ملخّص + سلسلة تمارين ووضعيات إدماجية [المعادلات والمتراجحات]

المستوى: سنة رابعة متوسط **الأستاذ:** بوزيدي حمزة

ملخّص — المعادلات والمتراجحات

معادلة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

هي مساواة تحتوي على مجهول، والشكل العام لمعادلة من الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد x: $ax + b = 0$

حيث a و b عددان حقيقيان معلومان.

أمثلة:

$$2x + 1 = 0$$
$$x + 3 = 2$$
$$3x + 1 = x - 5$$

ويكون حل هذه المعادلة بإيجاد قيمة العدد الحقيقي x وذلك بجعل المجهول في جهة والأعداد المعلومة في جهة أخرى وفق ما درسه التلميذ في السنة ثالثة متوسط.

معادلة الجداء المعدوم:

خاصية: ليكن A و B عددان حقيقيان:

إذا كان $A \times B = 0$ فإنه:

إمّا: $A = 0$ أو $B = 0$

ومن أجل المعادلة: $(ax + b)(cx + d) = 0$

يكون حلها كالآتي:

إمّا: $ax + b = 0$ أو $cx + d = 0$

معادلة من الشكل: $x^2 = b$

حلها من الشكل:

$x^2 = b$

- لمّا $b > 0$ (موجب): للمعادلة حلين متعاكسين في الاشارة هما: $x = \sqrt{b}$ و $x = -\sqrt{b}$
- لمّا $b = 0$: للمعادلة حلاً وحيدا هو: $x = 0$
- لمّا $b < 0$ (سالب): المعادلة لا تقبل حلولاً.

المتراجحة من الدرجة الأولى بمجهول واحد:

هي علاقة رياضية تحتوي على أحد الرموز الأربعة $<$ ، $\geq$ ، $\leq$ ، $>$ بالإضافة الى مجهول عادة ما نرمز له بالرمز x. والشكل العام لمتراجحة من الدرجة الأولى ذات المجهول الواحد x:

$$ax + b \leq 0$$
$$ax + b \geq 0$$

حيث a و b عددان حقيقيان معلومان.

أمثلة:

$$2x + 1 \geq 0$$
$$x - 5 < 2$$
$$x + 1 \leq 2x - 5$$

◄ الحالات التي نقوم فيها بقلب المتراجحة:

نقلب المتراجحة إذا ضربنا في أو قسمنا على عدد سالب.

مثال:

$$2x + 1 \leq 2$$
$$-3 \times (2x + 1) \geq -3 \times 2$$
$$x - 3 > 0$$
$$\frac{x - 3}{-5} < \frac{0}{-5}$$

ويكون حل هذه المتراجحة بإيجاد قيم العدد الحقيقي x وذلك بجعل المجهول في جهة والأعداد المعلومة في جهة أخرى وفق ما رأيناه في حل المعادلة.

تمارين الحساب الحرفي الواردة في امتحان الشهادة [من 2012 الى 2023]

المستوى: سنة رابعة **الأستاذ:** بوزيدي حمزة

التمرين الأول: ش.ت.م 2012

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (4x-1)^2 - (3x+2)(4x-1)$$

1. أنشر وبسّط العبارة E.
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين.
3. حل المعادلة: $(4x-1)(x-3) = 0$
4. حل المتراجحة: $4x^2 - 13x + 3 \leq 4x^2 + 29$

التمرين الثاني: ش.ت.م 2013

اليك العبارتين A و B حيث:

$$A = 3x - 5$$
$$B = (3x-5)^2 + 9x^2 - 25$$

1. أنشر ثم بسّط العبارة B.
2. بيّن أن: $B = 6x\,(3x-5)$
3. حل المعادلة: $B = 0$
4. احسب القيمة المقرّبة الى 10^{-2} بالنقصان للعدد A من أجل $x = \sqrt{2}$.
5. حل المتراجحة $A \geq 0$ ثم مثّل حلولها بيانياً.

التمرين الثالث: ش.ت.م 2014

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (2x+5)^2 - 36$$

1. تحقق بالنشر أنّ: $E = 4x^2 + 20x - 11$
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين.
3. حل المعادلة: $(2x+11)(2x-1) = 0$

التمرين الرابع: ش.ت.م 2015

تعطى العبارة: $F = (2x-3)^2 - 16$

1. تحقق بالنشر أنّ: $F = 4x^2 - 12x - 7$
2. حلل F الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(2x-7)(2x+1) = 0$
4. احسب F من أجل $x = 1 + \sqrt{2}$ واكتب النتيجة على شكل $a + b\sqrt{2}$ حيث a و b عددان نسبيان.

التمرين الخامس: ش.ت.م 2016

1. تحقق من صحة المساواة التالية:
$$5(2x+1)(2x-1) = 20x^2 - 5$$
2. حلل العبارة A حيث:
$$A = (2x+1)(3x-7) - (20x^2 - 5)$$
3. حل المتراجحة:
$$-14x^2 - 11x - 2 < 2\,(10 - 7x^2)$$

التمرين السادس: ش.ت.م 2017

لتكن العبارة P حيث:

$$P = (1-3x)(3x+3) - 2(3x+3)$$

1. انشر وبسّط العبارة P.
2. حلل العبارة P الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(3x+3)(-1-3x) = 0$

التمرين السابع: ش.ت.م 2018

1. تحقق من المساواة الآتية:
$$(3x+1)(x-4) = 3x^2 - 11x - 4$$
2. حلل الى جداء عاملين العبارة:
$$E = 3x^2 - 11x - 4 + (3x+1)^2$$
3. حل المتراجحة: $(3x+1)(x-4) \leq 3x^2 + 7$

التمرين الثامن: ش.ت.م 2019

لتكن العبارة E حيث:

$$E = (x+1)^2 - (x+1)(2x-3)$$

1. انشر ثم بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المتراجحة: $3x + 4 \geq 6x - 2$

التمرين التاسع: ش.ت.م 2020

E عبارة جبرية حيث: $E = (3x+1)^2 - (x-2)^2$

1. انشر ثم بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(4x-1)(2x+3) = 0$

التمرين العاشر: ش.ت.م 2021

لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$$E = (x-3)(x-10) + 3(x-3)$$

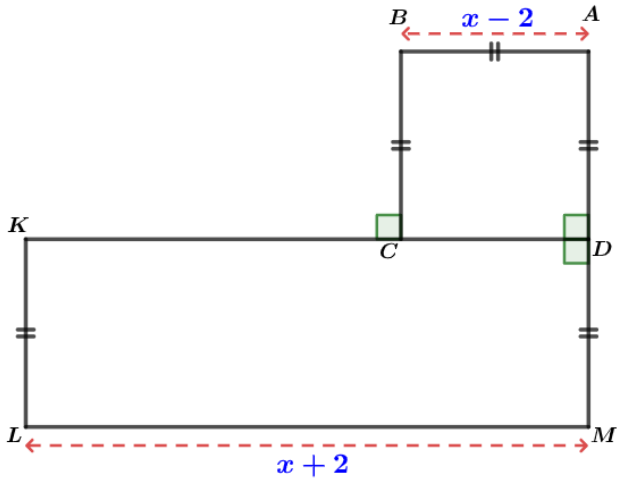
1. انشر ثم بسط العبارة E.
2. حلل العبارة E الى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(x-3)(x-7) = 0$
4. احسب من أجل $x = 50$

التمرين الحادي عشر: ش.ت.م 2022

1. انشر وبسط العبارة E حيث: $E = (2x-3)(x-2)$
2. حلل العبارة F الى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث:
$$F = 2x^2 - 7x + 6 - (2x-3)(2x-1)$$
3. حل المعادلة: $(2x-3)(-x-1) = 0$

التمرين الثاني عشر: ش.ت.م 2023

تمعّن في الشكل المقابل حيث: $x > 2$ (وحدة الطول هي السنتيمتر)



1. عبّر عن مساحة كل من المربّع والمستطيل بدلالة x.
2. لتكن العبارتين E و F حيث:
$$E = (x-2)^2 \qquad F = (x+2)(x-2)$$
- بيّن أنّ: $E + F = 2x\,(x-2)$
3. عيّن قيم x التي يكون من أجلها محيط الشكل يساوي على الأقل $20\ cm$.

التمارين مأخوذة من فروض وامتحانات لمتوسطات عبر التراب الوطني

◄ التمرين رقم 01:

E عبارة جبرية حيث:

$$E = (3x-1)^2 - (x+3)^2$$

1. تحقق بالنشر والتبسيط من أن: $E = 8x^2 - 12x - 8$.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المتراجحة التالية: $E \geq 8x^2$ ثم مثل حلولها بيانيا.

◄ التمرين رقم 02:

1. أنشر وبسط الجداء: $(8x-3)(2x+5)$.
2. حلل العبارة F إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى حيث:
$$F = 16x^2 + 34x - 15 - (8x-3)$$
3. حل المعادلة: $F = 0$

◄ التمرين رقم 03:

لتكن العبارة الجبرية E حيث:

$$E = (2x-3)(3x+8) - 2(2x-3)$$

1. تحقق بالنشر أن: $E = 6x^2 + 3x - 18$.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعالة: $(2x-3)(3x+6) = 0$
4. حل المتراجحة ومثل حلولها بيانيا: $E < 6x^2 - 3$

◄ التمرين رقم 04:

لتكن العبارة F حيث:

$$F = (2x+3)^2 - (2x+3)(5x+1)$$

1. أنشر ثم بسط العبارة F.
2. حلل العبارة F إلى جداء عالين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(2x+3)(2-3x) = 0$

◄ التمرين رقم 05:

إليك العبارة E حيث:

$$E = 9x^2 - 12x + 4 - (x+4)(3x-2)$$

1. أنشر وبسط العبارة E.
2. حلل العبارة E إلى جداء عاملين من الدرجة الأولى.
3. حل المعادلة: $(3x-2)(2x-6) = 0$
4. حل المتراجحة: $6x^2 - 22x + 12 \geq 6x^2 - 16x$