الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

اللجنة الوطنية للمناهج **المجموعة المتخصصة لمادة الرياضيات**

الوثيقة المرافقة

لبرنامج السنة الأولى ثانوي جذع مشترك علوم وتكنولوجيا

جوان 2005

محتويات الوثيقة

4. الإحصاء
5. المحاكاة.
6. تكنولوجيات الإعلام الاتصال.

مقدّمة

ترمي هذه الوثيقة إلى تجسيد أحد معاني التجديد الذي تسعى إلى تحقيقه المنظومة التربوية في إطار الإصلاح. فهي تحقق الانسجام في بناء برامج الرياضيات في كافة مراحل التعليم، وهذا من خلال الدور الذي خُوّل لها كأداة للإعلام حول برنامج السنة الأولى ثانوي علوم وتكنولوجيا، الذي دخل حيز التنفيذ مع مطلع السنة الدراسية 2006/2005، أو من خلال المكانة التي تحتلّها باعتبارها تساعد الأستاذ على فهم أوسع وأعمق لهذا البرنامج، بما تقدّمه من نصوص ذات طابع عام تتعلّق بتعليم وتعلّم الرياضيات في إطار توجّهات البرنامج، ونصوص ذات طابع خاص تتعرّض باستفاضة نسبية إلى كل ميدان من ميادين التعلّم التي اعتمدها هذا البرنامج، و بما تقترحه من أمثلة لأنشطة تدعّم ما جاء في هذه النصوص وتجسّده، حتى تسمح للأستاذ بتحسّس طريقه و هو يقوم بتنفيذ هذا البرنامج في القسم مع تلاميذه، الذين خرجوا للتوّ من مرحلة التعليم المتوسط، وهم مقبلون على مرحلة التعليم الثانوي، التي تعتبر مرحلة جديدة بالنسبة إليهم، يحتاجون فيها إلى مساعدة تمكّنهم من الانتقال بين المرحلتين بصورة طبيعية وفعّالة.

إضافة إلى ما سبق، تحمل هذه الوثيقة بعدا تكوينيا يعتبر المحصّلة الطبيعية لدوري الإعلام و المساعدة المذكورين أعلاه، لهذا صيغت في جزأين، يتكفّل أحدهما بالنصوص ذات الطابع العام و الآخر يتكفّل بالنصوص ذات الطابع الخاص و الأنشطة، ولا شكّ أنّ الإطّلاع على ما جاء في هذه الوثيقة بعد الإطلاع على البرنامج يعتبر عاملا ميسّرا لفهم أفضل لنيات البرنامج و كيفية تطبيقه ميدانيا.

1. تقديم المادّة

الرياضيات جزء من المعرفة الإنسانية أبدعها العقل البشري منذ القدم، لتلبية حاجة الإنسان إلى تنظيم حياته ومعاملاته وأموره الخاصة، فهي علم ما فتىء يتطور ويتجدد ويتسع مواكبا للتغيرات التي تطرأ على المجتمعات، مستجيبا لمتطلبات حاضرها ومساهما في الإعداد لمستقبلها.

لقد أصبحت الرياضيات حاضرة أكثر من أي وقت مضى في كثير من فروع العلوم، وفي الحياة اليومية، وانتشر استعمال الوسائل الحديثة لتكنولوجيات الإعلام و الإتصال، التي هي في مجملها نتاج لتطبيقات الرياضيات.، مما صبغ حياة عصرنا بصبغة هي في صميمها رياضياتية.

يتكون بناء الرياضيات من خوارزميات ومسائل رياضياتية، إضافة إلى المفاهيم و المصطلحات، التي تعد اللبنات الأساسية في المعرفة الرياضياتية، ومن مبرهنات و مسلمات (كائنات رياضياتية يفترض وجودها وصحتها).

للرياضيات فروع عديدة، منها الهندسة و الجبر و التحليل و الاحتمالات و الإحصاء و حساب المثلثات وعلم الحساب، حيث يمثل تطورها سلسلة متصلة الحلقات منذ الإنسان الأول وحتى رياضيي العصر الحالي.

و يعود الفضل فيما هي عليه الرياضيات الآن إلى قدرتها على نمذجة المعطيات والوضعيات، حيث تمكنت من بناء أنظمة تجريدية حررتها من العالم الفيزيائي و أعطت لها استقلالية عن العالم المادي، فكان التجريد مصدر قوة لها، أدى إلى نموها بشكل واسع، وقد تجلى هذا النمو في نوعية الاكتشافات الرياضياتية التي ظهرت خلال القرون الثلاثة الماضية، إذ تم وضع و دراسة الأسس المنطقية للرياضيات مما أدى إلى توحيد فروعها، كما منحها انتشارا واسعا في مختلف العلوم وذلك من خلال تطبيقاتها في الفيزياء و الكيمياء و الميكانيك و علم الأحياء و الطب والصيدلة والتكنولوجيا والاقتصاد والتجارة و العلوم الاجتماعية.

إن التطور الذي حصل في الرياضيات، و التطورات الحاصلة في علوم التربية والتكنولوجيا تفرض على المدرسة تطورا في نوعية ومضامين الرياضيات التي تتناولها المناهج في مختلف المراحل المدرسية، وذلك تماشيا مع التغيرات المستمرة في حقول المعرفة، و مراعاة حاجات الفرد في عصرنا إلى تفهم محيطه الذي صار يعج بمنتجات تكنولوجية فُرض عليه التعامل معها عن قرب، في كثير من الأحيان، ناهيك عن التطور الحاصل في حياة الأفراد و المجتمعات سواء من حيث السلوكات أو الأفكار، إذ نصادف يوميا أساليب تعبيرية وتوضيحية في ميادين الإعلام و السياسة و الاقتصاد و العلوم الاجتماعية و التجارة و الصناعة، تتدخل فيها أنظمة رياضياتية كالإحصاء و الاحتمالات بشكل مباشر، ولم يتوقف الأمر عند هذا الحد، بل تعداه إلى الاعتماد على نتائجها في اتخاذ القرارات.

فإذا كان تدريس الرياضيات سابقا يهدف إلى تمكين التلميذ من الحصول على أكبر قدر من المعارف الرياضياتية والتي يكون مطالبا باستظهارها عند الطلب، فإن تدريسها في الوقت الحاضر يهدف إلى:

- تنمية الفهم لدى التلميذ لطبيعة الرياضيات وبنيتها، من خلال تدربه على التفكير المنطقي والبرهان الرياضياتي، واستخدام ذلك في حل المشكلات.
- تنمية مهارات التلميذ في إجراء الحسابات، باستخدام وسائل متنوعة، بدقة وفهم وفعالية.
- تعميق فهم التلميذ للمحيط المادي حوله، من خلال دراسة نماذج رياضياتية وأشكال هندسية وعلاقات وقواعد.
- استخدام وسائل وأساليب جديدة في جمع المعلومات وتنظيمها وعرضها، مثل التكنولوجيات الحديثة والإحصاء.
- تزويد التلميذ بمعارف رياضياتية ومهارات ضرورية لدراسة العلوم وفروع المعرفة الأخرى.

وعليه فإن المتوخى من البرامج الجديدة هو التخفيف في حجم المفاهيم التي تتناولها، وأن تخضع عملية تعليم وتعلم المفهوم بصفة عامة إلى مقاربة أساسها أن عرض أي موقف رياضياتي يتم بالانتقال من المحسوس إلى المجرد، كلما كان ذلك ممكنا، قصد إعطائه دلالة بالنسبة للمتعلم، وأن تراعي عملية التعليم في الرياضيات الطبيعة المجردة لهذه الأخيرة، و التي تتطلب إعمال العقل باستمرار لفهمها، دون إغفال الجوانب الوجدانية لتقبلها والميل إليها.

و المرجو عموما، هو قدر من المعارف الرياضياتية إضافة إلى أساليب التفكير المنطقي و تدريب التلاميذ على مهارات ترتكز على الفهم، الذي يتجلى فيه عامل السببية، لتتفاعل فيما بينها في عقل التلميذ فتسمح له ببناء استدلال يؤهله لإصدار أحكام منطقية، كما تسمح له ببناء فكر مبدع يمتاز بالقدرة على النقد العلمي و تنمية كفاءة حل المشكلات، وإلى تعويده على ممارسات إيجابية حيال مختلف المواقف التي تصادفه في حياته اليومية.

2. المقاربة بالكفاءات

1.2 لماذا المقاربة بالكفاءات؟

إن نسبة كبيرة من التلاميذ يجدون أنفسهم، في أغلب الأحيان، عاجزين عن توظيف مكتسباتهم لحل مشكل أو للتواصل مع الغير شفهيا، ومرد هذا إلى المقاربة المعتمدة (المقاربة بالأهداف) والتي هي مقاربة خطية مجزأة إلى أهداف إجرائية يكتفي المعلم بتحقيقها لذاتها، في حين أنه يجب تجاوزها إلى اكتساب كفاءات تمكن التلميذ من حل مشاكل مدرسية أو من الحياة العملية والتواصل بفاعلية مع الغير.

وباعتبار أن المقاربة بالكفاءات ترتكز على تصور بنائي للتعلمات، فإن اعتمادها في بناء البرامج يسمح للتلميذ بإعطاء معنى للمعارف المدروسة والإجراءات المستعملة، بحيث تكون هذه المعارف والإجراءات حاضرة وقابلة للتوظيف عند الحاجة، كما تسمح للمعلم بتطوير ممارساته وفق مستجدات علوم التربية وخاصة منها تعليمية الرياضيات، وذلك من خلال اهتمامه أكثر بالتلميذ، كيف يتعلم؟ كيف يسير أخطاءه؟ وكيف يقيمه؟ دون إهمال الاهتمام بالمعارف.

2.2.المقاربة بالكفاءات

توجد عدة تعاريف للكفاءة نورد منها:

- **الكفاءة هي مجموعة من المعارف والمهارات التي تسمح بإنجاز، بشكل منسجم ومتوافق، مهمة أو مجموعة مهام.**
- **الكفاءة هي مجموعة منظمة ووظيفية من موارد (معارف، قدرات، ومهارات) تسمح، أمام جملة من الوضعيات، بحل مشاكل وتنفيذ مشاريع.**
- **الكفاءة هي إمكانية تجنيد داخلية من قبل الفرد لمجموعة متكاملة من مكتسباته بهدف حلّ مشكل.**

فالكفاءة ليست المعارف و المهارات و المواقف وحدها، ولكنها دمج متفاعل لهذه العناصر كلها ضمن وضعية جديدة لتحقيق مهمة، ويقتضي ذلك تظافر ثلاثة عوامل هي:

1. القدرة على تجنيد المعارف والمهارات لإنجاز مهمة أو مجموعة مهام.
2. الرغبة الداخلية في القيام بالمهمة مما يسمح للفرد بتبني الموضوع .
3. القدرة على إنجاز المهمة ضمن السياق الذي تطرح فيه الوضعية .

3.2 خصائص الكفاءة

تتميز الكفاءة بعدد من الخصائص نورد بعضها فيما يلي:

إدماج مجموعة موارد: تتحقق الكفاءة من خلال إدماج المكتسبات بصورة منظّمة ومنسّقة.

مراعاة السياق: تمارس الكفاءة من خلال معالجة وضعية جديدة لها سياق معطى.

الكمون: الكفاءة رصيد كامن عند الفرد، تظهر عند ممارستها ولا تتلاشى لحظة عدم ممارسته لها، وهي في متناوله يطوّرها بالممارسة.

الوظيفية: إن المهمة المنتظر تأديتها من قبل التلميذ هي نتاج مجموعة من السلوكات يقوم بها إزاء وضعية مطروحة عليه، ففي إطار المقاربة بالكفاءات يُنْظَرُ إلى هذه السلوكات على أنّها نشاط إرادي و واع وهادف، تتفاعل فيه الجوانب الثلاثة المشكلة لشخصية الفرد والمتمثلة في القدرات المعرفية و القدرات الحس/حركية والقدرات الوجدانية، وعلى هذا الأساس يفهم سلوك التلميذ على أنّه أرقى من أن يكون مجرد سلسلة من السلوكات المجزءة التي تفتقر إلى الغائية.

القابلية للتقويم: من خصائص الكفاءة أنّها مرتبطة بمهمة يطلب إنجازها، وبالتالي فهي تكشف عن وجود هذه الكفاءة من جهة، وتتيح لنا إمكانية ملاحظتها وتقويمها من خلال ملاحظة التلميذ أثناء الإنجاز.

إذ يسمح التدريس وفق المقاربة بالكفاءات للأستاذ برصد جوانب النقص في تعلّمات التلميذ من منطلق معالجة وضعيات إدماجية نص عليها البرنامج، و تأخذ بعين الاعتبار منجزات التلميذ دون أن تهمل المعارف و المهارات الرياضية و المواقف لدى التلميذ.

4.2 . إدماج المكتسبات

عندما نتكلّم عن الإدماج نعني به تجنيد التلميذ لمكتسباته المدرسية، التي تمثّل مختلف المعارف و المهارات والمواقف التي اكتسبها من خلال ممارساته اليومية لحياته المدرسية، في وضعية ذات دلالة بالنسبة إليه، دلالة مستمدّة من سياق المسألة المطروحة ومن واقع تشغيله لمكتسباته بهدف حلّ هذه المسألة.

إنّ هذا الإدماج نطلق عليه مصطلح **إدماج المكتسبات**.

1.4.2 **الوضعية الإدماجية**

تعتبر الوضعية الإدماجية فرصة لتنمية الكفاءة المقصودة، فهناك وضعية المسألة الرياضياتية المركبة المطلوب حلها، وهناك العمل الإنتاجي الشخصي للتلميذ، وهناك نشاط بحثي في مختلف المستويات، نقول في مختلف المستويات، لأن هذا النشاط قد يبدأ في السنة الأولى من التعليم الابتدائي. كل من هذه الوضعيات توفر فرصا لتوظيف وإدماج مكتسبات من أجل تنمية الكفاءة.

إن أفضل وسيلة وأفضل فرصة لإكساب الكفاءات هي أن تعطى للمتعلمين الفرصة لممارستها.

2.4.2 ميزات وضعية الإدماج

تتصف وضعية الإدماج بجملة من المميزات، نورد بعضا منها في النقاط التالية:

- توظف جملة من المكتسبات، فتدمجها إدماجا ولا تجمعها الواحدة تلو الأخرى.
- ذات دلالة بالنسبة للمتعلم.
- تستند إلى صنف من المشكلات الخاصة بالمادة أو جملة من المواد.
- هي شيء جديد بالنسبة إلى المتعلم، يثير فيه الرغبة في التعلم .

هذه المميزات نجد أثرها الإيجابي في الرياضيات، حيث نميز فيها بين ما يدعى بالتمرين التطبيقي لقاعدة أو نظرية، وبين ما هو حل للمسائل، أي ممارسة الكفاءة صراحة.

5.2 **أنواع الكفاءات:**

الكفاءات الخاصة: هي الكفاءات التي تتكفل بتنميتها، عند المتعلم، مادة من مواد الدراسة كالرياضيات أو اللغة العربية... ويقترن هذا الصنف من الكفاءات بمدى تجنيد المتعلم للمعارف والمهارات التي يكتسبها في نطاق مادة معينة.

الكفاءات العرضية: هي كفاءات تتطور ضمن سياقات متعددة ومختلفة لأنها كفاءات مشتركة بين مختلف مجالات التعلم، وتشترك في تحقيقها كل المواد والأنشطة التعليمية، فهي بذلك كفاءات دائمة وقابلة للتعميم، ويمكن نقلها من سياق المدرسة إلى سياق الحياة العملية.

3. التعليم الحلزوني

التعليم الحلزوني نموذج تقدم فيه المفاهيم الرياضياتية و المبادئ الموافقة لها في مراحل مختلفة من النموللتلميذ، على أن يعرّف ويمثّل كل مفهوم بطريقة صحيحة تناسب النمو العقلي و النفسي لتلاميذ تلك المرحلة، ثم يعاد تقديم نفس المفهوم ولكن بتمثيل أوسع و أشمل و أرقى، فيصاغ تعريف ذلك المفهوم من جديد بالاعتماد على التعريف السابق له، بهدف تمكين التلميذ من توظيفه في مواقف جديدة لم يكن يتسنى له معالجتها قبل هذه المرحلة.

من المؤكد أنّه لا خلاف بين التربويين حول عدم قدرة التلميذ على تعلّم مفهوم رياضي ما على درجة عالية من التجريد قبل تطرقه إلى هذا المفهوم في مستويات بسيطة و متدرجة، تراعي التطور التاريخي و البنائي للرياضيات من جهة، وتراعي من جهة أخرى، النمو العقلي و النفسي للتلميذ. وعلى هذا الأساس فإن النموذج الحلزوني، ، يعنى بالاستفادة من التوافق بين النمو العقلي و النفسي للتلميذ وبين تطور المفاهيم الرياضياتية، بحيث تعتبر إعادة تعريف المفهوم في هذه الحالة نشاطا رياضياتيا جديدا بخلاف نشاط إعادة تدريس المهارات الرياضياتية، الذي عادة ما يصنف على أنه نشاط علاجي، إذ نادرا ما يعاد صياغة تلك المهارات في شكل أكثر تجريدا أو عمومية، فبمجرد التحكم في تلك المهارة يصبح من الممكن تطبيقها في كل موقف يستلزم توظيفها.

في التعليم الحلزوني، يتمّ تقديم مفهوم أو مبدأ على فترة زمنية قد تطول أو تقصر، ويتميز بالتدرج من المحسوس إلى المجرد ومن البسيط المركب، عبر سلسلة من التعاريف و الأمثلة و التطبيقات المتزايدة في التجريد والتعميم، على فترات زمنية طويلة و متقطعة، كما هو الشأن بالنسبة لمفاهيم العدد و المساحة والبرهان و الدّالة.

فمفهوم العدد مثلا يتدرج، حسب هذا النموذج، كالآتي:

- يتعلم التلميذ العدد بالتعرف على رموز الأعداد و كتابتها.
- يتعلم التلميذ العدد العشري.
- يتعلم التلميذ مفهوم الكسر وبعض خواصه.
- يوسع مفهوم العدد ليشمل الأعداد السالبة و الكسور.
- يوسع مفهوم العدد إلى الأعداد الحقيقية (أكثر تجريدا و تعميما).
- يوسع مفهوم العدد إلى الأعداد المركبة في السنة الثالثة ثانوي.

أما مفهوم الدّالة فيتدرج، في البرامج السابقة، كالآتي:

- يقدم المفهوم الحدسي للدالة دون ذكر اسمها(الربط بين عنصرين من مجموعتين).
- يقدم مفهوم الدّالة في شكل ضمني (قوانين إيجاد المساحات، حل مسائل حسابية إلخ ...)
- يقدم مفهوم الدّالة كعلاقة (يتم شرح مصطلح العلاقة و الدّالة).
- يقدم مفهوم الدّالة كنوع خاص من العلاقات الجبرية مع استعمال الرموز.
- يعمم مفهوم الدّالة إلى حساب المثلثات(الدوال المثلية).

يتدرّج مفهوم الدّالة في البرامج الجديدة عبر كافة مراحل التعليم، ومن خلال مختلف ميادين التعلّم، انطلاقا من الحساب و التناسبية في المرحلة الابتدائية والمتوسطة، إلى مفهوم الدّالة في المرحلة الثانوية على النحو التالي:

- يقدم مفهوم الدالة حدسيا، دون ذكر اسمها، في ميدان الأعداد والحساب(الجمع والضرب، جداول الضرب).
- يقدم مفهوم الدّالة حدسيا، دون ذكر اسمها، في ميدان القياس (قوانين إيجاد المساحات، تحويل الوحدات، النقود، وحدات الطول، المساحة، الحجم، وحدات الزوايا، الأقواس والزوايا، حل مسائل حسابية إلخ ...)
- يقدم مفهوم الدّالة في إطار التناسبية، دون ذكر اسمها، حيث يظهر جليا كربط بين كمّيتين تتغيّر إحداهما بتغيّر الأخرى. (يتم شرح مصطلح التناسبية، ويعاد صياغة المفاهيم السابقة كجداول الضرب مثلا في ميدان الأعداد والحساب، والطول في ميدان القياس، و يتوسع إلى ميدان الهندسة كمبرهنة طاليس). يقدم مفهوم الدّالة عبر الجانب الحسابي كجداول حسابية تظهر تغيّر كمية بتغيّر كمّية أخرى، ثمّ يتضافر مع الجانب البياني للتعبير عن هذا التغيّر تارة ولاستغلاله تارة أخرى، ويعطى مصطلح الدّالة في هذه المرحلة ويتمّ شرحه من خلال أمثلة.
- يقدم مفهوم الدّالة كنوع خاص من العلاقات الجبرية، و تستعمل رموز مجردة (أي بداية التجريد عبر تدخل الجانب الجبري باستعمال الدّالة الخطية والدّالة التآلفية، معادلة المستقيم). يتمّ في هذه المرحلة إعطاء تعريف الدّالتين الخطية و التآلفية.
- يعمم مفهوم الدّالة ويجرد أكثر بالتطرق إلى الدّوال المرجعية من المداخل الثلاثة السابقة وهي المدخل الحسابي والمدخل البياني والمدخل الجبري، ثمّ توسيعها إلى دوال مركبة منها وتوظيفها لحل مشكلات.

وفيما يتعلق بالبرهان فإنه يبدأ عند التلميذ في وقت مبكر ويتطور عنده بالاعتماد على:

- الخبرة الشخصية.
- قبول ما يقوله الكبار والرسميون و أصحاب التخصص.
- تعميم المبادئ استنادا إلى حالات خاصة.
- عدم وجود مثال مضاد.

- الاستخدام الوجيه للنتائج.
- التبرير.
- المناقشة الاستنباطية(الصدق و الصلاحية).

توجيهات عامة:

1. **نظرة إلى البرنامج وتنظيم عمل الأستاذ**

- **نظرة إلى البرنامج**

يحاول هذا البرنامج تبرير الاختيارات التربوية و التعليمية، من خلال النصوص التي يتضمّنها و من خلال النصوص الواردة في هذه الوثيقة التي تكمله، لذلك يجدر بالأستاذ أن يجتهد في قراءة هذه النصوص، ويقرن ذلك بقراءة الأعمدة الثلاثة الواردة في جدول المحتويات المعرفية و الكفاءات القاعدية و التعاليق و التوجيهات، ذلك أن قراءة هذه الأعمدة وحدها ينتج عنها فهم نظري للبرنامج، لا يصل بالأستاذ إلى مستوى التطبيق داخل قاعات الدرس بمعية تلاميذه، وكمثال على ذلك، نورد ميدان الدوال حيث أنّ كل المفاهيم الواردة فيه ليست جديدة على برامجنا السابقة، ولكن الجديد في هذا الميدان هو صياغة المفاهيم في صورة تختلف عما عهدناه سابقا، من حيث الأسلوب المتّبع و من حيث الوسائل المعرفية و الوسائل المادية، فأما الأسلوب فنعني به المقاربة بالكفاءات التي تجعل الفعل التعليمي/التعلّمي يتمحور أساسا حول التلميذ، أما الوسائل المعرفية فنقصد بها المواضيع الرياضياتية التي يتناولها البرنامج في إطار خيارات تعليمية تلتقي مع المقاربة بالكفاءات، وهي الطريقة البنائية في التدريس واعتماد الجوانب المعرفية و الحس/حركية و الوجدانية عند التلميذ. أما الوسائل المادية فنعني بها، بالإضافة إلى ما هو متعارف عليه في مدرستنا، تكنولوجيات الإعلام والاتصال. فالنصوص الواردة حول موضوع الدوال في وثيقة البرنامج وفي الوثيقة المرافقة له، والأمثلة حول الأنشطة يمكن أن تساعد في توضيح هذه الاختيارات.

ولا شكّ أنّ **"الأنشطة التعلّمية"** هي المركب الذي يمتطيه الأستاذ و التلميذ كنقطة انطلاق في تجسيد التدريس بالكفاءات، نظرا لما تتيحه من فرص تعليم وتعلّم تخدم أهداف هذا البرنامج.

- **تنظيم عمل الأستاذ**

يبدأ الأستاذ في تنظيم عمله التربوي منذ إطلاعه على البرنامج وعلى هذه الوثيقة المرافقة له، فيطلع على :

- المقاربة بالكفاءات التي يعتمدها البرنامج (بالقراءة المتمعّنة للنصوص الواردة في البرنامج وفي هذه الوثيقة أو في مراجع أخرى ودراسة الأنشطة المقترحة فيها)
- الكفاءات المستهدفة في نهاية التعليم الثانوي.
- الكفاءات المستهدفة في نهاية السنة الأولى ثانوي جذع مشترك علوم وتكنولوجيا.
- المضامين الرياضية التي ينص عليها البرنامج.
- كيفية تناول مواضيع كل ميدان من ميادين التعلّم (بالقراءة المتمعّنة للنصوص الواردة في مقدّمة كل ميدان في وثيقة البرنامج و النصوص الواردة في هذه الوثيقة ضمن فقرة استفاضات حول ميادين التعلّم).
- الكتاب المدرسي ومدى تجسيده لمحتوى البرنامج (بالإطلاع على الكتاب نفسه و محاولة فهم كيفية توظيفه حسب ما جاء في دليله الموجه أصلا للأستاذ).

تشكل لقاءات التنسيقوالتكوين فضاء ملائما لإجراء حوار تربوي وعلمي يتم تبادل وجهات النظر و تقريبها والاستفادة من الخبرات المتنوعة للغير.

- **حول التوزيع السنوي:**

يشكل التوزيع السنوي للبرنامج المخطط الأول لعمل الأستاذ، نظرا للدور الهام الذي يلعبه في تنظيم عمله وانعكاسه على تعلّمات التلميذ ولذلك يطلب إنجازه باعتبار ما يلي:

- كل محتويات البرنامج و الوثيقة المرافقة له.
- برنامج السنة السابقة و برنامج السنة الموالية.
- التعلّمات على المدى البعيد.
- الروابط بين مختلف الدروس.
- الوقت اللازم لنشاط التلميذ داخل القسم.
- الوقت اللازم للتقويم.

ينفذ هذا المخطط بالاعتماد على خطة حلزونية، تسمح بالرجوع إلى مفهوم مدروس من قبل، قصد تطويره أو إتمامه، أو تطبيقه في سياق جديد، أو إدماجه في إطار أوسع، و بهذا يتمكن التلميذ من إعطاء معنى أكثر للمعارف المدروسة و الإجراءات المستعملة.

بعد دراسة البرنامج و الوثيقة المرافقة له، يقوم أساتذة المؤسسة جماعيا، بإنجاز توزيع سنوي و يمكن الاستعانة بالكتاب المدرسي في دلك.

من جهة أخرى، ونظرا لأهمية الإحصاء و الهندسة الفضائية، يحبذ تدريسهما قبل الفصل الثالث من السنة الدراسية.

2- **الأنشطة التعلّمية**

إنّ ما يميّز الفعل التعليمي/التعلمي من منظور المقاربة بالكفاءات هو الأنشطة التعلّمية، التي يكون فيها التلميذ محور هذا الفعل، ذلك لأنّها تهيء الأرضية التي تتجسّد عليها عملية دمج المكتسبات، إضافة إلى الإمكانيات التي تتيحها عملية التقويم لتحقيق تعلّمات دقيقة. فالنشاط التعلمي هو وسيلة يتعامل

معها كل من الأستاذ والتلميذ في مراحل مختلفة من الفعل التعليمي/التعلّمي، باقتراح من الأستاذ و لهدف مسطر مسبقا. ويمكن النظر إلى هذه الأنشطة من زاويتين، أولاهما تتعلّق بالهدف من النشاط ، والأخرى تتعلّق بالترتيب الزمني للنشاط ضمن مراحل الفعل التعليمي/التعليمي، والتي هي : بداية التعلّم، أثناء التعلّم، وفي نهاية التعلّم. أما على محور الأهداف فهو تصنيف يأخذ بعين الاعتبار تداخل هذه الأنواع من الأنشطة بما يجعلها تتكامل ولا تتعارض وهي:

1. **أنشطة الاستكشاف**: هي أنشطة تعلمية تطرح مسائل ضمن سياق يحترم البعد التعليمي أي أنه يأخذ بعين الاعتبار الصعوبات التي قد تواجه التلميذ، ويحترم البعد الإبستيمولوجي للمفهوم المعالج، بمعنى أنه يأخذ بعين الاعتبار الصعوبات التي يتضمّنها المفهوم في حدّ ذاته، ذلك لأنّها تحثّ على تعلّمات دقيقة وجديدة، كمفهوم أو قاعدة أو خوارزمية أو إجراء ...إلخ. مثال ذلك في هذا البرنامج نجد مفهوم مدوّر عدد، الكتابة العلمية، رتبة مقدار، الدالة، اتجاه تغير الدّالة، المثلثات المتشابهة، المحاكاة،...الخ. يتطلّب إنجاز هذه الأنشطة مدّة زمنية أطول مقارنة مع الممارسات المعهودة عندنا سابقا، وتتمّ في بداية التعلّم ويلعب فيها التلميذ دور الفاعل الأكبر.

2. **أنشطة حل المشكلات**: تسمح هذه الأنشطة بوضع التلميذ بمفرده أو ضمن مجموعة، أمام مشكلة حقيقية يسعى إلى حلّها باستعمال مكتسباته، فيعمل على فهم المشكل المطروح ثمّ يضع فرضيات ويقترح حلا و يجربه، يستعمل مبدأ الإلغاء في التفكير. هذه المشكلات لا تكون بسيطة بالنسبة للتلميذ ولكنها تكون ذات طبيعة مركبة، وعلى درجة مقبولة من الصعوبة وليست معقّدة. إنّ معالجة هذه الأنشطة تحقق لدى التلميذ تعمقا في الفهم، وتعلّمات جديدة بفعل التحدي الذي تتسم به عنده، وبحكم المدّة الزمنية التي تتطلبها والتي هي أطول مما تتطلبه بقية الأنشطة. يمكن أن يطرح هذا النوع من الأنشطة في إطار استكشافي أو كتتويج لجملة من التعلّمات.

3. **أنشطة التعلّم المنظّم**: وهي الأنشطة التي تسمح بتنظيم المعارف و المهارات التي تحصل من معالجة نشاط استكشافي، لذلك فترتيب نشاط تعلّم منظّم على محور الزمن يأتي مباشرة بعد معالجة نشاط استكشافي، وذلك بقصد تثبيت المفاهيم، وهيكلة المكتسبات، وإجراء تطبيقات عليها.يمكن أن يتعلق نشاط التعلّم المنظّم بالجانب النظري للمفهوم المعالج أو بإجراء أو قاعدة أو دستور أو قانون، كما يكمن أن يتعلّق بالتدريبات المنظّمة على أرضية من التمارين المتدرّجة في الصعوبة. إنّه باختصار النشاط الذي يعطي للمعرفة الجديدة بعدا تأسيسيا. يكون للأستاذ فيه دور أكبر، باعتباره المسئول عن تنظيم وتنسيق المعارف الجديدة في إطار يحترم دقّة الموضوع من حيث التسلسل المنطقي.

4. **أنشطة الهيكلة**: تتميّز هذه الأنشطة بكونها توفر فرصة لهيكلة التعلّمات الدقيقة، و التي تمّ تنظيمها مع المعارف السابقة لها لدى التلميذ، فمثلا قبل التطرّق إلى مفهوم رتبة مقدار عدد، لابد من العودة إلى الأدوات التي تمت معالجتها، والتي تسمح بحساب مدور عدد والكتابة العلمية له. إنّ هذه الأنشطة لا تطرح ضمن سياق ويمكن أن تتم في بداية التعلّم أو أثناءه أو في نهايته.

5. **أنشطة الإدماج**: وهي أنشطة تعلّمية، وظيفتها الأساسية استدراج التلميذ نحو تجنيد مختلف مكتسباته التي كانت موضوع تعلّمات منفصلة، لحل مشكلة ذات دلالة بالنسبة إليه، وهذا ضمن سياق معطى. إنّها وسيلة تحمل التلميذ على إدماج مختلف مكتسباته وإعطاء معنى لها، وهي بهذا المعنى لا تلغي صفة الإدماج في أنشطة أخرى كأنشطة الاستكشاف و التقويم.

تتميّز هذا الأنشطة بكون الدور الأكبر فيها للتلميذ وليس للأستاذ، يجنّد فيها التلميذ مجموعة متكاملة من المكتسبات، ذات مغزى، موجّهة لخدمة كفاءة معيّنة. ومثال ذلك، اقتراح حل مشكلة قد يكون بمثابة وضعية استكشافية أو العكس، تتويجا لمجموعة من التعلّمات. فإذا تعلّق الأمر باستكشاف جديد يكون التلميذ عاجزا عن حل المشكلة بمكتسباته، لكن هذه الوضعية تسمح له بتحديد ما سيتعلّمه. أما إذا تعلّق الأمر بعملية تتويج للتعلّمات، فإن التلميذ يجد نفسه أمام مشكلة مركّبة، وعلى درجة من الصعوبة يستطيع حلّها بمكتسباته التي عليه أن يختار منها الأدوات المناسبة لإنجاز الحل، كأن يختار مثلا الدستور الذي يطبقه أو نمط البرهان الذي يوظفه. إذن فالأنشطة الإدماجية يمكن أن تعالج في بداية التعلّم أو في نهايته.

6. **أنشطة التقويم**: هي أنشطة إدماجية تستغل في نهاية التعلّم، وظيفتها الأساسية هي تقويم مكتسبات التلميذ، و مادامت إدماجية لابد أنّها تقوم كفاءة ما عند التلميذ ولا تهمل في نفس الوقت التعلّمات الدقيقة، و هو ما ينسجم مع نظرة المقاربة بالكفاءات إلى التقويم. إضافة إلى هذا فإنّ لهذا النوع من الأنشطة وقع خاص لدى التلاميذ وأوليائهم يؤدي حتما إلى استعداد مرض لتجنيد المكتسبات.

7. **أنشطة المعالجة**: إنّها الأنشطة التي تساعد التلميذ على التغلّب على الصعوبات التي تواجهه، فهي مبنية على مفهوم الخطأ من منظور المقاربة بالكفاءات، حيث أنّ ارتكاب الخطأ دليل على وجود معرفة وليس العكس. وعليه يستغل الخطأ لمعالجة الثغرات و النقائص التي يمكن أن تشوب بعض التعلّمات خاصة الدقيقة منها، ولا شكّ أنّ استغلال أخطاء التلميذ بتحليلها يسمح لنا بكشف طريقة تشغيله للمعارف، و يساعد الأستاذ في وضع خطة لتحسين التعلّمات. وإذا تمكنا من استغلال هذه الأخطاء لمعالجة الثغرات والنقائص فلا مانع من استغلالها لاستباق وقوع التلميذ في هذه الأخطاء، وذلك بتذليل الصعوبات في التعلّمات المستقبلية.

لا يمكن لهذا النوع من الأنشطة أن يحمل معناه إذا لم يكن مسبوقا بتشخيص جيد للأخطاء وللصعوبات التي يعاني منها، و نستطيع تلخيص هذا التشخيص في أربعة مراحل رئيسة هي:

1. تحديد الأخطاء
2. وصف طبيعة الأخطاء (خطأ حسابي، خطأ في تطبيق قاعدة أو خوارزمية،...).
3. البحث عن مصادر الأخطاء (سبب الخطأ يرجع إلى سوء فهم للقاعدة إذا طبقت في غير محلها، سوء فهم السؤال، عدم التركيز في إجراء الحسابات،...).
4. وضع خطّة للعلاج (اقتراح أنشطة للمعالجة واستراتيجية لتنفيذها).

2. تنظيم نشاطات التعلّم

ينظّم الأستاذ نشاطاته التعليميّة/ التعلمية آخذا بعين الاعتبار عدّة عوامل منها:

- **موضوع الدرس**

- علاقته ببقية مواضيع البرنامج تسمح بالاستفادة من تلك التي تمّ تدريسها والتمهيد لتلك التي ستدرّس لاحقا، مثال ذلك نجده عندما يُقبل الأستاذ على تقديم مفهوم تذبذب العيينات و هو يعلم أنّ لهذا المفهوم علاقة بمفهوم التجربة العشوائية و بالتالي بالمحاكاة، إذن، سيقدمه بطريقة تستجيب لهذا المعطى بخلاف الحالة الأخرى التي لا علم له فيها بهذه العلاقة.
- المعارف التي يحتاج إليها التلميذ لكي نتوسم فيه القدرة على متابعة الموضوع، وهذا يسمح للأستاذ باختيار أنشطة مناسبة.
- مكتسبات التلاميذ حول ما يمكن أن يخدم الموضوع ، وهو أمر يدعو إلى القيام بتقويم تشخيصي يسمح للأستاذ بتنشيط هذه المكتسبات.

- الكفاءات التي يستهدفها البرنامج و المتعلّقة بالموضوع المعني.
- المعرفة المستهدفة، لابد من حصر مختلف جوانبه وترتيب تسلسلها خلال نشاط واحد أو عدّة أنشطة.
- دور التلميذ في النشاط الذي سيقترح عليه.
- دور الأستاذ في تسيير هذا النشاط مع تلاميذه.

3. المنطق و البرهان والتحرير الرياضي

- **تناول المنطق وأنماط البرهان**

جاء في مقدمة البرنامج (....أما فيما يتعلق بموضوع المنطق فإن هذا البرنامج يتجاوز التدريس الشكلي له إلى توظيفه بما يتماشى و قدرات التلميذ في هذا المستوى، إذ يكفيه أن يستعمل مفردات وتراكيب لغوية يتوفر عليها رصيده اللغوي، بما لا يتعارض مع مبادئ المنطق الرياضياتي، ولا مع دوره في بناء النصوص الرياضياتية، وتحميلها المعاني المراد لها، و في هذا المجال، يعمل الأستاذ بصفة دائمة عند معالجته لأي موضوع من البرنامج على توجيه التلميذ لبناء الحجج والمبررات وبعض البراهين، و التأكد من صحتها و التصديق عليها قصد تمكينه في نهاية السنة من التقريب بين مبادئ المنطق الرياضي الشكلي ومبادئ المنطق الذي تداوله برصيده اللغوي، كأن يقرر صدق القضايا المركبة بالوصل والفصل، هذا من جهة، ومن جهة أخرى، تمكينه من تلمس دور البرهان في الرياضيات...).
وجاء أيضا في الفقرة الخاصة بالمنطق والبرهان من البرنامج ما يلي:
(..... لذلك لا يشكل كل من المنطق و أنماط البرهان موضوعا للدراسة على حدة، ينتهي الحديث عنه بمجرد الانتهاء من تقديمه، بل و بحكم طبيعتهما، و باعتبار التعليم الحلزوني المعتمد في البرنامج، فإن التطرق إلى أي من مواضيعه يقتضي إدراجهما شيئا فشيئا، بحسب ما يتيحه الموضوع المعالج، من إعطاء مفهوم القضية مثلا، أو توظيف المكممين الوجودي و الكلي، أو توظيف نمط برهان معين ... إلخ. و نؤكد في هذا الشأن أن للعودة المتكررة و المستمرة إلى كل منها فوائدها في تعويد التلميذ على ممارسة البرهان بشكل سليم، و في تدعيم قدراته على التحرير الرياضياتي و التبليغ).

2. اقتراح منهجية عمل لتجسيد ما ورد في البرنامج حول المنطق والبرهان

1- فيما يتعلق بالمكممين الكلي والوجودي

- **اقتران** معالجة مفهومي المكممين بأنماط البرهان

بواسطة أنشطة متنوعة ينجزها التلميذ (يمكن استعمال مجدول إكسال).

تراعي
* التسلسل البنائي لهذه المفاهيم (الشيء بضده يعرف).
* مكتسبات التلميذ (رياضياتية ولغوية).
* مستوى النضج العقلي للتلميذ.

تنجز في ثلاث مراحل
* مقاربة المكممين الكلي و الوجودي للتآلف معهما (باستنطاق التلميذ خلال الأنشطة).
* ترسيخ مفهوم المكممين، دورهما وحتمية التعامل معهما في تأكيد أو دحض خاصية ما (باتباع إستراتيجية زرع حيرة لدى التلميذ حول صحة خاصية). أنشطة ينجزها التلميذ).
* توظيف مفهوم المكممين في البرهنة (في هذه المرحلة تختار أنشطة يمارس فيها التلميذ (مثال مضاد، فصل الحالات الاستنتاج، الخلف).

2- فيما يتعلق بالروابط المنطقية

1.2 رابطتا الوصل والفصل المنطقيتان

نتجنب إثارة أية دراسة نظرية أو تجريدية لهذين الرابطين،إذ نكتفي **بأنشطة** نعتمد فيها على:

- الرصيد اللغوي للتلميذ.
- قدرة التلميذ على إصدار الأحكام بالصحة أو الخطأ.

2.2 الاستلزام: اقتران معالجته بتعلّم البرهنة

بواسطة أنشطة متنوعة ينجزها التلميذ.

تراعي

* التسلسل البنائي لهذه المفاهيم.
* مكتسبات التلميذ (رياضياتية ولغوية).
* مستوى النضج العقلي للتلميذ.

تنجز في ثلاث مراحل

* مقاربة مفهوم الاستلزام والتآلف معه باستعمال التعبيرين المباشر و الضّمني:
  - المباشر: " **إذا كان** (مقدمة) **فإنّ** (نتيجة) "
  - الضّمني: " في مثلث قائم يكون ...."
  (بمعالجة أنشطة تستدعي مثلا معارف سابقة، خاصة في ميدان الهندسة، ويُحث التلميذ فيها، على استعمال التعابير المباشرة و الضمنية).
* ترسيخ مفهوم الاستلزام بمعالجة أنشطة تتطرق إلى الاستلزام العكسي لاستلزام، و إلى استقلالية كل منهما عن الآخر فيما يتعلق بالصحة أو الخطأ.
* توظيف الاستلزام في البرهنة (في أنشطة ينجزها التلميذ، البرهان بالاستنتاج مثلا، برهان قضية تتضمّن استلزاما، أي كيف نبرهن استلزاما)

3.2 التكافؤ المنطقي: اقتران معالجته بتعلّم البرهنة

بواسطة أنشطة متنوعة ينجزها التلميذ.

تراعي

* التسلسل البنائي لهذه المفاهيم.
* مكتسبات التلميذ (رياضياتية ولغوية).
* مستوى النضج العقلي للتلميذ

تنجز في ثلاث مراحل

* مقاربة مفهوم التكافؤ المنطقي والتآلف معه باستعمال التعبيرين"... يكافئ..."
  " **... إذا وفقط إذا كان ...** " ثمّ ربطه بالاستلزام و الاستلزام العكسي له
  (بمعالجة أنشطة، تستدعي مثلا، معارف سابقة خاصة في ميدان الهندسة)
* ترسيخ مفهوم التكافؤ بمعالجة أمثلة من الدرس تتطرق إلى الاستلزام العكسي لاستلزام، و إلى استقلالية كل منهما عن الآخر فيما يتعلق بالصحة أو الخطأ، ثمّ ربط الحالة التي يكون كل منهما صحيح (المبرهنات الواردة في موضوع حصر عدد حقيقي تعتبر ميدان ثري للأمثلة).
* توظيف الاستلزام في البرهنة (في أنشطة ينجزها التلميذ، البرهان بالاستنتاج مثلا، برهان قضية تتضمّن استلزاما)

3- أمثلة لأنشطة يتم فيها توظيف المكممين وبعض أنماط البرهان

نشاط1: التجريب

لتكن المجموعة $X = \{0,1,2,4,6,8,10,13,18,22,28,38,58,118\}$.

تحقق أنّ **n+2** يقسم **n+122** من أجل كلّ عدد n من المجموعة X.

نشاط2: مثال مضاد

تعطى المجموعة x حيث $X = \{1,2,3,5,6,7,9,10,11,13,14,15,17\}$.

1) هل يقبل العدد a حيث $a = \left[(-1)^n + 1\right]\left[1 + 5^n\right]$، القسمة على 13 من أجل كل عدد n من المجموعة X ؟

2) هل يقبل العدد a القسمة على 13 من أجل كل عدد طبيعي؟

نشاط3: التجريب باستعمال مجدول ـ البرهان بالاستنتاج

1) تحقق أنّ كل الأعداد الطبيعية n الأصغر من 1001 تحقق الخاصية الآتية:

" $(n+7)$ يقسم $(n^2+9n+14)$ "

2) هل تبقى هذه الخاصية محققة مهما كان العدد n عددا طبيعيا؟

نشاط4: البرهان بفصل الحالات

هل جداء عددين طبيعيين متعاقبين يقبل القسمة على 2؟

نشاط5: البرهان بفصل الحالات

هل جداء ثلاثة أعداد طبيعية متعاقبة يقبل القسمة على 3؟ على6؟

4- توضيحات إضافية حول كيفية اختيار ومعالجة الأنشطة التي تتعلّق بالمكممين وبعض أنماط البرهان.

❒ **المرحلة الأولى.**

الهدف في هذه المرحلة هو **التآلف** مع التعابير " كل عنصر من ...، لكل عنصر من ...، مهما يكن n عنصرا من ...، من أجل كل عنصر من ... " و **مقاربة** مفهوم المكمم الكلي و المكمم الوجودي.

- نشاط نثبت فيه أن كل عناصر مجموعة معطاة تحقق خاصية ما.
- نشاط نعمل فيه على إيجاد عنصر من مجموعة معطاة لا يحقق خاصية ما.

تختار في كل من هذين النشاطين مجموعة منتهية، بحيث يستطيع التلميذ أن يجرب كل عناصرها الواحد بعد الآخر، و يتم التركيز من خلالهما على استنطاق التلميذ بتعابير مألوفة لديه تتضمن معنى المكممين.

- **المرحلة الثانية.**

الهدف من هذه المرحلة هو **ترسيخ** مفهوم المكممين الكلي و الوجودي.

(بإتباع استراتيجية زرع حيرة حول صحة خاصية)

- معالجة أنشطة يطلب فيها إثبات أن كل عناصر مجموعة معطاة تحقق خاصية ما، و يعطى عدد عناصر هذه المجموعة، بحيث يتعذر على التلميذ تجريبها جميعا على الخاصية، و عندها يفكر في الاستعانة بمجدول، مثلا.
- يتوسع الأمر إلى معالجة أنشطة نتساءل فيها إن كانت كل عناصر مجموعة معطاة تحقق خاصية ما، بحيث تكون المجموعة في هذه الحالة غير منتهية (جزء منته من N مثلا) فيصبح أمر التجريب أو الاستعانة بمجدول لا محل له هنا، و حتى إن حدث ذلك، فسيكون مجرد مسلك يستوجب وضع مخمنة. و هذا يقتضي اتخاذ موقف النقد العلمي الذي يتجلى في الشك في صحة المخمنة، و يبرر مشروعية التساؤل عن صحتها، فتبرز حينها ضرورة البحث عن وسيلة و أسلوب جديدين لإثبات المطلوب.

- **المرحلة الثالثة.**

الهدف من هذه المرحلة هو **توظيف** المكممين الكلي و الوجودي.

- إن الأنشطة التي تم اقتراحها في المرحلة الثانية تسمح بإدراج أحد أنماط البرهان على الأقل بمعية المكممين، مما يوفر الوقت و الجهد لكل من الأستاذ و التلميذ، ذلك أن الوسيلة المقصودة أعلاه هي البرهان الرياضي، أما الأسلوب فهو نمط البرهان الذي يناسب المسألة المطروحة، فإذا كانت الخاصية غير محققة من أجل كل عناصر المجموعة المعطاة آل الأمر إلى البرهان بمثال مضاد، أما إذا كانت الخاصية محققة فإن الأمر يؤول إلى أحد أنماط البرهان الأخرى، كالبرهان بالاستنتاج أو بفصل الحالات أو البرهان بالاستلزام.

- **ملاحظة: إن اقتراح معالجة مفهوم المكممين عبر ثلاث مراحل كما هو موضح أعلاه، لا يعني التطرق بالضرورة إلى كل مرحلة على حدة، بل من المحبذ معالجة المرحلة الأولى على حدة ثم المرحلتين الثانية و الثالثة معا.**

5. تنظيم و متابعة العمل الشخصي للتلميذ

العمل في القسم:

ينظم العمل في القسم بطريقة تسمح للتلميذ بممارسة الرياضيات ممارسة فعلية، كما ورد في مقدمة البرنامج، وتتضمن هذه الممارسة: البحث، طرح تساؤلات، تطبيق تقنيات حسابية، التجريب، التخمين، اقتراح خطوات حل، دراسة برهان ومناقشة صحته، تحرير إجابة، تبرير نتيجة، استعمال الحاسبة العلمية....

للأعمال التي تُقترح في القسم أهداف مختلفة، منها مراقبة المكتسبات أو إدخال مفهوم جديد أو اكتشاف نتيجة أو توظيف مفهوم معين أو معالجة أخطاء. ومما يساعد على تحقيق هذه الأهداف ما يلي:

- اختيار وضعيات رياضياتية تتلاءم مع مستوى التلاميذ وتأخذ بعين الاعتبار مكتسباتهم القبلية.
- إيجاد السبل والأساليب التي تسمح بتنمية المهارات المتعلقة بالكفاءات، مثل فك رموز وضعية ووضع استراتيجيات بناء الحل، والتحقق من سيرورة الحل، وإيجاد علاقة بين المفاهيم الموظفة، والتبليغ بلغة رياضية ملائمة.

لا يتلخص التعليم في إعطاء تعاريف و خواص، تقبل دون برهان، ثم تتبع بسلسلة من تمارين متشابهة، بل يجب أن يأخذ البرهان المكانة التي يستحقها؛ فعند برهان خاصية ما، نجد فرصا ثمينة للتعامل مع الاستدلال والتطرق إلى المنطق و توضيح التعاريف، و بطبيعة الحال، فإن المدة الزمنية التي تخصص للتعلم تفوق تلك التي تخصص للتعليم.

إن دور الأستاذ هنا هو دور الوسيط بين المعارف و التلميذ، يأخذ بعين الاعتبار أفكار التلاميذ وتصوراتهم ويقربها من التصورات العلمية من خلال إدارته للمناقشة بعيدا عن فرض رأيه.

يطرح الأستاذ أسئلة قصد جلب اهتمام التلاميذ واستدراجهم إلي رد الفعل، متجنبا الأسئلة الإيحائية، ويشجع التلاميذ على المبادرة والمشاركة في مختلف الأنشطة، حتى ولو ارتكبوا أخطاء، ويحسسهم بان الخطأ ليس عيبا أو ذنبا وإنما هو خطوة عادية في مسار التعلم.

في آخر كل حصة يخصص الأستاذ وقتا للخلاصة و التركيب، ويحرص على ما يجب أن يسجله التلاميذ على دفاترهم.

يمكن أن يكون عمل التلاميذ في القسم فرديا أحيانا أوفي أفواج صغيرة (أربعة تلاميذ على الأكثر) أحيانا أخرى أو جماعيا.

يمكن أن يتضمن نشاط حل مشكل في القسم المراحل التالية:

- تقديم النشاط مع شرح التعليمات
- منح التلاميذ مهلة مناسبة للتفكير والمحاولة.
- تسجيل بعض النماذج من الحلول المقترحة من طرف التلاميذ على السبورة والتبادل حولها.
- الحوصلة وتتضمن:

1. تنظيم خطوات الحل.
2. الصياغة الرياضياتية.
3. التصديق على النتائج بتقديم مختلف التبريرات والتفسيرات.

ملاحظة: في مرحلة البحث يمر الأستاذ بين الصفوف لمراقبة عمل التلاميذ ولا يتدخل إلا عند الضرورة (مثل عدم الانطلاق في العمل أو مواجهة صعوبة تحول دون مواصلة العمل).

6. التقويم

ظهرت المقاربة بالكفاءات في إطار التطور المتواصل للمعرفة الإنسانية خاصة في حقل التربية والتعليم و بهذا تعتبر نتيجة ضرورية و حتمية لإفرازات المقاربات التي سبقتها كالتلقين والتدريس بالأهداف. إذ جاءت لتضطلع بمهمة التكفل بالجوانب التي عجزت تلك المقاربات عن التكفل وذلك بسد الثغرات

و الإجابة عن تساؤلات تربوية و تعليمية في إطار أكثر شمولية و أعمق معنا هذا من و من جهة أخرى جاءت لمسايرة احتياجات الفرد و المجتمع.فإذا كان التلقين يهتم بالمعرفة و يجعل منها محور عملية التعليم وإذا كان التدريس بالأهداف بلغ إلى حد أجرأة الفعل التربوي، فإن المقاربة بالكفاءات تعدت ذلك إلى طموح أبعد يتمثل في جعل التلميذ يساهم في بناء المعرفة فيحتل بذلك مركز الفعل التعليمي/ التعلمي و أعطت المعلم هامش مبادرة أكبر وهو يؤدي مهامه التربوية،إذ يرافق التلميذ تارة و يوجهه أحيانا بينما يحثه في مواضع أخرى و هذا من خلال معالجة وضعيات مختلفة. و من هنا نستطيع أن نقول بأن المقاربة بالكفاءات جاءت بتصور أوسع للممارسة التعليمية/التعلمية و ما يحيط بها تجعل التلميذ فاعلا أساسيا وتجعل من المعلم وسيط التفاعل بين المعرفة والتلميذ و تعطي معنى أكثر فعلية للتقويم باعتباره لا يقتصر على إعطاء علامة على عشرين للتلميذ بل يسمح بتسجيل ما إذا كان هذا الأخير قد اكتسب الكفاءة المنشودة أم هو في طريق اكتسابها أم أنه لم يكتسبها أصلا و انطلاقا من هنا تقدم له المساعدة الضرورية، و يتم ذلك في أغلب الأحيان من خلال وضعيات متنوعة و قريبة من الواقع تجلب اهتمام التلميذ و تزيده رغبة في التعلم و لا تكتفي بتطبيقات بسيطة لمفهوم أو قاعدة.
فإذا كان التقويم سابقا يتم في بعض الأحيان بطرح أسئلة روتينية و أحيانا تشتمل على الطريقة و الجواب معاً، على شاكلة: « باستعمال........ برهن أن.........» و الذي قد يجعل التلميذ يسرد أو يقدم تعليلات غامضة أو عشوائية و بنفس عبارات نص السؤال و هو ما لا يساعده على الاستقلال الذاتي له و لا على التحكم في الأدوات البسيطة في البحث مما يعرضه بصفة دائمة إلى صعوبات معتبرة في حل المسائل، فإن التقويم في إطار المقاربة بالكفاءات التكفل بثلاث أبعاد يتمحور حولها الفعل التعليمي/التعلمي و هي:

1. اكتساب المعارف.
2. استعمالها و استثمارها في وضعيات.
3. تطوير الاستقلال الذاتي و روح المبادرة و الإبداع و النقد.

ففي كل وضعية تتم معالجتها لابد أن يدرك المعلم ماهي الكفاءة التي يريد تقويمها فيأخذ بعين الاعتبار استراتيجيات التلميذ و محاولاته و تعليلاته حتى وإن كانت خاطئة أو غير مناسبة، كما يعطي أهمية أكثر لتخميناته وللإنشاء الرياضي الذي يحرره و كذا البرهان الذي يقترحه، ذلك أن تفاعل هذه العناصر مجتمعة عند المعلم يسمح له بتقدير موقع هذا التلميذ من الأهداف المسطرة فيكون هذا التقدير عاملا مساعدا على إيجاد أنسب الصيغ لتقديم العون الذي يحتاج إليه هذا التلميذ أو ذاك. وبتعبير آخر يعتبر التقويم بهذا المعنى« أي في إطار هذه المقاربة » ضروري لأنه يسمح بتقدير التشتت بين ما أنجزه التلميذ و الهدف المسطر، كما يسمح له بإدراك مدى تلاؤم استراتيجية التكوين المعتمدة مع الاحتياجات الحقيقية للتلميذ. إذا فهو جزء من عملية التعليم و التعلم.

وعلى العموم يمكن لعملية التقويم أن تغطي عدة جوانب منها:

1. المعارف الرياضية.
2. تشغيل المعارف.
3. استعمال تقنيات و خوارزميات.
4. الربط بين مختلف ميادين التعلم في الرياضيات لحل مسائل.(دمج المعارف).
5. التمييز بين مختلف النصوص (نظريات، تعاريف، برهان،...).
6. ترجمة معطيات وضعية إلى معطيات رياضية.
7. استعمال الرياضيات لحل مشاكل من الواقع.
8. استعمال الرياضيات للتحليل، للتفسير، للتعليل، للاتصال، لطرح تساؤلات.

فالتقويم إذن هو جزء من عملية التعليم/التعلم يمكن تنظيم إدراجه ضمن ممارسة هذه العملية في بدايتها و أثناءها و في آخر مرحلة منها.

<u>ففي بداية العملية:</u>

نتأكد أن بحوزة التلميذ كل المستلزمات.في حالة عدم ظهور أي عائق، نشرع في الدرس، أما في الحالة العكسية فيجب معالجة النقائص المسجلة.

<u>أثناء التعلم:</u>

قبل الانطلاق في العمل، نتأكد أن كل تلميذ فهم مهمته. نشجع التلميذ و نوفر له الشروط اللازمة للتعلم، نتجنب إصدار أي حكم قيمي و قياس المساهمات الفردية للتلاميذ. في بعض الأحيان،عند عجز التلميذ ،يميل الأستاذ إلى مساعدة هذا الأخير لينجح دون مراعاة
الهدف الجوهري هو التعلم ،المثال يقول : *" تعليم كيفية صيد السمك خير من إعطاء السمك "* . يجب أن نترك التلميذ يحاول ،يفكر ،.......كي يتملك المعارف.
في هذه المرحلة ،الأخطاء المرتكبة طبيعية و ليست عبارة فشل أو ضعف ،نعمل في اتجاه تثمين قدرات المتعلم و جعله يثق بنفسه و يصل إلى الاستقلالية .
في حالة ظهور صعوبات أثناء هذا التعلم، يمكن إعادة الشرح مستثمرا الأخطاء التي نتج منها العائق ،نحفز التلميذ أكثر، نسير الأخطاء، يمكن أن نطلب من تلميذ مساعدة زميله،... ..
يجب أن نتحقق من مدى الاكتساب أثناء الحصة وبعدها نشجع الحوار الذي يسمح للتلميذ و الأستاذ إدراك مدى التحكم و اكتشاف العوائق لاقتراح وسائل تساهم في التقدم نحو الهدف.

<u>في المرحلة الأخيرة من التعلم:</u>

نقدر المكتسبات بمراعاة المستلزمات الضرورية لتكوين مستقبلي ، ننجز هذا الاحتساب الختامي بعد محور من البرنامج أو مجموعة من الدروس أو...... و ذلك بواسطة الاستجوابات، الفروض الدورية، والاختبارات.
يجب على التلميذ أن يبين أنه حقق الهدف، الأخطاء هنا تعبر عن الفشل الأستاذ يضع علامة.
بطبيعة الحال، يجب مساعدة التلاميذ الذين لم يحققوا الهدف و إعلام الأولياء.

7. استفاضات حول ميادين التعلّم

1. الأعداد والحساب

تعتبر المواضيع التي يتعرض لها ميدان الأعداد والحساب مرجعية بالنسبة لرياضيات المرحلة الثانوية، إذ تهدف بالدرجة الأولى إلى خدمة كفاءة "حل المشكلات" من خلال التعمق أكثر في ممارسة التقنيات الأساسية المتعلقة بالحساب العددي، والحساب الجبري، وترتيب الأعداد، وتوظيف القيمة المطلقة، وبرهنة بعض الخواص.

❶ مجموعة الأعداد الحقيقية ومجموعاتها الجزئية

لا يحتاج التلميذ في هذا الجزء إلى دروس بصفة نظامية، بقدر ما يحتاج إلى إيضاح جديد للمعارف المتعلقة بالتقنيات الأساسية الخاصة بقواعد الحساب، والقوى الصحيحة، والجذور التربيعية، والتناسبية. لذا، على الأستاذ أن يكثف من الأنشطة المناسبة لمعالجتها ويتأكد من تحكم التلميذ فيها. وفيما يتعلق بالمجموعات العددية، يكفي أن ينسب التلميذ أي عدد يصادفه إلى المجموعة التي ينتمي إليها، وأن يتحقق من أولية عدد طبيعي معطى ويحلله إلى جداء عوامل أولية إذا لم يكن أوليا، ويكتب كسرا في صيغته غير قابلة للاختزال.

❷ استعمال الحاسبة العلمية و الحاسبة البيانية

لاشك أنه سبق للتلميذ استعمال الآلة الحاسبة، في المرحلة الإكمالية، لإجراء حسابات بسيطة، وفي السنة الأولى ثانوي، يتعرف على الحاسبة البيانية ويجري بها حسابات مختلفة ويوظف بعض خواصها.

إن اختيار أنشطة مناسبة، يسمح للأستاذ بالتأكد من إجادة التلميذ استعمال الحاسبة حسب أولوية العمليات المألوفة. كما أن إنجاز مثل هذه الأنشطة من قبل التلميذ، يمكنه من إدراك محدودية سعة إظهار النتائج، حسب نوعية الحاسبة التي يوظفها، أي أنها غير قادرة على إظهار النتائج الصحيحة في بعض الأحيان بل تقدمها على شكل قيم عشرية تقريبية. ولكي تتضح الصورة أكثر نسوق الأمثلة التالية:

مثـال 1

* الحاسبة المستعملة في هذا المثال لها سعة إظهار النتائج بعشرة أرقام.

- احسب باليد ثم بالحاسبة العلمية العدد $(3,002)^3$.
- قارن بين النتيجتين. كيف تفسر الفرق بينهما؟

حل

الحاسبة تظهر لنا النتيجة التالية $a = 27,054\,036\,01$.

الحساب اليدوي يعطي النتيجة $b = 27,054\,036\,008$

نلاحظ أن $a > b$ وأن a مكتوب بعشرة أرقام و b مكتوب بإحدى عشر رقما.

تفسير

الحاسبة ليست لها سعة إظهار أكثر من 10 أرقام، وحيث أن النتيجة الصحيحة للحساب باليد نحتاج عند كتابتها إلى 11 رقما، فقد أظهرت الحاسبة قيمة عشرية تقريبية لها مكتوبة بعشرة أرقام.

مثـال 2

* الحاسبة المستعملة في هذا المثال لها سعة إظهار النتائج بعشرة أرقام.

1) احسب العدد x باليد حيث $x = 2 \times 9999999999$
2) احسب نفس الجداء السابق بالحاسبة وارمز y للنتيجة التي تظهر على الشاشة.
3) قارن بين العددين x و y.
4) قسم النتيجة y على العدد 3 باليد ثم بالحاسبة.
5) قسم كلا من 2×10^{10} و x على 3 بالحاسبة. ما ذا تستنتج؟

حل

(1 $x = 19999\,999\,998$

(2 $y = 2 \times 10^{10}$

(3 نلاحظ أن $y > x$ لأن y ظهر على الشاشة بالكتابة العلمية 2×10^{10}.

4) باليد $\frac{y}{3} \approx 6\,666\,666\,666{,}6...$ وبالحاسبة $\frac{y}{3} \approx 666\,666\,666\,6$

5) $\frac{x}{3} = 666\,666\,666\,6$ و $\frac{2\times10^{10}}{3} = 666\,666\,666\,7$

تفسير

إن قسمة y على 3 بالآلة، ثم باليد، أعطى نتيجتين مختلفتين، بل أن قسمة y على 3 باليد أعطى نفس نتيجة قسمة x على 3 بالحاسبة، وهذا يدل على أن النتيجة y التي ظهرت على الشاشة هي نتيجة مقربة بالزيادة لـ x .

استنتاج

أظهرت الحاسبة النتيجة : $y = 2\times10^{10}$ لأن سعة الإظهار عندها لا تتعدى 10 أرقام، لذلك النتيجة معطاة على الشكل " 2×10^{10} "(الكتابة العلمية) ، ولكنها تحتفظ في ذاكرتها بالنتيجة الصحيحة، وتجري حساباتها بهذه النتيجة.

مثال 3

* الحاسبة المستعملة في هذا المثال لها سعة إظهار النتائج بعشرة أرقام.

1. احسب العدد x باليد حيث $x = \sqrt{2}$.
2. احسب $\sqrt{2} - x$. ماذا تلاحظ؟اشرح.

حل

1. $x = 1{,}414\,213\,562$ **.**

2. $\sqrt{2} - x = 3{,}731\times10^{-10}$.

تفسير : $\sqrt{2} \neq x$

أي أن القيمة التي تظهر على الشاشة (10 أرقام) تختلف عن القيمة المخزونة في الذاكرة.

خلاصة

لابد أن يقدم الأستاذ مثل هذه الأنشطة، التي تخدم تحكم التلميذ في الكتابة العلمية للأعداد، والترجمة السليمة للنتائج التي تظهرها الحاسبة على شكل قيم عشرية تقريبية، فيقدر مرتبة كميتها، ويقارن نتائج الحساب اليدوي مع نتائج الحساب بالحاسبة، و تفسير الفرق بينهما في حالة وجوده. والمؤكد أن بلوغ التلميذ ذلك، يسمح له بإدراك أهمية الحاسبة كوسيلة لا تحل محل الحساب اليدوي في كل الوضعيات، وبالتالي يحصل عنده فهم مفاده أن لكل من الحسابين إسهام، ولكل إسهام مزايا وحدود.

مثال 4

*يشرح هذا المثال كيفية استعمال الحاسبة العلمية، للبحث عن الصيغة غير قابلة للاختزال لكسر معطى على شكل غير قابل للاختزال.

استعمل حاسبة علمية لكتابة الكسر $\frac{2380}{455}$

حل

1) [=] 455]$\frac{b}{c}$ + 2380 [a   (*) 13 ┘ 3 ┘ 5 ←

2)] $\frac{d}{c}$ [(**) 13 ┘ 68 ←

تفسير الخطوات السابقة

- الكتابة (*) على الشاشة تعني: $\frac{2380}{455} = 5 + \frac{3}{13}$.

- الكتابة (**) على الشاشة تعني: $\frac{2380}{455} = \frac{68}{13}$.

- $\frac{68}{13}$ هو الكسر غير القابل للاختزال.

مثـال 5

(يعالج هذا المثال رتبة مقدار)

نعني برتبة مقدار لعدد عشري مكتوب في شكله العلمي $k \times 10^n$، العدد $k' \times 10^n$، حيث k' هو المدور إلى الوحدة للعدد k.

يتضح هذا أكثر في الجدول التالي الذي يقدم عدة أمثلة:

القيمة	$1,82 \times 10^4$	$8,1 \times 10^4$	$9,8 \times 10^{-3}$	$0,00015$	96	$8,5 \times 10^{-2}$
رتبة مقدار للقيمة	2×10^4	8×10^4	10^{-2}	2×10^{-4}	10^2	9×10^{-2}

❸ ترتيب الأعداد - القيمة المطلقة

نتعرض في هذا الجزء إلى مقارنة عددين وذلك بالتذكير بالمعارف القبلية للمرحلة الإكمالية، وبالتطرق إلى مختلف اختبارات مقارنة عددين حقيقين: إشارة الفرق بينهما، وإشارة الفرق بين مربعيها، بالاستعانة بالكتابة العشرية لكل منهما، أوبالاستعانة بالكتابة الكسرية لكل منهما، أوبمقارنتهما بعدد آخر كالمقارنة مع العدد 1 بالنسبة لبعض الكسور أو بقيمة عشرية مقربة، مقارنة نسبتهما مع العدد 1 إن كانا من نفس الإشارة. ومن المفيد إبراز مزايا وحدود كل اختبار حسب الوضعيات المطروحة للمعالجة.

بالنسبة للقيمة المطلقة، نحرص على تقديم مفهومها من خلال المسافة بين عددين. ويتم ربطها بالحصر والمجالات في مجموعة الأعداد الحقيقية. ونشير هنا إلى أن الأنشطة التي تقترح على التلميذ تختار بحيث تسمح له بإجراء هذا الربط، وبالبحث عن قيم تقريبية لعدد، وبممارسة حل المتراجحات.

■ **أمثلة لأنشطة**

نشاط 1: الحساب من دون حاسبة

قالت دنيا أنها تعرف كيفية إنشاء الأعداد و أن الرسومات المقابلة التي أنجزتها، تمثل 4 أنواع من الأعداد:

- الأعداد الفردية:1،3،5،...
- الجذور: $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}, \ldots$
- القوى: $2^0, 2^1, 2^2, \ldots$
- حاصل قسمة عددين طبيعيين: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{3}{2}, \ldots$

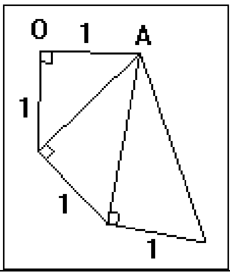
1) أرفق كل رسم بالنوع المناسب

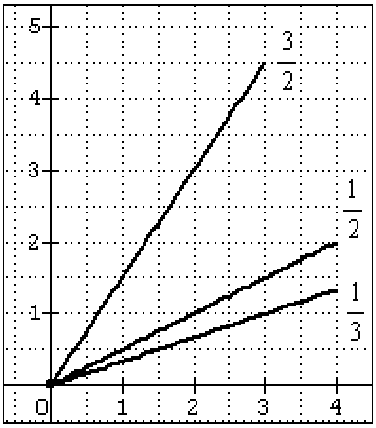
2) من أجل الأعداد الفردية:

- اتمم الرسم بالعددين الفرديين الموالين.
- تقول دنيا أن مجموع الأعداد الفردية الأربعة الأولى هو 4^2. كيف تحصلت على هذه النتيجة؟
- هل يمكنك حساب مجموع كل الأعداد الفردية التي مثلتها؟ هل يمكنك حساب مجموع العشرة أعداد الفردية ؟ الأعداد الفردية من 1 إلى 99؟

3) من أجل الجذور التربيعية:

- اتمم الرسم حتى $\sqrt{6}$.
- استعمل الرسم لإنشاء على نصف المستقيم $[OA)$ و إنطلاقا من O، الأعداد $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}$ ثم $\sqrt{2}+\sqrt{3}$. قارن بين $\sqrt{5}$ و $\sqrt{2}+\sqrt{3}$.



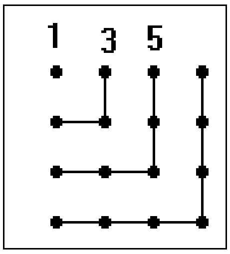


4) من أجل قوى 2:

- رسمت دنيا ضامة 3×3 ؛أتمم الرسم لتتحصل على ضامة 4×4 ثم 5×5

-حسبت دنيا مجموع الأعداد المكتوبة داخل ضامة 2×2 و تحصلت على 2^4-1 . تأكد

هل لدينا نتيجة من نفس النوع في ضامة 3×3؟ في ضامة 4×4 ؟



5) من أجل حاصل قسمة عددين طبيعيين

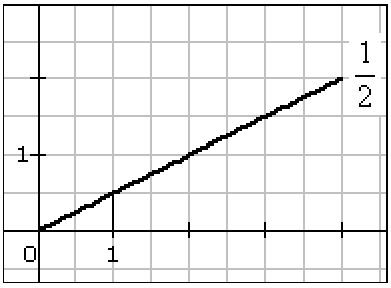
قال سعيد لدنيا:" لا أفهم شيئا في رسمك"

و اقترحت دنيا رسما آخر و قالت لسعيد:

" مثلث $\frac{1}{2}$ بخط غليظ في الرسم"

اشرح لماذا رسمت فعلا دنيا $\frac{1}{2}$. ما هي العلاقات بين عقد الشبكة الممثلة في الرسم؟ (يمكن تمثيل كل عقدة بثنائية (a,b)، a هي الفاصلة و b الترتيب. اكتشف العلاقة بين (a,b) والعدد $\frac{1}{2}$.

مثّل بنفس الكيفية $\frac{4}{3}$.



نشاط2: حول القيم المقربة: **"** أسرع من الحاسبة"

1) تاكد أن $2^{10}=1024$ ، نقول عندئذ أن 2^{10} يساوي بالتقريب 10^3 و نكتب $2^{10}\approx10^3$.

2) أجب بنعم أو لا معللا إجابتك:

- $2^{20}\approx10^6$
- $2^{23}\approx8\times10^3$
- $2^{24}\approx2\times10^6$
- $2^{33}\approx8\times10^9$

3) عندما نطوي ورقة سمكها $0,1mm$ مرة واحدة يتضاعف سمكها.

- عندما نطويها *10* مرات متتابعة ،يتضاعف سمكها *1000* مرة بالتقريب.
- عندما نطويها *20* مرة متتابعة ،يصبح سمكها *100m* .

كم مرة يجب أن نطويها كي يصبح سمكها *1km* ؟ هل هذا ممكن؟

نشاط3 : حول القيم المقربة و استعمال الحاسبة البيانية

1) بيّن أن $2+\sqrt{3}=\frac{1}{2-\sqrt{3}}$.

2) احسب $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ و $2+\sqrt{3}$ (الحاسبة تعطي: $\frac{1}{2-\sqrt{3}}=3{,}732050808$ و $2+\sqrt{3}=3{,}732050808$).

3) أتمم الجدول الآتي :

نعوض $\sqrt{3}$ بـ :	1,732	1,7	1,8
$\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ يصبح	$\frac{1}{2-1{,}732}\approx\ldots$	$\frac{1}{2-1{,}7}\approx\ldots$	$\frac{1}{2-1{,}8}\approx\ldots$
الخطأ المرتكب	...	...	...
$2+\sqrt{3}$ يصبح	...	...	...
الخطأ المرتكب	...	...	...

4) ماذا تلاحظ فيما يخص الأخطأ المرتكبة في حساب $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ بالنسبة للتي أرتكبت في حساب $2+\sqrt{3}$؟

5) استعمل الحاسبة البيانية لتمثل بيانيا الدالتين : $f:x\to\frac{1}{2-x}$ و $g:x\to 2+x$

لاحظ تقاطع المنحنيين و علل نتائج السؤال 4).

نشاط4: حول الأعداد و الترتيب

اتمم الجدول التالي، علما أن القضايا المكتوبة على نفس السطر لها نفس المعنى.

$\|x-x_0\|\le\alpha$	المسافة بين x و x_0 أصغر أو تساوي α	x عنصر من المجال الذي مركزه x_0 و نصف قطره α	$x\in[\ldots,\ldots]$	$\ldots\le x\le\ldots$
...	...	...	...	$2\le x\le 3$
...	...	...	$x\in[-3{,}5]$	...
...	...	x عنصر من المجال الذي مركزه 3 و نصف قطره $\frac{1}{2}$	...	...
...	المسافة بين x و -2 أصغر أو تساوي $\frac{2}{3}$	...	...	...
$\|x-3\|\le 10^{-2}$	...	...	...	...

2. الدوال

إن وصف الروابط والصلات المنسوجة في بعض الظواهر المحيطة بنا تتحدد وتتضح من خلال مفهوم الدالة باعتبارها علاقة تربط بين عناصر مجموعتين و هو ما يعطي لهذا المفهوم دورا أساسيا في وصف وتفسير هذه الظواهر والتعبير عنها تعبيرا علميا مفيدا بواسطة مختلف الأشكال و الصور المتاحة والتي توظف العدد بصفة أساسية في الحساب و تقنيات الجدولة و التمثيل البياني، و من هذا المنظور يتم تناول ميدان الدوال و العبارات الجبرية ليهدف أساسا إلى :

- خلق تآلف بين التلميذ وأساليب التعبير عن بعض الظواهر البسيطة التي نصادفها في الرياضيات و مواد أخرى.

- وصف ظواهر متصلة بواسطة دوال .
- توظيف الدوال لحل المشكلات.
فالأستاذ لا ينطلق في سبيل تحقيق هذه الأهداف من الدراسة المعهودة في البرنامج السابق، بل عليه أن يغير طريقة تناوله لها فيكيفها وفق مقتضيات توجه جديد تتعاضد فيه ثلاثة جوانب هي: البياني، الهندسي، الحسابي، التي يعتمدها هذا البرنامج لإبراز مفهوم الدالة وبعض المفاهيم الأساسية التابعة لها مثل اتجاه التغير، القيم الحدية، الشفعية، الدورية، وهذا يعني انه يتدرج في معالجة وضعيات بسيطة تسمح للتلميذ بالتعبير عن معطيات بتمثيل بياني أو جدولي إلبأمثلة لدوال معرفة بمنحنيات أو بجداول قيم، ويجعل منها مادة ووسيلة يتعلم بها التلميذ استقاء معلومات، وتحديد الكميتين المرتبطتين ببعضهما حيث إحداهما متغيرة تحديد اتجاه التغير، تحديد القيم القصوى، تحديد قيم خاصة، التمكن من قراءة التمثيل البياني الذي يصف وضعية ما، ومن الأمثلة التي يوليها البرنامج أهمية خاصة، تلك التي تصف العلاقة بين مقدارين مثلا بين طولين أو بين طول و مساحة في مسائل هندسية و يجيب فيها التلميذ على أسئلة مطروحة عن هاتين الكميتين من خلال البحث عن قيم حدية أو قيم خاصة أو قيم خاصة أودراسة سلوك دالة أو تحديد اتجاه تغيراتها.
إن هذه الأمثلة تصلح لإعطاء مفهوم الدالة إنطلاقا من شروط و معطيات المسألة المطروحة وتساعد كذلك على معالجة الظواهر المستمرة ووصفها بدوال، كما تفيد في التدرج في توظيف الرمزين f و $f(x)$ قصد مساعدة التلميذ على التمييز بينهما من جهة و على تحديد مدلول القوس التي تحصر العدد x من جهة أخرى، و هو ما يؤدي إلى ضبط تعريف دالة بواسطة دستور.
نؤكد هنا أن الأستاذ مطالب بتنويع الأمثلة لوضعيات مختلفة عند معالجته لمفهوم الدالة بمختلف الصيغ. و ليست الرياضيات هي المجال الوحيد الذي يستمد منه هذه الأمثلة, بل عليه أن يمتد بها إلى مواضيع تعالجها برامج الفيزياء، العلوم الطبيعية والجغرافية وهي مجالات خصبة وكذلك يستعين بأمثلة يستوحيها من مختلف مناحي الحياة.
إذا كان البرنامج يطلب من الأستاذ تجنب الدراسة النظرية التي لا تجسد دلالة ذات معنى بالنسبة للتلميذ فإنه بالمقابل لا يلغيها نهائيا، بل يجعل التطرق إليها مقترنا بإعطائها تلك الدلالة التي لا غنى للتلميذ عن إدراكها و توظيفها مستقبلا في حل المسائل، و لا يملك إلا أن يتبناها وفق منظور بنائي للمفاهيم في تدرج متكامل و متناسق يشكل به قاعدة إنطلاق عند التلميذ للتوسع في دراسة الدوال و توظيفها، ولعل دراسة بعض الدوال التي سميت دوال مرجعية في هذا البرنامج يرسخ هذا التوجه بما يمكن التلميذ من دراسة سلوك كل دالة من هذه الدوال و اتجاه تغيراتها و شفعيتها و القيم الحدية لها وكذلك التعرف على سلوكها من أجل قيم كبيرة و من أجل قيم صغيرة للمتغير دون معالجة نظرية لمفهوم النهاية و يستغلها بعد ذلك في :
- دراسة دوال من "عائلة" الدوال المرجعية مثل :

$$x \to \frac{1}{x+a} \ ، \ x \to (x+a)^2 + b \ ، \ x \to \sqrt{ax+b} \ .$$

- مقارنة دالة بدالة معطاة .
- دراسة ظواهر يمكن نمذجتها بواسطة هذه الدوال.

أما فيما يخص الدالتين : $x \to \sin x$ و $x \to \cos x$ فإن التركيز فيها ينصب على تقديم بعض المفاهيم المثلثية الأولية المتعلقة بالمثلث القائم والدائرة المثلثية وذلك باستعمال مصطلحات الدوال لإبراز مفهوم الدورية و الشفعية ولإنجاز الدراسة والتمثيل البياني لكل منهما.
إن معالجة العبارات الجبرية في هذا المقام هو امتداد لما سبق أن تعامل معه التلميذ في الحساب الجبري و مسائل الدرجة الأولى بحيث تتاح له هنا فرصة التعبير بمختلف الصيغ على نفس العبارة و بصفة خاصة العبارات ذات الدرجة الثانية كما يتعرف على مفهوم إشارة عبارة جبرية و القيم التي تعدمها.
و لربط العبارات الجبرية بالدوال, يختار الأستاذ برنامجا حسابيا للحصول على عبارة جبرية ثم يرفق بهذه الأخيرة دالة على نحو المثال التالي:
ليكن P برنامجا حسابيا معرفا كما يلي: **P : ...<u>+2</u> ...<u>( )²</u> ... <u>-9</u>**
- عند تطبيق البرنامج P على العدد الحقيقي x نجد العبارة الجبرية $(x+2)^2 - 9$
- عندما يتغير العدد الحقيقي x الذي نطبق عليه البرنامج P , تتغير النتيجة وعليه يمكن أن نقول :
« لكل عدد x الذي نطبق عليه البرنامجP نرفق النتيجة المحصل عليها »

و بهذا، نعرف دالة نرمز لها بالرمز f ترفق بكل عدد x العدد $f(x)$ حيث $f(x) = (x+2)^2 - 9$ وهي التي تصف العلاقة الموجودة بين العدد x والنتيجة التي نتحصل عليها عندما نطبق عليها البرنامج P.
إن هذا الربط يسمح للتلميذ بحل معادلات ومتراجحات باستعمال الدوال, فمثلا التمثيل البياني للدالة $x \to x^2 + 2x + 2$ يسمح بأن يبين أن المعادلة $x^2 + 2x + 2 = 0$ لا تقبل أي حل ويمكن التأكد من صحة ذلك بعد التجريب و تطبيق خوارزمية حل معادلة من الدرجة الثانية.
و في حالة دالة مثل $x \to (2x-1)^2$ ، يستعمل التلميذ تمثيلها البياني لتعيين حلي المعادلة $(2x-1)^2 = 25$ و حلول للمتراجحة $(2x-1)^2 < 25$ هذا النوع من الأمثلة هو إثراء تفكير التلميذ في توظيف الدوال لحل معادلات و متراجحات بيانيا، خاصة تلك التي لا يمكن حلها جبريا و يكتسب أدوات جديدة لحل المشكلات في أطرمختلفة كالإطار الجبري أوالإطار التحليلي أوالإطار البياني حسب مقتضيات الوضعية التي تواجهه
.

أنشطة توضيحية

نشاط1: تغير طو ل سياج (ثلاثة جوانب في آن واحد، الحسابي والجبري والبياني)
يرغب فلاّح في تسييج قطعة أرضية مستوية تقع على امتداد طريق

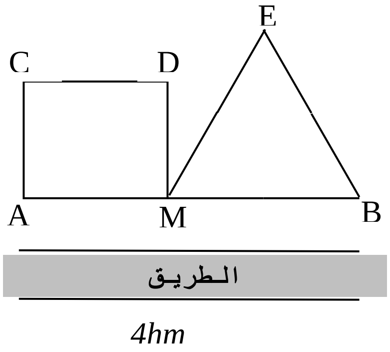
مستقيم طوله $4hm$ كما هو موضح في الشكل المقابل بحيث يختار نقطة M على القطعة $[AB]$ يحيط بشباك قطعة مربّعة الشكل $ACDM$ وقطعة على شكل مثلّث متقايس الأضلاع MEB.
نعتبر وحدة الطول هي الهكتومتر.

1) دراسة حالات خاصّة

أ) أنجز رسمين أحدهما من أجل $AM = 1$ و الآخر من أجل $AM = 2,5$.

ب) احسب طول السياج $BEMDCA$ من أجل $AM = 1$ ثمّ من أجل $AM = 2,5$.

ج) قارن بين النتيجتين السابقتين وفسّر ذلك. ما هي القيم الممكنة للطول AM؟



2) دراسة الحالة العامّة: نضع في هذه الحالة $AM = x$

من دراسة الفقرة 1. نلاحظ أنّ طول السياج يتعلق بوضع النقطة M على القطعة $[AB]$ وبالتالي بالطول x، فلكل قيمة x من المجال $]0,4[$ توجد قيمة معيّنة وحيدة لطول هذا السياج. إذن طول السياج يعطى بدلالة x. للتعبير عن هذه الفكرة نرمز لهذا الطول بالرّمز $P(x)$.

لنبحث الآن عن $P(x)$ بدلالة x.

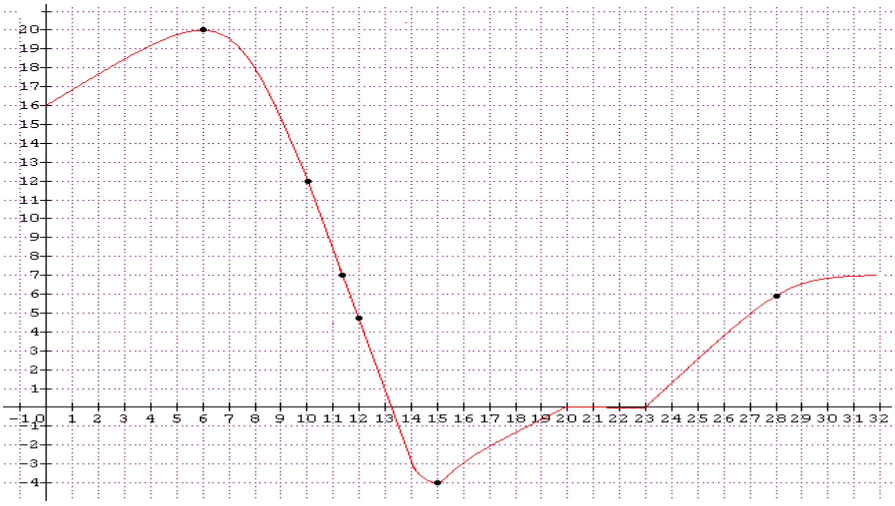
أ) احسب $P(1)$ و $P(2,5)$ و $P(1,5)$ و $P(3)$ و $P(2)$.

ب) عبّر عن $P(x)$ من أجل x من المجال $]0,4[$

ج) انقل الجدول الآتي ثمّ أتممه.

x	0,1	0,2	0,5		1	1,2		1,8	2		2,5	2,8	3	3,2		3,8	
$P(x)$				15,2			14,5			14,2					15,5		15,9

د) مثّل بيانيا الدّالة P. (استعن بالنقاط ذات الإحداثيات $(x, P(x))$)



نشاط2: اتجاه تغير دالة على مجال (الجانب البياني و اتجاه التغيّر)

يطير طائر بحري يعيش على أكل الأسماك فوق شاطئ بحري قصد اصطياد سمكة تقترب من سطح البحر، لأجل ذلك ينطلق بمحاذاة هذا الشاطئ من مرتفع يعلو على سطح البحر بارتفاع قدره 16 مترا. المنحنى المقابل يعطي بُعد الطائر عن سطح البحر بدلالة بعده عن الشاطئ (مثلا ارتفاعه عندما يبتعد عن الشاطئ مسافة 10 أمتار)

1) ما هي أعمق نقطة وصل إليها هذا الطائر و هو يغوص في البحر بحثا على صيده وعلى أي بعد من الشاطئ؟ كيف مثّل سطح البحر في هذا التمثيل البياني؟

2) اقرأ ارتفاع الطائر على بعد 6 أمتار من الشاطئ، 12مترا، 28مترا.

3) ما هو بعد الطائر عن الشاطئ عندما يكون على ارتفاع 12مترا؟ 7 أمتار؟

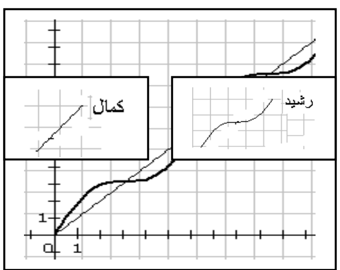
4) هل يخبرنا هذا المنحنى عن عودة الطائر إلى الشاطئ؟

5) صف طيران هذا الطائر وذلك بتحديد الفترات التي يتزايد فيها ارتفاعه عن سطح البحر و الفترات التي يتناقص فيها هذا الارتفاع وأعلى ارتفاع له ثمّ أدنى انخفاض.

نشاط3: تمثيل وضعية (قراءة تمثيل بياني يصف وضعية)

ينطلق المتسابقان كمال و رشيد، في نفس اللحظة من حيّهما نحو ساحة المدينة وفي نفس الطريق.
المنحنى المقابل يميّز سباقهما،أجب بنعم أو لا.

1. الطريق من الحيّ نحو ساحة المدينة صاعد.



2. كمال دائما خلف رشيد.
3. مسار رشيد متعرّج، فهو ينعطف يمنة ثم يسرة.
4. كمال يصل قبل رشيد إلى الساحة.
5. رشيد أسرع من كمال.
6. كمال يجري بسرعة ثابتة.

أهم الأهداف من الأنشطة 1،2،3

النشاط1	النشاط2	النشاط3
- مقاربة مفهوم الدالة بجوانبه الثلاثة: الحسابي،الجبري،البياني. - إدراج المفهوم "المتغير" و المفهوم "مجموعة التعريف". - إدراج مفهوم "الصورة" و مفهوم "سابقة"	- قراءة بيانية. - إدراج المفهوم " دالة رتيبة على مجال". - إدراج المفهوم "القيم الحدية".	- التميز بين التمثيل البياني و المسار. - قراءة بيانية . - ملاحظة نسبة التزايد ثابتة عندما يتعلق الأمر بدالة تآلفية(السرعة ثابتة) و متغيرة عندما يتعلق الأمر بدالة غير تآلفية .

- **الدوال المثلثية**

❶ طريقة للتناول

يتم تناول الدّوال العددية حسب ترتيب المراحل التالية

نشاط خاص ينجزه التلميذ

نشاط خاص ينجزه التلميذ

نشاط خاص ينجزه التلميذ

1. الزوايا الشهيرة في المثلث القائم.
2. تقدير عدد الدورات.
3. تحديد الاتجاه المباشر الاتجاه غير المباشر.
4. الدائرة المثلثية.
5. التحويل من إلى الدرجة والراديان.
6. لفّ R على الدّائرة المثلثية.

(نشاط يعرض من طرف الأستاذ بغرض تمكين التلميذ من معاينة الفكرة ومن ثمّ التحقق من نتائج الفقرات الثلاثة الأولى)

7. تعريف الدّالتين جيب وجيب تمام.

(نشاط يعرض من طرف الأستاذ يتعلق بإنشاء منحنى الدالة sin و منحنى الدالة cos)

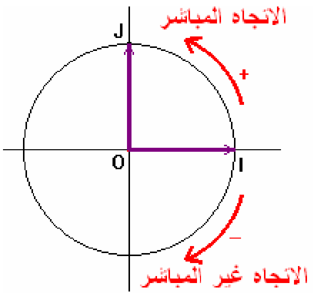
❷ أنشطة حول الدّوال المثلّثية

نشاط 1: الزوايا الشهيرة

حساب جيب وجيب تمام الزوايا الشهيرة في المثلث القائم $30°, 45°, 60°,$

نشاط 2: الدائرة المثلّثية

في تجربة لقيادة السيارات على مسار دائري، يقود كل من كمال وحكيم سيارته بنفس السرعة، وهي سرعة ثابتة، في اتجاهين متعاكسين انطلاقا من النقطة I على الدائرة (C) ذات المركز O ونصف القطر 1Km. (نصطلح على أنّ حكيم سار في الاتجاه المباشر بينما سار كمال في الاتجاه غير المباشر،حتى نستطيع تمييز موضع كل من هما).تسمح لهما سرعة السير التي اعتمداها على العودة إلى نقطة الانطلاق I في ظرف دقيقتين. ويتلقى كل منهما بعد لحظة الإنطلاق رنة جرس كل 10 ثواني.



1. ما هو طول دورة على هذا المسار بالكيلومتر؟
2. ما هو عدد رنات الجرس التي يتلقاها حكيم عندما ينجز دورة واحدة؟
3. ما هي المسافة، بالكيلومتر، التي يقطعها حكيم بين رنّتين متعاقبتين للجرس؟
4. ارسم دائرة مركزها O ونصف قطرها $5Cm$ تمثّل بها هذا المسار الدائري.

علّم على هذه الدائرة النقط A, B, C, D, E, F, G, H الموافقة على الترتيب للرنّات الأولى، الثانية، الثالثة، الرابعة، السادسة، الثامنة، التاسعة، العاشرة، والثانية عشر التي تلقاها حكيم.

5. انقل ثمّ أملء الجول الآتي:

النقط	A	B	C	D	E	F	G	H
قيس الزاوية المركزية بالدرجة	IOA							
طول القوس	IA							

6. لاحظ أنّ موضع حكيم محدّد بالزاوية الموافقة للمسافة التي قطعها ونفس الشيء بالنسبة لموضع كمال. ولكي نستطيع التمييز بين مواضع كل منهما نلجأ إلى استعمال الإشارة السالبة للتعبير عن مواضع كمال باعتباره قاد سيارته في اتجاه المعاكس، فمثلا عندما يكون حكيم في الموضع A يكون كمال في موضع 'A وحيث أنّ هذين الموضعين يوافقان الرنّة الأولى التي يتلقاها كل من حكيم وكمال في آن واحد، نحدّد موضع كمال بنفس الزاوية التي نحدّد بها موضع حكيم تسبقها الإشارة **"-"** ونقول في هذه الحالة أنّ **"الزوايا موجّهة"** في **"اتجاه الموجب"** بالنسبة لحكيم و في **"اتجاه السالب"** بالنسبة لكمال.

أعد ملء الجدول السابق باعتبار النقط $A', B', C', D', E', F', G', H'$ بدل النقط A, B, C, D, E, F, G, H

7. لم يتوقف حكيم عندما أنجز الدورة الأولى، بل استمر في سيره بقصد تحقيق دورة جديدة، كم رنّة جرس تلقى؟ وما هي المسافة التي قطعها عندما يصل إلى النقطة C؟ E؟ G؟ H؟

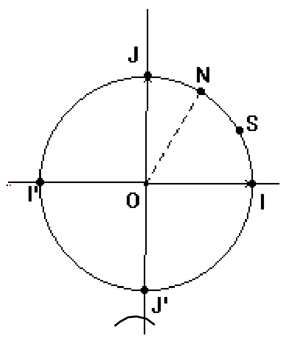
نشاط 3: الدائرة المثلّثية

نعتبر في معلم متعامد و متجانس $(O ;I, J)$ الدائرة (C) التي مركزها O و نصف قطرها I .

M نقطة متحركة على (C) كالآتي:

- إما في الاتجاه المباشر أو الموجب (أي اتجاه دوران عقارب الساعة).
- إما في الاتجاه غير المباشر أو السالب (أي عكس اتجاه دوران عقارب الساعة).

تسمى هذه الدائرة : دائرة مثلثية.



نعتبر النقط $I(1 ;0)$ و $J(0 ; 1)$ و $I'(-1 ;0)$ و $J'(0 ;-1)$.

1) ما هو طول الدائرة (C)؟(يطلب القيمة المضبوطة).

2)ما هو طول القوس الصغيرة IJ ؟ ما هو طول القوس الكبيرة $\overset{\frown}{IJ}$ ؟

ما هو طول القوس$\overset{\frown}{II'}$ ؟

3) S نقطة تقع في ثلث القوس الصغيرة JI.ما هو طول القوس الصغيرة $\overset{\frown}{IS}$ ؟

4) N هي النقطة من القوس الصغيرة IJ حيث $\widehat{ION} = 60°$ احسب طول القوس الصغيرة $\overset{\frown}{IN}$.

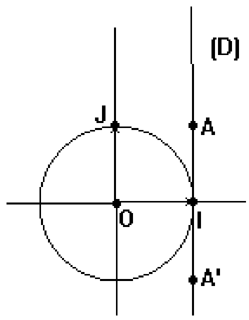
5) نتوجه الآن من I نحو N في الاتجاه غير المباشر. ما هو طول القوس IN ؟ما هو قيس الزاوية ION؟

نشاط 4: حيب وجيب تمام زوايا شهيرة على الدائرة المثلّثية

نعتبر في المعلم $(O ;I, J)$ الدائرة المثلّثية (C) و النقطتين $I(1 ;0)$ و $J(0 ; 1)$. (D) هو المماس للدائرة (C) في I .

A هي النقطة من (D) حيث $\overrightarrow{IA} = \overrightarrow{OJ}$.

ندرّج (D) وفق المعلم $(I ; A)$. نسمي A' نظيرة A بالنسبة للنقطة I



نقوم بلفّ نصف المستقيم $[I\,A)$ على (C) في الاتجاه المباشر وبلفّ نصف المستقيم $[I\,A')$ في الاتجاه غير المباشر .

كل نقطة M_I من (D) تنطبق على نقطة m_i من (C) .

1) انشئ النقط m_1 ، m_2 ، m_3 ، m_4 ، m_5 من (C) التي تنطبق عليهاالنقط M_1 ، M_2 ، M_3 ، M_4 ، M_5

على الترتيب، $\frac{\pi}{4}$ ، $\frac{-\pi}{4}$ ، $\frac{15\pi}{2}$ ، $\frac{7\pi}{3}$ ، $\frac{-13\pi}{6}$.

2) A نقطة من (D) فاصلتها α ، تنطبق على نقطة a من (C).

عين بدلالة α، فواصل نقط أخرى من (C) تنطبق على a.

3) M نقطة من (D) فاصلتها x ، تنطبق على نقطة m من (C).

فاصلة m في المعلم $(O ;I, J)$ تسمى جيب تمام العدد x و نرمز لها $cosx$.

ترتيب m في المعلم $(O ;I, J)$ تسمى جيب العدد x و نرمز لها $sinx$.

1.3 عين $\sin 0$ ، $\cos 0$ ، $\sin\frac{\pi}{2}$ ، $\cos\frac{\pi}{2}$ ، $\sin\frac{3\pi}{2}$ ، $\cos\frac{3\pi}{2}$ ، $\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ ، $\cos(-2\pi)$

$\sin 4\pi$ ، $\cos 4\pi$.

2.3 عين في كل حالة من الحالات الآتية ثلاث قيم للعدد x:

$\cos x = 0$ ، $\cos x = 1$ ، $\cos x = -1$ ، $\sin x = 0$ ، $\sin x = 1$ ، $\sin x = -1$.

3.الهندسة

❶ نظرة عامة حول الهندسة

يساهم تعلم الهندسة في تكوين المواطن و نذكر من بين وظائفه إعطاء تصور فعال للفضاء ثم تعلّم الاستدلال. تلعب الهندسة دورا هاما في الحياة اليومية كما نجدلها تطبيقات كثيرة في العلوم والتكنولوجيا، مثلا:

- الأشكال الجميلة التي تجذب العين.
- الزرابي المزينة بأشكال هندسية.
- الهندسة المعمارية و الهندسة الميكانيكية تستخدم الهندسة للفهم قبل التحقق بحسابات ثقيلة.
- تطبيقات في العلوم الفيزيائية (الضوء، الكيمياء.....).

يحبذ أن يكون أستاذ الرياضيات أكثر استعدادا لاستقاء أمثلة من المواد الأخرى كي يوضح الأشياء والمصطلحات المستعملة.

في ميدان الهندسة، يركز برنامج السنة الأولى ثانوي أساسا على:

- ضرورة أخذ الوقت اللازم للبحث، عند حل مسألة، واستعمال طريقة علمية (التجريب و التخمين و البحث عن التعليلات و من ثمة تحرير البرهان).
- إبراز الاستدلال الهندسي، بالاعتماد على استغلال معطيات الشكل والنتائج الأولية التي يوحي بها لنا الشكل المنجز.

تعطي للتلميذ فرصا للتعرف على خاصية معينة تظهر في أشكال مختلفة و فرصا لاستخراج أشكال جزئية تسمح له بالعمل على شكل نموذجي الذي يكون منبع حل المسألة، والهدف هنا هو تثبيت صور ذهنية متينة للخواص الهندسية المألوفة.

يقترح بعض المسائل تعالج بعدة وسائل (هندسية-جبرية-تحليلية)، حيث يبرز تطابق النتائج التي تم الحصول عليها بطرق مختلفة، و يساهم ذلك في إقناع التلميذ انه يمكن أن يتم البحث عن صحة نص بطرق متكافئة.

مسائل من هذا النوع تكون أيضا مفيدة عند إجراء حصيلة على المعارف.

مثال :يعطى مربع ABCD ، I هي منتصف [AB] ، H هي منتصف [A D]

[BH] و [AC] متقاطعان في النقطة L. برهن أن D، L ، I على استقامة

يمكن معالجة هذه الوضعية باستعمال :

- زوايا المثلثين المتقايسين DLH و BLI.
- أو نظرية طاليس و الأشعة
- المعلم المتعامد و المتجانس $\left(A;\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AD}\right)$.
- أو.........الخ

لا مانع من إنجاز رسومات باليد (دون استعمال الأدوات) لأن هذه الرسومات تساهم في إعطاء معنى لبعض النتائج التي تظهر بديهية و هي خاطئة (خدعة بصرية مثلا)، هكذا يتصرف التلميذ باحتراس و يحس بضرورة البرهان. بطبيعة الحال،لا يمكن العمل في الهندسة دون استعمال الأدوات.

تقترح أنشطة لحث التلميذ على اكتشاف الحالات الخاصة التي يمكن ان تشكل أمثلة مضادة و على التعرف على قيود شكل و إيجاد فكرة على كيفية اقتصار هذه القيود.

يحبذ أن يكون بحوزة الأستاذ بنك غني من الأنشطة، تخدم الأهداف لأن تعلم البرهان لا يتم بواسطة وضعيات بسيطة جدا.

الهندسة ميدان خصب لتعلم الاستدلال لأن الأشياء مرئية في الشكل، وهو ما يسهل التخمينات المفيدة للبرهان.

تمثيل الأشياء الرياضية المجردة (المستقيمات، المستويات، ...) برسومات، يسهل الاستدلال الهندسي.

البرهان هو النشاط النهائي، فانشاط الأساسي يتم في كل عمل بحث قبل البرهان. نجد في كل عمل بحث، قبل تصديق نهائي و مقنع بالبرهان، الخطوات الآتية : التجريب و التخمين و الفحص النقدي بأمثلة مضادة خاصة و استنتاج نتائج جزئية و تجنيد كل النتائج.

يشكل البرهان في آخر المطاف المجهود في التحرير لتوضيح و ترتيب النتائج المتعاقبة حتى النتيجة النهائية التي تختم البرهان.

يتطلب تعلم الاستدلال مجهودات معتبرة ولا يكون التلميذ مستعدا باستمرار لبذلها دون جلب اهتمامه، لذلك يجب:

- أن نشجعه و نؤكد له أن عجزه في حل مشكل لا يعتبر فشلا أوعيبا، لكنه مرحلة طبيعية في كل نشاط بحث.
- أن نوضح له الجانب النفعي للهندسة: البناء، النجارة، تمثيلات هندسية لمعطيات إحصائية،... .تشكل ميادين التطبيق لهذا الفرع من الرياضيات.
- أن الترجمة الهندسية، في بعض الوضعيات، لحدود عددية تساعد في حل المشكل: كأن يطلب مثلا برهان صحة النص الآتي:

مهما تكن الأعداد الحقيقية الموجبة تماما x, y, z :

$$\sqrt{x^2+y^2}+\sqrt{x^2+z^2}+\sqrt{y^2+z^2} \succ \sqrt{2(x+y+z)}$$

تساعد الإنشاءات الهندسية على تنمية القدرة على الحدس و الاستدلال وإشكاليتها موجودة في كل فقرات برنامج الهندسة.

لا يخصص الأستاذ درسا مستقلا عن بقية المفاهيم و بصفة نظامية، لكن يختار أنشطة تبين تنوع طرق البحث (خواص أشكال، التحويلات النقطية) و فيما يخص موضوع مجموعات النقط، يمكن التطرق إليه من خلال وضعيات بسيطة.

❷ **الهندسة في الفضاء:**

يحتوي برنامج 1995 وما قبله على موضوع الهندسة في الفضاء، لكن في بعض الأحيان يهمل تدريسها أو تبرمج في آخر الفصل الثالث، وقليل ، وعليه ونظرا لأهمية هذا الموضوع، نقترح برمجته قبل الفصل الثالث، حتى تأخذ الهندسة الفضائية المكانة التي تستحقها.

تقترح على التلاميذ أنشطة متنوعة حول إنشاء منشورات لمجسم وإنشاء مجسم انطلاقا من أحد منشوراته و إنشاء مقطع مستو.

كما تقترح أنشطة حول حساب الأطوال و حساب المساحات و حساب الحجوم التي تشكل فرصا سانحة لاستطلاع الفضاء و لدراسة خواص مجسمات (المكعب، متوازي المستطيلات، الأسطوانة القائمة، الكرة).
يوظف التلميذ ما اكتسبه في الأجزاء الأخرى من هذا البرنامج.
لا تقدم أي دراسة نظرية حول المفاهيم الآتية:

- تعيين مستو بثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.
- الأوضاع النسبية لمستويين، لمستقيمين، لمستقيم و مستو.
- تعامد أو توازي مستويين، مستقيمين، مستقيم و مستو.

نقبل بدون برهان الشروط اللازمة و الكافية للتعرف على هذه الخواص.

❸ خواص الأشكال الهندسية المألوفة في المستوي:

يقترح البرنامج الاستناد على مكتسبات التلاميذ وتجنب مراجعة نظامية.
فيما يخص الزوايا، نعتمد على ما درسه التلميذ سابقا و القياس يكون بالدرجة أو بالرديان و في الدوران نستعمل الدائرة المثلثية لأقياس الزوايا بين-180° و180° (أو بين π - و π)، ندخل هكذا المصطلح "زاوية موجهة".
نتطرق إلى توجيه شكل هندسي لكن دون أي توسيع و أي تفصيل نظري، الملاحظة والكلمات كافية للتعبير عنها.
أضيف في هذا البرنامج المفهوم "مثلثان متشابهان" الذي يوفر مع مفهوم المثلثات المقايسة أدوات بسيطة و فعالة في حل مسائل.
يمكن التطرق إلي المثلثات المتشابهة كما يلي:

" *ABC مثلث، مستقيم مواز للمستقيم (BC) يقطع (AB) و (AC) ، على الترتيب، في B’ و C’ .*
نصل إلى التعريف باعتبار كل مثلث يقايس المثلث AB’C’ ".

يمكن إعطاء مفهوم معامل التكبير أو التصغير باستعمال نظرية طاليس، وهو سبيل ممكن لاستخراج حالات التشابه الثلاث.

❹ حساب المثلثات:

درس التلميذ في التعليم المتوسط حساب المثلثات في مثلث قائما لذي يجب تدعيمه من خلال حل مسائل متعلقة بخواص الأشكال الهندسية المألوفة .
البرنامج يطلب تقديم قيم جب و جيب تمام لأقياس زوايا محصورة بين 0 و 2π أو بين π - و π بالاستناد إلى لف المستقيم العددي على الدائرة المثلثية.
يمكن إدماج الدرس " حساب المثلثات " في درس " الدوال المرجعية" عند معالجة الدالتين sin و cos.

❺ المعالم و الأشعة :

يُواصَل في سياق ما درسه التلميذ سابقا .
يقدم تعريف ضرب شعاع بعدد حقيقي دون اعتبار معلما، لكن بعد هذا التعريف و ترجمته إلى توازي شعاعين و استقامية ثلاث نقط، ويشرع في التطبيقات في الهندسة التحليلية.
معادلة مستقيمات أدخلت سابقا في إطار الإنشاءات الهندسية تمثيلات البيانية و الدالة التالفة $(y = ax + b; y = c)$، هذه السنة، نبرهن أن لكل مستقيم معادلة من الشكل $y = ax + b$ أو $y = c$ و يتم الربط بين هذا الشكل والشكل العام $ax + by + c = 0$ لترجمة الحل البياني لجملة معادلتين خطيتين لمجهولين.

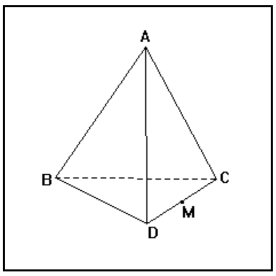
❒ أنشطة حول الهندسة في الفضاء

نشاط1

<table>
<tr><td>

ABCD رباعي وجوه مثلثات متقايسة الأضلاع .
M هي منتصف [DC] و يعطى AB=3cm.
1) أحسب AM .
2) برهن أن (AB) يعامد (CD) .

</td><td>



</td></tr>
<tr><td colspan="2">

حلّ:
1) $AM = AB \times \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
2) المثلث ABC متقايس الأضلاع و M هي منتصف [DC] إذن (CD) يعامد (AM)

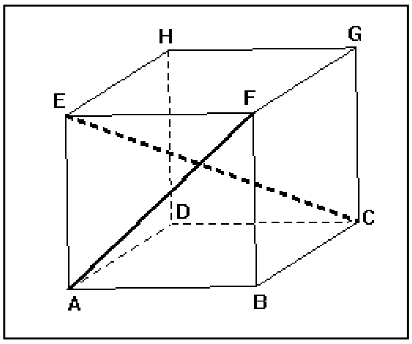
</td></tr>
</table>

المثلث BCD متقايس الأضلاع و M هي منتصف [DC] إذن (CD) يعامد (BM)
(CD) يعامد مستقيمين متقاطعين من المستوي (ABM) إذن (CD) يعامد (ABM)
و بمأن (AB) محتواة في (ABM) فإن (AB) يعامد (CD) .
تذكير: إذا كان مستقيم عموديا على مستقيمين متقاطعين من مستو فإنّه عمودي على كل مستقيمات هذا المستوي .

نشاط2

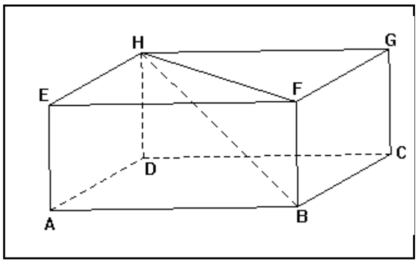
ABCD مربع، برهن أن (AF) يعامد (EC) .

حلّ
إذن E تنتمي إلى المستوي المحوري (P) للقطعة [EA=EFAF]
CA=CF إذن C تنتمي إلى المستوي المحوري (P) للقطعة [AF]
(P) يشمل (EC) و يعامد [AF] إذن (AF) يعامد (EC) .



نشاط3

نعتبر متوازي المستطيلات الممثل في الشكل المقابل .
يعطى: AB=10cm و AE=6cm و
BC=8cm .
1)أحسب HB .
2)أحسب حجم الهرم HBCGF .



حلّ
1)المثلث DHB قائم في D و المثلث ADB قاءم في A
نستعمل مبرهنة فيتاغورس: $BH^2 = HD^2 + DB^2$ و $DB^2 = AD^2 + AB^2$ نجد $BH = 10\sqrt{2}$ cm
2) حجم الهرم يساوي ثلث مساحة القاعة في الإرتفاع أي $\frac{1}{3} \times BF \times HG \times BC$ أي $160cm^3$

❐ أنشطة حول المثلثات المتشابهة

- نقول عن مثلثين أنهما متشابهين، إذا كانت زوايا أحدهما تقايس زوايا الآخر على الترتيب، و ينتج من ذلك أن أحدهما هو "تكبير" للآخر أي أضلاعهما متناسبة على الترتيب.
- كي نبرهن أن مثلثان متشابهين نثبت أن:
  - إما زاويتان من أحدهما تساويان زاويتين من الآخر على الترتيب.
  - إما أضلاعهما متناسبة على الترتيب.
  - إما زاوية من أحدهما تقايس زاوية من الآخر و طول الضلعين الذين يحصران إحدى هاتين الزاويتين متناسبين مع طولي الضلعين اللذين يحصران الزاوية الأخرى.
- ليكن ABC و MNP مثلثان متشابهين حيث $\hat{M} = \hat{A}$ و $\hat{N} = \hat{B}$ و $\hat{P} = \hat{C}$.

نكتب MNP على سطر و ABC تحته كالآتي:

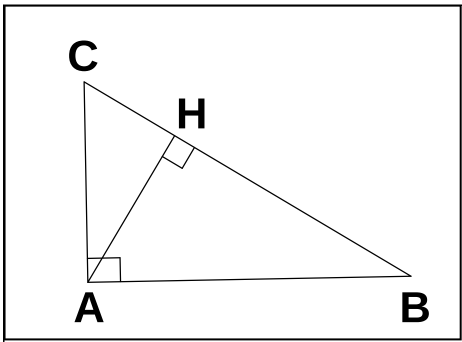
$$\begin{array}{ccc} M & N & P \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A & B & C \end{array}$$

ونرى مباشرة: $\frac{MN}{AB} = \frac{NP}{BC} = \frac{MP}{AC} = k$

k هو يسمى معامل التناسبية أو معامل التكبير (أو التصغير) أو نسبة التشابه الذي يحوّل المثلث ABC إلى المثلث MNP.

نبرهن بسهولة أن : (مساحةABC) $\times k^2$ = (مساحةMNP) .

نشاط 1



ABC مثلث قائم في A و $A\hat{B}C = x$. H هي المسقط العمودي للنقطة A على (BC).

1) برهن أن ABC و HAB متشابهان.

2) عيّن نسبة التشابه الذي يحوّل المثلث ABC إلى المثلث HAB .

3) أحسب $\frac{S_1}{S_2}$ إذا علمت أن S_1 هي مساحة HAB و S_2 هي مساحة ABC .

حلّ

1) المثلثان ABC و HAB قائمان و لهما زاوية مشتركة إذن متشابهان.

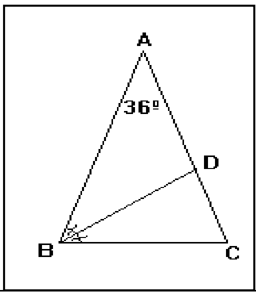
2) لاحظ: $\begin{array}{ccc} H & A & B \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ A & C & B \end{array}$ $= \frac{HB}{AB} = \frac{AB}{CB} = \frac{HA}{AC}$ و منه نسبة التشابه الذي يحوّل A إلى المثلث HAB هي $\cos x$.

<u>**ملاحظة:**</u> بما أن $0 < x < \frac{\pi}{2}$ فإن $0 < \cos x < 1$، إذن HAB تصغير لـ ABC .

3) نسبة التشابه الذي يحوّل المثلث ABC إلى المثلث HAB هي $\cos x$ إذن $S_1 = S_2 \cos x$.

<u>**ملاحظة:**</u> يمكن استعمال نفس المعطيات لاستنتاج العلاقات المترية في مثلث قائم (بعد مقارنة ABC و HAB و HCA).

نشاط2



ABC مثلث متقايس الساقين حيث $AB = AC$ و $B\hat{A}C = 36°$.

منصف الزاوية الداخلية التي رأسها A يقطع (AC) في النقطة D .

1) برهن أن BCD و ABC متشابهان.

2) يعطى $AB = a$ و $BC = b$. أحسب AD و DC بدلالة a و b .

حلّ

1) زوايا المثلث ABC تقايس زوايا المثلث BCD على الترتيب

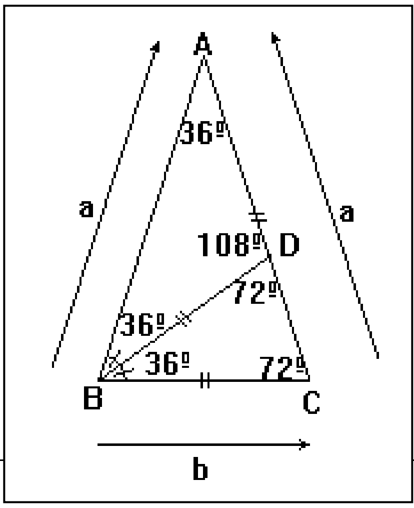
إذن ABC و BCD متشابهان.

2) لاحظ :

C	B	D
↓	↓	↓
C	A	B

إذن $\frac{CD}{CB}=\frac{BD}{AB}=\frac{CB}{CA}$ أي $\frac{CD}{b}=\frac{BD}{a}=\frac{b}{a}$

و منه $CD=\frac{ab}{a+b}$ و $BD=\frac{a^2}{a+b}$

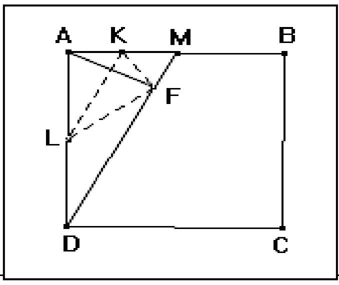


❒ استعمال التحويلات النقطية

نشاط1

ABCD مربع . M و L و K هي منتصفات $[AB]$ و $[AD]$ و $[AM]$ على الترتيب . F هي المسقط العمودي للنقطة A على (MD).

بين أن $(FK)\perp(FL)$.



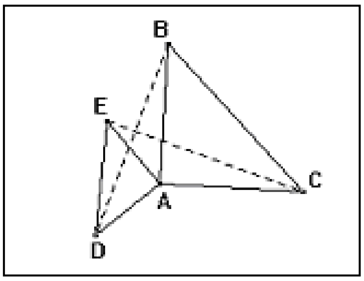
يمكن استعمال إحتفاظ التعامد بالتناظر العمودي.

ملاحظة: يمكن ،كذلك،استعمال مبرهنة فيتاغورس أو طرق أخرى.

النشاط2

ACB و AED مثلثان قائمان في A حيث: AB=AC و AD=AE.

بين ان $(BD)\perp(EC)$.

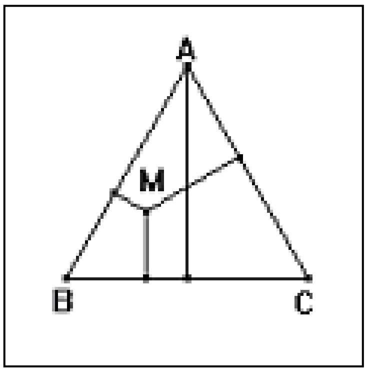


نستعمل الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{2}$

❒ البرهان باستعمال مساحات

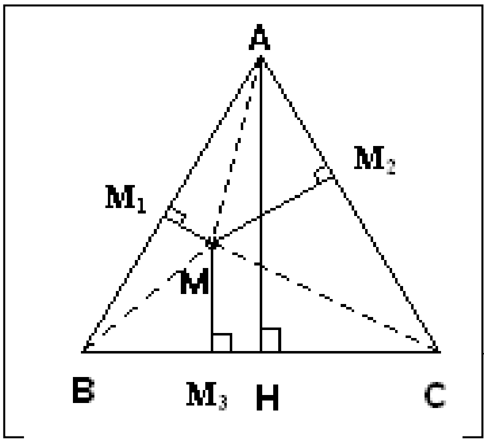
نشاط1

ABC مثلث متقايس الأضلاع .
برهن أنه مهما تكن وضعية النقطة M داخل هذا المثلث،
فإن ارتفاعه يساوي مجموع المسافات بين M و أضلاعه.
(يمكن حساب مساحة ABC بطريقتين) .



حلّ
نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على (BC) .
M_1 و M_2 و M_3 هي،على الترتيب،المساقط
العمودية للنقطة M على (AB) و (AC) و (BC)
على الترتيب.
نحسب المساحة S للمثلث ABC بطريقتين :
طريقة1 :

$$(i) \text{ .... } S=\frac{1}{2}\times BC\times AH$$



طريقة 2:

$$\frac{1}{2}\times AB\times MM_1+\frac{1}{2}\times AC\times MM_2+\frac{1}{2}\times BC\times MM_3$$

و بما أن $AB=AC=BC$

فإن $(ii) \text{ .... } S=\frac{1}{2}\times BC\times\left(MM_1+MM_2+MM_3\right)$

من (i) و (ii) نستنتج : $\frac{1}{2}\times BC\times AH=\frac{1}{2}\times BC\times\left(MM_1+MM_2+MM_3\right)$

أي $AH=MM_1+MM_2+MM_3$.

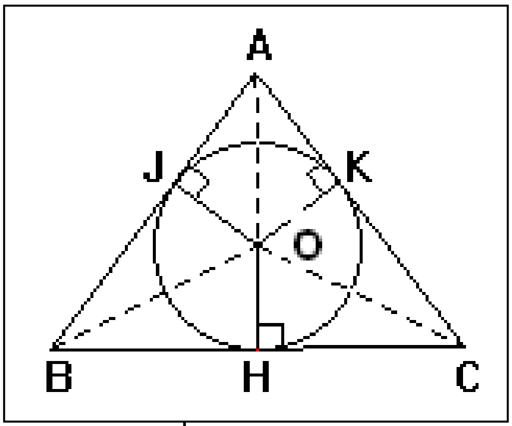
ملاحظة :
عندما يطرح السؤال على الشكل التالي: هل مهما تكن M داخل المثلث المتقايس الأضلاعABC ، فإن الإرتفاع يساوي مجموع المسافات بين M و الأضلاع ؛يمكن تخمين النتيجة باستعمال أحد برمجيات للهندسة الحركية، ثم البرهان بعد ذلك.

نشاط2

ABC مثلث متقايس الساقين حيث AB=AC=5cm و BC=6cm .
أحسب نصف القطر r للدائرة (Γ) المرسومة داخل المثلث ABC .

حلّ

- نسمي H المسقط العمودي للنقطة A على (BC)
نجد AH=4cm باستعمال مبرهنة فيتاغورس.



- نحسب المساحة S للمثلث ABC بطريقتين:

الطريقة 1 :

$S=\frac{1}{2}\times BC\times AH$ ؛ نجد $(i)......S=12cm^2$

الطريقة2:

الدئرة (Γ) التي مركزها O ونصف قطرها r تمس الأضلاع ،على الترتيب، في النقط J،H،K

(O هي بطبيعة الحال نقطة تقاطع المنصفات الداخلية)

$S=\frac{1}{2}\times AB\times OJ+\frac{1}{2}\times BC\times OH+\frac{1}{2}\times AC\times OK$ أي $S=\frac{1}{2}\times r\times(AB+BC+AC)$

لأن $OJ=OH=OK=r$ ؛ نجد $(ii)......S=8r$

من (i) و (ii) نستنتج : $8\,r=12$ ؛ نجد $r=1{,}5cm$.

4.الإحصـــــاء

❶ مؤشرات الموقع

تزداد أهمية الإحصاء في عالمنا من يوم لآخر، بحكم ما يمدنا به من وسائل ومناهج وتقنيات تسمح لنا بتحسين معرفتنا وبتطويرها لفهم وتفسير بعض الظواهر المحيطة بنا،وتتعزز هذه الأهمية حينما ندرك أن بعض هذه الظواهر، لايمكن التحكم فيها، بشكل قطعي، بواسطة علاقات دالية، كما هو الحال في العلاقة بين أبعاد شكل هندسي (مستطيل، مثلث، دائرة، ... إلخ) .

لهذا نجد أن برنامج هذه السنة يهدف في ميدان الإحصاء، إلى تمكين التلميذ من تثبيت قدميه على عتبة ثقافة توظيف العدد و إستنطاقه، (عندما يتعلق الأمر بظواهر يتعذر، نظرا لطبيعة ترابط عناصرها، التعبير عنها بواسطة علاقات دالية، إذ لا يمكن مثلا أن نتخذ علاقة دالية،بشكل قطعي، بين قامة شخص ووزنه) .

و نعني بتوظيف العدد، وصف معطيات ظاهرة من هذه الظواهر بمختلف التعابير و الأشكال المتاحة، التي يستعمل فيها التلميذ العدد كملاط لبناء عناصرها وفق تنظيم وتقنيات مناسبة لقراءتها، و مساعدته على الإجابة على أسئلة إحصائية، تفرضها عليه دراسة تحليلية من وجهة نظر نقدية موضوعية هي من صميم ما يهدف إليه تدريس الرياضيات عموما، وتتمثل هذه التعابير في الجداول الإحصائية و التمثيلات البيانية كالمخططات الدائرية، المضلعات، المنحنيات والمدرجات.

أما استنطاق العدد هنا، فنقصد به تلخيص تلك المعطيات انطلاقا من التعابير المنجزة، بواسطة عدد نحصل عليه نتيجة حسابات، و يحمل دلالة معينة تتعلق بأحد جوانب هذه المعطيات، إذ يساهم في تحديد نتائج تلك الدراسة التحليلية، من حيث أنه يجيب على أسئلة إحصائية، هذا العدد هو ما اصطلح على تسميته في لغة الإحصاء بمؤشر الموقع.

نتطرق في هذا البرنامج إلى المنوال والوسيط والوسط الحسابي، وهي المؤشرات التي سبق التطرق إليها في المرحلة المتوسطة، ويطلب من الأستاذ الاهتمام بعرض مفاهيمها أكثر من اهتمامه بحسابها، و ذلك من خلال التركيز على مدلولاتها في الأمثلة التي يعالجها و يتأكد من قدرة التلميذ على حسابها، ومن المؤشرات التي يوليها دراسة خاصة، الوسط الحسابي بحيث يختار له أمثلة تسمح للتلميذ باكتشاف الفوائد التي توفرها خواص الخطية، والنقائص التي تعتريه، بفعل تأثير القيم الشاذة لسلسلة إحصائية.

وعلى العموم فإن مفاهيم الإحصاء التي يتطرق إليها البرنامج هي: المجتمع الإحصائي، الفرد، العينة، البيانات الإحصائية، المتغير الإحصائي النوعي والمتغير الإحصائي الكمي (كمي متقطع و كمي مستمر)، السلاسل الإحصائية، التوزيعات التكرارية(التكرار، التواتر، التكرار المجمع الصاعد والتكرار المجمع النازل و التواتر المجمع الصاعد والتواتر المجمع النازل)، التمثيلات البيانية، ومؤشرات الموقع ومؤشر التشتت (يقتصر على المدى).

يتناول الأستاذ هذه المفاهيم باختيار أمثلة من محيط التلميذ و/ أو مرتبطة بمواضيع من المواد الأخرى، كالعلوم الطبيعية والفيزياء والعلوم الإنسانية والجغرافية، و لجعل التلميذ يكتشف هذه االمفاهيم، يحبذ أن تستقى هذه الأمثلة من مصادر أصلية و حديثة. كما نقترح عليه أن يحمل وضعية واحدة جل نشاطاته، بحيث تكون صالحة لمقاربة ملائمة لمفاهيم الإحصاء.

و للتذكير، فإن المسعى الإحصائي يتلخص في ثلاث مراحل هي:

1 - مرحلة إعداد المعطيات و تشتمل على: جمعها، جدولتها، تمثيلها.

2 - مرحلة تحليل المعطيات و تشتمل على: ترتيبها، تلخيصها، نقدها (لإصدار أحكام).
3 - مرحلة استغلال المعطيات (الإحصاء الرياضياتي) و تشتمل على:استخراج قوانين عامة من الدراسة التحليلية السابقة، وضبط سيرورة الظاهرة محل الدراسة، ومن ثم اتخاذ مواقف و قرارات،
غير أن المرحلة الثالثة من هذا المسعى، والتي يتكفل بها الإحصاء الرياضياتي هي خارج البرنامج.
إن ميدان الإحصاء يكتسي، حسب تصورنا،أهمية تطبيقية يستمدها من العلاقة التي لها صلة مباشرة بالواقع، منها أن القراءة الملائمة للجداول الإحصائية و/أو التمثيلات البيانية، غدت في عصرنا، ضرورية لفهم سير المجتمع محل الدراسة. و يعتبر الإحصاء في حد ذاته، حقلا مفضلا لدمج النشاطات المشتركة لمختلف المواد التي يدرسها التلميذ. وهو ما يسمح له بإثبات قدرته على المبادرة في ابتكار طرق العمل وتطويره، وفوق هذا فإن تعلم التلميذ تنظيم وتمثيل و معالجة المعطيات المقدمة في حالتها الخام يشكل في حد ذاته نشاطا مفيدا لترييض المشكلات.
إضافة إلى هذا فإن تقدير التلميذ لمنفعة ومعرفة حدود سيرورة ترييض مسألة، تعد من أهم ركائز التكوين العلمي التي يسعى الأستاذ إلى تنميتها بالتدريج عند التلميذ.

نشاط1: تقدير الوسيط بيانيا

يتعلق الجدول الآتي بالأجراليومي s التي يتقاضاها لـ 203 عاملا بالدينار:

الأجور (D.A)	$[0;450[$	$[450;500[$	$[500;550[$	$[550;600[$
التكرارات	53	67	57	26

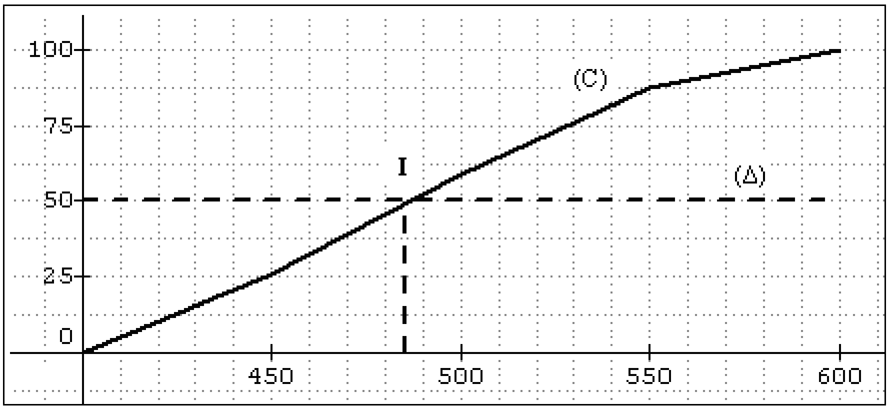
نفرض أن التكرارات ،في كل فئة، موزعة بانتظام.
أنشئ مضلع التواترات المجمعة الصاعدة **(C)** ثم استنتج تقديرا للأجرة الوسيطية **Med**.

حلّ

- نعين جدول التكرارات المجمعة الصاعدة و التواترات المجمعة الصاعدة .

s أصغر تماما من	0	450	500	550	600
التكرارالمجمع الصاعد	0	53	120	177	203
التوترالمجمع الصاعد	0%	26%	59%	87%	100%

- نعين في معلم متعامد النقط $O(0\ ,\ 0)$ ؛ $M_1(450,\ 26)$ ؛ $M_2(500,59)$ و … و بما أن توزيع الأجور في كل فئة، منتظم فإن **(C)** ينتج من الوصل بين النقط O و M_1 و M_2 و…، بهذا الترتيب، بقطع مستقيمة.
- **Med** هو العدد الحقيقي حيث من أجل 50% من العمال **$s \geq Med$** ومن أجل 50% من العمال **$s \leq Med$** .
- نرسم عندئذ المستقيم **(Δ)** الذي معادلته $y = 50$. **(Δ)** يقطع **(C)** في النقطة **I** و فاصلة **I** تعطينا قيمة مقربة **m** للوسيط **Med** . نقرأ $m \approx 485$.



5. المحاكاة

❷ محاكاة تجربة عشوائية

❐ التقديم

نقول عن تجربة إنها عشوائية عندما لا يمكن أن نجزم بصفة قطعية نتيجة التجربة قبل ظهورها، و سنختار في كل الأنشطة، تجارب تكون لنتائجها نفس حظوظ الظهور.
مثال 1: نعتبر تجربة رمي زهرة نرد.

تكون للنتائج الممكنة 1، 2، 3، 4، 5، 6 نفس حظوظ الظهور إذا كان النرد ليس مزيفا.
نسمي عينة مقاسها n، كل سلسلة إحصائية مشكلة من النتائج المتحصل عليها عند تكرار هذه التجربة n مرة وفي نفس الظروف.

مثال 2: عندما نرمي نردا غير مزيف 9 مرات، نجد عينة مقاسها 9.
نقول أننا قمنا بمحاكاة تجربة عشوائية، باختيار نموذج لها.

مثال 3: تجربة (حقيقية) دراسة 30 ولادة.
نفرض أن الحظوظ لكي يكون المولود الجديد ذكرا هي نفسها الحظوظ لكي يكون أنثى.
يمكن محاكاة هذه التجربة، التي نعتبرها عشوائية، بعدة طرق:
طريقة1: نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 30 مرة و نصطلح على أن نرفق بوجه القطعة " ذكر" و بظهرها " أنثى ".
طريقة2: نرمي نردا غير مزيف 30 مرة و نصطلح على أن نرفق بالأوجه التي تحمل أرقاما فردية " ذكر " و بالأوجه التي تحمل أرقاما زوجية" أنثى ".
الهدف من إدراج المحاكاة هو تحسيس التلميذ حول الظواهر العشوائية وخاصة تذبذب العينات (أي تغير تواترات النتائج) عندما نكرر نفس التجربة في نفس الظروف.
و لكي يتمكن التلميذ من إنجاز محاكاة، يجب أن يكون بحوزته بنك من التجارب المرجعية التي تتلخص في: رمي قطعة نقدية و رمي نرد و سحب قريصات من كيس و سحب أعداد عشوائية بواسطة الحاسبة أو الكمبيوتر.
يقترح البرنامج محاكاة التجارب المرجعية و محاكاة تجارب أخرى بسيطة، باستعمال قوائم أعداد عشوائية، ولهذا يجب أن نبين للتلميذ الربط بين التجربة الحقيقية و محاكاتها.
تقتصر التعابير التي نستخدمها، على تلك التي تستعمل في الحياة اليومية، مثل " تساوي الحظوظ " ، " رمي نرد غير مزيف " ، " اختيار عشوائي من مجموعة " ،....
ومن جهة أخرى، نتطرق إلى تجارب ، قد تؤدي إلى مشاهدة نتائج، تتطلب تفسيرات ندرسها في المستقبل في موضوع الاحتمالات.

مثال : عندما نرمي قطعة نقدية غير مزيفة 800 مرة ، نلاحظ أن تواتر ظهور الوجه " قريب " من 0,5.
يكمن الاختيار البيداغوجي هنا، في المرور من التجريب و المشاهدة(أي " الملموس ") إلى "النظري "، و ليس من النظري (" المجرد ") إلى " الملموس ".

❑ الأعداد العشوائية
توفر الحاسبة العلمية و الحاسبة البيانية و الكمبيوتر أعداد عشوائية بواسطة الطلبية RANDOM (أو rand أو ALEA ...).
- عندما نطلب RANDOM مرة واحدة نتحصل على عدد عشري ينتمي إلى [0,1[و جزؤه الحقيقي يشكل قائمة ذات k رقما عشوائيا.
- عندما نطلب RANDOM n مرة نتحصل على قائمة ذات k n رقما عشوائيا.
- الجزء العشري لعدد عشوائي يتكون من k رقما، لكن بعض الحاسبات لا تظهر الأرقام الأخيرة عندما تكون معدومة و في هذه الحالة نتمم كتابة العدد العشوائي بـ "0" حتى نجد k رقما بعد الفاصلة.

مثال 1 : نعتبر حاسبة تعرض أعداد عشوائية بعشرة أرقام بعد الفاصلة.

الحاسبة تعرض الأعداد العشوائية:	نتمم الأعداد بـ : "0 " حيث نتحصل على10 أرقام بعد الفاصلة.
.00236548	.0023654800
.589637842	.5896378420
.0893652971	لدينا 10 أرقام بعد الفاصلة، إذن كتابة العدد تبقى نفسها.

مثال 2 : نعتبر حاسبة تعرض أعدادا عشوائية بعشرة أرقام بعد الفاصلة.
يمكن الحصول على قائمة 40 رقما مثلا:

.4969692527
.937161288
.1713343755
.7624045566

4969692527 9371612880 1713343755 7624045566

- يوضح الجدول الآتي ، كيفية سحب أعداد عشوائية، بواسطة حاسبة بيانية و بواسطة مجدول.

سحب أعداد عشوائية بواسطة حاسبة بيانية. (مثلا الحاسبة TI83Plus)	سحب أعداد عشوائية بواسطة مجدول (مثلا Excel)	تعاليق
نطلب RANDOM كما يلي: MATH ← PRB ← 1:rand ← ENTER **و يظهر عدد عشوائي ينتمي إلى** [0,1[و كل ضغط على ENTER **يعطي اعددا عشوائيا جديدا.**	نطلب RANDOM كما يلي: نكتب =ALEA() في خانة (مثلا في الخانة A1) و عندما ننقر على **ENTREE يظهر على الشاشة عدد عشوائي ينتمي إلى** [0,1[. نسحب الزالقة من الخانة A1 إلى الخانة An و نتحصل على n عددا عشوائيا.	$0 \le x < 1$
نتحصل على عدد عشوائي ينتمي إلى [0,N[**باستعمال :** rand*N ← ENTER	نتحصل على عدد عشوائي ينتمي إلى [0,N[**باستعمال :** =ALEA()*N ثم **ENTREE**	$0 \le x < 1$ يكافئ $0 \le N\ x < N$
نتحصل على عدد عشوائي ينتمي إلى [P,N+P[**باستعمال :** rand*N+P ENTER ←	نتحصل على عدد عشوائي ينتمي إلى [P,N+P[**باستعمال :** =ALEA()*N+P ثم **ENTREE**	$0 \le x < 1$ يكافئ $P \le N\,x + P < N + P$
int(Y) يعني الجزء الصحيح للعدد الحقيقي Y . نتحصل على الجزء الصحيح للعدد باستعمال : MATH ← NUM ← 5:int(	للحصول على الجزء الصحيح للعدد الحقيقي Y، نكتب في خانة =ENT(Y) و ثم **ENTREE** .	
نتحصل على عدد طبيعي عشوائي ينتمي إلى [P ,N+P-1] باستعمال : int(rand*N+P)	نتحصل على عدد طبيعي عشوائي ينتمي إلى [P ,N+P-1] باستعمال : باستعمال: =ENT(ALEA()*N+P)	

مثال 3:

يمكن محاكاة 30 ولادة بواسطة الطلبية RANDOM للحاسبة.

نستعمل int(rand*2+1) للحصول على قائمة ذات 30 رقما مكونة من الرقمين 1 و2.

نصطلح على أن نرفق بالرقم 1 :" ذكر" و بالرقم 2 : " أنثى ".

❑ إنجاز محاكاة في القسم مع التلاميذ

النشاط: 1)- إنجاز التجربة:رمي نرد غير مزيف(أو سحب بالإعادة، من كيس يحتوي على6 قريصات مرقمة من 1 إلى 6).

- تسجيل تواترات ظهور النتائج، ثم إنشاء مضلع التواترات (تنجز هذه العملية من أجل عدة عينات و بمشاركة جميع التلاميذ).

2) إنجاز محاكاة لهذه التجربة، باستعمال مجدول واستخدام اللمسة F9، لمشاهدة تذبذب العينات ثم اختيار عينة يكون مقاسها "كبيرا" لمشاهدة استقرار التواترات و تقدير تواتر ظهور نتيجة .

معالجة النشاط :

1) -عمل ينجز داخل القسم أو خارجه.

- كل تلميذين ينجزان 50 تجربة (للحصول على عينة مقاسها 50) بالطريقة الآتية:
التلميذ " أ " يرمي النرد 25 مرة و التلميذ " ب " يسجل النتائج، ثم تكرر العملية بتبديل الدورين.
- يقوم التلميذان بإتمام الجدول المقابل.
- يقوم التلميذان برسم مضلع التواترات. (يمكن إنجاز هذا العمل في القسم أو خارجه لربح الوقت).

النتائج	1	2	3	4	5	6
التكرار						
التواتر						

- **ينجز هذا العمل في القسم :**

- مقارنة النتائج التي تحصل عليها الأفواج، و يجد الأستاذ هنا، فرصة للتطرق إلى تذبذب العينات (نفس التجربة في نفس الشروط لكن النتائج مختلفة).
- جمع نتائج n فوجا للحصول على عينة مقاسها t) $50n = t$) من أجل قيم مختلفة لـ t و إتمام الجدول المقابل.
- إنشاء مضلعات التواترات في نفس الشكل بألوان مختلفة.)

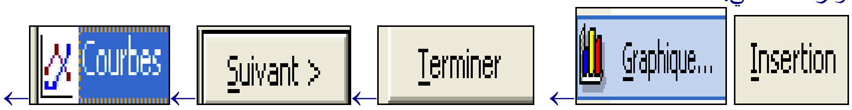
يسجل الأستاذ هذا الجدول و يرسم مضلعات التواترات على السبورة).

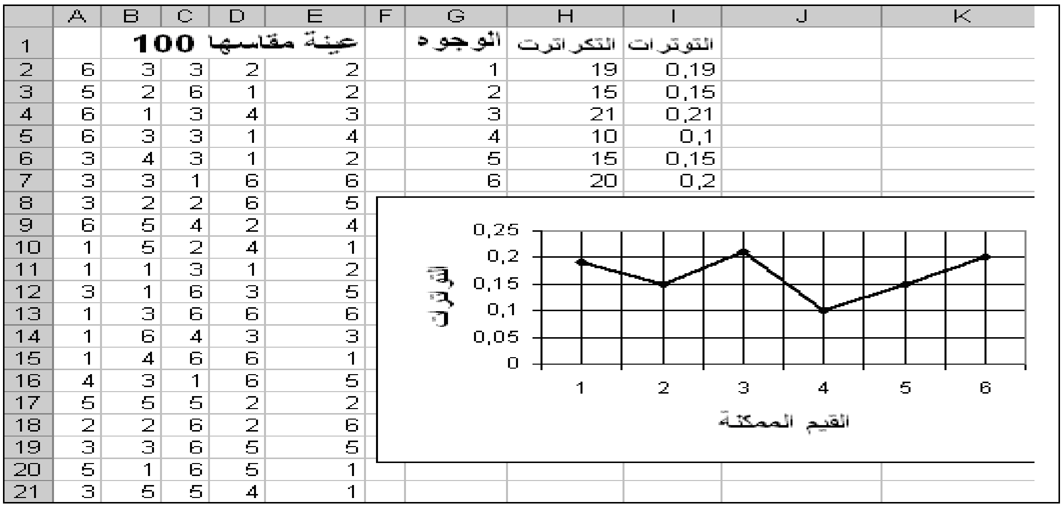
- يلاحظ أنه كلما كبر مقاس العينة فإن تواتر النتائج يؤول إلى قيمة ثابتة (0,16 بالتقريب).

	النتائج	1	2	3	4	5	6
t=100	التكرار						
	التواتر						
t=200	التكرار						
	التواتر						
t=500	التكرار						
	التواتر						
t=800	التكرار						
	التواتر						

1.2 إنجاز محاكاة رمي النرد 100 مرة.
نرمز لكل وجه من النرد بالرقم الذي يحمله.

- نكتب في الخانة A2 $\boxed{\text{=ENT(ALEA()*6+1)}}$ و نضغط على $\boxed{\text{ENTREE}}$ ثم نسحب الفأرة من A2 إلى E2و من E2 إلى E21 و نتحصل هكذا على عينة مقاسها 100.
- في الخانات من G2 إلى G7 نكتب النتائج الممكنة : 1، 2، 3، 4، 5، 6.
- نكتب في الخانة H2 نكتب $\boxed{\text{=NB.SI(\$A\$2 :\$E\$21 ;G2)}}$ و نضغط على $\boxed{\text{ENTREE}}$ ثم نسحب الفأرة من H2 إلى H7 و نتحصل على تكرار كل نتيجة.
- نكتب في الخانة I2 =H2/100 و نضغط على $\boxed{\text{ENTREE}}$ ثم نسحب الفأرة من I2 إلى I7 و نتحصل على تونر كل نتيجة.
- نرسم مضلع التوترات كالآتي:

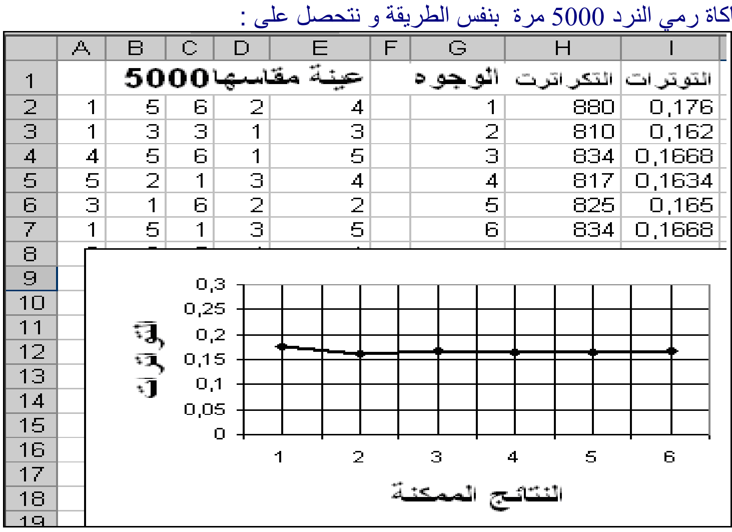




	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		عينة مقاسها 100					الوجوه	التكرارت	التوترات
2	6	3	3	2	2		1	19	0,19
3	5	2	6	1	2		2	15	0,15
4	6	1	3	4	3		3	21	0,21
5	6	3	3	1	4		4	10	0,1
6	3	4	3	1	2		5	15	0,15
7	3	3	1	6	6		6	20	0,2
8	3	2	2	6	5				
9	6	5	4	2	4				
10	1	5	2	4	1				
11	1	1	3	1	2				
12	3	1	6	3	5				
13	1	3	6	6	6				
14	1	6	4	3	3				
15	1	4	6	6	1				
16	4	3	1	6	5				
17	5	5	5	2	2				
18	2	2	6	2	6				
19	3	3	6	5	5				
20	5	1	6	5	1				
21	3	5	5	4	1				

عندما نضغط عدة مرات على اللمسةF9 ، نشاهد تذبذب العينات.

2.2 يمكن محاكاة رمي النرد 5000 مرة بنفس الطريقة و نتحصل على :



	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1		عينة مقاسها5000					الوجوه	التكرارت	التوترات
2	1	5	6	2	4		1	880	0,176
3	1	3	3	1	3		2	810	0,162
4	4	5	6	1	5		3	834	0,1668
5	5	2	1	3	4		4	817	0,1634
6	3	1	6	2	2		5	825	0,165
7	1	5	1	3	5		6	834	0,1668

عندما نضغط عدة مرات على اللمسةF9 ، نشاهد استقرار التواترات.
نلاحظ أن تواترات كل النتائج "قريبة " من 0,16 والنموذج الرياضي يعطي 1/6.

أنشطة مقترحة:

نشاط1

يتكون موضوع مسابقة من 13 سؤال، و كل سؤال يرفق بأربعة أجوبة، حيث واحد منها فقط صحيح.
شارك أحمد في هذه المسابقة و أجاب على كل سؤال بطريقة عشوائية.
الهدف هنا هو محاكاة هذه الوضعية باستعمال مجدول، و تقدير العدد المتوسط للأجوبة الصحيحة التي أعطاها أحمد.
ننظّم العملية في مجدول كالآتي:

في العمود A	**الأسئلة :** نحجز أرقام الأسئلة من 1 إلى 13
في العمود B	**الأجوبة الصحيحة :** نطلب أعداد طبيعية عشوائية من 1 إلى 4 باستعمال **ENT** و **ALEA**.
في العمود C	**أجوبة أحمد :** نطلب أعداد طبيعية عشوائية من 1 إلى 4 باستعمال **ENT** و **ALEA**
في العمود D	**تصحيح أجوبة أحمد :** نستعمل الطلبية =SI(B3=C3;"صحيح";"خطأ")
في الخلية C17	**عدد الأجوبة الصحيحة التي تحصل عليها أحمد :** نحسب تكرار "صحيح" باستعمال **NB .SI**

أنجز 15 محاكاة بواسطة اللمسة **F9** و سجّل تكرار "صحيح" في كل محاكاة وأحسب الوسط الحسابي لهذه التكرارات.

حلّ

	A	B	C	D	E	F	G
1						المحاكاة	تكرار "صحيح"
2	الأسئلة	الأجوبة الصحيحة	أجوبة أحمد	تصحيح أجوبة أحمد		1	**2**
3	1	4	2	خطأ		2	3
4	2	3	4	خطأ		3	4
5	3	4	3	خطأ		4	3
6	4	1	1	صحيح		5	2
7	5	1	4	خطأ		6	5
8	6	3	1	خطأ		7	2
9	7	4	2	خطأ		8	4
10	8	3	4	خطأ		9	3
11	9	1	4	خطأ		10	4
12	10	3	2	خطأ		11	6
13	11	4	4	صحيح		12	3
14	12	2	4	خطأ		13	2
15	13	2	4	خطأ		14	0
16						15	5
17			**2**	تكرار "صحيح" في المحاكاة : 1			
18			**3,2**	عدد "صحيح" المتوسط في 15 عينة :			

ملاحظة

تبيّن الدراسة النظرية لهذه الوضعية (نظرية الاحتمالات) أن متوسط عدد الأجوبة الصحيحة هو **3,75** و أن التجربة أعطت**3,2**.

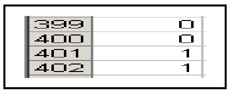
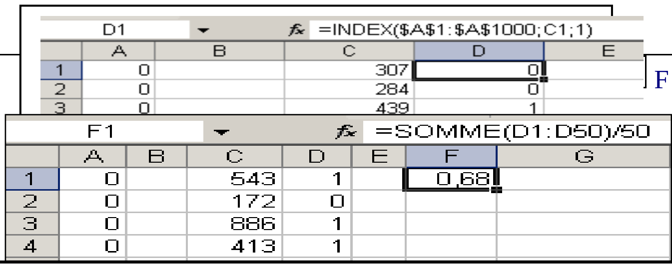
نشاط2

يحتوي كيس على قريصات،40% منها بيضاء و60% سوداء.
نقترح محاكاة سحب N قريصة بإعادة و مشاهدة تواتر ظهور قريصة سوداء.
1) ما هو التواتر النظري P لظهور قريصة سوداء؟
2) أنجز محاكاة من أجل عينة مقاسها N =50 باستعمال مجدول، ما هو تواتر ظهور قريصة سوداء؟
3) كرّر هذه المحاكاة 40 مرة، و سجّل سلسلة التواترات، و عين أكبر تواتر و أصغر تواتر، ثم المدى و الوسط الحسابي لهذه السلسلة.
قارن التواتر النظري مع التواتر التجريبي.

حلّ

1) التواتر النظري هو: P=0,6

2)

الترميز: نصطلح أن العدد **0** يمثل قريصة بيضاء و العدد **1** يمثل قريصة سوداء.	
في العمود **A**	نحجز قائمة 400 " **0**" متبوعة بقائمة 600 "**1**" : 
في العمود **C**	نحجز في الخلية C1 : =ENT(ALEA()*1000+1) ثم نسحب الزالقة من C1 إلى C50 كي نتحصل على 50 عدد عشوائي من 1 إلى 1000.
في العمود **D**	نحجز في الخلية D1 الطلبية =INDEX($A$1:$A$1000;C1;1) التي تأخذ من العمود A (من A1 إلى A1000) ... C1 و في العمود رقم 1. نسحب الزالقة من D1 إلى D50 كي نتحصل على عينة مقاسها 50 (أي 50 قريصة بإعادة).
في العمود **F**	نحجز في الخلية F1 

3) نتحصل على 40 عينة مقاس كل واحدة منها 50 بالضغط على اللمسة F9 ،40 مرة.

قمنا بالعملية و سجلنا أكبر تواتر و هو 0,740 وأصغر تواتر و هو 0,5.إذن المدى يكون0,24 .

الوسط الحسابي لسلسلة التواترات هو 0,65.

نلاحظ أن التواتر النظري 0,6 "قريب" من التواتر التجريبي 0,65 .

<u>**ملاحظة :**</u> إذا كان التواتر التجريبي ليس "بعيدا" عن 0,5 فإننا نقبل أن% 95 من العينات التي مقاسها n $(n > 30)$ تعطي تواترات تنتمي إلى المجال $\left[f - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ الذي يسمى مجال الثقة إلى% 95

- **تكنولوجيات الإعلام والاتصال**

لقد أصبح إدماج تكنولوجيات الإعلام و الاتصال في ميدان التعليم، أمرا ضروريا، نظرا لضرورة التأقلم مع المتطلبات الجديدة في المجتمع، و مواجهة غزارة المعلومات و المعارف.

إن مساهمة الرياضيات في إنتاج هذه التكنولوجيات، تجعل هذه الأخيرة من بين الوسائل الفعالة التي تسهل إدخال مفاهيم رياضية يمكن استغلالها في وضعيات تعليمية.

وقد لوحظ عند التلاميذ اهتمام خاص بالأنشطة التي تستعمل فيها هذه الوسائل، مقارنةً مع بالممارسات التقليدية؛ حيث يكون التلاميذ أكثراستعدادا لبذل المجهودات و التركيز على العمل دون الشعور بمرور الوقت. ويعتبر إدراج هذه التكنولوجيات فرصة لتحقيق الكفاءات العرضية كحل المشكلات و الاستدلال و أخذ المبادرات.

أما الوسائل التي يمكن استعمالها في هذه التكنولوجيات، فهي أساسا الحاسبة العلمية، و الحاسبة البيانية، والمجدولات ،وبرمجيات الهندسة الحركية، التي تسمح:

- بتمثيل مشكلة أو مفهوم عندما يتعلق الأمر، مثلا، بإعطاء معنى للمشكلة أو المفهوم و تسهيل امتلاكه من طرف التلاميذ.
- باستكشافات و تخمينات ،مثلا عند إدخال مفهوم جديد يمكن تجريب مخمنة في حالات عديدة و بسرعة.

- بالربط بين ميادين مختلفة للمادة (الأعداد ، الهندسة و الدوال)، إن مشاهدة ذلك على نفس الشاشة يدعم التحكم في بعض المفاهيم.
- بمعالجة أخطاء.
- بجعل التلميذ أكثر حيوية بإنجاز عدة محاولات.
- بدعم استقلالية التلميذ في العمل و مراقبة معارفه.
- بأخذ الوقت للتركيز على ما هو أهم من الحسابات الطويلة والمعقدة، التي يمكن أن تطغى على الهدف من النشاط.

تتطلب الحصص التي نستعمل فيها تكنولوجيات الإعلام و الاتصال تحضيرا دقيقا ، يراعى فيه الأستاذ ما يلي:

- تحديد أهداف الحصة و تهيئة أنشطة تحضيرية إذا اقتضى الأمر؛ إذ يجب ألا يشكل استعمال هذه الوسائل عائقا للنشاط الرياضي الذي يبقى هو الأساس.
- تحديد المعارف التي سيوظفها التلميذ و تحديد طبيعة الحصة (عمل فردي، أعمال موجهة فرديا أوفي ثنائيات،...) .
- التحكم في الوقت (المدة، عدد الحصص اللازمة لمعالجة الموضوع) دون أن ننسي وقت الحوصلة.
- مراعاة النشاط المقترح لتقييم التلميذ الذي يسلم تقريرا للأستاذ في أخر الحصة.