



على المترشح أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول :

التمرين الأول: (06 نقاط)

I-(1)- أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة العدد  $5^n$  على 7 ، ثم استنتج باقي قسمة العدد  $A$  على 7

حيث :  $A = 5^{2022} + 1443$  .

(2)- عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها العدد  $222^n + 4 \times 5^n + 337$  قابلا للقسمة على 7 .

(3)-  $B$  عدد طبيعي غير معدوم مكتوب في النظام ذو الأساس 10 كما يلي :  $B = 20xx$

- عين قيم العدد الطبيعي  $x$  الذي يحقق :  $B \equiv 6[7]$  .

II-(1)- تحقق أن العدد 337 أولي .

(2)- نعتبر في المجموعة  $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  المعادلة : (1)  $14x - 337y = 2022$ .....

(أ)- تحقق أن المعادلة (1) تقبل حولا في  $\mathbb{Z}^2$  (ب)- حلل العدد 2022 إلى جداء عوامل أولية .

(ج)- بين أنه إذا كانت الثنائية  $(x, y)$  حلا للمعادلة (1) فإن  $x$  مضاعف للعدد 337 ، ثم استنتج حلول المعادلة (1) .

(د)- عين مجموعة حلول المعادلة (1) التي تحقق :  $x \times y - 2696 = 0$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

1) - (C) هو التمثيل البياني للدالة  $f$  على المجال :  $[0, +\infty[$  المعرفة بـ :  $f(x) = x^2 - 2x + 2$

(كما هو موضح في الوثيقة المرفقة )

- لتكن المتتالية العددية  $(U_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ : 
$$\begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = f(U_n) \end{cases}$$

(أ)- مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لهذه المتتالية .

(ب-) ضع تخميناً حول اتجاه تغير و تقارب هذه المتتالية .

(ج-) باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع أثبت أنه : من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  :  $1 < U_n < 2$

(د-) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(U_n)$  ، ماذا نستنتج ؟ - أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  .

(2-) لتكن المتتالية  $(V_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $V_n = \ln(U_n - 1)$  .

(أ-) أثبت أن المتتالية  $(V_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها. ( لاحظ أن :  $U_n^2 - 2U_n + 2 = (U_n - 1)^2 + 1$  )

(ب-) عين حدها الأول  $V_0$  . أكتب  $V_n$  ،  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  .

(ج-) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = \log(\sqrt{U_0 - 1}) + \log(\sqrt{U_1 - 1}) + \dots + \log(\sqrt{U_n - 1})$

- أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  .

(د-) نعتبر الجداء  $P_n$  حيث :  $P_n = \frac{1}{(U_0 - 1)} \times \frac{1}{(U_1 - 1)} \times \dots \times \frac{1}{(U_n - 1)}$

- أثبت أنه من أجل كل  $n \in \mathbb{N}$  :  $P_n = \frac{1}{2} e^{2^n \ln 4}$

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

#### الجزء الأول :

الجدول التالي هو جدول تغيرات الدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = 1 - (2x + 4)e^{x-2}$

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$g'(x)$	+	$\bigcirc$	-
$g(x)$	1	$1 + 2e^{-5}$	$-\infty$

(1-) أثبت أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث :  $0.4 < \alpha < 0.5$  .

(2-) استنتج إشارة  $g(x)$  على  $\mathbb{R}$  .

## الجزء الثاني :

لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $f(x) = x^2 e^{x-2} - \frac{1}{4}x^2$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد

و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . ( وحدة الطول 2cm )

(1)- أحسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2)- أثبت أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = -\frac{1}{2}xg(x)$  ، استنتج اتجاه تغيرا لدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها

(3)- أكتب معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة 2 .

(4)- عين نقاط تقاطع  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل .

(5)- انشئ  $(C_f)$  على المجال  $[-5, 2]$  ( نأخذ :  $f(\alpha) \approx -0.2$  )

(6)- عين قيم الوسيط الحقيقي التي من أجلها المعادلة :  $e^x = \left(\frac{m}{x^2} + \frac{1}{4}\right) \times e^2$  تقبل ثلاث حلول مختلفة .

(7)- لتكن الدالتين  $g$  و  $G$  المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ :  $g(x) = x^2 e^{x-2}$  ،  $G(x) = (x^2 - 2x + 2)e^{x-2}$  ،

أ- بين أن الدالة  $G$  هي دالة أصلية للدالة  $g$  ، استنتج حساب :  $\int_1^2 g(x)dx$

ب- أحسب  $S$  مساحة الحيز المستوي المحدد بـ :  $(C_f)$  ومحور الفواصل و المستقيمين الذي معادلتهما :

$$x = 2 \quad x = 1$$

## الجزء الثالث :

نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :  $h(x) = e^{1-f(x)}$

أكتب  $h'(x)$  بدلالة  $f(x)$  و  $f'(x)$  ، استنتج إشارتها ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $h$  (دون حساب عبارة  $h(x)$  )

## لا تضع فرصة تقييم مستواك

## الموضوع الثاني :

### التمرين الأول: (04 نقاط)

(I) - اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير :

(1) -  $(U_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{N}$  بـ :  $U_n = \int_n^{n+1} e^{2-x} dx$  ، المجموع :  $U_0 + U_1 + \dots + U_n$  يساوي :

(أ) -  $e^2 \left[ 1 - \left( \frac{1}{e} \right)^{n+1} \right]$       (ب) -  $e(e-1) \left[ 1 - \left( \frac{1}{e} \right)^n \right]$       (ج) -  $e(e-1) \left[ 1 - \left( \frac{1}{e} \right)^{n+1} \right]$

(2) -  $A$  عدد حقيقي حيث :  $A = \frac{\sqrt[5]{2} \times \sqrt[4]{16} \times \sqrt{2}}{\sqrt[5]{128}}$

(أ) -  $A = \frac{1}{2}$       (ب) -  $A = 2$       (ج) -  $A = \sqrt{2}$

(II) - حل في  $\mathbb{Z}^2$  المعادلة  $5x - 6y = 3$  ، ثم حل في  $\mathbb{Z}$  الجملة :  $\begin{cases} \alpha \equiv -1 \pmod{6} \\ \alpha \equiv -4 \pmod{5} \end{cases}$  بطريقتين مختلفتين .

### التمرين الثاني: (08 نقاط)

$(U_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة تماما تحقق :  $\begin{cases} U_5 = 32768 \\ U_7 = 2097152 \end{cases}$

(1) - أوجد الأساس  $q$  لهذه المتتالية و حدها الأول  $U_0$  .

(2) - أكتب عبارة الحد العام  $U_n$  بدلالة  $n$  ، أحسب :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  ، ماذا تستنتج ؟

(3) - أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

(4) - باستعمال مبدأ البرهان بالتراجع برهن انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$1 + 8 + 8^2 + \dots + 8^n = \frac{8^{n+1} - 1}{7}$$

(5) - عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث :  $1 + 8 + 8^2 + \dots + 8^n = 19173961$

(6) - (أ) - أدرس تبعا لقيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي قسمة العدد  $8^n$  على 13.

(ب-) استنتج باقي قسمة العدد  $\alpha$  على 13 حيث :  $\alpha = 102 \times 38^{2022} + 5^{1443} - 3$ .

(ج-) عين قيم العدد الطبيعي  $n$  التي تحقق :  $7S_n \equiv 4[13]$

(7- أ-) برهن انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $(5n + 1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv (5n + 6) \times 8^{2n} [13]$

(ب-) عين قيم العدد الطبيعي التي تحقق :  $(5n + 1) \times 64^n - 5^{2n+3} \equiv 0[13]$  و  $n$  مضاعف للعدد 2 .

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

#### الجزء الأول :

- لتكن الدالة  $f$  المعرفة على  $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$  بـ :  $f(x) = x + 2 - \ln(2x + 1)^2$  ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم

متعامد و متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  . ( وحدة الطول 2cm )

(1-) أحسب :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .  $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x)$  . فسر هذه النتيجة بيانياً.

(2-) ادرس إتجاه تغير الدالة  $f$  ، ثم شكل جدول تغيراتها .

(3-) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماساً  $(\Delta)$  معامل توجيهه -3 ، ثم اكتب معادلته .

(4-) أوجد إحداثيتي نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع المستقيم الذي  $(T)$  معادلته :  $y = x$  .

(5-) أحسب :  $f(-1)$  ،  $f(6)$  ثم أنشئ  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  .

(6-) لتكن الدالتين  $h$  و  $H$  المعرفتان على المجال  $\left] \frac{-1}{2}, +\infty \right[$  بـ :

$$H(x) = \left( \frac{2x + 1}{2} \right) \ln(2x + 1) - x \quad , \quad h(x) = \ln(2x + 1)$$

(أ-) بين أن الدالة  $H$  هي دالة أصلية للدالة  $h$  .

(ب)- أحسب  $A(\lambda)$  مساحة الحيز المستوي المحدد بـ :  $(C_f)$  و المستقيم  $(\Delta)$  و المستقيمين الذي معادلتهما  $x = 0$

$x = \lambda$  حيث :  $\lambda > 0$  . (ج)- بين أن :  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A(\lambda) = +\infty$  .

### الجزء الثاني :

- لتكن الدالة  $g$  المعرفة على  $D_g = \mathbb{R} - \left\{ \frac{-1}{2} \right\}$  بـ :  $g(x) = \frac{3}{2} + \left| x + \frac{1}{2} \right| - 2Ln|2x + 1|$  ،  $(C_g)$  تمثيلها البياني

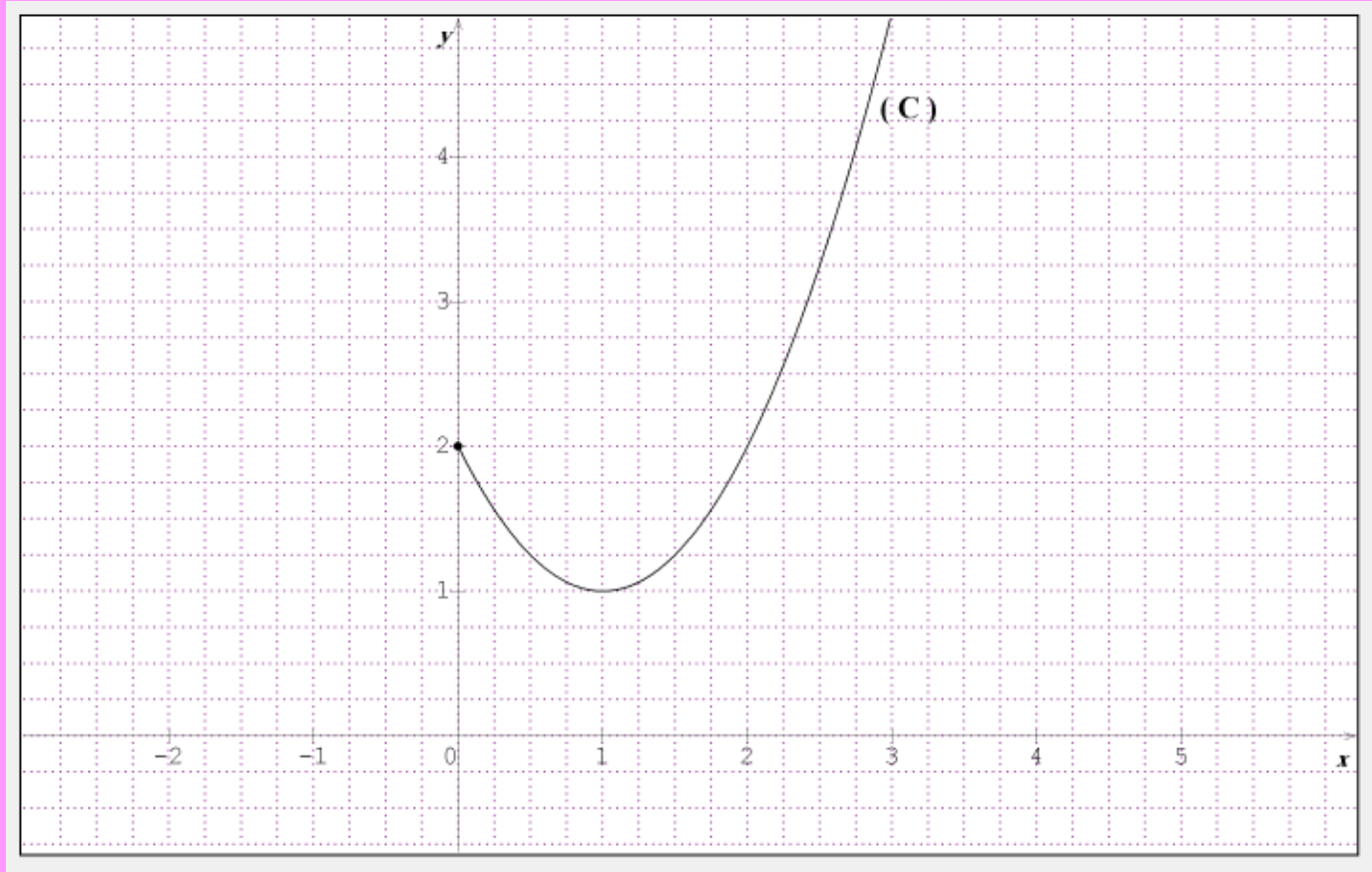
(أ)- أثبت أنه من أجل كل  $x \neq -\frac{1}{2}$  يكون  $-x - 1 \neq -\frac{1}{2}$  و ،  $g(-1-x) = g(x)$  فسر هذه النتيجة بيانا .

(ب)- أثبت أن :  $g(x) = f(x)$  على مجال يطلب تعيينه .

(ج)- إشرح كيفية إنشاء  $(C_g)$  إنطلاقا من  $(C_f)$  ، ثم انشئه في نفس المعلم السابق ( استعمل الألوان للتوضيح )

**لا تضع فرصة تقيم مستواك**

.....الوَيْعَةُ المَرْفَعَةُ : التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم و اللقب :



.....الوَيْعَةُ المَرْفَعَةُ : التمرين الثاني الموضوع الأول : الإسم و اللقب :

