أولمبياد الرياضيات

4AM

الدور نصف النهائي

2024-2023

إعداد: عبد الحفيظي عادل + بلقاسم / ع.

2 التمـــــارين

حكمة:
إنّ هؤلاء الذين يقولون هذا مستحيل ليس عليهم مقاطعة الذين على صدد الإنهاء.

التمرين 01

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

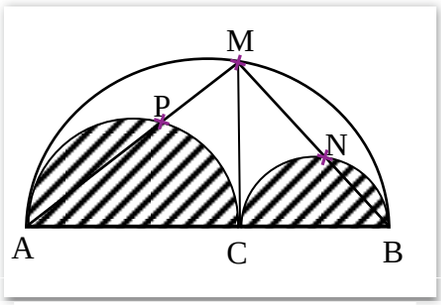
ليكن x وَ y عددان حقيقيان متمايزان حيث : $x^2 = 2018 + y$ وَ $y^2 = 2018 + x$.

السؤال: ماهي قيمة xy ؟

التمرين 02

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

المستقيم (CM) عمودي على (AB) في C .



1) بيّن أنّ مساحة الجزء غير المهشّر في الشكل مساوي لمساحة القرص الذي قطره $[CM]$.

2) بيّن أنّ المستقيم (NP) مماّس للدوائر ذات الأقطار $[AC]$ وَ $[BC]$.

التمرين 03

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

ليكن : $x = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \ldots\ldots + 2017^2 - 2018^2$ وَ $y = 1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 2017 + 2018$

السؤال: أثبت أنّ : $x + y = 0$.

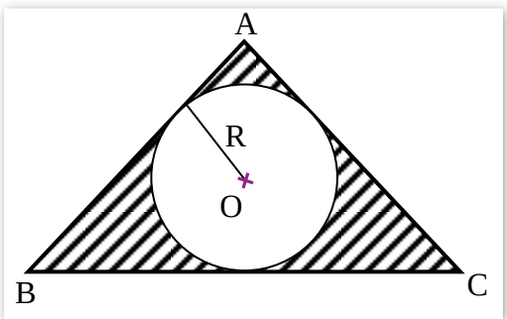
التمرين 04

فـــرنسا (2018) ← مساعدة ← الحل

ABC مثلث حيث : $AB = 13cm$ ، $BC = 15cm$ ، $AC = 14cm$.

O مركز الدائرة المماسة لأضلاع المثلث ABC وَ R طول نصف قطر الدائرة .

السؤال: أحسب المساحة المهشّرة .



المهارات هي التي تستطيع فعلها
والحافز هو الذي يحدّد ما تفعله
أمّا المواقف هي التي تحدّد درجة نجاحك

التمرين 05

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

1 أحسب : $(\sqrt{5}+2)^2$ وَ $(\sqrt{5}-2)^2$.

2 نضع : $A=\sqrt{9+4\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}$.

السؤال : أثبت أنّ الجذر التربيعي للعدد A هو 2 .

في القاموس فقط نجد كلمة مكافأة قبل كلمة عمل

التمرين 06

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

1 أثبت أنّ : $555^2-333^2=444^2$ (دون حساب التربيع) .

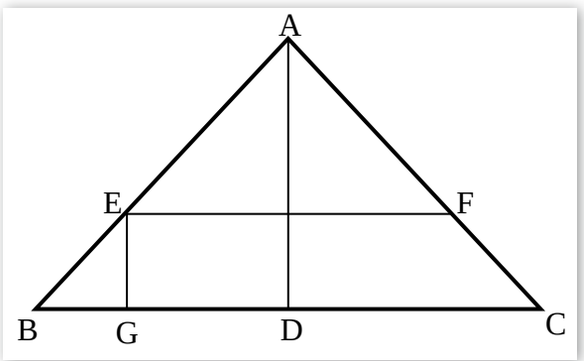
2 أثبت أنّ العدد : $(3^{n+2}+3^n\times 2)$ يقبل القسمة على 11 (n عدد طبيعي) .

التمرين 07

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

لاحظ الشّكل : $(BC)//(EF)$ وَ $(AD)//(EG)$.

السؤال : أثبت أنّ : $\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=1$.



عليك فعل الأشياء التي غيرك ليس مستعدّاً لفعلها اليوم

التمرين 08

ولاية الجلفة - الجزائر (2016) ← مساعدة ← الحل

ABC مثلّث قائم في A .

A' و B' نقطتان ، حيث C منتصف القطعتين $[AA']$ وَ $[BB']$.

نضع : S' مساحة المثلث $AB'A'$ و S مساحة المثلث ABC .

السؤال : أثبت أنّ : $S'=2\times S$.

التمرين 09

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

a و b عددان حقيقيان غير معدومين بحيث : $ab=20(a+b)$ وَ $x=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$.

السؤال : جد قيمة x .

صعوبات الحياة قد تكون أعذاراً خلف فشلك
أو أسباباً خلف نجاحاتك والإختيار يعود لك

التمرين 10

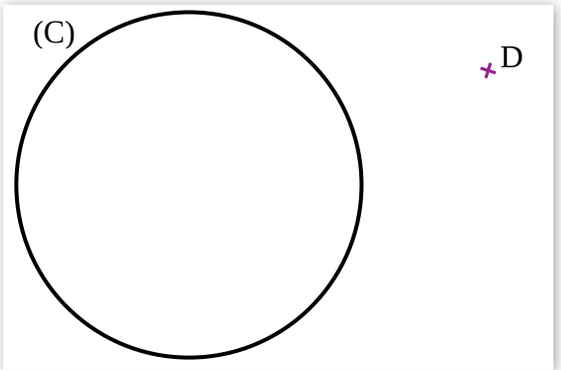
ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل

1) جد قيم n حيث : $\frac{2^{10}}{2^5}+\frac{2^{10}}{2^8}=n^2$.

2) أحسب مايلي : $E=(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\ldots\ldots\ldots(1-\frac{1}{2016})(1-\frac{1}{2017})$.

التمرين 11

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل



إليك الشكل المقابل :

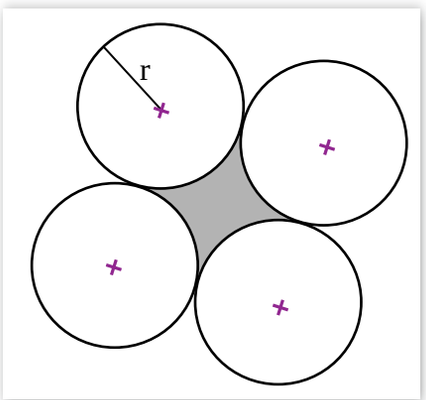
1) أنشئ النقطة O مركز الدائرة (C) . (مع الشّرح)

2) أنشئ مماس للدائرة (C) يشمل النقطة D . (مع الشّرح)

أنا لم أخفق ، أنا فقط وجدت 10 000 وسيلة لم تجدي نفعاً

التمرين 12

ولاية الجلفة - الجزائر (2017) ← مساعدة ← الحل



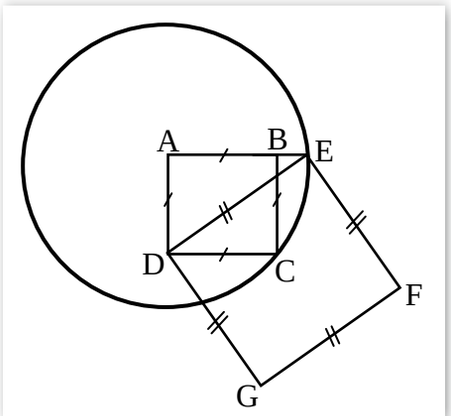
الشكل المقابل يمثّل أربع دوائر لها نفس نصف القطر r .

السؤال : أكتب بدلالة r مساحة الجزء المظلّل .

إن كنت غائباً أثناء معاركي
لا تأمل أن تكون حاضراً أثناء نجاحاتي

التمرين 13

ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل



لاحظ الشكل المقابل :

حيث : S_1 مساحة المربّع $ABCD$ وَ S_2 مساحة المربّع $DEFG$.

1) أكتب AE بدلالة AB .

2) بيّن أنّ : $S_2=3\times S_1$.

إن كنت تعتقد أنّك تستطيع الفوز ستصل حتماً
الإيمان ضروري للإنتصار

التمرين 14

ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

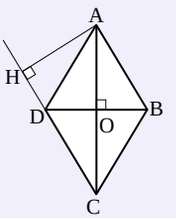
x ، y وَ z أعداد حقيقية غير معدومة حيث : $xy+yz+xz=0$.

السؤال : بيّن أنّ : $\dfrac{y+z}{x}+\dfrac{x+z}{y}+\dfrac{x+y}{z}=-3$.

التمرين 15

ولاية الجلفة - الجزائر (2018) ← مساعدة ← الحل

فيما يلي إختر الجواب الصحيح ، مع تعليل إجابتك :

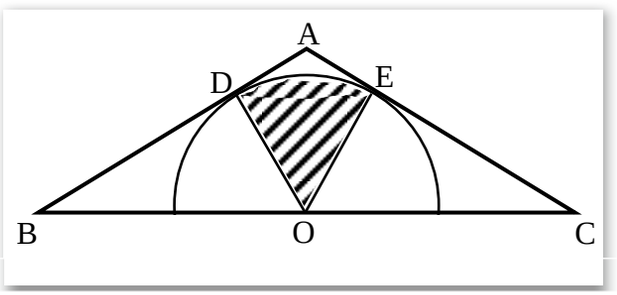
السؤال :	الإجابة 1	الإجابة 2	الإجابة 3	الإجابة 4
$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=\ldots$	$1-\sqrt{3}$	$\sqrt{3}-1$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$
عدد قواسم 144 هو :	20	16	15	12
$(1001^2-999^2)^2=\ldots$	16×10^6	12×10^6	4×10^6	2×10^6
$\dfrac{2^{101}+2^{93}}{2^{86}+2^{78}}=\ldots$	2^8	2^{13}	3×2^{13}	2^{15}
مساحة المعين $ABCD$ هي : 	$AC\times DB$	$OA\times OB$	$AH\times AD$	$AB\times BC$

التمرين 16

بلجيكا (2007) ← مساعدة ← الحل

ABC مثلث متساوي الساقين حيث : $BC=12$ ، وَ $AB=AC$ وَ $\widehat{BAC}=120°$.

نصف الدائرة ذات المركز O منتصف $[BC]$ ، تمس AB في D وَ AC في E . (أنظر الشكل المقابل) .



السؤال : ماهي مساحة القطاع الدائري ذو الزاوية $\widehat{DOE}$ ؟

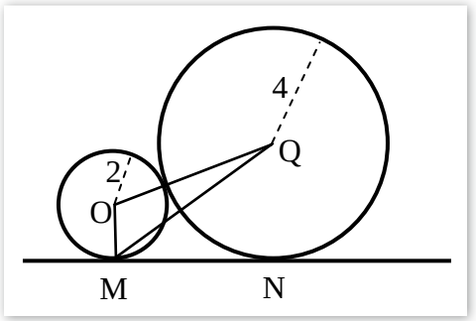
الرياضيات هي سيمفونية أرقام ... إنّها شعر المنطق و السّحر خلف الطبيعة وجمال قواقع البحر

التمرين 17

بلجيكا (2016) ← مساعدة ← الحل

دائرتان ذات مركزين O و Q ، و ذات نصف قطر 2 و 4 على التوالي

المستقيم (MN) يمسّ إحداهما في M ، و يمسّ الأخرى في N .



السؤال: مـاهي مسـاحة المثلث OQM ؟

إنَّ موقفك أكثر قيمة من محاولاتك

التمرين 18

الأردن (2001) ← مساعدة ← الحل

إن زاد عرض مستطيل 6 أمتـار و نقص طوله 8 أمتـار لما تغيّرت مسـاحته ، و إن زاد العرض بقدر $\frac{1}{8}$ من طوله ، و نقص الطول بقدر $\frac{2}{5}$ من عرضه لأصبح الشّكل مربّعاً .

السؤال: جـد كلاًّ من طول و عرض المستطيل .

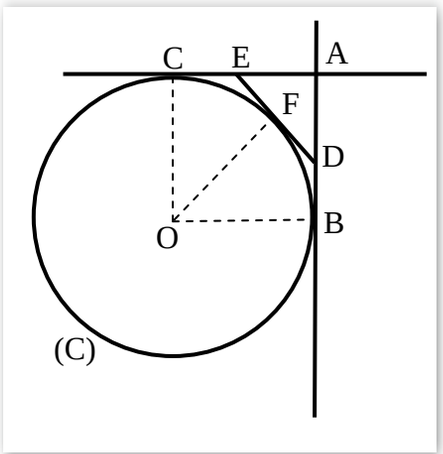
التمرين 19

بريطـانيا (2004) ← مساعدة ← الحل

على الشّكـل :

(AB) وَ (AC) مستقيمـان متعـامدان يمسّـان الدائرة (C)

في B وَ C على الترتيب، (ED) مماس أيضاً للدائرة (C) في F ، $AE = AD$.



السؤال: أحسب مسـاحة الدائرة إذا علمت أنّ مسـاحة المثلث ADE تساوي 9 وحدات مربّعة .

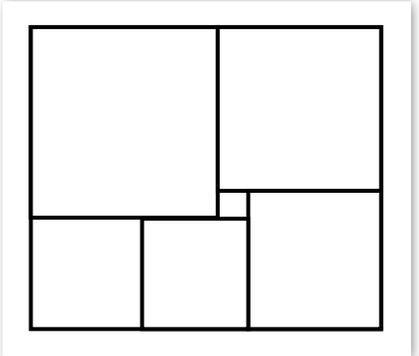
إنَّ سرّ النّجاح هو التوقّف عن التمنّي والبدء بفعل شئ مفيد

التمرين 20

المغـرب (2006) ← مساعدة ← الحل

في الشّكل المقـابل مستطيل مجزّأ إلى ستّة مربّعـات ،

طول ضلع أصغرهـا يساوي 1 .



السؤال: فـا طـول ضلع أكبـر هذه المربّعـات ؟

إنَّ الفوز بضربة هدف بالأمس لا يجعلنا نربح جولات اليوم

التمرين 21

ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

احسب كلاًّ من العبارتين A وَ B حيث:

$$A=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{7}}}\times\sqrt{2-\sqrt{1+\sqrt{7}}}$$

$$B=\left(\frac{1}{4}-\frac{99}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{98}{100}\right)\times\ldots\ldots\times\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{100}\right)$$

التمرين 22

ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

x قيس بالدرجات لزاوية حادّة.

السؤال: حل المعادلة: $\tan x-2\sin x=0$

النّجاح هو عبارة عن مجموع مجهودات صغيرة تتكرّر يوماً بعد يوم

التمرين 23

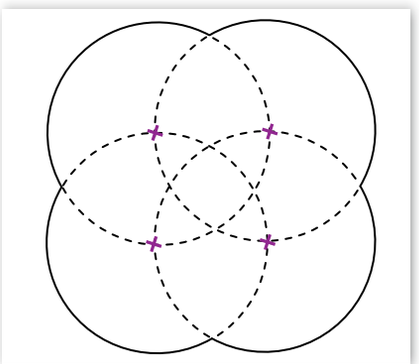
ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل

x وَ y عددان موجبان تماماً وَ $x\succ y$ حيث: $x^2+y^2=7xy$

السؤال: اكتب على أبسط شكل ممكن النسبة: $\frac{x-y}{x+y}$.

التمرين 24

ولاية الجلفة - الجزائر (2019) ← مساعدة ← الحل



الشكل المقابل عبارة عن أربعة دوائر متماثلة قطر كل منها $6\,cm$.

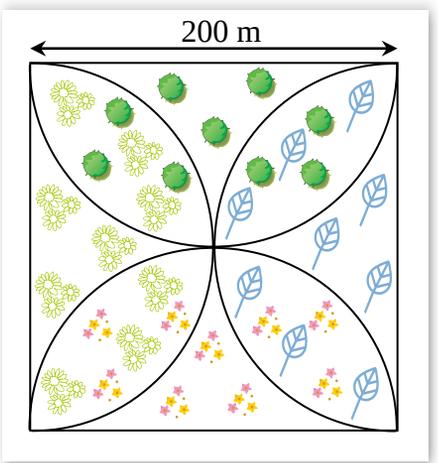
مراكزها هي رؤوس مربّع طول ضلعه $3\,cm$.

السؤال: احسب محيط الشكل.

النّجاح هو أن تتحصّل على ما تريد
أمّا السّعادة هي أن تحبّ ما لديك

التمرين 25

لبنان (2018) ← مساعدة ← الحل



زرع أربعة أشخاص أرضاً على شكل مربّع طول ضلعه $200\,m$.

كل شخص قام بزراعة سطح بشكل نصف دائرة قطرها ضلع هذا المربّع.

لاحَظوا أنَّ هناك مناطق مزروعة مرّتين.

السؤال: أحسب مساحة هذه المناطق؟

النّجاح هو الإنتقال من خسارة إلى خسارة بدون فقد للحماس

توجيهات لحل التمرين 01 ← التمرين ؟ ← الحل

- إستعمل المتطابقتين : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ ثمّ $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$.

توجيهات لحل التمرين 02 ← التمرين ؟ ← الحل

1 إبدأ بحساب مساحة الجزء المهشّر بدلالة الأقطار الثلاثة ، ثمّ جد علاقة بين هاته الأقطار و القطر $[CM]$ بتطبيق مبرهنة فيثاغورس .

2 راجع جيّداً خواص المستطيل ، محور قطعة مستقيم و التناظر المحوري ، قبل الشروع في البرهان .

توجيهات لحل التمرين 03 ← التمرين ؟ ← الحل

- حاول كتابة x بدلالة y ، و ذلك بالإنطلاق من عبارة x و باستعمال المتطابقة : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

توجيهات لحل التمرين 04 ← التمرين ؟ ← الحل

- مساحة الجزء المهشر = مساحة المثلث ABC − مساحة القرص .
- مساحة المثلّث $=\frac{1}{2}$ (الضلع × الإرتفاع المتعلق به) .
- أحسب طول أحد الإرتفاعات ، ثمّ أحسب مساحة المثلث ABC و ذلك بتطبيق مبرهنة فيثاغورس
- لاحظ أنّ الدائرة مماسية للأضلاع الثلاثة ، ثمّ أحسب مساحتها بدلالة R .

توجيهات لحل التمرين 05 ← التمرين ؟ ← الحل

1 إستعمل المتطابقات : $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ و $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab$.

2 إستعن بنتيجة السّؤال السّابق ، مع ملاحظة أنّ : $\begin{cases}\sqrt{a^2}=a \quad \ldots\ldots \quad a>0\\ \sqrt{a^2}=-a \quad \ldots\ldots \quad a<0\end{cases}$.

توجيهات لحل التمرين 06 ← التمرين ؟ ← الحل

1 إستعمل المتطابقة : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

2 يقبل عدد القسمة على 11 ، إذا كُتِبَ من الشّكل : $11n$ ، حيث n عدد صحيح .

توجيهات لحل التمرين 07 ← التمرين ؟ ← الحل

- طبّق مبرهنة طالس على ما يناسب المطلوب .

توجيهات لحل التمرين 08 ← التمرين ؟ ← الحل

- راجع خواص التناظر المحوري وَ مساحة مثلث كيفي ، قبل الشروع في الحل .

توجيهات لحل التمرين 09 ← التمرين ؟ ← الحل

- يمكنك الإنطلاق من العبارة الأولى وصولاً إلى عبارة x فقيمتها ، أو العكس بتوحيد المقامات .

توجيهات لحل التمرين 10 ← التمرين ؟ ← الحل

1 إستعمل خواص القوى للوصول إلى المطلوب .

2 وحّد المقامات في كل عامل من العبارة E .

توجيهات لحل التمرين 11 ← التمرين ؟ ← الحل

1 توجد دائرة واحدة وَ وحيدة تشمل ثلاث نقاط معلومة فأكثر .

2 كل مستقيم عمودي على المستقيم القطري لدائرة في نقطة تنتمي لها هو مماس لتلك الدائرة في تلك النقطة .

توجيهات لحل التمرين 12 ← التمرين ؟ ← الحل

- لحساب مساحة الجزء المظلّل بدلالة r ، نحسب مساحة الدائرة المشكلة من $\frac{1}{4}$ كل دائرة ، ثمّ نطرحها من مساحة المربّع التي رؤوسه مراكز الدوائر .

توجيهات لحل التمرين 13 ← التمرين ؟ ← الحل

1 لاحظ أنّ : $AE = AC$.

2 إستعن بنتيجة السؤال السّابق ، و لاحظ أنّ : DE ضلع من $DEFG$.

توجيهات لحل التمرين 14 ← التمرين ؟ ← الحل

- لإثبات صحّة العبارة ، ننطلق من الطرف الأيسر وَ بتوحيد المقامات نصل إلى الطرف الأيمن.

توجيهات لحل التمرين 15 ← التمرين ؟ ← الحل

1 تذكّر أنّ : $\begin{cases} \sqrt{a^2} = a \ \ldots\ldots\ldots\ a > 0 \\ \sqrt{a^2} = -a \ \ldots\ldots\ldots\ a < 0 \end{cases}$.

2 لإيجاد جميع قواسم عدد طبيعي غير معدوم ، نكتب العدد على شكل جداء عددين طبيعيين ، بذكر جميع الحالات الممكنة .

3 إستعمل خواص القوى ، و المتطابقة الشهيرة : $a^2-b^2=(a-b)(a+b)$.

4 إستعمل خواص القوى ، والتحليل باستعمال الخاصية التوزيعية .

5 المعيّن هو من متوازيات الأضلاع الخاصّة ، تعطى مساحته بالعبارة :

(طول الضلع $\times$ الإرتفاع المتعلّق به) $=S$.

توجيهات لحلّ التمرين 16 ← التمرين ؟ ← الحل

- عليك أوّلاً حساب طول نصف القطر R بالإستعانة بمجموع أقياس زوايا المثلث ، وَ علاقة جيب الزاوية .

توجيهات لحلّ التمرين 17 ← التمرين ؟ ← الحل

- المساحة المطلوبة هي مساحة شبه المنحرف $MNQO$ مطروح منها مساحة المثلث MNQ .

توجيهات لحلّ التمرين 18 ← التمرين ؟ ← الحل

- ترييض مشكل ، ماعليك سوى ترجمة النّص إلى جملة معادلتين من الدرجة الأولى .

توجيهات لحلّ التمرين 19 ← التمرين ؟ ← الحل

- تذكّر أنّه يمكن إنشاء مماسين لدائرة من نقطة تقع خارجها ، و أنّ المسافة بين تلك النقطة وَ نقطتي التّماس متساوية.

توجيهات لحلّ التمرين 20 ← التمرين ؟ ← الحل

- أكتب أطوال أضلاع المربّعات بدلالة طول ضلع أصغرها .

توجيهات لحلّ التمرين 21 ← التمرين ؟ ← الحل

- حساب العبارة A : تذكّر أنّ: $\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$ حيث a وَ b عددان موجبان.
  $a+b \quad a-b \quad =a^2-b^2$ حيث a وَ b عددان.
- حساب العبارة B : العبارة B هي جداء عوامل ، كل عامل منها هو فرق بين عددين

- هل يمكن أن يكون إحداها فرق بين عدد و نفسه ؟

توجيهات لحل التمرين 22 ← التمرين ؟ ← الحل

- حل هذه المعادلة يؤول إلى حل معادلة جداء معدوم بعد كتابة $\tan x$ بدلالة $\sin x$ وَ $\cos x$ ثمَّ التحليل باستخراج عامل مشترك.

توجيهات لحل التمرين 23 ← التمرين ؟ ← الحل

- قم بتربيع النسبة المطلوب تبسيطها ، ثم انشر باستعمال المتطابقات الشهيرة وأخيرا بسّط الناتج بحل المعادلة المحصّل عليها (معادلة من الشكل $x^2 = a$).

توجيهات لحل التمرين 24 ← التمرين ؟ ← الحل

- طول قوس من دائرة متناسب مع زاوية القطاع الدائري الخاص به.

توجيهات لحل التمرين 25 ← التمرين ؟ ← الحل

- مساحة الدائرة ×2 = مساحة المربّع + المساحة المزروعة مرّتين.

1 ← مساعدة ← التمرين ؟

• حساب قيمة xy :

لدينا : $\begin{cases} x^2 = 2018 + y \\ y^2 = 2018 + x \end{cases}$ ، و منه : $x^2 - y^2 = y - x$

• لحلّ جملة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين ، يمكن استعمال طريقة الجمع أو طريقة التعويض
• انتبه: يختلف مقام الكسر دائما عن الصفر
بما أنّ x و y متمايزان فإن $x-y \neq 0$

أي : $(x-y)(x+y) = -(x-y)$ ، أي : $x+y = \dfrac{-(x-y)}{x-y}$ ، و عليه : $x+y=-1$.

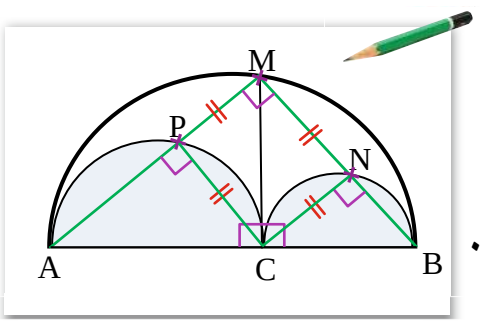
و من جهة أخرى : $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = (2018+y)+(2018+x)+2xy$ ، أي :

$(x+y)^2 = 4036 + (x+y) + 2xy$ ، أي : $(x+y)^2 = 4035 + 2xy$ ، أي : $1 = 4035 + 2xy$

أي : $-4034 = 2xy$ ، و منه : $xy = -2017$.

2 ← مساعدة ← التمرين ؟

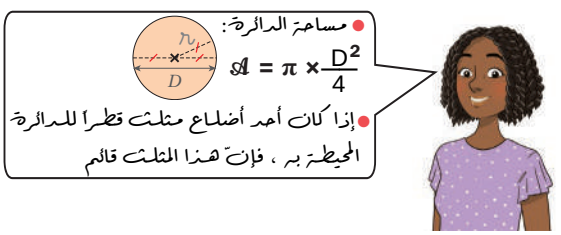
1 مساحة نصف القرص ذو القطر $[AB]$ هي : $\dfrac{AB^2}{8}\pi$ ، كذلك مساحة نصف القرص ذات الأقطار $[AC]$ و $[BC]$ هي : $\dfrac{AC^2}{8}\pi$ ، و $\dfrac{BC^2}{8}\pi$.



مساحة الحيّز غير المهشر هي :

$S = \pi\dfrac{AB^2}{8} - \left(\pi\dfrac{AC^2}{8} + \pi\dfrac{BC^2}{8}\right) = \dfrac{\pi}{8}\left[AB^2 - (AC^2 + BC^2)\right]$.

لدينا : المثلثات AMB ، BCN ، ACP ، AMC و BMC قائمة على الترتيب في : M ، N ، P ، C و C .



بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث AMC و BMC نجد :

$\begin{cases} AC^2 = MA^2 - MC^2 \\ BC^2 = MB^2 - MC^2 \end{cases}$ ، و منه : $AC^2 + BC^2 = MA^2 + MB^2 - 2MC^2$.

و لدينا من جهة أخرى : $MA^2 + MB^2 = AB^2$ ، و منه : $AC^2 + BC^2 = AB^2 - 2MC^2$ ، و عليه :

$AB^2 - (AC^2 + BC^2) = 2MC^2$ ، بالتعويض نجد : $S = \dfrac{\pi}{8} \times 2MC^2 = \pi\dfrac{MC^2}{4}$.

و التي تمثّل مساحة القرص ذو القطر $[MC]$.

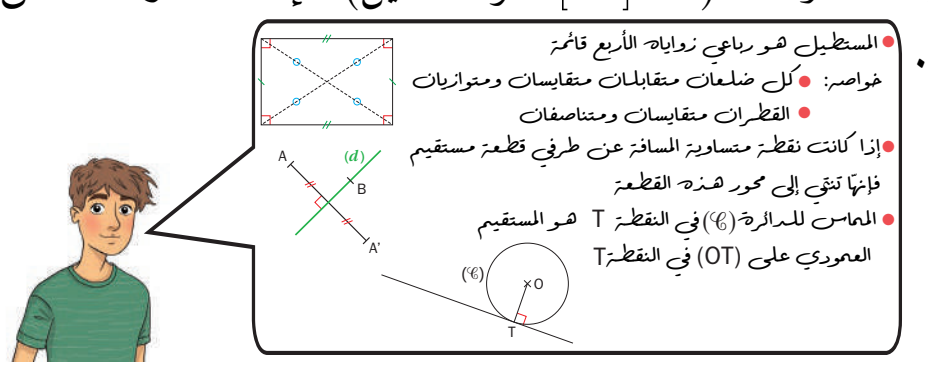
يتبع ...

2 الرباعي $CNMP$ مستطيل قطراه $[NP]$ وَ $[CM]$ متساويان و متناصفان في I ، قطعتا المستقيم $[IC]$ وَ $[IP]$ لهما نفس الطول (خواص المستطيل) ، إذن : I تنتمي إلى محور القطعة $[CP]$ ، O منتصف القطعة $[AC]$ ، إذن : (OI) محور $[CP]$ ، لأنّ : $OP = OC$.

لدينا أيضاً : $\widehat{OPI} = \widehat{OCI} = 90°$ ، لأنّ : (CM) عمودي على (AB) في C ، وَ $\widehat{OPI}$ نظيرة $\widehat{OCI}$ بالنسبة إلى (OI) ، هذا يثبت أنّ المستقيم (IP) مماس للدائرة ذات القطر $[AC]$.

بنفس هذا المنطق نبرهن أنّ المستقيم (IN) مماس للدائرة التي قطرها $[BC]$.

و بما أنّ النقط I ، N وَ P على إستقامة واحدة (لأنّ $[NP]$ قطر المستطيل) ، إذن : للدائرتان نفس المماس و الذي هو المستقيم (NP).



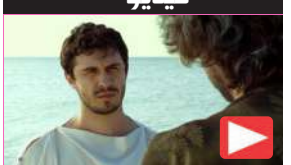
أجوبة

10 يتدرّب ثلاثة عدائين A,B وَ C للماراثون . في نفس الوقت
B يتواجد بين A وَ C ، A يتواجد بين B وَ C ، وَ C يتواجد بين A وَ B.
● كيف يمكن أن يحدث هذا ؟

حل الأجوبة

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو



شاهد كيف قام أرخميدس بحساب مساحة الدائرة
▶fc.com/adel.maths17

3 ← مساعدة ← التمرين ؟

إثبات أنّ : $x + y = 0$:

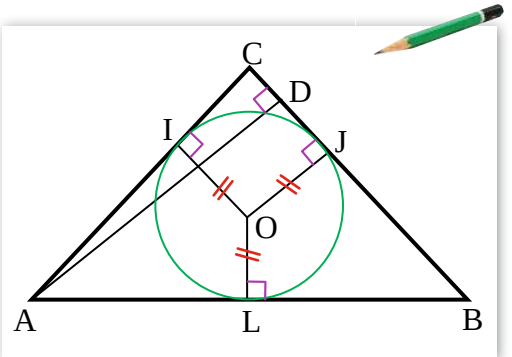
لدينا : $x = 1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + 2017^2 - 2018^2$ ، أي :

$x = (1-2)(1+2) + (3-4)(3+4) + ... + (2017-2018)(2017+2018)$ ، أي :

$x = -(1+2) - (3+4) + ... - (2017+2018)$ ، أي :

$x = -[1+2+3+4+.....+2017+2018]$ ، أي : $x = -y$ ، و منه : $x + y = 0$.

4 ← مساعدة ← القرين ؟



• حساب مساحة الحيّز المهشر :

مساحة التهشير = مساحة المثلث ABC − مساحة القرص.

1) حساب مساحة المثلّث ABC :

ليكن D المسقط العمودي للنقطة A على (BC) ،

إذن المثلثين : ADB وَ ADC قائمين في D .

حسب مبرهنة فيثاغورس فإنّ : $\begin{cases} DB^2 = AB^2 - AD^2 ....(1) \\ DC^2 = AC^2 - AD^2 ....(2) \end{cases}$ ، بطرح (2) من (1) نجد :

$DB^2 - DC^2 = AB^2 - AC^2$ ، و عليه : $(DB-DC)(DB+DC) = AB^2 - AC^2$ ، و منه :

$(DB-DC)\times BC = AB^2 - AC^2$ ، أي : $(DB-DC)\times 15 = 13^2 - 14^2$ ، أي :

$(DB-DC)\times 15 = -27$ ، أي : $DB - DC = \frac{-27}{15} = \frac{-9}{5}$ ، و منه : $DC - DB = \frac{9}{5} = 1,8....(3)$

من جهة أخرى : $DC + DB = BC = 15.....(4)$.

بجمع (3) وَ (4) نجد : $2DC = 16,8$ ، و منه : $DC = 8,4$ ، $DB = 6,6$.

كذلك : $AD^2 = AB^2 - DB^2 = 13^2 - 6,6^2$ ، أي : $AD^2 = 125,44$ ، و منه : $AD = \sqrt{125,44} = 11,2$.

- مساحة المثلث ABC هي : $S_{ABC} = \frac{AD \times BC}{2} = \frac{11,2 \times 15}{2} = 84cm^2$.

- مساحة القرص هي : $S_{ABC} = S_{AOB} + S_{AOC} + S_{BOC} = \frac{AB \times OL}{2} + \frac{AC \times OI}{2} + \frac{BC \times OJ}{2}$ ، أي :

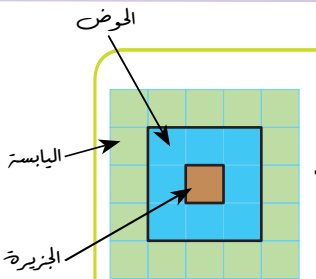
$S_{ABC} = \frac{13 \times R}{2} + \frac{14 \times R}{2} + \frac{15 \times R}{2}$ ، أي : $S_{ABC} = 21R$ ، أي : $R = \frac{S_{ABC}}{21} = \frac{84}{21}$ ، و منه : $R = 4$

إذن مساحة الجزء المهشر هي : $S = S_{ABC} - R^2\pi = (84 - 16\pi)cm^2$.

أحجية

11 في وسط حوض مائي مربع الشكل طول ضلعه 12m تتواجد جزيرة مربعة الشكل طول ضلعها 4m .

• كيف يمكن صنع جسر مستقر يربط الجزيرة باليابسة باستعمال لوحتين فقط طول كل منهما 3,9m وعرض كل منهما 10cm ؟



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

5 ← مساعدة ← التمرين

1 حساب $(\sqrt{5}+2)^2$ و $(\sqrt{5}-2)^2$:

$(\sqrt{5}+2)^2=(\sqrt{5})^2+4+4\sqrt{5}=5+4+4\sqrt{5}=9+4\sqrt{5}$

$(\sqrt{5}-2)^2=(\sqrt{5})^2+4-4\sqrt{5}=5+4-4\sqrt{5}=9-4\sqrt{5}$

المطابقات الشهيرة
a و b أعداد ، لدينا:
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
لا تنسى تبديل الاشارات في حالة قوس مسبوق باشارة –

2 إثبات أنّ الجذر التربيعي للعدد A هو 2 :

لدينا : $A=\sqrt{9+4\sqrt{5}}-\sqrt{9-4\sqrt{5}}=\sqrt{(\sqrt{5}+2)^2}-\sqrt{(\sqrt{5}-2)^2}$.

لدينا : $\sqrt{5}>0$ و $2>0$ ، إذن : $\sqrt{5}+2>0$ ، $5>4$ ، أي : $\sqrt{5}>2$ ، و منه : $\sqrt{5}-2>0$.

إذن : $A=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)$ ، أي : $A=\sqrt{5}+2-\sqrt{5}+2$ ، و منه : $A=4$.

و عليه : الجذر التربيعي للعدد A هو 2 .

من أعمالنا أيضاً
الحساب على الجذور:
drive.google

6 ← مساعدة ← التمرين

1 إثبات أنّ : $555^2-333^2=444^2$.

$555^2-333^2=(555-333)(555+333)=222\times888$ ، أي : $555^2-333^2=222\times2\times444$

أي : $555^2-333^2=444\times444$ ، و منه : $555^2-333^2=444^2$.

من أعمالنا أيضاً
الحساب الحرفي :
drive.google

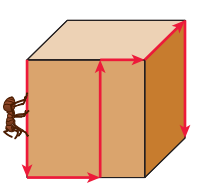
2 إثبات أنّ العدد يقبل القسمة على 11 :

$3^{n+2}+3^n\times2=3^n\times3^2+3^n\times2$ ، أي : $3^{n+2}+3^n\times2=3^n(9+2)$

، و منه : $3^{n+2}+3^n\times2=3^n\times11$ و منه العدد : $3^{n+2}+3^n\times2$ يقبل القسمة على 11 .

أحجية

12 مكعب طول حرفه 12 cm. ماهي المسافة الكلية التي قطعتها النملة.



Concours Kangourou 2005

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

7 ← مساعدة ← التمرين

• ADB مثلث و (EG) مستقيم يوازي (AD) و يقطع (BA) و (BD) في E و G على التوالي .

و منه : حسب مبرهنة طالس فإنّ : $\frac{BE}{BA}=\frac{BG}{BD}=\frac{EG}{AD}$.....(1) .

ABC مثلث و (EF) مستقيم يوازي (BC) و يقطع (AC) و (AB) في F و E على التوالي . و منه : حسب مبرهنة طالس فإنّ : $\frac{AF}{AC}=\frac{AE}{AB}=\frac{EF}{BC}$.....(2) .

من (1) و (2) نجد : $\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=\frac{AE+BE}{AB}=\frac{AB}{AB}$ ، أي : $\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=\frac{AE}{AB}+\frac{BE}{BA}$ و منه : $\frac{EF}{BC}+\frac{EG}{AD}=1$

مد أعمالنا أيضاً
خاصية طالس :
drive.google

8 ← مساعدة ← التمرين

• إثبات أنّ : $S'=2\times S$

C منتصف $[AA']$ ، إذن : A' نظيرة A بالنسبة إلى C .

C منتصف $[BB']$ ، إذن : B' نظيرة B بالنسبة إلى C .

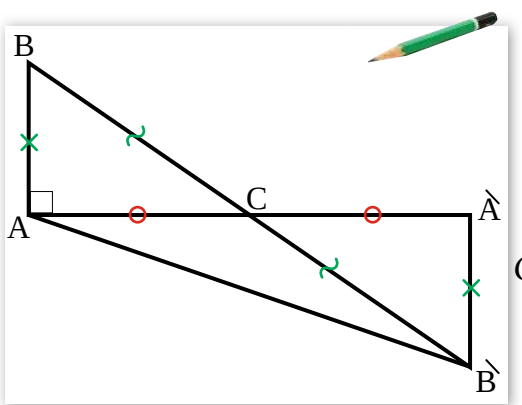
و عليه فإنّ المثلث $A'B'C$ نظير المثلث ABC بالنسبة للنقطة C فهما متقايسان (خواص التناظر المركزي) .

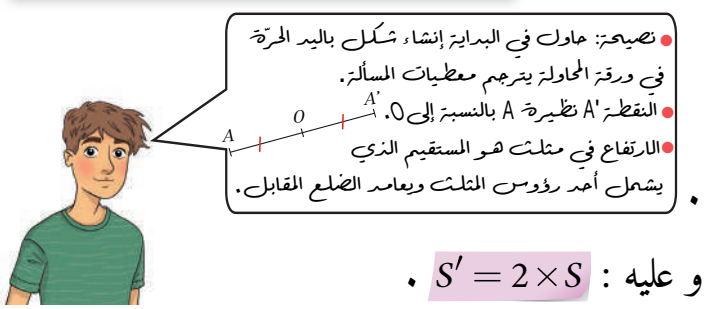
إذن : $S_{ABC}=S_{A'B'C}$.

من جهة أخرى : $S_{A'B'C}=\frac{A'C\times A'B'}{2}$ ،

و $S_{ACB'}=\frac{AC\times A'B'}{2}=\frac{A'C\times A'B'}{2}=S_{A'B'C}$.

إذن : $S'=S_{ACB'}+S_{A'B'C}=2\times S_{A'B'C}=2S$ ، و عليه : $S'=2\times S$.





9 ← مساعدة ← التمرين

• إيجاد قيمة x :

لدينا : $ab=20(a+b)$ ، أي : $\frac{1}{20}=\frac{a+b}{ab}$ ، و منه : $\frac{1}{20}=\frac{a}{ab}+\frac{b}{ab}$

، أي : $x=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{20}$ و منه : $x=\frac{1}{20}$.

10 ← مساعدة ← التمرين ؟

1 إيجاد قيم n :

لدينا : $n^2=\frac{2^{10}}{2^5}+\frac{2^{10}}{2^8}$ ، أي : $n^2=2^{10-5}+2^{10-8}$ ، أي : $n^2=2^5+2^2$ أي : $n^2=2^2(2^3+1)$

أي : $n^2=4(8+1)$ ، أي : $n^2=36$ ، إذن : $n=6$ ، أو $n=-6$.

2 حساب E ، حيث : $E=(1-\frac{1}{2})(1-\frac{1}{3})(1-\frac{1}{4})\ldots\ldots\ldots(1-\frac{1}{2016})(1-\frac{1}{2017})$.

أي : $E=(\frac{2-1}{2})(\frac{3-1}{3})(\frac{4-1}{4})\ldots\ldots\ldots(\frac{2016-1}{2016})(\frac{2017-1}{2017})$ ، أي :

$E=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\times\ldots\ldots\times\frac{2015}{2016}\times\frac{2016}{2017}$ ، بعد الإختزال نتحصّل على : $E=\frac{1}{2017}$.

11 ← مساعدة ← التمرين ؟

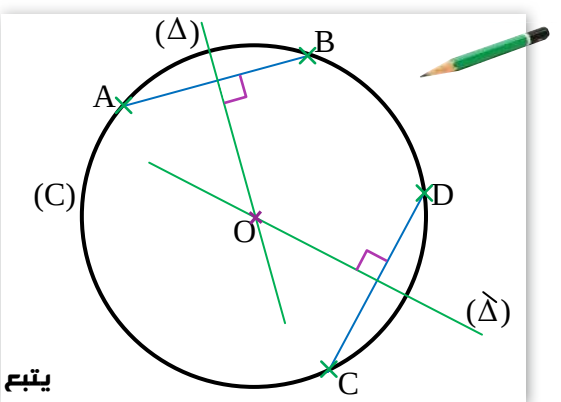
1 إنشاء النقطة O مركز الدائرة (C) :

توجد عدة طرق لتحديد مركز دائرة ما ، و تندرج كل تلك الطرق تحت القاعدة التالية :

- **توجد دائرة واحدة وَ وحيدة تشمل 3 نقاط معلومة فأكثر .**

نذكر بعض تلك الطرق :

- نقطة تلاقي محاور أضلاع مثلث هي مركز الدائرة المحيطة برؤوس هذا المثلث .
- مركز الدائرة المحيطة برؤوس مثلث قائم هو منتصف الوتر (حالة خاصة من الخاصية السابقة).
- نقطة تلاقي محوري وترين في دائرة هي مركزها .



يتبع ...

سنختار الطريقة الأخيرة للإنشاء :

1 نرسم وترين في الدائرة (C) .

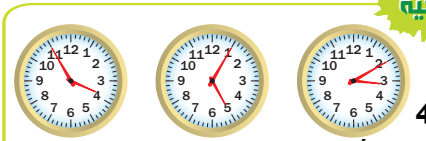
2 نرسم كلاًّ من محوريهما .

3 نقطة تلاقي المحورين هي مركز الدائرة (C) .

أحجية

13 **إحدى هذه الساعات تتقدم في التوقيت بـ 45min والأخرى تتأخر بـ 1h وَ 10min ، والأخيرة معطلة .**

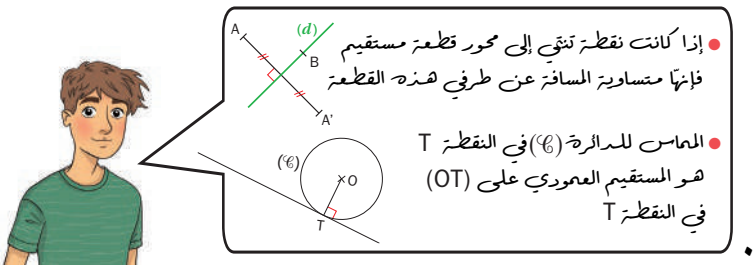
● كم التوقيت الصحيح ؟



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:

fc.com/adel.maths17



التفسيـــر :

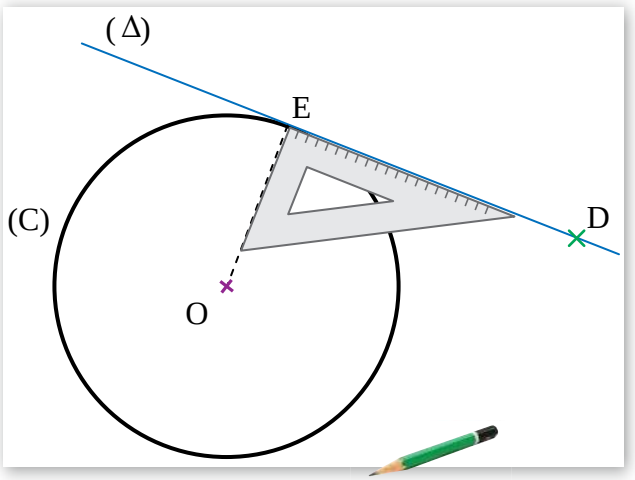
(Δ) محور للوتر الأوّل ، إذن : $OA = OB$.

(Δ') محور للوتر الثاني ، إذن : $OC = OD$.

ممّا سبق لدينا : $R = OA = OB = OC = OD$.

توجد دائرة وحيدة تشمل 3 نقاط معلومة فأكثر ، و منه : O مركز الدائرة (C) .

2 إنشاء ممّاس للدائرة (C) يشمل النقطة D :



طريـقة 01 :

نسمي (Δ) ممّاس للدائرة (C) الذي يشمل D ،

و لتكن E نقطة التّماس .

(Δ) عمودي على المستقيم القطري (OE) .

و عليه يكفي إنشاء زاوية قائمة $\widehat{OED}$ باستعمال الكوس

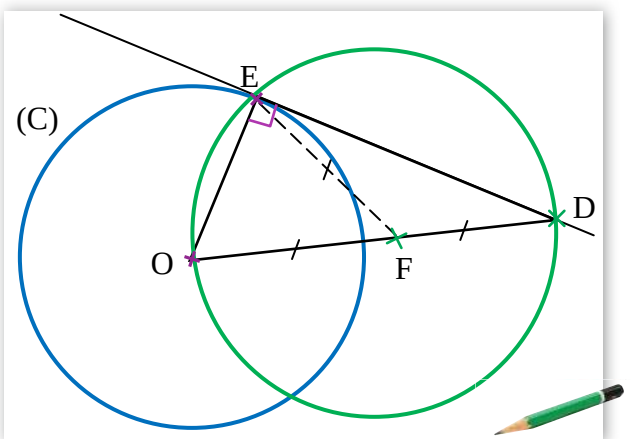
ثمّ إنشاء الممّاس (Δ) الذي يشمل النقطتين D وَ E .

طريقة 02 :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم DEO حيث الأضلاع $[OD]$ وَ $[OE]$ معلومة الطول ،

نتحصّل على ED ، و بالتالي يمكن إنشاء النقطة E نقطة التّماس بين المستقيم (OE) و الدائرة (C) .

طريقة 03 :



1) ننشئ الضلع $[OD]$.

2) نعيّن النقطة F منتصف الضلع $[OD]$.

3) ننشئ دائرة مركزها F و نصف قطرها $[OF]$ ،

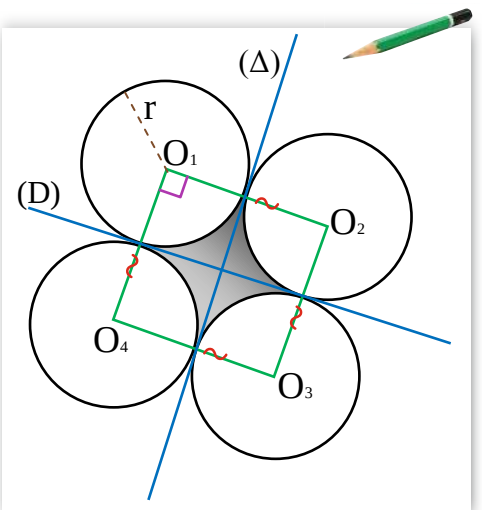
E نقطة تقاطع الدائرتين .

4) ننشئ المثلث DEO .

لدينا F منتصف $[OD]$ وَ FE نصف طول $[OD]$ ، إذن لدينا طول المتوسط FE المتعلق بالضلع $[OD]$ يساوي نصف طول هذا الضلع فإنّه حسب الخاصية العكسية للمتوسط المتعلق بالوتر ، المثلث DEO قائم في E ، و عليه : (DE) هو الممّاس المطلوب .

12 ← مساعدة ← القرين ؟

مساحة الجزء المظلّل بدلالة r :



1 طبيعة الرباعي $O_1O_2O_3O_4$:

لدينا : $O_1O_2 = O_2O_3 = O_3O_4 = O_1O_4 = 2r$ ،

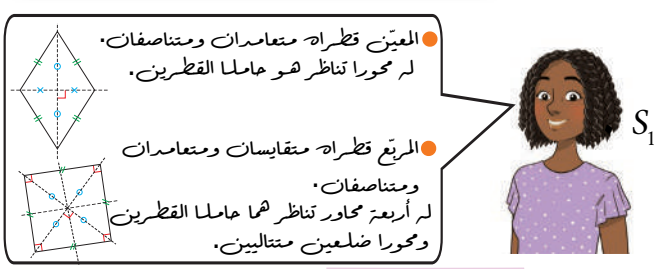
إذن : الرباعي مـــربّع أو معـيّن .

لكن : O_1 وَ O_2 نظيرة O_4 وَ O_3 على الترتيب بالنسبة إلى (D)

O_1 وَ O_4 نظيرة O_2 وَ O_3 على الترتيب بالنسبة إلى (Δ)

إذن : (Δ) وَ (D) محورا تناظر للرباعي ، و منه :

الرباعي $O_1O_2O_3O_4$ مربّـــع .

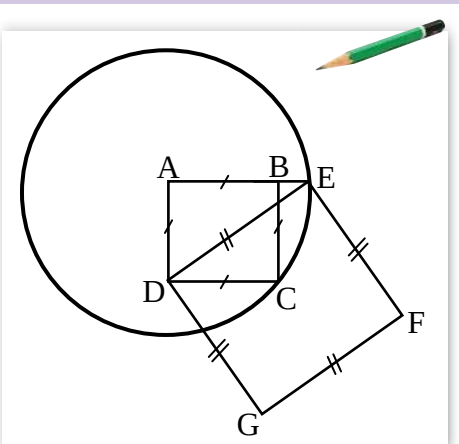


2 مساحة المربّع $O_1O_2O_3O_4$: $S_1 = (2r)\times(2r) = 4r^2$

3 مساحة أرباع الدوائر : $S_2 = \frac{r^2\pi}{4}\times 4 = r^2\pi$.

و منه المساحة المظلّلة هي : $S = S_1 - S_2 = 4r^2 - r^2\pi$ ، إذن : $S = (4-\pi)r^2$.

13 ← مساعدة ← القرين ؟



1 كتابة AE بدلالة AB :

لدينا : $AE = AC$ (نصفي قطر لنفس الدائرة) .

أي : $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{AB^2 + AB^2} = \sqrt{2AB^2} = \sqrt{2}AB$

، و بالتالي : $AE = \sqrt{2}AB$.

2 إثبـات أنّ : $S_2 = 3\times S_1$

$S_2 = DE^2 = AE^2 + AD^2$ ، أي : $S_2 = (\sqrt{2}AB)^2 + AB^2$

، أي : $S_2 = 2AB^2 + AB^2$ ، أي : $S_2 = 3AB^2$ ، و عليه : $S_2 = 3\times S_1$.

أحجية

14 أنا أكبر عدد أقل من 1000 ومضاعف لـ 2 ، 3 ، 5 و 9 . فمن أكون؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

14 ← مساعدة ← التمرين ؟

لدينا : $xy+yz+xz=0$ ، لنبيّن أنّ : $\frac{y+z}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x+y}{z}=-3$.

$$\frac{y+z}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x+y}{z}=\frac{yz(y+z)+xz(x+z)+xy(x+y)}{xyz}=\frac{y^2z+yz^2+x^2z+xz^2+x^2y+xy^2}{xyz}$$

أي : $\frac{y+z}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x+y}{z}=\frac{y(yz+xy)+z(yz+xz)+x(xz+xy)}{xyz}$ ،

أي : $\frac{y+z}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x+y}{z}=\frac{-xyz-xyz-xyz}{xyz}=\frac{-3xyz}{xyz}$ ، ومنه : $\frac{y+z}{x}+\frac{x+z}{y}+\frac{x+y}{z}=-3$.

15 ← مساعدة ← التمرين ؟

إختيار الإجابة الصّحيحة :

1 لدينا : $1<3$ ، و منه : $1<\sqrt{3}$ ، و عليه : $1-\sqrt{3}<0$ ، إذن : $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=\sqrt{3}-1$.

2 لنبحث عن قواسم 144 :

* 1 يقسم 144 ، نكتب : $144=1\times144$ ، إذن : 144 وَ 1 قاسمان لـ 144 .
* 2 يقسم 144 ، نكتب : $144=2\times72$ ، إذن : 72 وَ 2 قاسمان لـ 144 .
* 3 يقسم 144 ، نكتب : $144=3\times48$ ، إذن : 48 وَ 3 قاسمان لـ 144 .
* 4 يقسم 144 ، نكتب : $144=4\times36$ ، إذن : 36 وَ 4 قاسمان لـ 144 .
* 6 يقسم 144 ، نكتب : $144=6\times24$ ، إذن : 24 وَ 6 قاسمان لـ 144 .
* 8 يقسم 144 ، نكتب : $144=8\times18$ ، إذن : 18 وَ 8 قاسمان لـ 144 .
* 9 يقسم 144 ، نكتب : $144=9\times16$ ، إذن : 16 وَ 9 قاسمان لـ 144 .
* 12 يقسم 144 ، نكتب : $144=12\times12$ ، إذن : 12 قاسم لـ 144 .
* 16 يقسم 144 ، و قد ذكر كقاسماً لـ 144 ، إذن نتوقّف .

و منه قواسم 144 هي : 15 قاسماً .

مد أعمالنا أيضاً
الأعداد الطبيعية
والأعداد الناطقة
drive.google

يتبع ...

3 $(1001^2-999^2)^2=[(1001-999)(1001+999)]^2$ أي : $(1001^2-999^2)^2=(2\times 2000)^2$ أي : $(1001^2-999^2)^2=(4000)^2$ ، أي : $(1001^2-999^2)^2=(4\times 10^3)^2$ و منه : $(1001^2-999^2)^2=16\times 10^6$

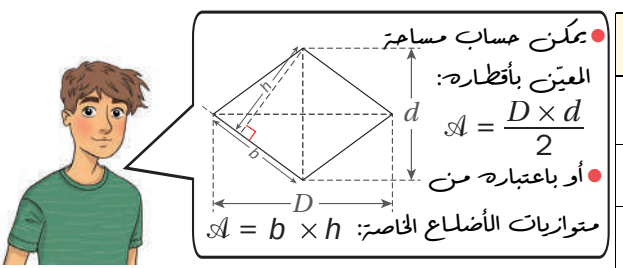
4 $\frac{2^{101}+2^{93}}{2^{86}+2^{78}}=\frac{2^{93}(2^8+1)}{2^{78}(2^8+1)}=\frac{2^{93}}{2^{78}}=2^{93-78}$ ، و منه : $\frac{2^{101}+2^{93}}{2^{86}+2^{78}}=2^{15}$.

5 مساحة المعيّن $ABCD$: $S=DC\times AH=AD\times AH$.

لاحظ أنّ : $DC=AD$ ، لأنّ : المعيّن أضلاعه متقايسة

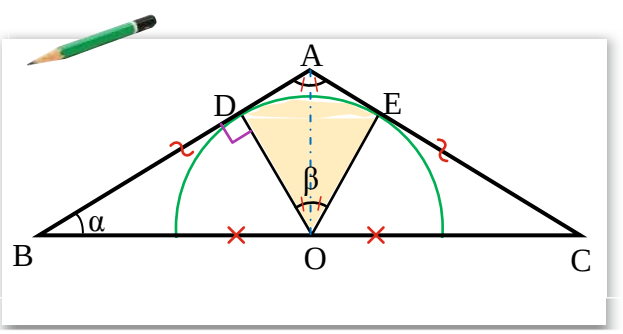
نلخّص الإجابات الصحيحة في الجدول التالي :

السؤال :	الجواب الصّحيح :
العدد : $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2}=\ldots$	$\sqrt{3}-1$
عدد قواسم 144 هو :	15
العدد : $(1001^2-999^2)^2=\ldots$	16×10^6
العدد : $\frac{2^{101}+2^{93}}{2^{86}+2^{78}}=\ldots$	2^{15}
مساحة المعيّن $ABCD$ هي :	$AH\times AD$



16 ← مساعدة ← التمرين ؟

● مساحة القطاع الدائري ذو الزاوية $\widehat{DOE}$:



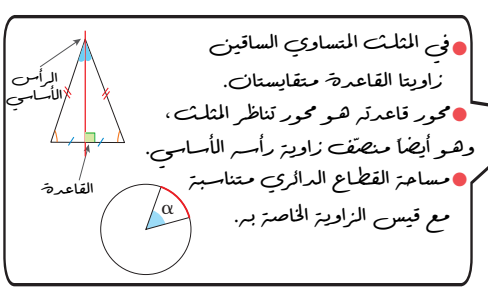
لدينا : $\alpha=\frac{180-120}{2}=30^\circ$.

و $\widehat{BDO}=\widehat{ADO}=90^\circ$ ،

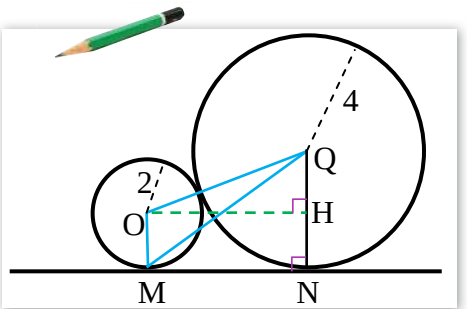
و $R=DO=BO\sin\alpha=6\sin(30^\circ)=3$ ،

و $\beta=2\widehat{DOA}=2(180-90-\frac{120}{2})=60^\circ$.

إذن : $A=\frac{60}{360}\pi R^2=\frac{1}{6}\pi\times 3^2$ ، أي : $A=\frac{3}{2}\pi$



17 ← مساعدة ← التمرين ؟



• مساحة المثلث OQM :

H هي المسقط العمودي للنقطة O على (QN) .

أي : $OH^2+HQ^2=OQ^2$ ، أي : $OH^2=6^2-2^2=32$.

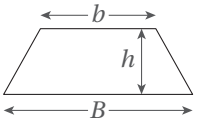
أي : $OH=4\sqrt{2}=MN$.

إذن : $S_{OQM}=S_{NQOM}-S_{MNQ}$ ، أي : $S_{OQM}=\frac{(NQ+MO)\times MN}{2}-\frac{MN\times NQ}{2}$ ،

أي : $S_{OQM}=12\sqrt{2}-8\sqrt{2}$ ، و منه : $S_{OQM}=4\sqrt{2}$.

• شبه المنحرف هو رباعي فيه ضلعان متوازيان

• مساحة شبه المنحرف:



$\mathcal{A}=\frac{(B+b)\times h}{2}$

18 ← مساعدة ← التمرين ؟

• نفرض أنّ : x عرض المستطيل وَ y طول المستطيل .

لدينا : $(x+6)(y-8)=xy$ ، أي : $xy-8x+6y-48=xy$ ، أي : $-8x+6y=48....(1)$.

لدينا أيضاً : $(x+\frac{1}{8}y)=(y-\frac{2}{5}x)$ ، أي : $x+\frac{2}{5}x+\frac{1}{8}y-y=0$ ، أي : $\frac{7x}{5}-\frac{7y}{8}=0$ ، أي :

$\frac{56x-35y}{40}=0$ ، أي : $7(8x-5y)=0$ ، و منه : $8x-5y=0....(2)$.

بجمع (1) وَ (2) نجد : $y=48$ ، بالتعويض نجد : $x=30$.

إذن عرض المستطيل هو : $30m$ وَ طوله هو : $48m$.

• عندما تقرأ كلمة "من" فكّر في الضرب.
من دروس السنة الأولى متوسط "أخذ كسر من عدد"

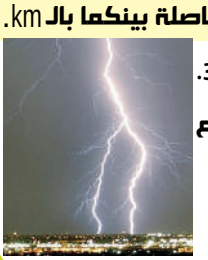
أحجية

15 على موقع انترنت نقرأ مايلي:

لمعرفة المسافة التقريبية التي تبعدها عن صاعقة رعدية ، احسب عدد الثواني بين لحظة رؤيتك للومضة وَ لحظة سماعك لصوت الرعد. اقسم العدد المحصل عليه على 3 ، الناتج هو المسافة الفاصلة بينكما بالـ km.

تعطى: سرعة الضوء $300\,000\,km/s$ وَ سرعة الصوت $340\,m/s$.

اشرح لما تعتبر الطريقة المعروضة على هذا الموقع في محلها.



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

هل تعتقد انك تعرف العدد ٢٢.
تعرف على الوجه الآخر له ...
▶fc.com/adel.maths17

19 ← مساعدة ← التمرين ؟

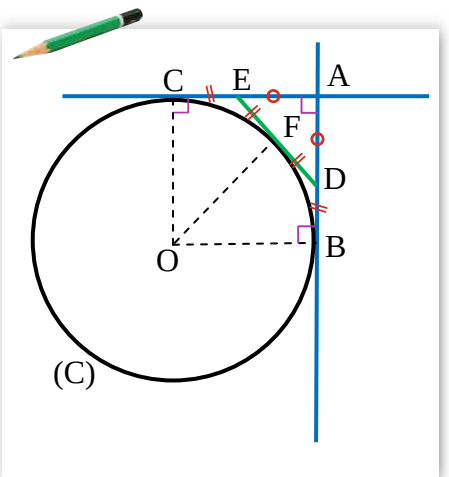
• نفرض أنّ : $AD = AE = \alpha$.

لدينا : $AB = AC$ (مماسان لدائرة يشملان نقطة خارجها) ، وَ $AD = AE$ (من المعطيات) .

بالطرح نجد : $DB = EC$ ، و لكن : $DB = DF$ وَ $EF = EC$ (مماسان لدائرة يشملان نقطة خارجها)

إذن : $EF = EC = DB = DF$.

نفرض أنّ : $EF = EC = DB = DF = \beta$.



• مساحة المثلث ADE تساوي 9 وحدات مربّعة :

أي : $\frac{\alpha^2}{2} = 9$ ، أي : $\alpha^2 = 18$ ، و منه : $\alpha = 3\sqrt{2}$.

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم ADE نجد :

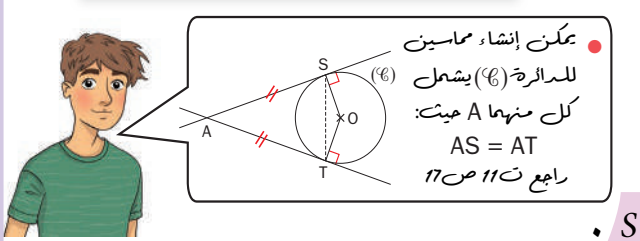
$ED^2 = AD^2 + AE^2$ ، أي : $(2\beta)^2 = \alpha^2 + \alpha^2$

، أي : $4\beta^2 = 2\alpha^2$ ، أي : $4\beta^2 = 36$ أي : $\beta = 3$

• الشكل $ABOC$ مربّع ، أي : $R = AB = \alpha + \beta$

، ومنه : $R = 3 + 3\sqrt{2}$.

و عليه مساحة الدائرة هي : $S = R^2\pi = 9\pi(\sqrt{2}+1)^2\, u.a$.



20 ← مساعدة ← التمرين ؟

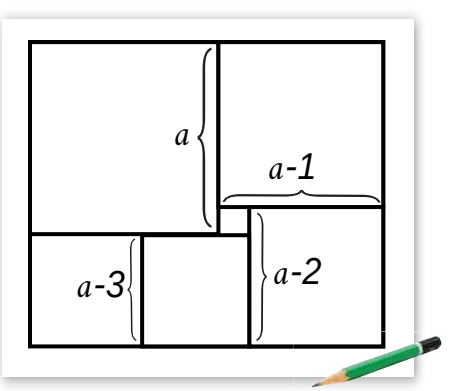
• حساب طول الضلع:

نسمّي طول ضلع أكبر هذه المربّعات a

لدينا : $(a+1) = (a-3)\times 2$.

أي : $a + 1 = 2a - 6$.

و منه : $a = 7$.



أحجية

16 تعيش زهور "زنبق الماء" في المسطحات المائية ، يحتاج "زنبق الماء" الذي تتضاعف مساحته يومياً 30 يوماً لتغطية نصف البركة. كم عدد الأيام التي يستغرقها لتغطية البركة بأكملها؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

21 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حساب العبارة A :

$$A=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{2+\sqrt{1+\sqrt{7}}}\times\sqrt{2-\sqrt{1+\sqrt{7}}}$$
$$=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{\left(2+\sqrt{1+\sqrt{7}}\right)\left(2-\sqrt{1+\sqrt{7}}\right)}$$
$$=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{4-\left(\sqrt{1+\sqrt{7}}\right)^2}$$
$$=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{4-\left(1+\sqrt{7}\right)}$$
$$=\sqrt{\sqrt{7}+3}\times\sqrt{3-\sqrt{7}}$$
$$=\sqrt{\left(3+\sqrt{7}\right)\left(3-\sqrt{7}\right)}=\sqrt{9-7}=\sqrt{2}$$

● a و b عددان موجبان:
$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{a\times b}$
● a و b عددان :
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

● حساب العبارة B :

$$B=\left(\frac{1}{4}-\frac{99}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{98}{100}\right)\times\ldots\ldots\times\left(\frac{1}{4}-\frac{25}{100}\right)\times\ldots\ldots\times\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{100}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{4}-\frac{99}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{98}{100}\right)\times\ldots\ldots\times\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\right)\times\ldots\ldots\times\left(\frac{1}{4}-\frac{2}{100}\right)\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{100}\right)=0$$

22 ← مساعدة ← التمرين ؟

● حل المعادلة:

$$\tan x-2\sin x=\frac{\sin x}{\cos x}-2\sin x=\sin x\left(\frac{1}{\cos x}-2\right)=0$$

إذا كان جداء عاملين معدوماً ، فإنَّ أحد عامليه على الأقلّ معدوماً.

إذن $\sin x=0$ أو $\left(\frac{1}{\cos x}-2\right)=0$

$\sin x=0$ أو $\cos x=\frac{1}{2}$

● قبل استعمال الآلة الحاسبة يجب برمجتها بوحدة الدرجة (DEG).

باستعمال الآلة الحاسبة: (KENKO KK-105)

نتحصّل في الشاشة على: 0 2ndf sin ($\sin^{-1}$) — DEG 0

نتحصّل في الشاشة على: cos ($\cos^{-1}$) 2ndf 5 , 0 — DEG 60

للمعادلة حلاّن هما: 0 و 60

23 ← مساعدة ← التمرين

• تبسيط النسبة:

$$\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2 = \frac{x^2+y^2-2xy}{x^2+y^2+2xy} = \frac{7xy-2xy}{7xy+2xy} = \frac{5xy}{9xy} = \frac{5}{9}$$

إذن للمعادلة حلاّن هما: $\frac{\sqrt{5}}{3}$ وَ $-\frac{\sqrt{5}}{3}$

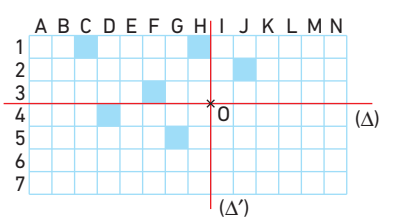
وأخيراً: $\frac{x-y}{x+y} = \pm\frac{\sqrt{5}}{3}$

• إذا كان $a>0$ فإنّ المعادلة $t^2 = a$ تقبل حلين هما: $\sqrt{a}$ وَ $-\sqrt{a}$

أحجية

17 أكمل الشكل بتلوين الحد الأدنى من المربعات بحيث:

- تكون النقطة O مركز تناظر الشكل النهائي ،
- يكون المستقيمان (Δ) و (Δ′) محورا تناظره.



حل الأحجية: C6, D3, F4, G2, H6, I1, I6, J5, K3, K4, M3, M4, N1, N6

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

تعرف على كتاب اقليدس الشهير الأكثر تأثيرا في تاريخ الرياضيات.
▶fc.com/adel.maths17

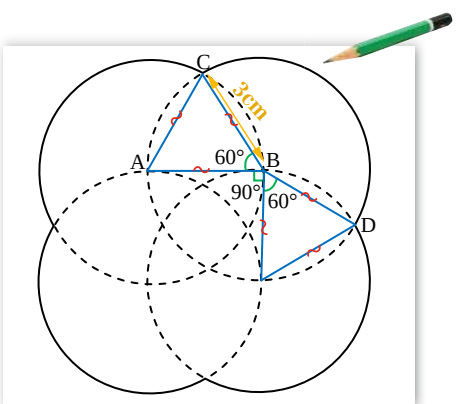
24 ← مساعدة ← التمرين

• حساب محيط الشكل:

بما أنَّ الدّوائر متماثلة فإنَّ $R = AB = AC = BC$ وعليه المثلث ABC متقايس الأضلاع وبالتّالي $ABC = 60°$

لدينا: $CBD = 360 - (60+90+60) = 150°$

محيط الدائرة كاملة: $2\pi R = 6\pi$ وبما أنَّ طول قوس من دائرة متناسب مع زاوية القطاع الدائري الخاص به فإنَّ:



قيس الزاوية	360°	150°
طول القوس	6π	x

$x = \frac{150\times 6\pi}{360} = 2,5\pi$ وأخيراً $P = 2,5\pi \times 4 = 10\pi\ cm$

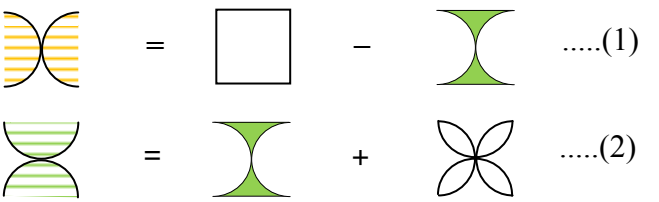
• الطول ℓ لقوس من دائرة متناسب مع α.

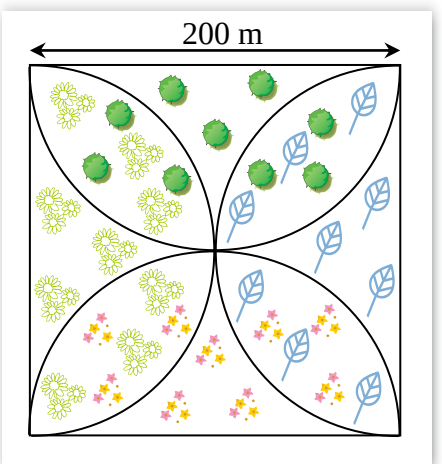
25 ← مساعدة ← التمرين ؟

• حساب مساحة المناطق المزروعة مرّتين:

مساحة الدائرة = مساحة المربّع ـ مساحة المناطق الخضراء ...(1)

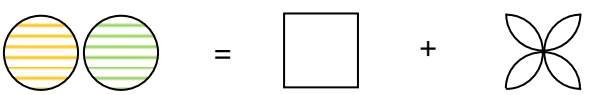
مساحة الدائرة = مساحة المناطق الخضراء + المناطق المشتركة ...(2)





بجمع (1) وَ (2) طرفاً لطرف:

مساحة الدائرة ×2 = مساحة المربّع + المساحة المشتركة.



إذن: المساحة المشتركة = مساحة الدائرة ×2 − مساحة المربّع.

$$S = 2\times\pi R^2 - 2R^{\,2} = 2\times\pi\times100^2 - 200^2 \simeq 22800\,m^2$$

وأخيراً: المساحة المزروعة مرّتين هي $22800\,m^2$.

• يمكن استنتاج العلاقة التي تعبّر عن المساحة المزروعة مرتين من خلال الشكل فقط. دون اللجوء الى الحل المفصل المطروح.

أحجية

18 يبلغ طول شهد 80cm.

◄ كم يبلغ طول والدها؟

حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

فيديو

في سد العاشرة وجد سؤال كرس حياته من اجله. قصة مسألة فيرما الأخيرة...
▶fc.com/adel.maths17