إذاً عمر أيمن هو $x + 3$ و عمر كريم هو $2x$.

• كتابة معادلة : $\underbrace{x}_{\text{كوثر}} + \underbrace{x+3}_{\text{أيمن}} + \underbrace{2x}_{\text{كريم}} = 107$

• حل المعادلة : $x + x + 3 + 2x = 107$ منه $4x = 107 - 3$ أي $4x = 104$ منه $x = \frac{104}{4} = 26$

• التحقق من الحل : $26 + 26 + 3 + 2 \times 26 = 55 + 52 = 107$

• الإجابة على السؤال : عمر كوثر هو 26 سنة ؛ عمر أيمن هو 29 سنة و عمر كريم هو 52 سنة.

حل التمرين رقم 42



للعودة إلى التمرين 42

مجموع أقياس الزوايا الداخلية للمثلث يساوي 180° و بالتالي :

$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$ أي $40 + 3x - 17 + x + 40 = 180$ منه $4x + 63 = 180$ منه $4x = 180 - 63$ أي $4x = 117$ منه $x = \frac{117}{4} = 29,25$ إذاً :

$\hat{A} = 40^\circ$ ؛ $\hat{B} = 3 \times 29,25 - 17 = 70,75^\circ$ ؛ $\hat{C} = 29,25 + 40 = 69,25^\circ$: $40 + 70,75 + 69,25 = 180$: التحقق من الإجابة :

حل التمرين رقم 43



للعودة إلى التمرين 43

نسمي x عدد الصفحات التي قرأها منير في اليوم الأول.

في اليوم الثاني قرأ $x + 20$ صفحة و في الثالث $x + 20 + 20$ أي $x + 40$ صفحة. لدينا إذاً : $x + x + 20 + x + 40 = 240$

منه $3x + 60 = 240$ منه $3x = 240 - 60 = 180$ منه $x = \frac{180}{3} = 60$

إذاً : في اليوم الأول قرأ منير 60 صفحة و في الثاني قرأ 80 صفحة و في الثالث 100 صفحة.

حل التمرين رقم 44



للعودة إلى التمرين 44

نسمي x أصغر هذه الأعداد. الأعداد الأخرى هي إذاً $x + 1$ و $x + 2$.

إذا أضفنا للأول 5 نحصل على $x + 5$ ؛ و إذا أخذنا ثلاثة أرباع الثاني نحصل على $\frac{3}{4}(x + 1)$ ؛ و إذا طرحنا من

الثالث 7 نحصل على $x+2-7$ أي $x-5$. عندما نجمع هذه المقادير نحصل على 42 أي $x+5+\frac{3}{4}(x+1)+x-5=42$
 $11x = 168-3 = 165$ منه $8x+3x+3 = 168$ منه $4 \times 2x + 4 \times \frac{3}{4}x + 4 \times \frac{3}{4} = 4 \times 42$ منه $2x + \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} = 42$ منه $x = \frac{165}{11} = 15$
 الأعداد هي إذاً : 15 ، 16 و 17.

حل التمرين رقم 45

للعودة إلى التمرين 45

نسمي x طول المستطيل فيكون عرضه $\frac{x}{2}$ منه $2\left(x + \frac{x}{2}\right) = 180$ منه $2x + 2 \times \frac{x}{2} = 180$ منه $2x + x = 180$ منه $3x = 180$ منه $x = \frac{180}{3} = 60$
 طول المستطيل هو إذاً 60 cm و عرضه 30 cm.

حل التمرين رقم 46

للعودة إلى التمرين 46

نسمي x عمري الحالي.
 قبل 10 سنوات كان عمري $x - 10$ و بعد 10 سنوات سيصبح $x + 10$.
 بعد 10 سنوات سيصبح عمري ضعف عمري قبل 10 سنوات معناه $x + 10 = 2(x - 10)$ منه $x + 10 = 2x - 20$ منه $2x - x = 30$ منه $x = 30$
 إذاً عمري الحالي هو 30 عاماً.

حل التمرين رقم 47

للعودة إلى التمرين 47

نسمي x عدد السنوات. عمر الأب يصبح $40 + x$ و عمر الابن $1 + x$.
 لدينا : $40 + x = 2(1 + x)$ منه $40 + x = 2 + 2x$ منه $40 - 2 = 2x - x$ منه $2x - x = 38$ منه $x = 38$
 بعد 38 عاماً سيكون عمر الأب هو 78 سنة و عمر ابنه 39 سنة (و 78 هو ضعف 39).

حل التمرين رقم 48

للعودة إلى التمرين 48

نسمي x عدد النساء. عدد الرجال هو $x + 4$ و إذا غادرت 3 نساء الشركة يصبح عددهن $x - 3$ منه $x + 4 = 2(x - 3)$ منه $x + 4 = 2x - 6$ منه $2x - x = 4 + 6$ أي $2x - x = 10$ منه $x = 10$
 إذاً عدد النساء في الشركة هو 10 نساء و عدد الرجال 14 رجلاً.

حل التمرين رقم 49

للعودة إلى التمرين 49

نسمي x عدد التلاميذ. ثمن الهدية في الحالة الأولى هو $170x - 330$ و ثمنها في الحالة الثانية هو $130x + 150$
 لدينا إذاً : $170x - 330 = 130x + 150$ منه $170x - 130x = 150 + 330$ منه $40x = 480$ منه $x = \frac{480}{40} = 12$
 عدد التلاميذ هو إذاً 12 و ثمن الهدية هو $130 \times 12 + 150 = 1710$ DA.

حل التمرين رقم 50

للعودة إلى التمرين 50

نسمي x علامة الاستجواب الثالث.
 حتى يكون معدل أميرة 15 يجب أن يكون $\frac{11 + 16 + x}{3} = 15$ أي $11 + 16 + x = 3 \times 15$ منه $27 + x = 45$ منه $x = 45 - 27 = 18$

يجب أن تتحصل أميرة على [18] في الاستجواب الثالث.

حل التمرين رقم 51

للعودة إلى التمرين 51

نسمي x عمر الأم. عمر الجدة هو إذاً $2x$ و عمر علية هو $\frac{1}{3}x$.
لدينا : $x + 2x + \frac{1}{3}x = 90$ منه $3 \times x + 3 \times 2x + 3 \times \frac{1}{3}x = 3 \times 90$ منه $3x + 6x + x = 270$ منه $10x = 270$ منه $x = \frac{270}{10}$ أي $x = 27$.
عمر الأم هو 27 سنة ، عمر الجدة هو 54 سنة (الضعف) و عمر علية هو 9 سنوات (الثالث).

حل التمرين رقم 52

للعودة إلى التمرين 52

نسمي x هذا العدد.
لدينا $\frac{23-x}{38-x} = \frac{38}{23}$ منه $23(23-x) = 38(38-x)$ منه $23 \times 23 - 23x = 1444 - 38x$ منه $38x - 23x = 1444 - 529$ منه $15x = 915$ منه $x = \frac{915}{15}$ أي $x = 61$.
إذاً فالعدد الذي يحقق المطلوب هو [61].
التحقق من الإجابة :
 $\frac{23-61}{38-61} = \frac{-38}{-23} = \frac{38}{23}$

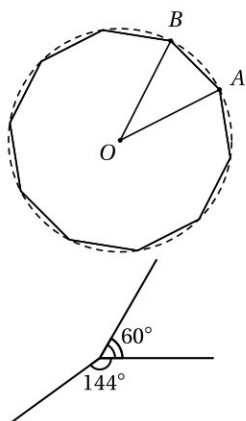
حل التمرين رقم 53

للعودة إلى التمرين 53

نسمي x هذا العدد.
لدينا : $(x+5)^2 = x^2 + 295$ منه $x^2 + 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 + 295$ أي $x^2 + 10x + 25 = x^2 + 295$ منه $10x = 295 - 25$ منه $10x = 270$ منه $x = \frac{270}{10}$ أي $x = 27$.
العدد هو [27].
التحقق من الإجابة :
 $(27+5)^2 = 32^2 = 1024 = 729 + 295 = 27^2 + 295$

حل التمرين رقم 54

للعودة إلى التمرين 54



المضلع المنتظم هو مضلع كل أضلاعه متقايسة و كل زواياه متقايسة حيث يمكن رسمه داخل دائرة كما يمكن تجزئته إلى مثلثات متساوية الساقين و متقايسة فيما بينها. قيس زاوية الرأس الأساسي لكل مثلث منها هو $\frac{360^\circ}{n}$ حيث n هو عدد الرؤوس (و هو أيضا عدد الأضلاع و عدد الزوايا). نستنتج أن مجموع قيسي زاويتي القاعدة في كل مثلث متساوي الساقين هو $180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$ و هو أيضا قيس كل زاوية من زوايا المضلع المنتظم.

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{3} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

$$180^\circ - \frac{360^\circ}{10} = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

من أجل $n = 3$ يكون :
و هو قيس الزاوية في المثلث المتقايس الأضلاع.
و من أجل $n = 10$ يكون :
و هو قيس الزاوية في المضلع المنتظم ذي 10 رؤوس.
نلاحظ، من الشكل الثاني أعلاه، أن قيس زاوية المضلع المنتظم الثالث هو $360^\circ - (60^\circ + 144^\circ) = 156^\circ$ و

بالتالي $156^\circ = 180^\circ - \frac{360^\circ}{n} = 180^\circ - 156^\circ$ أي $\frac{360^\circ}{n} = 24^\circ$ منه $\frac{360^\circ}{n} = 15$ $n = \frac{360}{24}$.
إذاً عدد رؤوس المضلع الثالث هو 15 رأساً.

للعودة إلى التمرين 55

حل التمرين رقم 55

$$E = (x - 5)^2 = x^2 - 2 \times x \times 5 + 5^2 = x^2 - 10x + 25 \quad (1)$$

$$E(100) = (100 - 5)^2 = 95^2 = 9025 \quad (ب)$$

2. من السؤال السابق $9025 = 95^2$ منه :

$$\begin{aligned} F &= (x - 5)^2 - 9025 = (x - 5)^2 - 95^2 \\ &= (x - 5 - 95)(x - 5 + 95) = (x - 100)(x + 90) \end{aligned}$$

$$v = \frac{d}{t} = \frac{300}{t} \quad (1) \text{ إذا كانت } v \text{ السرعة المتوسطة للقطار فإن :}$$

$$20 \text{ km/h} = \frac{20 \text{ km}}{1 \text{ h}} = \frac{20 \text{ km}}{60 \text{ min}} = \frac{20}{60} \text{ km/min} = \frac{1}{3} \text{ km/min}$$

الزيادة في السرعة:

$$\text{المدة الجديدة هي } t' = t - 10 \text{ و السرعة الجديدة هي من جهة } v' = \frac{d}{t'} = \frac{300}{t - 10} \text{ و من جهة أخرى}$$

$$v' = v + \frac{1}{3} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{300}{t - 10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3}$$

$$3t \times 300 = \frac{300}{t - 10} = \frac{900 + t}{3t} \text{ أي } \frac{300}{t - 10} = \frac{300 \times 3 + t \times 1}{t \times 3} \text{ منه } \frac{300}{t - 10} = \frac{300}{t} + \frac{1}{3} \quad (ب)$$

$$900t + t^2 - 9000 - 10t - 900t = 0 \text{ منه } 900t = 900t + t^2 - 9000 - 10t - 900t = 0 \text{ أي } t^2 - 9000 - 10t - 900t = 0$$

حل هذه المعادلة هي نفسها حلول المعادلة $F = 0$ (حيث F هي عبارة السؤال الثاني) و بالتالي $t^2 - 9000 - 10t - 900t = (t - 100)(t + 90) = 0$ منه $(t - 100) = 0$ أو $t = -90$ أو $t = 100$ منه $(t + 90 = 0)$.
الحل (-90) مرفوض (المدة عدد موجب).

نستنتج إذاً أن مدة الرحلة هي $1 \text{ h } 40 \text{ min}$ $t = 100 \text{ min} = 60 \text{ min} + 40 \text{ min} =$

$$(ج) \text{ لدينا : } t = 100 \text{ min} = \frac{100}{60} \text{ h} = \frac{5}{3} \text{ h} \text{ و بالتالي فالسرعة المتوسطة للقطار هي :}$$

$$\frac{300 \text{ km}}{\frac{5}{3} \text{ h}} = 300 \times \frac{3}{5} \text{ km/h} = 180 \text{ km/h}$$

للعودة إلى التمرين 56

حل التمرين رقم 56

$$\begin{aligned} 425 &= 100 \times 4 + 25 \\ 100 &= 25 \times 4 + 0 \end{aligned} \quad \text{pgcd}(425; 100) = 25 \text{ بالتالي و } 25 \text{ هو غير معدوم هو } 25$$

$$A = \frac{425}{100} - \frac{3}{2} = \frac{425 \div 25}{100 \div 25} - \frac{3}{2} = \frac{17}{4} - \frac{3 \times 2}{2 \times 2} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{17 - 6}{4} = \frac{11}{4}$$

$$K = 3\sqrt{3} - \sqrt{48} + 4\sqrt{27} = 3\sqrt{3} - \sqrt{16 \times 3} + 4\sqrt{9 \times 3} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 4 \times 3\sqrt{3} = (3 - 4 + 12)\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

$$\frac{A}{K} = \frac{\frac{11}{4}}{11\sqrt{3}} = \frac{11}{4} \times \frac{1}{11\sqrt{3}} = \frac{1 \times 1}{4 \times 11\sqrt{3}} = \frac{1 \times \sqrt{3}}{4 \times 11\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{4 \times 11} = \frac{\sqrt{3}}{44}$$

للمعادلة حلان حقيقيان هما $\left(-\frac{1}{3}\right)$ و 1.

حل التمرين رقم

$$\boxed{\text{pgcd}(819; 351) = 117}$$
$$\begin{aligned} B &= 3 + \frac{1}{3} \div \frac{5}{6} - \frac{3}{5} = 3 + \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} - \frac{3}{5} = 3 + \frac{1 \times 6}{3 \times 5} - \frac{3}{5} \\ &= 3 + \frac{2 \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times 5} - \frac{3}{5} = 3 + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{3 \times 5}{1 \times 5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} = \frac{15}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{15 + 2 - 3}{5} = \boxed{\frac{14}{5}} \end{aligned}$$
$$\begin{aligned} C &= 6\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{192} = 6\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{9 \times 3} + \sqrt{64 \times 3} \\ &= 6 \times 2\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3} - 3\sqrt{3} + 8\sqrt{3} \\ &= (12 - 3 + 8)\sqrt{3} = \boxed{17\sqrt{3}} \end{aligned}$$
$$\frac{B}{C} = \frac{\frac{14}{5}}{17\sqrt{3}} = \frac{14}{5} \times \frac{1 \times \sqrt{3}}{17\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{14 \times \sqrt{3}}{5 \times 17 \times 3} = \boxed{\frac{14\sqrt{3}}{255}}$$

4. لدينا :

حل التمرين رقم

$$\begin{aligned} F &= 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7) && 1. \text{ نشر و تبسيط العبارة } F \\ &= 4x^2 - 25 - [6x^2 - 14x + 15x - 35] = 4x^2 - 25 - [6x^2 + x - 35] \\ &= 4x^2 - 25 - 6x^2 - x + 35 = \boxed{-2x^2 - x + 10} \end{aligned}$$

$$F = 4x^2 - 25 - (2x + 5)(3x - 7) \quad : \text{تحليل العبارة } F$$

$$= (2x)^2 - 5^2 - (2x + 5)(3x - 7) = (2x - 5)(2x + 5) - (2x + 5)(3x - 7)$$

$$= (2x + 5)[2x - 5 - (3x - 7)] = (2x + 5)(2x - 5 - 3x + 7)$$

$$F = (2x + 5)(-x + 2)$$

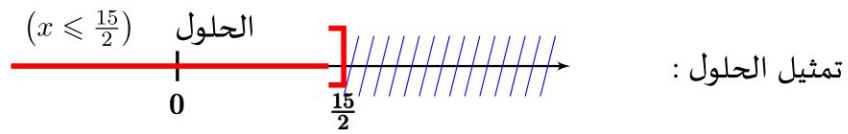
$$3. \quad F = 0 \text{ معناه } (2x + 5)(-x + 2) = 0 \text{ منه } (2x + 5 = 0 \text{ أو } -x + 2 = 0) \text{ منه } (2x = -5 \text{ أو } x = 2) \text{ منه } (x = -\frac{5}{2} \text{ أو } x = 2)$$

$$\text{للمعادلة } F = 0 \text{ حلان حقيقيان هما } \left(-\frac{5}{2}\right) \text{ و } 2.$$

$$4. \quad -2x^2 - x + 10 + 2x^2 \geq x - 5 \text{ معناه } F + 2x^2 \geq x - 5$$

$$\text{أي } -x + 10 \geq x - 5 \text{ منه } -x - x \geq -5 - 10 \text{ أي } -2x \geq -15 \text{ منه } x \leq \frac{15}{2} \text{ أي } x \leq \frac{15}{2} \text{ مجموعة}$$

$$\text{الحلول هي } S = \left]-\infty; \frac{15}{2}\right]$$



للعودة إلى التمرين 60

حل التمرين رقم 60

$$\begin{cases} 2x - 5y = 5 \dots\dots\dots ① \\ y + 1 = -2 \dots\dots\dots ② \end{cases} \quad * \text{ حل الجملة :}$$

$$\text{من المعادلة ② نجد } y = -2 - 1 \text{ أي } y = -3$$

$$\text{بالتعويض في المعادلة ① ينتج : } 2x - 5 \times (-3) = 5 \text{ أي } 2x + 15 = 5 \text{ منه } 2x = 5 - 15 = -10 \text{ منه } x = \frac{-10}{2} \text{ أي } x = -5$$

$$\text{إذن للجملة حل واحد هو الثنائية } (-5; -3).$$

$$\begin{cases} y = 2x - 8 \dots\dots\dots ① \\ y = -3x + 9 \dots\dots\dots ② \end{cases} \quad * \text{ حل الجملة :}$$

$$\text{بتعويض قيمة } y \text{ من المعادلة ① في المعادلة ② ينتج : } 2x - 8 = -3x + 9$$

$$\text{منه } 2x + 3x = 9 + 8 \text{ أي } 5x = 17 \text{ منه } x = \frac{17}{5}$$

$$\text{و بالتعويض في المعادلة ① (مثلا) نجد :}$$

$$y = 2x - 8 = 2 \times \frac{17}{5} - 8 = \frac{2 \times 17}{5} - \frac{8 \times 5}{1 \times 5} = \frac{34}{5} - \frac{40}{5} = \frac{34 - 40}{5} = -\frac{6}{5}$$

$$\text{إذن للجملة حل واحد هو الثنائية } \left(\frac{17}{5}; -\frac{6}{5}\right).$$

للعودة إلى التمرين 61

حل التمرين رقم 61

$$\text{ليكن } x \text{ طول المستطيل و } y \text{ عرضه. مساحته هي } S = xy.$$

$$\text{عندما يزداد طوله بـ } 20 \text{ أي يصبح } x' = x + 20 \text{ فإن مساحته تصبح } S' = x'y = (x + 20) \times y = xy + 20y \text{ هي تزيد بـ } 250 \text{ cm}^2 \text{ عن المساحة السابقة أي } S' = S + 250 \text{ منه } xy + 20y = xy + 250$$

$$y = \frac{250}{20} = 12,5 \text{ منه } 20y = 250 \text{ أي } xy + 20y - xy = 250$$

إذاً عرض المستطيل هو $y = 12,5 \text{ cm}$.

62 للعودة إلى التمرين

62 حل التمرين رقم

$$M = (2\sqrt{5} + 1)(2\sqrt{5} - 1) = (2\sqrt{5})^2 - 1^2 = 20 - 1 = 19$$

1. تبين أن M عدد طبيعي :

إذن M عدد طبيعي.

$$N = 3\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{75} = 3\sqrt{9 \times 3} - 2\sqrt{16 \times 3} + \sqrt{25 \times 3}$$

2. كتابة N على الشكل $a\sqrt{3}$:

$$= 9\sqrt{3} - 8\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = (9 - 8 + 5)\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$\frac{M}{N} = \frac{19}{6 \times \sqrt{3}} = \frac{19\sqrt{3}}{6\sqrt{3} \times \sqrt{3}} = \frac{193}{6 \times 3} = \frac{19\sqrt{3}}{18}$$

3. جعل مقام النسبة $\frac{M}{N}$ ناطقا :

63 للعودة إلى التمرين

63 حل التمرين رقم

$$(3x + 5)(x - 2) = 3x^2 - x - 10$$

1. تبين صحة المساواة :

$$(3x + 5)(x - 2) = 3x^2 - 6x + 5x - 10 = 3x^2 - x - 10$$

لدينا

إذن فالمساواة $(3x + 5)(x - 2) = 3x^2 - x - 10$ صحيحة.

$$F = 3x^2 - x - 10 - (x - 2)(x + 3)$$

2. تحليل العبارة الجبرية F :

$$= (3x + 5)(x - 2) - (x - 2)(x + 3) = (x - 2)[3x + 5 - (x + 3)]$$

$$= (x - 2)[3x + 5 - x - 3] = (x - 2)(2x + 2)$$

$$: \begin{cases} x + y = 20 \dots\dots\dots ① \\ 2x - y = 4 \dots\dots\dots ② \end{cases}$$

3. حل الجملة

$$x = \frac{24}{3} = 8 \text{ منه } 3x = 24 \text{ أي } x + y + 2x - y = 20 + 4$$

بجمع المعادلتين ① و ② طرفا لطرف نجد

$$y = 20 - 8 = 12 \text{ منه } 8 + y = 20 \text{ نجد : } ①$$

إذن للجملة حل واحد هو الثنائية (8; 12).