الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية سعيدة

ثانوية الدكتور يوسف الدمرجي

البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

***** دورة ماي 2018*****

المستوى السنة الثالثة : تقني رياضي . المدة: 4 ساعات ونصف .

**** على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين ****

الموضـــوع الأول

التمرين الأول: (04.00 نقاط)

يحتوي كيس غير شفاف على 4 كريات تحمل العدد a و 5 كريات تحمل العدد $(a-1)$ لا نفرق بينها عند اللمس ، نسحب عشوائيا من هذا الكيس ثلاث كريات دفعة واحدة .

1) أحسب إحتمال الحادثتين التاليتين :

A : سحب ثلاث كريات تحمل نفس العدد .

B : سحب كريتين بالضبط تحمل نفس العدد .

2) نعرف المتغير العشوائي **X** وهو الذي يأخذ مجموع الأعداد المسجلة على الكريات المسحوبة .

أ - عين القيم الممكنة للمتغير العشوائي **X** .

ب - أكتب قانون الإحتمال للمتغير العشوائي **X** .

ج ـ أحسب الأمل الرياضياتي للمتغير العشوائي $E(X)$ بدلالة a ثم حدد قيمة a من أجل $E(X)=0$.

التمرين الثاني : (04.00 نقاط)

ليكن كثير الحدود $P(z)$ للمتغيّر المركّب Z والمعرّف كما يلي : $p(z)=(iz+4)(z+1-6i)(z-3+2i)$

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=0$.

II. نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B ، C لواحقها على الترتيب $3-2i$ ، $-1+6i$ ، $4i$.

1) أ ـ أكتب العدد $\dfrac{z_B-z_C}{z_A-z_C}$ على الشكل الأسي ، ماذا تستنتج ؟ .

ب ـ حدد طبيعة التحويل $\hbar$ الذي مركزه C و يحول A إلى B مع تحديد العناصر المميزة له .

2) لتكن Ω نقطة من محور الفواصل مركز الدوران $\Re$ الذي يحول A إلى B يطلب تحديد زاويته β.

3) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x,y)$ من المستوي ذات اللاحقة Z والتي تحقق : $|Z-4i|=\sqrt{5}$.

أ ـ عين طبيعة المجموعة (Γ) ثم تحقق أن النقطة B تنتمي إلى (Γ).

ب ـ عين (γ) صورة (Γ) بالتحويل $\hbar$ و (γ') صورة (Γ) بالدوران $\Re$ مع تحديد العناصر المميزة لكل منهما.

التمرين الثالث: (05.00 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $u_0=\frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n أن : $0\prec u_n\prec\frac{1}{2}$.

2. أ) تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-2u_n)}{2u_n+1}$ ثم استنتج إتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها .

3. لتكن المتتالية العددية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $v_n=\frac{5^n u_n}{2u_n-1}$.

أ ـ بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 10 يطلب حساب حدها الأول .

ب ـ أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم بين أن $u_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ ، أحسب نهاية (u_n) .

4. أحسب بدلالة n المجموع S_n : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}........+\frac{1}{u_n}$.

التمرين الرابع: (07.00 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ كمايلي :
$$\begin{cases} f(x)=\frac{1}{2}x^2\left(3-\ln x^2\right)+1 \quad ; \quad x\succ 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 2cm)

1) أ ـ أحسب: $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ أدرس قابلية إشتقاق الدالة f عند 0 ثم فسر النتيجة هندسيا .

2) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث : $\alpha\geq 0$ و $f(\alpha)=0$ ثم تحقق أن : $4,6\prec\alpha\prec 4,7$.

4) أكتب معادلة للمستقيم (Δ)مماس المنحنى (C_f) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

II. لتكن الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x)=f(x)-2x-\frac{1}{2}$.

1) أ ـ أحسب $g'(x)$ و $g''(x)$ ثم أدرس إتجاه تغير الدالة $g'(x)$ ثم استنتج إشارتها على المجال $]0;+\infty[$.

ب ـ حدد إتجاه تغير الدالة $g(x)$ ، ثم استنتج وضعية (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

ج ـ أنشئ : (Δ) و (C_f) .

2) من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم نضع : $I_n=\int_{\frac{1}{n}}^{1}x^2\ln x\,dx$

أ ـ باستعمال المكاملة بالتجزئة أحسب I_n بدلالة n .

ب ـ استنتج بدلالة n المساحة $A(n)$ بـ cm^2 للحيز المستوي المحدد بالمستقيم (Δ) والمنحنى (C_f) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x=1$ و $x=\frac{1}{n}$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}A(n)$.

إنتهى **نتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا**

الموضـــوع الثاني

التمرين الأول : (05.00 نقط)

I. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-2z+2=0..........(1)$.

II. نعتبر في المستوي المركب المزود بالمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$

النقط A ، B ، C ، M لواحقها على الترتيب $1+i$ ، $1-i$ ، $2+\beta i$ ، $z=x+iy$.(حيث x ، y ، β أعداد حقيقية و $0 \prec \beta$) .

وليكن العدد المركب L المعرف من أجل كل $z \neq 2i$ بـ : $L=\dfrac{z+2i}{z-2i}$.

1) أكتب العدد L على الشكل الجبري .

2) أوجد المجموعة (Γ) مجموعة النقط $M(z)$ من المستوي في الحالتين الآتيتين والتي تحقق :

أ ـ L عدد تخيلي صرفا .

ب ـ $|L|=1$.

3) أ ـ بين أنه من أجل $z=4+2i$ فإن : $L=z_A$ و $\overline{L}=z_B$.

ب ـ بين أن النقطتين A و B متناظرتين بالنسبة إلى المجموعة (Γ) في الحالة 2) ب) .

4) أوجد لاحقة النقطة D صورة النقطة B بالتشابه المباشر الذي مركزه A ونسبته 2 وزاويته $\dfrac{\pi}{6}$.

5) أوجد العدد الحقيقي β بحيث تكون النقط D ، C ، A في استقامية ، ثم استنتج نوع التحويل النقطي الذي يحول النقطة C إلى D مع تعين خصائصه المميزة .

التمرين الثاني : (04.00 نقط)

I. عين قيم العدد الصحيح m بحيث تقبل المعادلة : $2014\alpha=475\beta+m$ حلولا في $\mathbb{Z}^2$.

II. نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ المعادلة ذات المجهول (x,y) : $2014x-475y=-19........(\mathrm{I})$.

1) عين الحل الخاص (x_0,y_0) للمعادلة (I) والذي يحقق : $y_0-4x_0=1$.

2) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (I) .

3) بين أن العددين x و y أوليان فيما بينها باعتبار الثنائية (x,y) من $\mathbb{N}^2$ حل للمعادلة (I) .

4) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث $n\equiv 4[25]$ وباقي قسمة n على العدد 106 هو 17 .

5) عين كل الثنائيات (x,y) من $\mathbb{Z}^2$ حلول المعادلة (I) بحيث يكون العدد $x+y$ مضاعفا للعدد 10 .

.

التمرين الثالث : (04.00 نقط)

A ، B ، C ، O أربع نقط من الفضاء و G نقطة تحقق : $\overrightarrow{GO}+2\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

1) عين (Γ) مجموعة النقط $M(x,y,z)$ من الفضاء والتي تحقق : $\left(\overrightarrow{MO}+2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}\right).\overrightarrow{MC}=0$.

2) الفضاء منسوب إلى معلم ،متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. تعتبر مجموعة المستويات (π_m) المعرفة بالمعادلة : $(2-m)x+y+mz+6m-6=0$ حيث m وسيط حقيقي .

أ ـ بين أن كل المستويات (π_m) تشمل مستقيما ثابتا يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

ب ـ اكتب معادلة لسطح الكرة (S) التي مركزها $\Omega(2;1;2)$ ونصف قطرها 3 .

ج ـ عين قيم العدد الحقيقي m بحيث يكون المستوي (π_m) مماسا لسطح الكرة (S) .

3) هل توجد قيمة للعدد الحقيقي m بحيث يكون المستقيم (Δ) الموجه بالشعاع $\vec{u}=\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k}$ عمودي على (π_m) ؟ علل.

التمرين الرابع :(07.00 نقط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على IR كمايلي : $g(x)=xe^{-x}-1$.

1) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم أنشئ جدول تغيرات الدالة g .

2) استنتج إشارة $g(x)$ على IR .

II. نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x ، المعرفة على IR كمايلي : $f(x)=\left(xe^{-x}-1\right)^2$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$. (الوحدة 2cm)

1) أ ـ أحسب : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب ـ بين أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب بجوار $+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$ ، ماذا تستنتج ؟ .

2) أ ـ بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x $f'(x)=2g(x)g'(x)$ ، ثم استنتج إشارة $f'(x)$.

ب ـ أنشئ جدول تغيرات الدالة f .

3) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

4) أرسم : (T) و (C_f) .

III. لتكن $h(x)$ دالة معرفة على IR كما يلي : $h(x)=-\dfrac{1}{4}e^{-2x}\left(2x^2+2x+1\right)+2e^{-x}(x+1)+x$.

1) بين أن الدالة $h(x)$ أصلية للدالة f على IR .

2) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات $x=1$ و $x=2$ ، $y=1$.

نتمنى لكم النجاح في شهادة البكالوريا **إنتهـــــــــى**