امتحان بكالوريا تجريبي	**المؤسسة : ثانوية سعيدي خلف الله**
الشعبة : 3 تسيير و إقتصاد	**التاريخ: 2014/05/18**
اختبار في مادة: الرياضيات	**المدة: 03 ساعات و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول: (20 نقطة)

التمرين الأول :(05 نقط)

الجدول الأتي يمثل تغير سعر الكيلوغرام الواحد من مادة استهلاكية بين السنوات 2010 و 2014 .

السنة	2010	2011	2012	2013	2014
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5
سعر y_i $1kg$ بالدولار	3,64	3,76	3,81	3,95	4,39

1. أحسب النسبة المئوية لتغير سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة بين سنتي 2010 و 2014 .
2. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .
3. جد إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .
4. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:
$y = 0,17x + 3,40$ (النتائج مدورة إلى 10^{-2}) .
5. بفرض أن تغير سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة يبقى على نفس الوتيرة في السنوات القادمة .
أ ـ قدر سعر الكيلوغرام الواحد من هذه المادة في سنة 2022 .
ب ـ في أية سنة سيصبح سعر الكيلوغرام الواحد من المادة الاستهلاكية 5,61 دولار .

التمرين الثاني : (05 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول u_0 ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. عين u_0 حتى تكون (u_n) ثابتة .
2. بفرض $u_0 = 7$
أ ـ أحسب الحدود: u_1 و u_2.
ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq 4$
جـ ـ أثبت أن (u_n) متناقصة تماما .
د ـ استنتج أن (u_n) متقاربة . خمن نهاية u_n عند $+\infty$.
3. لنعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n = u_n - 4$
أ ـ بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
ب ـ أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$
4. أحسب بدلالة n ما يلي : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$ و $T_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_{n-1}$

التمرين الثالث: (06 نقط)

I. g هي الدالة المعرفة على $\Re$ كما يلي : $g(x)=1-x+e^{x}$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\Re$.

II. f هي الدالة المعرفة على $\Re$ كما يلي : $f(x)=x+1+xe^{-x}$.

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد ومتجانس $\left(0;\vec{i};\vec{j}\right)$

1) احسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2) أ ـ بين أن : $f'(x)=e^{-x}g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f.

ب ـ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) أ ـ بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\Re$.

ب ـ تحقق أن $-1<\alpha<0$

5. أ ـ برهن أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=2x+1$ مماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

ب ـ أدرس وضعية (C_f) و (T) .

4) أرسم (T) و المنحنى (C_f) .

5) لتكن الدالة H المعرفة على $\Re$ كما يلي : $H(x)=(-x-1)e^{-x}$

أ ـ برهن أن H أصلية للدالة $h(x)=xe^{-x}$ على $\Re$.

ب ـ احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المماس (T) والمستقيمين اللذين معادلتاهما: $x=1$ ، $x=3$.

التمرين الرابع : (04 نقط)

يحوي كيس على 9 كرات متماثلة لا نفرق بينها باللمس. منها 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام 3،3،2،1 و 5 كرات حمراء تحمل الأرقام 3،3،2،2،1. نسحب عشوائيا من هذا الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع الكرة المسحوبة.

1. شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الآتيتين :
   - باعتماد ألون الكرات .
   - باعتماد الأرقام المسجلة على الكرات .
2. احسب احتمال كل من الحوادث التالية :

أ) A : الكرتان المسحوبتان بيضاوان .

ب) B : إحدى الكرتين المسحوبتين فقط حمراء .

ج) C : لا يظهر الرقم 1.

الموضوع الثاني: (20 نقطة)

التمرين الأول : (04 نقط)

يمثل الجدول التالي عدد الزوار (بالآلاف)لأحد الحمامات المعدنية بين سنتي 2000 و2007

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
رتبة السنة x_i	1	2	3	4	5	6	7	8
عدد الزوار y_i (بالآلاف)	4,5	4,9	5,5	5,2	5,7	6	6,8	7,4

1. مثل سحابة النقط المرفقة بالسلسلة الإحصائية $M_i(x_i;y_i)$ في معلم متعامد .
(على محور الفواصل $2cm$ تمثل سنة واحدة ، على محور التراتيب : $1cm$ ألف زائر)
2. عين إحداثيي النقطة المتوسطة G لهذه السلسلة ثم علمها .
3. بين أن المعادلة المختصرة لمستقيم الانحدار بالمربعات الدنيا لهذه السلسلة تكتب على الشكل:
$y = 0,38x + 4$
4. باستعمال التعديل الخطي السابق عين عدد زوار هذا الحمام في سنة 2010 ؟

التمرين الثاني: (04 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بـ: $u_0 = 6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$

1. أ ـ أحسب الحدود: u_1 ، u_2 ، u_3 ، u_4.
ب ـ هل المتتالية (u_n) رتيبة على $\mathbb{N}$ ؟ برر إجابتك.
2. أ ـ بين أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$.
ب ـ استنتج أن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ : $v_n = u_n - 4$ هندسية ، يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
جـ ـ أكتب v_n ،ثم u_n بدلالة n .
د ـ بين أن (u_n) متقاربة.
3. أحسب بدلالة n ما يلي : $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_{n-1}$ و $T_n = v_0 \times v_1 \times v_2 \times ... \times v_{n-1}$

التمرين الثالث : (04 نقط)

ثلاث أكياس متماثلة U_1 ، U_2، U_3 كل منها يحوي 6 كريات متماثلة ، الكيس U_1 يحوي كرتين بيضاوين و أربع كريات حمراء ، الكيس U_2 يحوي ثلاث كريات بيضاء وثلاث كريات حمراء والكيس U_3 يحوي خمس كريات بيضاء وكرية حمراء .

نختار عشوائيا كيسا ثم نسحب منه كرية واحدة .

1) شكل شجرة الاحتمالات المتوازنة التي تنمذج هذه الوضعية .
2) ما احتمال سحب كرية بيضاء من الكيس U_3؟
3) ما احتممال سحب كرية بيضاء ؟
4) علما أن الكرية المسحوبة بيضاء ، ما احتمال أن تكون من الكيس U_3 ؟

<u>التمرين الرابع:</u> (05 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x^2-5x+4+2\ln(x)$

نسمي (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس

1) أحسب نهاية f عند 0 .ما هو التفسير البياني للنتيجة المحصل عليها ؟

2) عين نهاية f عند $+\infty$.

3) أدرس تغيرات الدالة f .

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2;3[$.

5) بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف Ω يطلب تعيين إحداثيتيها.

ــ أوجد معادلة المماس عند هذه النقطة Ω .

6) أحسب $f(1)$ وأنشئ المنحنى (C) و المماس عند النقطة Ω.

7) بين أن الدالة $x\mapsto x\ln x-x$ أصلية للدالة $x\mapsto \ln x$ على $]0,+\infty[$

ــ استنتج دالة أصلية F للدالة f على $]0,+\infty[$.

8) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بــ المنحنى (C) ومحور الفواصل والمستقيمات التي معادلتها $x=1$ و $x=2$

<u>التمرين الخامس :</u> (03 نقط)

ليكن $p(x)$ كثير الحدود حيث : $P(x)=2x^2-5x+2$

1. أ ـ حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\Re$ المعادلة : $p(x)=0$

ب ـ استنتج في المجال $]0;+\infty[$ حلول المتراجحة التالية : $2(\ln x)^2-5\ln x+2>0$.

2. حل في $\Re$ المعادلة : $2^{2x+1}=5\times 2^x-2$.

3. حل في $\Re$ المعادلة : $2(\log x)^2-5\log x+2=0$.