

العمليات على الجذور

.II الأعداد الناطقة والأعداد غير الناطقة :

عدد ناطق موجب .

- إذا كان a مربعاً لعدد ناطق ، فإن \sqrt{a} عدد ناطق
- إذا لم يكن مربعاً لعدد ناطق ، فإن \sqrt{a} ليس عدد ناطق .

مثال :

$\sqrt{9}$ عدد ناطق لأن $3^2 = 9$.

- لا يوجد عدد ناطق مربعه 7 ، اذن $\sqrt{7}$ ليس عدد ناطق .

.III حل المعادلات من الشكل $b = x^2$ مع b عدد حقيقي

- إذا كان $0 > b$ ، فإن المعادلة $b = x^2$ تقبل حلين متعاكسين هما \sqrt{b} و $-\sqrt{b}$.
- إذا كان $0 = b$ ، فإن المعادلة $b = x^2$ تقبل حل واحداً هو 0 .
- إذا كان $0 < b$ ، فإن المعادلة $b = x^2$ لا تقبل حلول حقيقة لأن $x^2 \geq 0$.

تطبيق :

حل المعادلات الآتية : (1) $x^2 = -3$ (2) $x^2 = 5$

الحل :

(1) بما أن $0 > 5$ فإن للمعادلة $5 = x^2$ حلان متعاكسان هما $\sqrt{5}$ و $-\sqrt{5}$.

(2) بما أن $0 < -3$ فإن ليس للمعادلة $-3 = x^2$ حلول حقيقة .

.IV العمليات على الجذور :

(1) جداء جذرين :

و b عددين حقيقيان موجبان ، لدينا :

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b} \quad \bullet$$

$$\sqrt{a^2 \times b} = a \times \sqrt{b} \quad \bullet$$

مثال :

$$\cdot \sqrt{21} = \sqrt{3 \times 7} = \sqrt{3} \times \sqrt{7} \quad \bullet$$

تذكرة بالمكتسبات القبلية :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$(ab)^n = a^n \times b^n$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$a^1 = a$$

$$a^n \times a^m = a^{n+m}$$

$$a^0 = 1$$

$$1^n = 1$$

I. الجذر التربيعي لعدد موجب :

تعريف :

عدد موجب .

الجذر التربيعي للعدد a هو العدد الموجب الذي مربعه يساوي a .

ملاحظة :

\sqrt{a} يقرأ الجذر التربيعي لـ .

مثال :

الجذر التربيعي للعدد 4 هو 2 لأن $2^2 = 4$.

$3^2 = 9$ لأن $\sqrt{9} = 3$.

$0^2 = 0$ لأن $\sqrt{0} = 0$.

$$\cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{9}{25} \text{ لأن } \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5} \quad \bullet$$

خواص :

عدد موجب ، لدينا :

$$\cdot (\sqrt{a})^2 = a \quad \bullet$$

$$\cdot \sqrt{a^2} = a \quad \bullet$$

مثال :

$$\cdot (\sqrt{3})^2 = 3 \quad \bullet$$

$$\cdot (\sqrt{0.5})^2 = 0.5 \quad \bullet$$

$$\cdot \sqrt{2^2} = 2 \quad \bullet$$

$$\cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \quad \bullet$$

العمليات على الجذور

الحل :

$$\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5 \times \sqrt{7}}{\sqrt{7} \times \sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{(\sqrt{7})^2} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$$

ب) كتابة \sqrt{c} على الشكل $a\sqrt{b}$ حيث c عدد طبيعيطريقة : \Leftarrow

لكتابه الجذر التربيعي للعدد الطبيعي c على الشكل $a\sqrt{b}$ ، حيث a و b عدوان طبيعيان و b أصغر ما يمكن :

$c = \frac{a^2}{b}$ نبحث عن أكبر مربع a^2 يقسم c أي \times

. نكتب \sqrt{c} على الشكل $a\sqrt{b}$.

تطبيق :

أكتب $\sqrt{98}$ على الشكل $a\sqrt{b}$.

الحل :

أكبر مربع يقسم العدد 98 هو 7^2 إذن :

. ومنه : $\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

$$\bullet . \sqrt{3^2 \times 5} = 3 \times \sqrt{5}$$

(2) حاصل قسمة جذرين :

و b عددان حقيقيان موجبان حيث $0 \neq b$ ، لدينا :

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

مثال :

$$\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{\sqrt{(6)^2}}{\sqrt{(11)^2}} = \frac{6}{11}$$

ملاحظة :

و b عددان حقيقيان موجبان .

$$\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b} \quad (1)$$

$$\geq b \quad \sqrt{a-b} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b} \quad (2)$$

مثال :

$$\sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9}$$

$$\sqrt{16+9} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5 \text{ لأن :}$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{9} = \sqrt{4^2} + \sqrt{3^2} = 4 + 3 = 7 \text{ و :}$$

$$\sqrt{36-9} \neq \sqrt{36} - \sqrt{9}$$

$$\sqrt{36-9} = \sqrt{25} = 5 \text{ لأن :}$$

$$\sqrt{36} - \sqrt{9} = 6 - 3 = 3 \text{ و :}$$

V. توظيف خواص الجذور التربيعية :

أ) جعل مقام نسبة عدد ناطق :

طريقة : \Leftarrow جعل مقام نسبة $\frac{1}{\sqrt{b}}$ عدد ناطق نضرب كلا من البسط

والمقام في .

تطبيق :

أكتب $\frac{5}{\sqrt{7}}$ على شكل كسر مقامه عدد ناطق .