

أولى بياد الرياضيات

4 ٨ M

الدور التمهيدي

2024 - 2023



إعداد: عبد الحفيظ عادل + بلقاسم / ع.

التحاريث

1

مكتبة:

هناك في داخلها شرايط صغيرة من القدرات التي تحتاج بدورها الى نفخ لكي تشتعل وتتصلح على نجات مبهرة.



الطلب



مساعدة

فرنسا (2020)

التمرين 01

يبلغ قطر العجلة الأمامية لدراجة من القرن التاسع عشر 80cm ، بينما يبلغ قطر العجلة الخلفية لها 50cm .

ماهي المسافة التي قطعها الدراجة علماً أن

العجلة الخلفية أنجزت 78 دورة أكثر من العجلة الأمامية؟



الطلب



مساعدة

فرنسا (2019)

التمرين 02

على الشكل المقابل ، مراكز الدوائر الأربع تمثل رؤوس مربع طول

ضلعه a. الدائرتان الكبيرتان تمس بعضها البعض وتمس بدورها الدائرتان الصغيرتان.

ليكن R طول نصف قطر كل من الدائرتان الكبيرتان و r طول نصف قطر كل من الدائرتان الصغيرتان.

1 أ/ احسب R و r بدلالة a.

ب/ احسب قيمة النسبة $\frac{R}{r}$.

2 احسب مساحة الجزء المهيئ بدلالة a.

يحدث النجاح عندما تصبح أحلامك أكبر من أخطائك



الطلب



مساعدة

السعودية (2006)

التمرين 03

إذا كان المتوسط الحسابي لأربعة أعداد هو 205 ، وعندما استبدلنا أحد هذه الأعداد بالعدد 99 أصبح المتوسط الحسابي 200.

جد العدد الذي تم استبداله.

لكي تكون ناجحاً عليك أن تكون محاطاً بأناس ناجحين



← الحل



← مساعدة

كندا (2005)

التمرين 04

على الشكل المجاور :

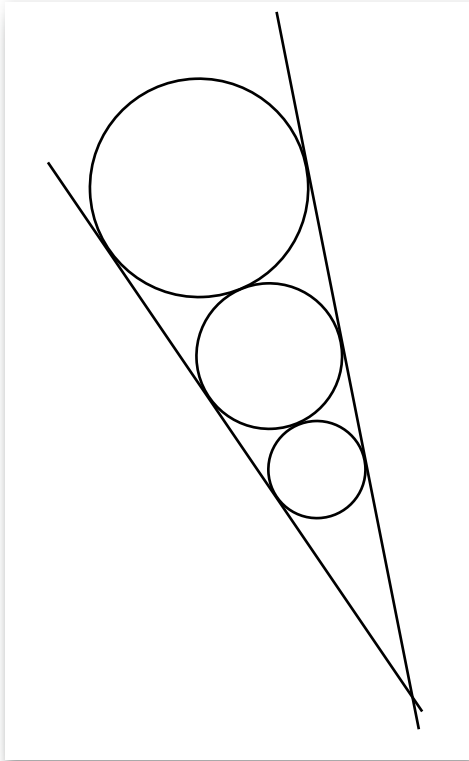
ثلاث دوائر ، الصغرى نصف قطرها 2cm

وتمس الدائرة الوسطى التي نصف قطرها 3cm

والتي تمس بدورها الدائرة الكبرى التي نصف قطرها R

والدوائر الثلاث تمس المستقيمين الموضحين بالإنشاء.

جد قيمة R.



ليست الرياح هي التي تقرر وجهتك وإنما أنت الذي يتحكم في اتجاه البحارك لأن الرياح هي نفسها بالنسبة للجميع



← الحل



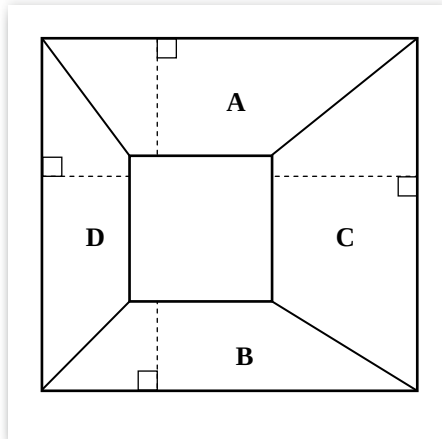
← مساعدة

إيطاليا (1997)

التمرين 05

الشكل أدناه يمثل مربعان أحدهما داخل الآخر. أثبت أن:

مساحة شبه المنحرف A + مساحة شبه المنحرف B = مساحة شبه المنحرف C + مساحة شبه المنحرف D.



لا تخلط بين طريقك وجهتك، ليس لأن الوقت اليوم عصيب معنى هذا أنك لا نأجده نحو الشمس



← الحل



← مساعدة

السعودية (2010)

التمرين 06

إذا كان : $x - y = 4\sqrt{2}$ ، و $xy = 56$ ، فإن القيم الممكنة لـ $x + y$ هي :

(أ) ± 12 (ب) ± 14 (ج) ± 16 (د) ± 18 .

اختر الإجابة الصحيحة .

لا تنتظر أبداً فرصة تأتي. أنشأها



← الحل



← مساعدة

مسألة (2003)

التمرين 07

جد ناتج مايلي:

$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2020} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2020}$$



← الحل

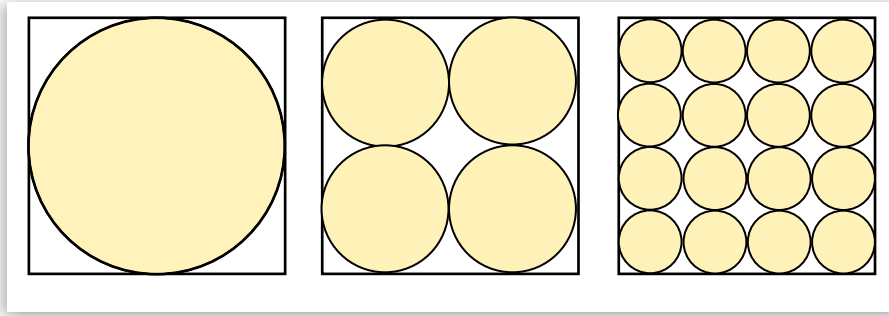


← مساعدة

لبنان (2017)

التمرين 08

في الأشكال التالية ، تحتوي المربعات الثلاثة على مساحات متساوية.
حدّد ما إذا كانت المناطق المظللة الثلاث في كل مربع هي أيضا متساوية.



← الحل



← مساعدة

أمريكا (2008)

التمرين 09

إذا كانت x و y أعداد حقيقية موجبة تماماً تحقق المعادلتين: $x^2 + y^2 = 1$ ، $x^4 + y^4 = \frac{17}{18}$

الضلع نجد قيمة xy .



← الحل



← مساعدة

الأردن (2001)

التمرين 10

الشكل المجاور يمثل صورة لمجسم يتم التفكير في إنشائه في وسط المدينة وهو مكوّن من ثلاث مكعبات أطوال أضلاعها $1m$ ، $2m$ و $3m$ على الترتيب. يُراد طلاء المجسم بنوعين من الدهان ، إذا كانت تكلفة طلاء المتر المربع من الأوجه الجانبية 3 دنانير وتكلفة طلاء المتر المربع الواحد من الأوجه العلوية الظاهرة 5 دنانير ، فما تكلفة طلاء هذا المجسم؟

الضلع



← الحل



← مساعدة

فرنسا (2017)

التمرين 11

- أثبت أنّ: $\sqrt{10+\sqrt{19}} + \sqrt{10-\sqrt{19}} = \sqrt{38}$.
- حدّد عدد حقيقي x ، بحيث: $\sqrt{10+\sqrt{19}} - \sqrt{10-\sqrt{19}} = \sqrt{x}$.



الهدف

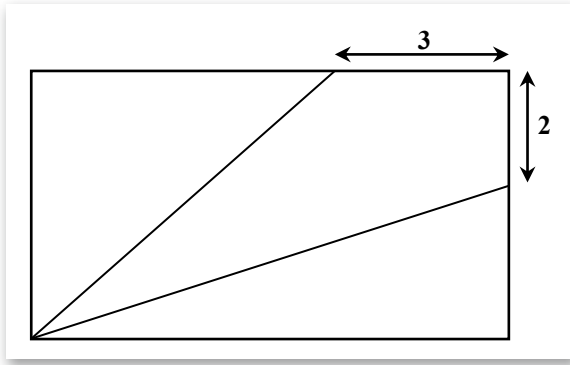


مساعدة

فرنسا (2018)

التمرين 12

ماهي أبعاد المستطيل المقابل ، علما أنه مقسوم لثلاث قطع لها نفس المساحة ؟



كن قوياً عند احساسك بالضعف وشجاعاً عندما تكون خائفاً ومتواضعاً عندما تكون منتصباً



الهدف



مساعدة

فرنسا (2018)

التمرين 13

1 قارن بين العددين : $A = \frac{1+5x}{1+7x}$ و $B = \frac{1+2x}{1+4x}$ ، حيث x عدد حقيقي موجب تماماً .

2 إستنتج مقارنة بين العددين X و Y حيث : $X = \frac{555\dots556}{777\dots778}$ و $Y = \frac{222\dots223}{444\dots445}$ م 2018 م 2018



الهدف



مساعدة

فرنسا (2018)

التمرين 14

1 أكتب A دون جذري المقام : $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$

2 بسّط B إلى أقصى حد : $B = \frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2017}+\sqrt{2018}}$

3 حدّد أصغر عدد طبيعي n حيث : $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}+\sqrt{n+1}} \geq 100$



الهدف



مساعدة

فرنسا (2017)

التمرين 15

في المربع المقابل (مربع سحري) ، الأعداد المسجلة داخل الخانات هي أعداد حقيقية موجبة تماماً ، جداء الأعداد المسجلة في كل سطر ، في كل عمود وفي كلا القطرين هو نفسه . حدّد f .

1	64	d	g
a	4	16	4
8	2	e	h
b	c	f	32

في حين أن بعض البشر يحملون بالنجاح فإنّ الفائزين متيقظين جيّداً ويعملون بجهد للوصول إلى مبتغاهم



← الحل



← مساعدة

فرنسا (2017)

التمرين 16

— ABC مثلث ، حيث : $AC=13$ ، $AB=14$ و $BC=15$ ، نضع : $BJ=x$. (وحدة الطول هي السنتيمتر)
ليكن : H ، J ، K نقط تقاطع أضلاع المثلث مع الارتفاعات المتعلقة بها التي تشمل الرؤوس :
 C ، A ، B على الترتيب .

1 أ) أكتب مساوتين لفيثاغورس بإدراج AJ .

ب) إستنتج x من السؤال (أ) ، ثم أحسب AJ .

2 أحسب كلاً من : CH و BK .

3 إقترح مثلاً ، حيث أضلاعه الثلاثة وارتفاعاتها ، تشكل أطوالها أعداد طبيعية .



← الحل



← مساعدة

ولاية الجلفة - الجزائر (2018)

التمرين 17

1 أنشر و بسط العبارة E ، حيث : $E = (x-3)^2 - (x-1)(x-2)$.

2 إستنتج قيمة العبارة : $99997^2 - 99999 \times 99998$.



← الحل



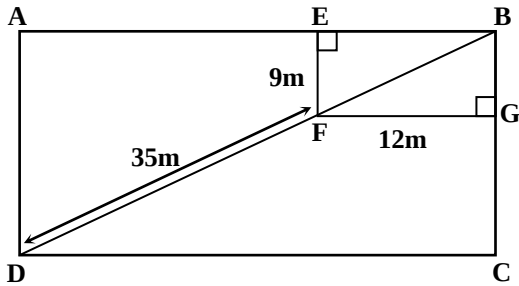
← مساعدة

ولاية الجلفة - الجزائر (2018)

التمرين 18

— $ABCD$ مستطيل .

أحسب بعدي هذا المستطيل .



كلّ الناس لديها أفكار والنجاح من نصيب أولئك الذين يطبقونها



← الحل



← مساعدة

ولاية الجلفة - الجزائر (2018)

التمرين 19

1 أحسب P ، حيث : $P = (100-1)(100-2)(100-3) \times \dots \times (100-115)$.

2 أثبت أنّ العدد $(2^{2013} + 2^{2014} + 2^{2015})$ يقبل القسمة على 7 .



← الحل



← مساعدة

المغرب (2010)

التمرين 20

— x و y عددان طبيعيين متتابعان ، حيث : $y > x$.

بيّن أنّ : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = (x^2 + y)^2$.

قم دائما بجعل القمر هدفك حتى ولو أخفقت في ذلك ستخطئ حتما بين النجوم



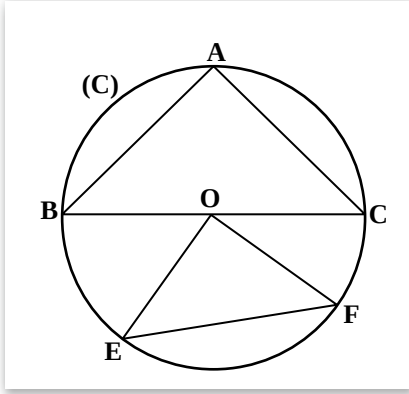
← الحل



← مساعدة

بلجيكا (2007)

التمرين 21



— (C) دائرة مركزها O ، المثلث BAC متساوي الساقين و قائم في A و المثلث EOF قائم في O .

السؤال ماهي نسبة مساحة المثلث BAC إلى مساحة المثلث EOF ؟

كان الخبير يوما مبتدئ



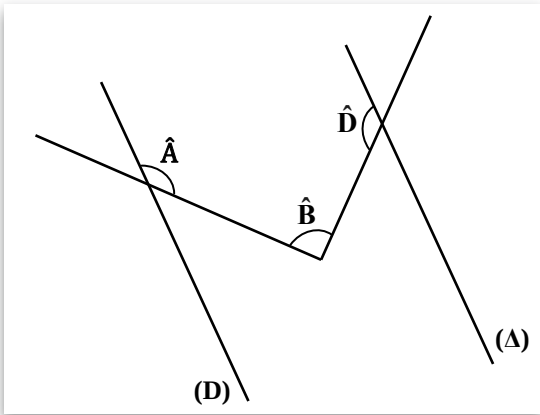
← الحل



← مساعدة

الغرب (2011)

التمرين 22



— نعتبر الشكل المقابل ، حيث : $(\Delta) // (D)$.

السؤال بين أن : $\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 360^\circ$

لكي نتحقق أشياء إيجابية في حياتك استبدل كلمة "لوفظ" بـ "في المرة القادمة"



← الحل



← مساعدة

ولاية الجلفة - الجزائر (2016)

التمرين 23

السؤال جد عددين طبيعيين متتاليين جداؤهما يساوي مجموعهما مضاف إليه واحد .



← الحل



← مساعدة

ولاية الجلفة - الجزائر (2016)

التمرين 24

1 أكتب على الشكل $a\sqrt{7}$ كلاً من الأعداد التالية : $\sqrt{63}$ ، $\sqrt{343}$ ، $\sqrt{700}$.

2 نعتبر ثلاث نقاط : A ، B و C حيث : $AB = \sqrt{343}$ ، $BC = \sqrt{63}$ ، $AC = \sqrt{700}$.

السؤال هل النقط A ، B و C على إستقامة واحدة ؟



← الحل



← مساعدة

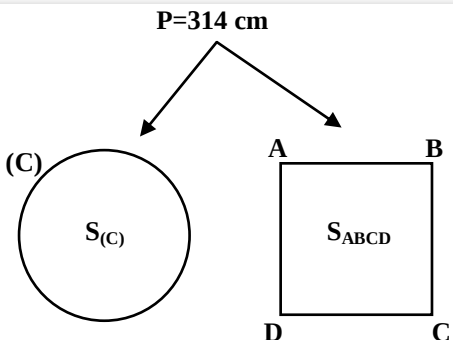
ولاية الجلفة - الجزائر (2016)

التمرين 25

لدى أحمد و كريم حبل طوله 314cm باستعمال الحبل

أنشأ أحمد مربعا ، و أنشأ كريم دائرة .

السؤال أي الشكلين المحصل عليهما أكبر مساحة ؟ . (برر إجابتك) .





هنا وجدت صعوبة في الحل



توجيهات حل التمرين 01 ← القميص ? ← الحل

- المسافة التي تقطعها كل من العجلتين متساوية رغم اختلاف عدد الدورات المنجزة من قبل كل منهما.



توجيهات حل التمرين 02 ← القميص ? ← الحل

- 1 (أ) . لاحظ أن طول قطر المربع $2R$ ، إذن يكفي حساب قيمته بدلالة طولي ضلعي المربع لإيجاد المطلوب.

• مجموع طولي القطرين R و r مساو لطول ضلع المربع.

(ب) القسمة على عدد غير معدوم هو الضرب في مقلوب هذا العدد.

- 2 مساحة الجزء المهدّر = مساحة المربع - $\frac{1}{2}$ (مساحة الدائرة الكبرى + مساحة الدائرة الصغرى).



توجيهات حل التمرين 03 ← القميص ? ← الحل

- المتوسط الحسابي هو حاصل قسمة مجموع القيم على عددها.



توجيهات حل التمرين 04 ← القميص ? ← الحل

- مراكز الدوائر الثلاث على استقامة واحدة.

• أنشئ المستقيمتان القطرية العمودية على مماسي الدوائر الثلاث فتتحصّل على الشروط اللازمة لتطبيق مبرهنة طالس على الشكل.



توجيهات حل التمرين 05 ← القميص ? ← الحل

- مساحة شبه المنحرف = $\frac{(\text{القاعدة الكبرى} + \text{القاعدة الصغرى}) \times \text{الارتفاع}}{2}$



توجيهات حل التمرين 06 ← القميص ? ← الحل

- إستعمل المتطابقة : $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ و $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$



توجيهات حل التمرين 07 ← القميص ? ← الحل

- راجع قواعد الحساب على قوى عدد نسبي للسنة الثالثة متوسط.

• استعمل المتطابقة $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$



توجيهات حل التمرين 08 ← القميص ? ← الحل

- قارن بين مساحات المناطق المظللة الثلاث في كل مربع بدلالة طول ضلعه.



هنا وجدت صعوبة في الحل



توجيهات لحل التمرين 09 ← القيمة ؟ ← الحل

- استعمال المتطابقة $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.
- راجع قواعد الحساب على قوى عدد نسبي للسنة الثالثة متوسط.



توجيهات لحل التمرين 10 ← القيمة ؟ ← الحل

- تذكر أن للمكعب أوجه مربعة الشكل.
- الوجه العلوي للمكعب لا يكون ظاهراً بشكل كامل إن كان فوقه مكعب آخر.



توجيهات لحل التمرين 11 ← القيمة ؟ ← الحل

- 1 لاحظ أن الطرفين عددين موجبين ، إذن يكفي إثبات أن مربعيهما متساوي .
- 2 نحل الجملة المكوّنة من مساواة السؤال (1) و معادلة السؤال (2) ، وباستعمال المتطابقة :

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$
 ، نتحصل على المطلوب .



توجيهات لحل التمرين 12 ← القيمة ؟ ← الحل

- المطلوب هو إيجاد طول و عرض المستطيل ، إذن فكّر في حل جملة معادلتين بمجهولين من الدرجة الأولى .



توجيهات لحل التمرين 13 ← القيمة ؟ ← الحل

- 1 لمقارنة عددين حقيقيين ، مثلاً ندرس إشارة الفرق بينهما .
- 2 السؤال يطلب الإستنتاج ، بمعنى أن الجواب مرتبط بما سبق .



توجيهات لحل التمرين 14 ← القيمة ؟ ← الحل

- 1 فكّر في الضرب في مرافق المقام .
- 2 إستعن بنتيجة السؤال السابق .
- 3 بنفس طريقة حل السؤال (2) ، مع حل المتراجحة المحصل عليها .



توجيهات لحل التمرين 15 ← القيمة ؟ ← الحل

- هناك عدّة طرق للحل ، حاول أن تختار أبسطها وأقصرها .



توجيهات لحل التمرين 16 ← القيمة ؟ ← الحل

- 1 أ) علينا إختيار مثلثين قائمين يشتركان في الضلع AJ .
- ب) لدينا : $BJ = x$ ، نستنتج قيمة CJ بدلالة x ، ثم نعوضهما في المساوتين السابقتين .
- 2 المطلوب حساب الإرتفاعين ، تذكر أن : مساحة مثلث $= \frac{1}{2} (\text{الضلع} \times \text{الإرتفاع المتعلق به})$.
- 3 إذا ضربنا أضلاع مثلث في نفس العدد ، فإن إرتفاعاتها ستضرب في نفس العدد والعكس صحيح .



هنا وجدت صعوبة في الحل



توجيهات حل التمرين 17 ← القميز ← الحل

1 باستعمال المتطابقة : $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

2 إستعن بنتيجة السؤال السابق .



توجيهات حل التمرين 18 ← القميز ← الحل

• إستعمل مبرهنة فيثاغورس لحساب FB ، ثم مبرهنة طاليس لحساب بعدي المستطيل .



توجيهات حل التمرين 19 ← القميز ← الحل

1 العبارة P هي جداء عوامل ، كل عامل منها هو فرق بين عددين

• هل يمكن أن يكون إحداها فرق بين عدد ونفسه ؟ .

2 عدد يقبل القسمة على 7 ، أي يمكن كتابته من الشكل $7n$ ، حيث n عدد صحيح .



توجيهات حل التمرين 20 ← القميز ← الحل

• العددان الطبيعيان المتتابعان ، الفرق بينهما 1 .



توجيهات حل التمرين 21 ← القميز ← الحل

• في المثلث المتساوي الساقين ، الارتفاع يشمل منتصف قاعدته .



توجيهات حل التمرين 22 ← القميز ← الحل

• تذكر أن مجموع أقياس زوايا مثلث مساوياً لقائمتين ، وأن الزاويتان المتبادلتان داخليا متقايستان (حالة متوازيان وقاطع لهما) .



توجيهات حل التمرين 23 ← القميز ← الحل

• عددان طبيعيان متتاليان ، أي أحدهما يساوي الآخر مضاف إليه واحد .



توجيهات حل التمرين 24 ← القميز ← الحل

• إستعمل الخاصية $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ ، حيث a و b عددان موجبان .



توجيهات حل التمرين 25 ← القميز ← الحل

• قارن بين مساحة كل شكل بعد حسابها .

الحلول المفصلة



← مساعدة ← التمرين ?

1

المسافة D التي قطعها الدراجة مساوية لتلك التي قطعها العجلة الأمامية ومساوية للمسافة التي قطعها العجلة الخلفية كذلك.



خلال دورة واحدة ، تقطع العجلة مسافة مساوية لمحيطها.
نسمي N عدد مرّات دوران العجلة الأمامية
و n عدد مرّات دوران العجلة الخلفية.

$$80N = 50n \text{ ومنه } N \times \pi \times 80 = n \times \pi \times 50$$

وحسب المعطيات $n = N + 78$ وعليه:

$$80N = 50(N + 78) \text{ أي } 80N = 50N + 3900$$

وبالتالي $30N = 3900$ وأخيرا $N = 130$

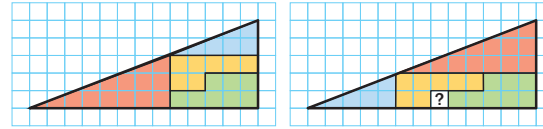
إذن المسافة المقطوعة من طرف الدراجة هي: $D = N \times \pi \times 80 \approx 32656 \text{ cm}$

لا تنسى الوحدة في الإجابة
نستعمل الرمز $\approx$ عند كتابة قيمة تقريبية لعدد



أحجية

01 من أين أتى المربع الأبيض؟



حلا الأحجية

شاهد الحل عبر
الرابط التالي:

2mn



← مساعدة ← التمرين ?

2

1 (i) بتطبيق مبرهنة فيثاغورس على المثلث القائم ABC :

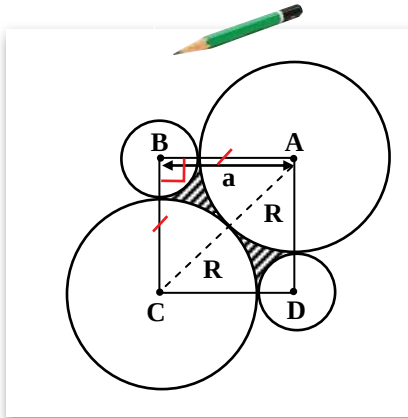
$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \text{ ومنه } a^2 + a^2 = (2R)^2 \text{ وعليه } 2a^2 = 4R^2$$

$$\text{وبالتالي } R^2 = \frac{a^2}{2} \text{ وأخيرا } R = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

من جهة أخرى لدينا: $R + r = a$ ومنه $r = a - R = a - \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a$

$$\text{إذن: } r = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a$$

إذا كانت مثلث قائما ، فإن مربع طول وتره
يساوي مجموع مربعي طوليه الضلعين الآخرين.



يتبع ...



الحلول المفصلة

(ب) من السؤال السابق لدينا: $\frac{R}{r} = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} \times a}{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \div \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

إذن: $\frac{R}{r} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$

لعدد ومقلوبه دائماً نفس الإشارة



2 نسمي A مساحة الجزء المهشّر:

$A = \text{مساحة المربع} - \left(\text{مساحة الدائرة الكبيرة} + \text{مساحة الدائرة الصغيرة} \right)$

$$A = a \times a - \frac{1}{2}(\pi R^2 + \pi r^2) = a^2 - \frac{\pi}{2} \left[\left(\frac{a}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} \times a \right)^2 \right] = a^2 - \frac{\pi}{2} \left[\frac{a^2}{2} + \frac{3}{2}a^2 - \sqrt{2}a^2 \right]$$

$$= a^2 - \frac{\pi}{2} [2a^2 - \sqrt{2}a^2]$$

$$= a^2 - \pi a^2 + \frac{\pi}{\sqrt{2}} a^2$$

$$= \left(\frac{\sqrt{2} + \pi}{\sqrt{2}} - \pi \right) a^2$$

إذن مساحة الجزء المهشّر: $A = \left(\frac{\sqrt{2} + \pi}{\sqrt{2}} - \pi \right) a^2$

لا تنسى تبديل الاشارات
في حالة قوس مسبوقة بإشارة - .

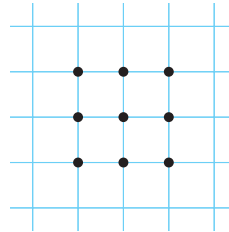


أحجية



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة
على الرابط التالي:
[fc.com/adel.maths17](https://www.facebook.com/adel.maths17)



02 كيف نربط بين النقاط
التسع برسم أربعة أضلاع
و بدون رفع القلم؟



← القميص



← مساعدة

3

نفرض أن الأعداد هي: a, b, c, d .

لدينا: $\frac{a+b+c+d}{4} = 205$ ومنه $a+b+c+d = 205 \times 4 = 820$(1)

نفرض أن العدد المستبدل هو d :

ومنه $\frac{a+b+c+99}{4} = 200$ أي $a+b+c+99 = 200 \times 4 = 800$(2) $a+b+c = 800 - 99 = 701$

من (1) و (2) نجد: $701 + d = 820$ أي $d = 820 - 701 = 119$. العدد الذي تم استبداله هو: 119

الحلول المفصلة

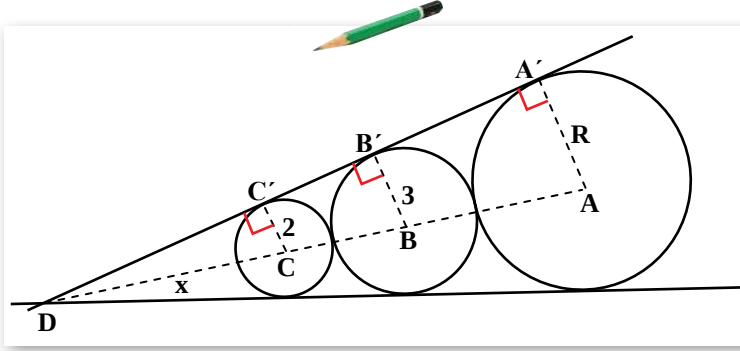


4

مساعدة ← القميص ?

النقط A ، B ، C و D على استقامة واحدة.

حسب مبرهنة طالس لدينا: $\frac{DC}{DB} = \frac{CC'}{BB'}$ ومنه $\frac{x+2}{x+7} = \frac{2}{3}$ أي $3x+6=2x+14$ وعليه $x=8cm$



$$\frac{DC}{DA} = \frac{CC'}{AA'}$$

$$\frac{10}{18+R} = \frac{2}{R}$$

$$10R = 2R + 36$$

$$8R = 36$$

$$R = 4,5cm$$

لدينا أيضاً:

أخيراً: $R = 4,5cm$

لتطبيق مبرهنة طالس ، يجب توفر مستقيمتين متوازيات يقطعهما مستقيمتان غير متوازيات



أدجية

03 غرس طالس عصاه التي طولها 1م قريبا من الهرم وقال:

عندما يكون ارتفاع عصاي مساويا لطول ظلها ، ثم يكون ارتفاع الهرم مساويا لطول ظله .

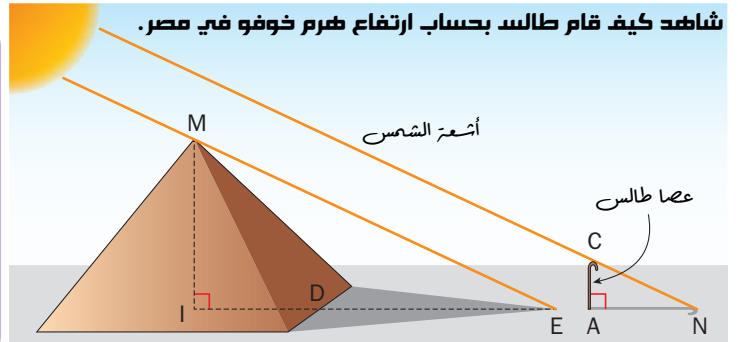
برّر قوله و اشرح كيف وجد طالس ارتفاع الهرم .



حل الأدجية

أطلب الحل عبر رسالة على الرابط التالي:

fc.com/adel.maths17



5

مساعدة ← القميص ?

نفرض أن: طول المربع الأكبر هو a ، طول المربع الأصغر هو b.

لدينا:

$$S_A = \frac{a+b}{2} \times h_A$$

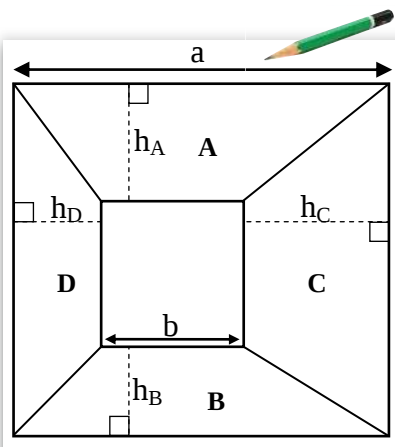
$$S_B = \frac{a+b}{2} \times h_B$$

$$S_A + S_B = \left(\frac{a+b}{2}\right)(h_A + h_B) = \left(\frac{a+b}{2}\right)(a-b) = \frac{a^2 - b^2}{2} \dots\dots\dots(1)$$

$$S_C + S_D = \left(\frac{a+b}{2}\right)(h_C + h_D) = \left(\frac{a+b}{2}\right)(a-b) = \frac{a^2 - b^2}{2} \dots\dots\dots(2)$$

من (1) و (2) نستنتج أن: $S_A + S_B = S_C + S_D$

شبه المنحرف هورباعي فيه ضلعان متوازيان



الحلول المفصلة



6

← مساعدة ← التمرين ؟



بترييع الطرفين : $(x - y)^2 = (4\sqrt{2})^2$ ، يصبح : $x^2 + y^2 - 2xy = 32$
 و بتعويض قيمة : $xy = 56$ في المعادلة نجد : $x^2 + y^2 - 2 \times 56 = 32$ ، و منه : $x^2 + y^2 = 144$(1)
 بضرب المعادلة $xy = 56$ في 2 نجد : $2xy = 112$(2)
 بجمع (1) و (2) نجد : $x^2 + y^2 + 2xy = 144 + 112$ ، و منه : $(x + y)^2 = 256$

و عليه : $x + y = \pm 16$

المطابقات الشهيرة
 a و b أعداد ، لدينا:
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
 $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$



a عدد كافي
 إذا كانت $a > 0$ فإن المعادلة $x^2 = a$ تقبل حلين هما:
 $\sqrt{a}$ و $-\sqrt{a}$



أحجية

04

5/8

« أستاذ ، 5/8 كم يقابلها علامة من 20 ؟ »



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة
 على الرابط التالي:
fc.com/adels.maths17

7

← مساعدة ← التمرين ؟

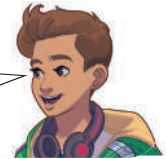


$$\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{2020} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2020} = \left(\frac{(1+\sqrt{5})(\sqrt{5}-1)}{2 \times 2}\right)^{2020} = \left(\frac{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)}{4}\right)^{2020} = \left(\frac{5-1}{4}\right)^{2020} = 1^{2020} = 1$$

انتبه لترتيب المدين قبل استعمال المطابقة الشهيرة
 وذلك باستعمال الخاصية التبديلية لعملية الجمع:
 $a + b = b + a$



لاحظ أن: $1^{2000} = \underbrace{1 \times 1 \times 1 \dots 1 \times 1 \times 1}_{2000 \text{ مرة}}$



أحجية

05

هذه الأفضل كسب 30% من 75€ أم 75% من 30€ ؟



حل الأحجية

أطلب الحل عبر رسالة
 على الرابط التالي:
fc.com/adels.maths17

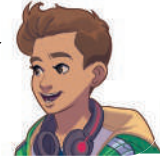
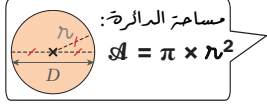


8

← مساعدة ← التمرين ?



نفرض أن طول ضلع المربع هو a فيكون:



مساحة الجزء المظلل في المربع الأول: $A_1 = R_1^2 \times \pi = \left(\frac{a}{2}\right)^2 \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

مساحة الجزء المظلل في المربع الثاني: $A_2 = 4R_2^2 \times \pi = 4\left(\frac{a}{4}\right)^2 \times \pi = 4 \times \frac{a^2}{16} \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

مساحة الجزء المظلل في المربع الثالث: $A_3 = 16R_3^2 \times \pi = 16\left(\frac{a}{8}\right)^2 \times \pi = 16 \times \frac{a^2}{64} \times \pi = \frac{a^2}{4} \times \pi$

نلاحظ أن: $A_1 = A_2 = A_3$ وعليه المساحات المظلمة الثلاث في كل مربع أيضاً متساوية.

9

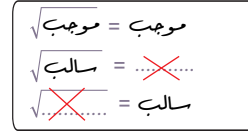
← مساعدة ← التمرين ?



$2x^2y^2 = 1 - \frac{17}{18} = \frac{18}{18} - \frac{17}{18} = \frac{1}{18}$ أي $1 = \frac{17}{18} + 2x^2y^2$ ، ومنه $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2$

$$(xy)^2 = \frac{1}{18} \div 2 = \frac{1}{18} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$$

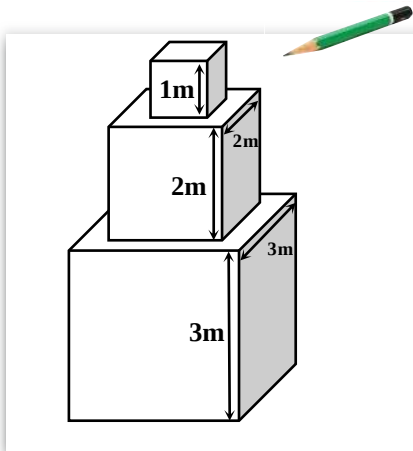
$$xy = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{1}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$$



ومنه: $xy = \frac{1}{6}$

10

← مساعدة ← التمرين ?



مساحة وجه المكعب الأكبر: $3 \times 3 = 9m^2$

مساحة وجه المكعب الأوسط: $2 \times 2 = 4m^2$

مساحة وجه المكعب الأصغر: $1 \times 1 = 1m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأكبر: $9 \times 4 = 36m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأوسط: $4 \times 4 = 16m^2$

المساحة الجانبية للمكعب الأصغر: $1 \times 4 = 4m^2$

مجموع مساحات الأوجه الجانبية: $36 + 16 + 4 = 56m^2$

التكلفة: $56 \times 3 = 168D$

يتبع...

الحلول المفصلة



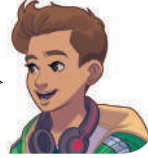
مساحة الجزء الظاهر من الوجه العلوي للمكعب الأكبر: $9 - 4 = 5m^2$

مساحة الجزء الظاهر من الوجه العلوي للمكعب الأوسط: $4 - 1 = 3m^2$

مساحة الأوجه العلوية الظاهرة: $5 + 3 + 1 = 9m^2$

التكلفة: $9 \times 5 = 45D$

كلمة "مربع" و "مكعب" يمكن
أن تعني أرقاماً ولكن أيضاً
الأشياء في الهندسة.



إذن التكاليف الإجمالية هي: $168 + 45 = 213D$



← مساعدة ← التمرين ؟

11

(1) إثبات أن: $\sqrt{10 + \sqrt{19}} + \sqrt{10 - \sqrt{19}} = \sqrt{38}$

لنضع: $a = \sqrt{10 + \sqrt{19}}$ و $b = \sqrt{10 - \sqrt{19}}$ ، أي: $a^2 + b^2 = (\sqrt{10 + \sqrt{19}})^2 + (\sqrt{10 - \sqrt{19}})^2$

أي: $a^2 + b^2 = 10 + \sqrt{19} + 10 - \sqrt{19} = 20$ ، ومنه: $a^2 + b^2 = 20$

و من جهة أخرى: $2ab = 2\sqrt{10 + \sqrt{19}} \times \sqrt{10 - \sqrt{19}} = 2\sqrt{(10 + \sqrt{19})(10 - \sqrt{19})}$

أي: $2ab = 2\sqrt{10^2 - 19} = 2\sqrt{81} = 18$ ، ومنه: $2ab = 18$

إذن: $38 = 20 + 18 = a^2 + b^2 + 2ab = (a + b)^2$ ، وبما أن: $a + b \geq 0$ فإن: $a + b = \sqrt{38}$

وأخيراً: $\sqrt{10 + \sqrt{19}} + \sqrt{10 - \sqrt{19}} = \sqrt{38}$

(2) تحديد عدد حقيقي x ، حيث: $\sqrt{10 + \sqrt{19}} - \sqrt{10 - \sqrt{19}} = \sqrt{x}$

لدينا: $2 = 20 - 18 = a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 = (\sqrt{10 + \sqrt{19}} - \sqrt{10 - \sqrt{19}})^2$

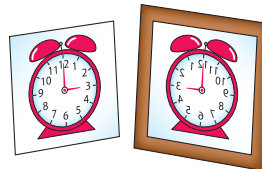
وبما أن: $a - b \geq 0$ ، إذن: $\sqrt{10 + \sqrt{19}} - \sqrt{10 - \sqrt{19}} = \sqrt{2}$ ، وأخيراً: $x = 2$



حل الأحيّة

أطلب الحل عبر رسالة
على الرابط التالي:
fc.com/adel.maths17

أحيّة



06 منبه وينعكس في مرآة. نقرأ

الساعة 03:00 عليه ، بينما تشير
صورته إلى الساعة 09:00.

● جد توقيتاً على المنبه بحيث

يكون فرق القراءة بين الإثنين هو 3 ساعات.

أولمبياد الرياضيات مقاطعة باريس



12

← مساعدة ← التمرين ؟

نسمي L و l أبعاد هذا المستطيل حيث $(L > 0; l > 0)$ ، لدينا :

$$\begin{cases} \frac{(L-3) \times l}{(l-2) \times L} = \frac{L \times l}{L \times l} \\ \frac{(L-3) \times l}{2} = \frac{L \times l}{3} \end{cases}$$



في القرن الثالث
العالم الرياضي الصيني
"ليو هوي" عمل على
نظم المعادلات.

بعد التبسيط نجد : $\begin{cases} \frac{(L-3)}{(l-2)} = \frac{L}{l} \\ \frac{(L-3)}{2} = \frac{L}{3} \end{cases}$ ، يكافئ : $\begin{cases} 3(L-3) = 2L \\ 3(l-2) = 2l \end{cases}$ ، إذن : $\begin{cases} L = 9 \\ l = 6 \end{cases}$.

نتيجة : أبعاد هذا المستطيل هي الطول : $L = 9$ ، والعرض : $l = 6$.

التحقق :

1 مساحة المستطيل هي : $L \times l = 9 \times 6 = 54 \text{ u.a}$.

2 مساحة المثلث العلوي : $\frac{(L-3) \times l}{2} = \frac{6 \times 6}{2} = 18 \text{ u.a}$ ، وهذا يمثل ثلث مساحة المستطيل .

3 مساحة المثلث السفلي : $\frac{(l-2) \times L}{2} = \frac{4 \times 9}{2} = 18 \text{ u.a}$ ، وهذا أيضا يمثل ثلث مساحة المستطيل .

4 مساحة القطعة بين المثلثين هي الباقي ، إذن تمثل أيضا
ثلث مساحة المستطيل .

حاول دائما أن تتحقق
من صحة النتائج المتوصل إليها



13

← مساعدة ← التمرين ؟

1 من أجل المقارنة بين العددين A و B حيث x عدد حقيقي موجب تماماً ، نحسب الفرق بينهما :

$$A - B = \frac{1+5x}{1+7x} - \frac{1+2x}{1+4x} = \frac{(1+5x)(1+4x) - (1+2x)(1+7x)}{(1+7x)(1+4x)}$$

$$A - B = \frac{(1+4x+5x+20x^2) - (1+7x+2x+14x^2)}{(1+7x)(1+4x)} = \frac{1+9x+20x^2-1-9x-14x^2}{(1+7x)(1+4x)}$$

$$A - B = \frac{6x^2}{(1+7x)(1+4x)}$$

و منه :

بما أن : $x > 0$ فإن : $1+4x > 0$ و $1+7x > 0$ و $6x^2 > 0$.

إذن : $A - B > 0$ ، و عليه : $A > B$.

$A < B$ يعني $A - B < 0$
 $A > B$ يعني $A - B > 0$
 $A = B$ يعني $A - B = 0$



يتبع...



2 المقارنة بين العددين X و Y :

نضع : $x = \frac{111...11}{2019}$ في عبارة كلا من A و B فنجد :

$$A = \frac{\overbrace{555...556}^{2018}}{\overbrace{777...778}^{2018}} = X \text{ ، أي ، } A = \frac{1 + 5(\overbrace{111...11}^{2019})}{1 + 7(\overbrace{111...11}^{2019})} = \frac{1 + 555...55}{1 + 777...77}$$

$$B = \frac{\overbrace{222...223}^{2018}}{\overbrace{444...445}^{2018}} = Y \text{ ، أي ، } B = \frac{1 + 2(\overbrace{111...11}^{2019})}{1 + 4(\overbrace{111...11}^{2019})} = \frac{1 + 222...22}{1 + 444...44}$$

نعلم مما سبق أنّ : $A > B$ من أجل كل عدد حقيقي موجب تماماً ، إذن : $X > Y$.



← القمصن ؟

← مساعدة

14

1 كتابة A بدون جذر في المقام : لدينا $A = \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}}$.

بالضرب في عبارة المرافق نجد : $A = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3})}$ ، أي : $A = \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})}{-1}$ ،

وأخيراً : $A = -\sqrt{2} + \sqrt{3}$.

2 تبسيط B إلى أقصى حد :

بالإستعانة بنتيجة السؤال 1 ، نستبدل كل كسر بالشكل المحصل عليه سابقاً ، فنجد :

$$B = (-1 + \sqrt{2}) + (-\sqrt{2} + \sqrt{3}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{4}) + \dots + (-\sqrt{2016} + \sqrt{2017}) + (-\sqrt{2017} + \sqrt{2018})$$

بالتبسيط نحصل على : $B = -1 + \sqrt{2018}$.

3 تحديد أصغر عدد طبيعي n :

باستعمال نفس الطريقة السابقة ، وبعد التبسيط نجد :

$$-1 + \sqrt{n+1} \geq 100 \text{ ، أي : } \sqrt{n+1} \geq 101 \text{ ، أي : } n+1 \geq 10201$$

إذن أصغر عدد طبيعي ممكن n هو : 10200 .



من أعمالنا أيضاً
الحساب على الجذور:



drive.google



15

← مساعدة ← القريب ؟

تحديد f :

1	64	d	g
a	4	16	4
8	2	e	h
b	c	f	32

- جداء الأعداد المسجلة في السطر الرابع هو : $32bcf$
- جداء الأعداد المسجلة في العمود الثاني هو : $512c$
- إذن : $32bcf = 512c$ ، يستلزم أن : (1) $f = \frac{16}{b}$
- جداء الأعداد المسجلة في السطر الثاني هو : $256a$
- جداء الأعداد المسجلة في العمود الأول هو : $8ab$
- إذن : $256a = 8ab$ ، يستلزم أن : $b = 32$

الآن بتعويض قيمة b في المعادلة (1) نجد : $f = \frac{16}{32}$ ، ومنه : $f = \frac{1}{2}$



حل الأحياء

أطلب الحل عبر رسالة
على الرابط التالي:

fc.com/adel.maths17

أحياء

x	3			
8	24			

07 الجدول المقابل هو جدول ضرب.
الخانات الزرقاء تحتوي أرقاماً طبيعية
بين 1 و 10 . لا يظهر كل من هذه
الأرقام إلا مرة واحدة فقط.
● أكمل هذا الجدول علماً أن المحور
الأحمر هو "محور تناظر" للجزء غير الملوّن من المصفوفة.

16

← مساعدة ← القريب ؟

1 (أ) المثلثين AJB و AJC قائمين في J

، إذن حسب مبرهنة فيثاغورس :

$$\begin{cases} AB^2 = AJ^2 + BJ^2 \dots\dots (1) \\ AC^2 = AJ^2 + CJ^2 \dots\dots (2) \end{cases}$$

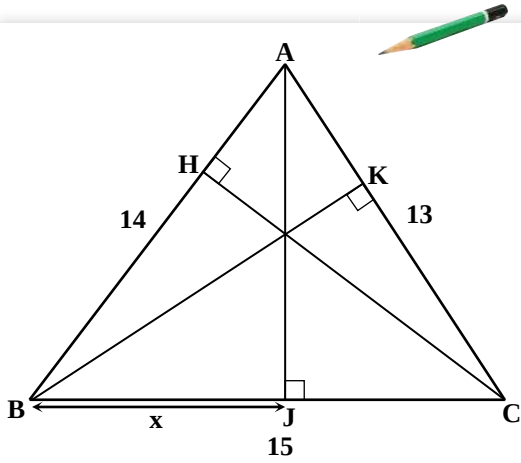
(ب) إستنتاج قيمة x :

بما أن : $BJ = x$ ، فإن : $CJ = BC - x = 15 - x$

من المعادلة لدينا : $AJ^2 = 14^2 - x^2 = 196 - x^2$

و من المعادلة (2) لدينا : $AJ^2 = 13^2 - (15 - x)^2 = 169 - (15 - x)^2 = 30x - 56 - x^2$

يتبع...

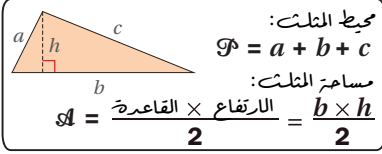




إذن : $196 - x^2 = 30x - 56 - x^2$ ، أي : $196 = 30x - 56$ ، أي : $x = \frac{196 + 56}{30}$ ، ومنه $x = \frac{42}{5}$

كذلك : $AJ^2 = 196 - x^2 = 196 - \frac{1764}{25} = \frac{196 \times 25 - 1764}{25} = \frac{3136}{25} = \left(\frac{56}{5}\right)^2$ ، وأخيراً : $AJ = \frac{56}{5} \text{ cm}$

2 حساب BK و CH :



لتكن S مساحة المثلث ABC ، نعلم أنّ : $2S = CH \times AB = BK \times AC = AJ \times BC = \frac{56}{5} \times 15 = 168$

إذن : $CH = \frac{168}{14} = 12 \text{ cm}$ و $BK = \frac{168}{13} \text{ cm}$

3 نعلم أنّ : $BK = \frac{168}{13} \text{ cm}$ ، $CH = 12 \text{ cm}$ ، $AJ = \frac{56}{5} \text{ cm}$ ، $BC = 15 \text{ cm}$ ، $AC = 13 \text{ cm}$ ، $AB = 14 \text{ cm}$

نضرب أضلاع المثلث ABC بالمضاعف المشترك الأصغر للعددين 5 و 13 والذي هو : $13 \times 5 = 65$ ، نتحصل على مثلث بأضلاع وارتفاعات ذات أطوال طبيعية .

أي : $BK = 840 \text{ cm}$ ، $CH = 780 \text{ cm}$ ، $AJ = 728 \text{ cm}$ ، $BC = 975 \text{ cm}$ ، $AC = 845 \text{ cm}$ ، $AB = 910 \text{ cm}$



مساعدة ؟ القميص

17

1 نشر و تبسيط العبارة E : $E = (x - 3)^2 - (x - 1)(x - 2)$

أي : $E = x^2 + 9 - 6x - x^2 + 2x + x - 2$ ، أي : $E = x^2 + 9 - 6x - (x^2 - 2x - x + 2)$

و منه : $E = -3x + 7$

2 إستنتاج قيمة العبارة :

أي : $99997^2 - 99999 \times 99998 = (100000 - 3)^2 - (100000 - 1)(100000 - 2)$

، $99997^2 - 99999 \times 99998 = -3 \times 100000 + 7 = -300000 + 7$

و منه : $99997^2 - 99999 \times 99998 = -299993$



من أعمالنا أيضاً
الحساب الحرفي :
drive.google



حل الأحيحة

أطلب الحل عبر رسالة
على الرابط التالي:
fc.com/adela.maths17

أحيحة

08 ماهي المسافة القصوى التي يمكنك السفر

بها مع دراجة بثلاثة إطارات جديدة. علماً أنّ

كل إطار يجب استبداله بعد 6000 km ؟





18

← مساعدة ← التمرين ؟

حساب بعدي المستطيل :

بتطبيق مبرهنة فيثاغورس في المثلث القائم FGB نجد :

$$FG^2 + GB^2 = FB^2 \text{ ، أي : } FB = \sqrt{FG^2 + GB^2} \text{ ، أي : } FB = \sqrt{12^2 + 9^2} \text{ ، ومنه : } FB = 15$$

من جهة أخرى لدينا المستقيمان المتوازيان $(AB) \parallel (FG)$ يقطعهما مستقيمان غير متوازيان (DB) و (DA)

$$\text{فتطبيق مبرهنة طاليس نجد : } \frac{DF}{DB} = \frac{AD - 9}{AD} = \frac{AB - 12}{AB} \text{ ، و عليه :}$$

$$\begin{cases} AD = \frac{9DB}{DB - DF} \\ AB = \frac{12DB}{DB - DF} \end{cases} \text{ يكافئ : } \begin{cases} AD(DB - DF) = 9DB \\ AB(DB - DF) = 12DB \end{cases} \text{ يكافئ : } \begin{cases} DF \times AD = DB(AD - 9) \\ DF \times AB = DB(AB - 12) \end{cases}$$



من أعمالنا أيضاً
خاصية طاليس :
drive.google

$$\text{، وأخيراً : } AD = 30 \text{ cm و } AB = 40 \text{ cm ، ومنه : } \begin{cases} AD = \frac{9 \times 50}{50 - 35} \\ AB = \frac{12 \times 50}{50 - 35} \end{cases}$$



19

← مساعدة ← التمرين ؟

$$1 \text{ حساب } P : P = (100 - 1)(100 - 2)(100 - 3) \times \dots \times (100 - 115) \text{ ، أي :}$$

$$P = (100 - 1)(100 - 2)(100 - 3) \times \dots \times (100 - 100) \times \dots \times (100 - 115) \text{ ، أي :}$$

$$P = 0 \text{ ، ومنه : } P = (100 - 1)(100 - 2)(100 - 3) \times \dots \times 0 \times \dots \times (100 - 115)$$

2 الإثبات :

$$\text{لدينا : } 2^{2013} + 2^{2014} + 2^{2015} = 2^{2013}(2^2 + 2 + 1) = 7 \times 2^{2013}$$

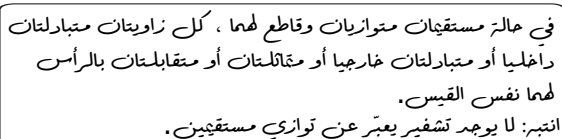
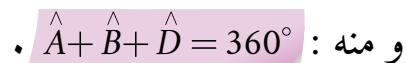
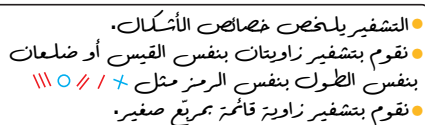
وهذا يعني أنّ العدد : $2^{2013} + 2^{2014} + 2^{2015}$ يقبل القسمة على 7 .

إذا كان جـاء عوامل معدوما
فإنّ أحد هذه العوامل على
الأقلّ معدوماً.





وبالتالى : $x^2 + y^2 + (xy)^2 = (x^2 + y)^2$



● كيف يمكن العثور عليها باستخدام ميزان ذو كفتين مرتين فقط.

الحلول المفصلة



23

مساعدة + القمصن ?

ليكن x العدد الطبيعي المطلوب ، إذن العدد الذي يليه هو : $x + 1$.

لدينا : $x(x + 1) = x + (x + 1) + 1$ ، أي : $x(x + 1) = 2x + 2$ ، أي : $x(x + 1) = 2(x + 1)$: أي : $x(x + 1) = 2(x + 1)$: أي :

أي : $x(x + 1) - 2(x + 1) = 0$ ، أي : $(x + 1)(x - 2) = 0$ ، أي :

إما : $x + 1 = 0$ أو $x - 2 = 0$ ، إذن : $x = -1$ أو $x = 2$.

و عليه العددين الطبيعيين المتتابعان هما : 2 و 3 .

التحليل : $ka + kb = k(a + b)$.
إذا كان هاء عاملين معدوما ، فإن
أحد عامليه على الأقل معدوما



24

مساعدة + القمصن ?

1 كتابة الأعداد على الشكل $a\sqrt{7}$:

$$\sqrt{700} = \sqrt{100 \times 7} = 10\sqrt{7} , \quad \sqrt{343} = \sqrt{49 \times 7} = 7\sqrt{7} , \quad \sqrt{63} = \sqrt{9 \times 7} = 3\sqrt{7}$$

2 إستقامة النقط : $AB + BC = \sqrt{343} + \sqrt{63} = 7\sqrt{7} + 3\sqrt{7}$ ، أي : $AB + BC = 10\sqrt{7} = \sqrt{700}$ ، ومنه : $AB + BC = AC$ و عليه فإن النقط : A و B و C على إستقامة واحدة .

• نصّ المتباينة المتلصقة: في مثلث ، مجموع طولي ضلعين منه دائما أكبر من طول الضلع الثالث .
• ملاحظة خاصة: إذا كانت الطول الأكبر يساوي مجموع الطولين الآخرين نتحصل على ثلاث نقط على استقامة واحدة .



25

مساعدة + القمصن ?

- حساب طول ضلع المربع : $AB = \frac{P_{ABCD}}{4} = \frac{314}{4} = 78,5 \text{ cm}$

إذن مساحة المربع هي : $S_{ABCD} = (78,5)^2 = 6162,25 \text{ cm}^2$

- حساب طول نصف قطر الدائرة (C) :

$$R = \frac{P_{(C)}}{2\pi} = \frac{314}{2\pi} = 49,97 \text{ cm}$$

- حساب مساحة الدائرة (D) :

$$S_{(D)} = R^2 \pi = 7844,56 \text{ cm}^2$$

و منه الشكل الذي أنشأه كريم أكبر مساحة .

في الأشكال التي لها نفس المحيط
الدائرة أكبرهم مساحة. وكلما كانت
الضلع أقرب للدائرة كانت مساحتها
أكبر.

