الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
امتحان بكالوريا تجريبية
الشعبة: علوم تجريبية

مديرية التربية لولايـــة البيض
ثانوية حميتو الحاج علي الشلالة
دورة: مـــــــــاي 2022

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 3 ساعات ونصف

اخـــتر أحد الموضوعين وأجب عنه

الموضوع الأول (20نقطة)

التمرين الأول(04ن):

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

1. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_0^1 (1+x^n)dx$ إذا ....

أ- متزايدة — ب- متناقصة — ج- ثابتة

2. باستعمال التكامل بالتجزئة التكامل $\int_2^3 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)dx$ يساوي ....

أ- 2 — ب- $\ln\left(\frac{64}{27}\right)$ — ج- $\ln 27$

3. f دالة معرفة على $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x)=2x-1-\frac{1}{(x+1)^2}$ دالة أصلية F للدالة f على $]-1;+\infty[$ معرفة بـ:

أ- $F(x)=\frac{x^3+x+1}{x+1}$ — ب- $F(x)=\frac{-x+1}{x+1}$ — ج- $F(x)=\frac{x^3-x+1}{x+1}-1$

4. $\int_1^2 \frac{3}{x^4}\,dx=...$

أ- $-\frac{9}{8}$ — ب- $\frac{7}{8}$ — ج- $\frac{9}{8}$

التمرين الثاني:(4 0ن)

يضم مصنع ورشتين A و B لتصنيع المصابيح الكهربائية. عندما ورد طلب لعدد من المصابيح قدره 5000 مصباح صنّعت الورشة A منها 3000 وصنعت البقية الورشة B . هناك نسبة 5 % من مصابيح الورشة A معطوبة في حين تكون نسبة 4 % من مصابيح الورشة B معطوبة. نسحب عشوائيا مصباحا من الطلب.

نرمز بـ A إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة A " وبالرمز B إلى الحدث " المصباح مصنوع في الورشة B" وبالرمز D إلى الحدث " المصباح به عطب ".

1. شكّل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية.
2. احسب احتمال الأحداث التالية:
   - أن يكون المصباح غير معطوب ومصنوعا في الورشة A
   - أن يكون المصباح معطوبا وليس مصنوعا في الورشة A
   - أن يكون المصباح معطوبا
   - أن يكون المصباح معطوبا أو مصنوعا في الورشة A"
3. إذا كان المصباح معطوبا فما هو احتمال أن يكون مصنوعا في الورشة A ؟

التمرين الثالث:(05ن)

(u_n) متتالية معرفة على N بـ: $u_0=\frac{3}{2}$ ومن أجل كل n من N : $u_{n+1}=\frac{6u_n-2}{u_n+3}$

1) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $u_{n+1}=6-\frac{20}{u_n+3}$

ب ـ برهن بالتراجع أنه من أجل كل n من N : $\frac{3}{2}\le u_n\le 2$

ج ـ بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

2) أ ـ بين أنه من أجل كل n من N : $0\le 2-u_{n+1}\le\frac{8}{9}(2-u_n)$

ب ـ استنتج أنه من أجل كل n من N : $0\le 2-u_n\le\frac{1}{2}\times\left(\frac{8}{9}\right)^n$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الرابع:(07ن)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+2-\ln(x^2)$

وجدول تغيراتها على المجال $]0;+\infty[$ موضح في الجدول التالي.

x	0	1	$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$ ↘	3	↗ $+\infty$

❶ احسب $g(-x)-g(x)$ ماذا تستنتج؟

❷ شكل جدول تغيرات الدالة g على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

.

❸ استنتج إشارة $g(x)$ على $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على المجال $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=x-1+\frac{\ln(x^2)}{x}$

و $\mathcal{C}_f$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

❶ أ) بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

ب) احسب: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0}f(x)$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}0}f(x)$ ، ثم فسر النتيجتين هندسيا؟

❷ أ) بين انه من اجل كل x من $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

❸ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى $\mathcal{C}_f$ بجوار $-\infty$ و $+\infty$.

❹ ادرس الوضع النسبي للمنحنى $\mathcal{C}_f$ والمستقيم (Δ) .

❺ بين أن المنحنى $\mathcal{C}_f$ يقبل مماسين (T_1) و (T_2) موازيين للمستقيم (Δ) يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

❻ احسب $f(1)$ ، ثم بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $-0,62\prec\alpha\prec-0,61$.

❼ أنشئ كلا من (T_1) ، (T_2) ، (Δ) والمنحنى $\mathcal{C}_f$.

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني (20نقطة)

التمرين الأول(04ن):

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

1. الدالة الأصلية للدالة $x \to \frac{1}{x(\ln x)^2}$ على المجال $]1;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل e هــي:

أ- $\frac{-1}{\ln x}$ ب- $1-\frac{1}{\ln x}$ ج- $\frac{1}{\ln x}$

2. (t_n) متتالية ثابتة معرفة من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $2t_1e+4t_2e^2+8t_3e^3+...+2^n t_n e^n$ يساوي ....

أ- $2t_1e\left(\frac{1-e^n}{1-e}\right)$ ب- $t_1\left(\frac{(2e)^{n+1}-1}{2e-1}\right)$ ج- $2t_1e\left(\frac{(2e)^n-1}{2e-1}\right)$

3. حلول المعادلة التفاضلية $y''+3y'+4e^{-2x}=0$ هي الدوال ....

أ- $x \to \frac{2}{e^{2x}}+c$ ب- $x \to \frac{1}{e^{2x}}+c$ ج- $x \to -e^{-2x}+c$

4. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_n=\int_0^1 e^{1-x}dx$ إذا (u_n) متتالية هندسية أساسها........

أ- $\frac{1}{e}$ ب- e^2 ج- $\sqrt{e}$

التمرين الثاني(04ن):

جمعية تتكون من 15 رجلا و12 امرأة نريد تشكيل لجنة تضم رئيسا ونائبا له وأمين.

1. ما هو عدد اللجان التي يمكن تشكيليها.

2. أحسب احتمال الاحداث التالية:

A:" الأمين إمراه" B:"الرئيس رجلا والأمين امرأة" C:"الرئيس ونائبه من جنسين مختلفين"

D:"السيد محمد لا يترأس اللجنة" E:" أن تكون اللجنة مختلطة"

3. ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل لجنة عدد الرجال الموجودين فيها.
أ- عين قيم المتغير العشوائي X.
ب- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X.

التمرين الثالث:(05ن)

1. (u_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=-6$ ومن أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2n-1$.

أ- أحسب الحدود u_1 ، u_2 و u_3.

ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل $n\geq 3$: $u_n\succ 0$ ثم استنتج أنه من أجل كل $n\geq 4$: $u_n\succ 2n-3$.

ج- ماهي نهاية المتتالية (u_n) ؟ ماذا تستنتج؟

2. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي: $v_n=u_n-4n+10$.

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $u_n=2^{2-n}+4n-10$

ج- أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$ ثم الجداء P_n حيث: $P_n=v_0\times v_1\times...\times v_n$

التمرين الرابع :(07ن)

لتكن الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بالشكل: $g(x)=1+x+e^x$

1)ادرس تغيرات الدالة g

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل في $\mathbb{R}$حلا وحيدا α. تحقق أن α من المجال $]-1.3;-1.2[$.

3) حدد تبعا لقيم x إشارة $g(x)$ ، ثم استنتج إشارة $g(-x)$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي: $f(x)=\frac{xe^x}{1+e^x}$ نسمي (Γ) المنحنى البياني لها.

1)أ) أكتب $f'(x)$ بدلالة $g(x)$ ثم ادرس تغيرات الدالة f .

ب) أثبت أن $f(\alpha)=1+\alpha$ . .

ج) برهن أن المنحنى (Γ) يقبل مستقيما مقاربا (Δ) بجوار $+\infty$ معادلته: $y=x$.

د)اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (Γ) عند النقطة O مبدأ المعلم، ثم ادرس وضعية المنحنى (Γ) بالنسبة للمماس (T).

3)أ)برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x\geq 1$ لدينا : $\frac{e^x}{1+e^x}\leq f(x)\leq x$.

ب) استنتج باستعمال المتباينة السابقة حصرا لمساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (Γ) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=0$ ، $x=1$ و $x=-\alpha$.

انتهى الموضوع الثاني

مع تمنيات أستاذة المادة مباركي .ف لكم بالتوفيق في بكالوريا 2022