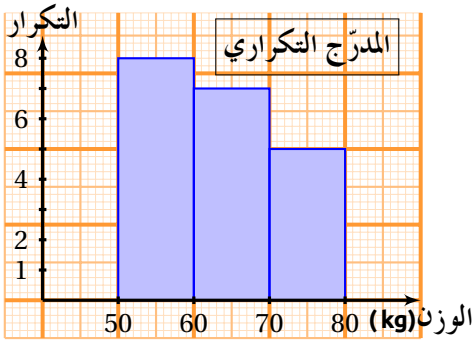
1) دراسة سلسلة إحصائية

- **التكرار النسبي** (أو **التواتر**) هو حاصل قسمة التكرار على التكرار الكلي.
- في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، **التكرار المتزايد** (أو **الصاعد**) لقيمة من قيم السلسلة هو مجموع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم السابقة لها.
- في سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا، **التكرار المتناقص** (أو **النازل**) لقيمة من قيم السلسلة هو مجموع تكرار هذه القيمة و تكرارات القيم الأكبر منها.
- **المدرج التكراري** تمثيل بياني لسلسلة إحصائية مجمعة في فئات بمستطيلات مساحة كل منها متناسبة مع تكرار الفئة التي تمثلها.
- **المتوسط المتوازن** (أو **الوسط الحسابي المتوازن**) M لسلسلة إحصائية x_1 ، x_2 ، ... ، x_n ؛ تكرار كل قيمة هو e_1 ، e_2 ، ... ، e_n على الترتيب ؛ معرف بالعبارة : $M = \dfrac{e_1 \times x_1 + e_2 \times x_2 + \cdots + e_n \times x_n}{e_1 + e_2 + \cdots + e_n}$.

مثال : لندرس السلسلة الإحصائية التالية

الوزن (kg)	[50;60[	[60;70[	[70;80[	المجموع
التكرار	8	7	5	20
التكرار النسبي	40%	35%	25%	100%
التكرار المجمع المتزايد	8	15	20	///
التكرار المجمع المتناقص	20	12	5	///
مراكز الفئات	55	65	75	///
مركز الفئة × التكرار	440	455	375	1270



- التكرار الكلي هو : $8+7+5=20$.
- التكرار المجمع المتزايد للفئة $[60;70[$ هو $8+7=15$.
- التكرار المجمع المتناقص للفئة $[70;80[$ هو $20-(8+7)=5$.
- مركز الفئة $[50;60[$ هو $\dfrac{50+60}{2}=55$.
- المتوسط المتوازن لهذه السلسلة الإحصائية هو : $M=\dfrac{8\times55+7\times65+5\times75}{8+7+5}=\dfrac{440+455+375}{20}=\dfrac{1270}{20}=63,5$ إذا فمتوسط الوزن هو $63,5\,kg$.

تطبيق 1 فيما يلي، الوقت المستغرق في سباق $100\,m$ من طرف مجموعة من التلاميذ :

الوقت (s)	[11;12[	[12;13[	[13;14[	[14;15[
التكرار	3	5	10	7

(1) احسب التواترات.
(2) احسب التكرارات المجمعة المتزايدة ثم المتناقصة.
(3) احسب متوسط الوقت المستغرق من طرف هؤلاء التلاميذ.
(4) مثل هذه السلسلة بمدرج تكراري.

تطبيق 2 فيما يلي توزيع الأراضي الفلاحية حسب مساحتها في أحد المناطق الريفية :

المساحة (ha)	[40;60[	[60;80[	[80;100[	[100;120[
التكرار	5	25	35	15

(1) احسب التواترات.
(2) احسب التكرارات المجمعة المتزايدة ثم المتناقصة.
(3) احسب متوسط المساحة لهذه الأراضي.
(4) مثل هذه السلسلة بمدرج تكراري.

2) وسيط سلسلة إحصائية

وسيط سلسلة إحصائية مرتبة ترتيبا تصاعديا أو تنازليا هو القيمة التي تجزئ هذه السلسلة إلى سلسلتين من نفس التكرار : إحدى المجموعتين تتكون من القيم الأصغر من أو تساوي الوسيط و المجموعة الأخرى تتكون من القيم الأكبر من أو تساوي الوسيط.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/

مثال 1 : رتب أستاذ الرياضيات العلامات التي تحصل عليها تلاميذ أحد أقسامه كما يلي :

- **الذكور** (عددهم 13) : 7 ، 8 ، 9 ، 9 ، 10 ، 10 (6 علامات) ، 11 ، 12 ، 13 ، 14 ، 14 ، 15 ، 17 (6 علامات).

عدد القيم هو 13 و هو عدد **فردي** : الوسيط هو العلامة المركزية (التي تقع في الوسط) أي العلامة 11.

- **الإناث** (عددهن 14) : 7 ، 7 ، 9 ، 9 ، 10 ، 11 ، 12 (7 علامات) ، 13 ، 13 ، 13 ، 14 ، 14 ، 15 ، 15 (7 علامات).

عدد القيم هو 14 و هو عدد **زوجي** : في هذه الحالة، القيم الوسيطية هي كل القيم المحصورة بين العلامتين 12 و 13.

نختار عادة متوسط القيمتين المركزيتين أي $\frac{12+13}{2} = 12{,}5$ كقيمة للوسيط.

مثال 2 : الجدول الموالي يبين أطوال عينة من 71 شجرة

الطول ℓ بـ m	$3 \leqslant \ell < 5$	$5 \leqslant \ell < 7$	$7 \leqslant \ell < 9$	$9 \leqslant \ell < 11$
التكرار	20	25	15	11
التكرار المجمع المتزايد	20	45	60	71

العدد 71 هو عدد فردي و بما أن $35 + 1 + 35 = 71$ فإن طول الشجرة 36 هو وسيط هذه السلسلة.

طول الشجرة 36 يوافق الفئة $5 \leqslant \ell < 7$ (انظر التكرار المجمع المتزايد) و بالتالي فالفئة الوسيطية هي $5 \leqslant \ell < 7$.

تطبيق 3 فيما يلي درجات الحرارة المسجلة خلال النصف الأول من شهر أفريل في إحدى المدن :

21 ، 20 ، 25 ، 24 ، 26 ، 27 ، 22 ، 22 ، 19 ، 24 ، 25 ، 23 ، 27 ، 28 ، 20 ، 17.

احسب درجة الحرارة الوسيطية.

تطبيق 4 سألنا عينة من التلاميذ عن عدد الإخوة و الأخوات فكانت النتائج كالآتي :

عدد الإخوة و الأخوات	0	1	2	3	5
التكرار	6	12	8	2	1

3) مدى سلسلة إحصائية

مدى سلسلةإحصائية هو الفرق بين أكبر و أصغر قيمة لها (القيمتين الحديتين).

مثال : علامات أميرة في اللغة الفرنسية هي : 13 ، 17 ، 9 ، 12 ، 6 ، 15.

مدى هذه السلسلة هو : $17 - 6 = 11$ و هو فرق كبير(هذا يعني أن عمل أميرة في الفرنسية غير منتظم !).

تطبيق 4 احسب مدى درجات الحرارة المسجلة في التطبيق 3.

تطبيق 5 فيما يلي، علامات الرياضيات في الفصل الأول لتلميذين :

- **جمال** : 9 ، 5 ، 0 ، 17 ، 11.
- **عبدالودود** : 8 ، 9 ، 7 ، 8 ، 10.

(1) احسب معدل كل من جمال و عبدالودود في الرياضيات.

(2) احسب مدى كل سلسلة.

(3) فسر النتائج السابقة.

4) منوال سلسلة إحصائية

نسمي **منوال** سلسلة إحصائية كل قيمة موافقة لأكبر تكرار.

نسمي **فئة منوالية** لسلسلة مجمعة في فئات كل فئة موافقة لأكبر تكرار.

يمكن أن يكون للمنوال عدة قيم !

مثال : في التطبيق 4 ، المنوال هو القيمة 1 (و يقابلها أكبر تكرار و هو 12)

و في التطبيق 2 ، الفئة المنوالية هي الفئة $[80;100[$ (و يقابلها أكبر تكرار و هو 35).

تمرين

سألنا مجموعة من التلاميذ عن المصروف الذي يحصلون عليه أسبوعيا و النتائج ملخصة في الجدول الموالي :

المبلغ المالي (DA)	$[0;50[$	$[50;100[$	$[100;150[$	$[150;200[$	$[200;250[$	$[250;300[$
التكرار	8	20	15	18	6	10

(1) مثل هذه المعطيات بمدرج تكراري.

(2) احسب : الوسط الحسابي، الوسيط، المدى و المنوال لهذه السلسلة الإحصائية.

(3) فسر هذه النتائج.

يسمى كل من الوسط الحسابي، الوسيط و المنوال **مؤشرات الموقع** بينما يسمى المدى **مؤشر التشتت**.

belhocine : https://prof27math.weebly.com/