

## تمرين 04: بكالوريا 2009 موضوع 2

(u<sub>n</sub>) متتالية عددية معرفة بـ  $u_0 = -1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $u_{n+1} = 3u_n - 2$

$$u_1, u_2$$

أ) أحسب  $u_1, u_2$  .  
أ) لتكن المتتالية (v<sub>n</sub>) المعرفة بـ :

ب) أثبت أن (v<sub>n</sub>) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها  $q$  وحدها

$$v_0$$

ج) أكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $u_{n+1} - u_n = (-4) \times 3^n$  ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية .

3. عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = n - 79$

## تمرين 05: بكالوريا 2010 موضوع 1

(1) عدد طبيعي، أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$  مجموع حدود متتالية هندسية أساسها  $e$  وحدها الأول 1، و  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري

(2) لتكن المتتالية العددية (w<sub>n</sub>) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:

$$w_n = u_n + v_n \text{ حيث } (u_n) \text{ متتالية حسابية و } (v_n)$$

- بين ان:  $w_n = u_n + v_n$  حيث  $(u_n)$  متتالية حسابية و  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعين الحد الأول والأساس لكل منها.

أثبت انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

4) استنتاج المجموع  $S$  بدلالة  $n$  حيث:

## تمرين 06: بكالوريا 2010 موضوع 2

لتكن (u<sub>n</sub>) المتتالية العددية المعرفة بـ  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد

$$n \quad u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$$

1) أحسب الحدود  $u_1, u_2$  و  $u_3$ .

2) أ) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

ب) بين أن المتتالية (u<sub>n</sub>) متزايدة تماما.

ج) استنتاج أن المتتالية (u<sub>n</sub>) متقاربة.

3) نعتبر المتتالية (v<sub>n</sub>) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي :

$$v_n = u_n - 2 \quad u_n = 2 - \left( \frac{3}{4} \right)^n$$

1) بين أن (v<sub>n</sub>) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

2) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ . ثم استنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

د) ماهي نهاية المتتالية (u<sub>n</sub>) ؟

4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث: واستنتاج أنه من أجل كل

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3 \left( \frac{3}{4} \right)^n + 2n - 2$$

عدد طبيعي  $n$  فإن

## تمرين 01: بكالوريا 2008 موضوع 1

$$u_0 = \alpha \quad ; (\alpha \in \mathbb{Q})$$

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} \quad ; (n \in \mathbb{N})$$

(u<sub>n</sub>) متتالية عددية معرفة كما يلي:

1) برهن بالترابع أنه في حالة  $\frac{8}{3}$  تكون المتتالية (u<sub>n</sub>) ثابتة

2) في كل ما يلي  $\alpha = 2$ , ونعرف المتتالية العددية (v<sub>n</sub>) كما يلي:

$$v_n = u_n + \frac{8}{3}$$

1. أحسب  $u_1, u_2$ .

2. أثبت أن (v<sub>n</sub>) متتالية هندسية يطلب تعين أساسها  $q$  وحدها

$$v_0$$

3. أكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ . وأحسب .

## تمرين 02: بكالوريا 2008 موضوع 2

الممتالية العددية (u<sub>n</sub>) معرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$$

1. أحسب  $u_3, u_1, u_2$  و .

2. أثبت بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

2) جد اتجاه تغير المتتالية (u<sub>n</sub>). ماذا تستنتج؟

3. (v<sub>n</sub>) الممتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما

$$v_n = u_n + 2$$

يلى: 1. بين أن الممتالية (v<sub>n</sub>) ممتالية هندسية.

2. عبر بدلالة  $n$  عن الحد العام  $v_n$  ثم .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

## تمرين 03: بكالوريا 2009 موضوع 1

1) نعتبر الممتالية العددية (u<sub>n</sub>) معرفة كما يلي:  $u_0 = -1$  ومن أجل

$$3u_{n+1} = u_n + 4$$

1) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

2) بين أن الممتالية (u<sub>n</sub>) متزايدة.

3) استنتاج مع التبرير أن الممتالية (u<sub>n</sub>) متقاربة.

2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

1) بين أن (v<sub>n</sub>) ممتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

2) أكتب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$$

3) أحسب .

ب) هل المتتالية  $(u_n)$  هندسية؟ هل هي حسابية؟ ببر إجابتك.

ج) بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = 1.05u_n - 5000$

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 100000$

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية، حدد أساسها وحدتها الأول.

ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_n = 50000 \times (1.05)^n + 100000$$

أ) ما هو المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2015؟

ب) ابتداء من أية سنة لا تسمح إدارة الصندوق لهذا الشخص بسحب المبلغ المعتمد على سحبه في نهاية كل سنة؟

### تمرين 10: بكالوريا 2013 موضوع 1

أ) المتتالية العددية المعرفة بـ  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} = \left( \frac{2\alpha + 1}{3} \right) u_n - \frac{2\alpha + 4}{3} \quad \text{حيث } \alpha \text{ وسيط حقيقي.}$$

1. عين قيمة  $\alpha$  التي تكون من أجلها  $(u_n)$  ثابتة.

2. نفرض  $\alpha \neq \frac{5}{2}$ . عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  حسابية ثم احسب عندي  $u_n$  مجموع  $n$  حدا الأولى من المتتالية.

3. عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  هندسية، ثم عين في هذه الحالة كلا من  $u_{50}$  ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4. نفرض  $\alpha = 4$ . برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:

$$u_n = 3^n + 2 \quad \text{ثم بين أن:}$$

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{1}{2} (3^{n+1} + 4n + 3)$$

### تمرين 11: بكالوريا 2013 موضوع 2

أ) المتتالية العددية المعرفة بـ  $u_0 = 6$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} = -\frac{1}{2} u_n + 6$$

1. أ) أحسب كلا من  $u_1, u_2, u_3, u_4$  و

ب) هل المتتالية  $(u_n)$  رتيبة على  $\mathbb{Q}$ ? ببر إجابتك

2. أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2} (u_n - 4)$

3. استنتاج أن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ  $v_n = u_n - 4$  هندسية، يطلب تعين أساسها وحدتها الأول.

ج) أكتب كلا من  $u_n$  ثم  $v_n$  بدلالة  $n$ .

د) بين أن  $(u_n)$  متقاربة

3. باستعمال عبارة  $u_n$ ، تأكد ثانية من نتيجة السؤال 1) بـ

4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

تمرين 07: بكالوريا 2011

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_{n+1} = \frac{2}{5} u_n + \frac{1}{5}$

1. أحسب  $u_1, u_2$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > \frac{1}{3}$

3. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً ثم استنتاج أنها متقاربة

4. لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  حيث من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$v_n = u_n - \frac{1}{3}$$

• بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدتها الأول

• اكتب كلا من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ .

• أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

### تمرين 08: بكالوريا 2012 موضوع 1

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$$

1) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n > \frac{2}{3}$

2) بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماماً.

2) لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  حيث من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$v_n = u_n - \frac{2}{3}$$

1- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدتها الأول

2- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج أنه من أجل كل عدد

$$u_n = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^n + 2 \right]$$

طبيعي

5- ماهي نهاية المتتالية  $(u_n)$ ؟

3) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

### تمرين 09: بكالوريا 2012 موضوع 2

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغ من المال قدره 50000DA في صندوق التوفير والاحتياط يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنوياً. يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغاً قدره 5000DA (بعد حساب الفوائد). يرمز  $u_n$  إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في حسابه بداية جانفي من السنة  $n+2008$ .

أ) أحسب كلا من  $u_0, u_1$  و  $u_2$



لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـحدتها الأول  $u_0 = -2$  حيث:  $u_0 = -2$  ومن

$$n: u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$$

أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n \geq 2$

أ- بين ان من أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n \geq 2$

بـعين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج انها متقاربة

2- لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كـمايلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n: v_n = 2u_n - 4$

أ- أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعين أساسها  $q$  وحدتها الأول  $v_0$

ب) جد عبارة  $v_n$  بـدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بـدلالة  $n$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

3- احسب بـدلالة  $n$  المجموع

تمرين 21: بـكالوريا 2017 موضوع 2

نعتبر المتتالية الهندسية  $(v_n)$  ذات الأساس  $e^2$  والحد الأول  $v_0$  حيث

$$v_0 = 1 \quad \text{أساس اللوغاريتم الثنائي} (e)$$

1- أحسب بـدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

2- نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(w_n)$  المعرفتين كـمايلي:

$$w_n = 2n + 4 + e^{2n}, \quad n$$

من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,

$$u_n = w_n - v_n$$

يـبين أن: المتـتـالية  $(u_n)$  حـسابـية، حـددـأسـاسـها  $r$  وـحدـتهاـ الأول  $u_0$

3- أثبت أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

4- استـتـنـجـ المـجـمـوـعـ  $T_n$  بـدلـالـة  $n$  حيث:

تمرين 22: بـكالوريا 2018 موضوع 1

1. لتـكـنـ المتـتـاليـانـ العـدـديـانـ  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المـعـرـفـاتـ كـماـيلـيـ:

$u_0 = 50$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $u_{n+1} = 0.7u_n + 6$   $n: u_n = 50$  و

$$v_n = u_n - 20.$$

1. بـرهـنـ أنـ  $(v_n)$  متـتـاليةـ هـنـدـسـيةـ أـسـاسـهاـ 0.7ـ يـطـلـبـ تعـيـنـ حدـهاـ الأولـ

الأولـ وأـكـتـبـ عـبـارـةـ  $v_n$  بـدلـالـة  $n$

2. أـكـتـبـ بـدلـالـة  $n$  عـبـارـةـ الحـدـ العـامـ.

II. تـمـلـكـ جـرـيـدةـ يـوـمـيـةـ 5000ـ مـشـتـرـكـ فـيـ سـنـةـ 2016ـ بـعـدـ كـلـ سـنـةـ تـفـقـدـ 30%ـ مـنـ المـشـتـرـكـينـ وـتـكـتـسـبـ 600ـ مـشـتـرـكـ جـدـيدـ.

نـعـبـرـ المـئـةـ هـيـ الـوـحـدـةـ وـنـرـمـزـ بـ  $u_n$  لـعـدـ الـمـشـتـرـكـينـ فـيـ سـنـةـ  $n + 2016$ ـ أيـ.

أـيـ  $u_0 = 50$ .

1. ماـ هـوـ عـدـ الـمـشـتـرـكـينـ فـيـ سـنـةـ 2017ـ ؟ـ ثـمـ فـيـ سـنـةـ 2018ـ ؟ـ

أـ.ـ بـرـرـ العـبـارـةـ:

$$u_{n+1} = 0.7u_n + 6$$

بـ- ابـتـدـاءـاـ مـنـ أـيـ سـنـةـ يـصـبـحـ عـدـ الـمـشـتـرـكـينـ أـقـلـ مـنـ 2400ـ مـشـتـرـكـ؟ـ

لتـكـنـ المتـتـاليـ العـدـديـ  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 5$  ومن أجل كل عدد طبيعي

$$n: u_{n+1} = \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}$$

1- أـ حـسـبـ  $u_1, u_2$ .

2- أـ بـرهـنـ بـالـتـرـاجـعـ أـنـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $u_n > 1$ .

بـ-بـيـنـ أـنـ المتـتـاليـ  $(u_n)$  مـتـنـاقـصـةـ تـمـامـاـ

جـ- مـاـذـاـ تـسـتـنـجـ بـالـنـسـبـةـ لـتـقـارـبـ المتـتـاليـ  $(u_n)$

3- لتـكـنـ المتـتـاليـ العـدـديـ  $(v_n)$  المـعـرـفـةـ عـلـىـ بـ:

$$v_n = u_n - 1$$

أـ-بـيـنـ أـنـ  $(v_n)$  مـتـنـالـيـةـ هـنـدـسـيةـ يـطـلـبـ تـحـدـيدـ أـسـاسـهاـ وـحدـتهاـ الأولـ

بـ-اـكـتـبـ  $v_n$  بـدلـالـة  $n$  ثم استـتـنـجـ أـنـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $v_n$ :

$$u_n = 1 + 4 \left( \frac{4}{7} \right)^n \quad \text{أـ حـسـبـ نـهـاـيـةـ المتـتـاليـ}.$$

تمرين 18: بـكـالـورـيـاـ 2017ـ مـوـضـوـعـ 1

$(u_n)$  مـتـتـالـيـةـ عـدـديـةـ مـعـرـفـةـ بـ  $-1$ ـ وـمنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $u_0 = -1$ :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$$

1- أـ بـرهـنـ بـالـتـرـاجـعـ أـنـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $u_n \geq 3$ .

بـ-بـيـنـ أـنـ المتـتـاليـ  $(u_n)$  مـتـرـاـيـدـةـ تـمـامـاـ ثمـ استـتـنـجـ أـنـهاـ متـقـارـبةـ

2- المـتـتـاليـةـ المـعـرـفـةـ عـلـىـ بـ:

$$q = \frac{1}{3} \quad \text{أـ بـيـنـ أـنـ المتـتـاليـ} (v_n) \text{ هـنـدـسـيةـ أـسـاسـهاـ 3ـ ثـمـ عـيـنـ حـدـهاـ الأولـ}.$$

بـ) نـصـعـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ :

$$S_n = 3(n-1) + 2 \left( \frac{1}{3} \right)^n \quad \text{بـيـنـ انهـ مـنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ}.$$

تمرين 19: بـكـالـورـيـاـ 2017ـ مـوـضـوـعـ 2

لتـكـنـ المتـتـاليـ العـدـديـ  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 2$ ـ وـمنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $u_0 = 2$ :

$$u_{n+1} = 3u_n - 2$$

1. أـ حـسـبـ كـلـاـمـنـ  $u_1, u_2$  و  $u_3$  ثـمـ خـمـنـ اـتـجـاهـ تـغـيـرـ المتـتـاليـ  $(u_n)$

2. نـعـبـرـ المتـتـاليـ  $(v_n)$  المـعـرـفـةـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $v_n = u_{n+1} - u_n$ :

أـ) بـيـنـ أـنـ المتـتـاليـ  $(v_n)$  هـنـدـسـيةـ أـسـاسـهاـ 3ـ يـطـلـبـ تعـيـنـ أـسـاسـهاـ وـحدـهاـ الأولـ

بـ) عـيـنـ  $v_n$  بـدلـالـة  $n$  ثـمـ استـتـنـجـ أـنـ المتـتـاليـ  $(u_n)$  مـتـرـاـيـدـةـ.

3. نـصـعـ منـ أـجـلـ كـلـ عـدـ  $n$  غـيرـ مـعـدـومـ:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

1- أـ حـسـبـ  $S_n$  بـدلـالـةـ.

$$n: u_n = S_n + u_0$$

2- بـيـنـ أـنـهـ مـنـ أـجـلـ كـلـ عـدـ طـبـيـعـيـ  $u_n$  بـدلـالـةـ

وـاسـتـنـجـ عـبـارـةـ  $u_n$  بـدلـالـةـ

## تمرين 26: بكالوريا 2020 الموضوع 1

يتقاضى موظف خلال 2019 راتباً شهرياً ثابتاً يقدر بـ  $70000DA$  ، في شهر جانفي استهلك منه 80% وابداء من شهري فيفري قرر تخفيف مبلغ الاستهلاك شهرياً بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

1. ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي؟
2. حدد المبلغ المستهلك في شهر فيفري قبله.

2. نضع  $u_1$  المبلغ المستهلك في شهر جانفي و  $u_n$  المبلغ المستهلك في شهر  $n$  ، حيث  $n$  عدد طبيعي غير معروف.

عبر عن  $u_{n+1}$  بدلالة  $u_n$  واستنتج أن  $(u_n)$  هندسية أساسها 0.95

3. أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$

4. احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019

ب- أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة.

## تمرين 27: بكالوريا 2020 موضوع 1

المتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  بحدها الأول  $u_0 = 1$  و

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}.$$

n:  $u_n \triangleq \frac{9}{2}$   
1- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:

ب- ادرس اتجاه تغير المتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

$$v_n = u_n - \frac{9}{2}.$$

2- نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:

3- بين ان المتالية  $(v_n)$  متالية هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$  يطلب حساب

حدها الأول  $v_0$

4- عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $S_n$  المجموع:

## تمرين 28: بكالوريا 2020 موضوع 2

المتالية الهندسية  $(v_n)$  حدها الأول  $v_0$  وأساسها  $q$  موجبان تماماً:

$$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8 \ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2 \ln 2 \end{cases}$$

1) بين ان:  $v_5 = 32$  و  $v_3 = 8$

2) أ- بين ان:  $q = 2$  و  $v_0 = 1$  ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

ب- هل العدد 1024 حد من حدود المتالية  $(v_n)$ ؟

3) المتالية  $(w_n)$  معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية بـ

$$w_n = 2n - 3 + 2^n$$

1- تحقق ان:  $w_n = u_n + v_n$  حيث  $(u_n)$  متالية حسابية يطلب تعين أساسها وحدها الأول  $u_0$

2- من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:

n:  $S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$  بين أنه من أجل كل عدد طبيعي

2) المتالية العددية المعرفة كمالي:  $u_n = -1$  و  $u_0 = -1$

1. أبرهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

ب- ادرس اتجاه تغير المتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:

أ- بين ان  $(v_n)$  متالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعين حدها الأول  $v_0$

ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

3. أحسب بدلالة  $n$  ما يلي:  $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$  و  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

## تمرين 24: بكالوريا 2019 موضوع 1

1) المتالية العددية المعرفة كمالي:  $u_n = -4$  و  $u_0 = -4$

1. أ- أحسب كلا من  $u_1$  و  $u_2$

ب- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

2. ادرس اتجاه تغير المتالية  $(u_n)$  واستنتج أنها متقاربة.

3. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.

-1- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

2- عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{3}{4}$  ، يطلب تعين حدها الأول  $v_0$

3- نضع  $\alpha = 8$  ، عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل

طبيعي  $n$ :  $v_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$

4. أحسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $n$

## تمرين 25: بكالوريا 2019 موضوع 2

1) المتالية الحسابية المعرفة على  $r$  بـ

1. أحسب حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $r$

2. أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$

3. بين أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتالية ثم أحسب كلا

من المجموعين:  $S_1$  و  $S_2$  حيث:

$S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$  و  $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344}$

- استنتج حساب المجموع  $S_3$  حيث:  $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1344}$

4. (v\_n) المتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ

$S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$  أحسب المجموع:

### تمرين 29: بكالوريا 2020 موضوع 2

الممتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بجدها الأول  $u_0 = 5$  حيث:

$$n: u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}$$

أجل كل عدد طبيعي  $n: u_n > 3$

1) برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي

2) أدرس اتجاه تغير الممتالية  $(u_n)$  واستنتج انها متقاربة

3) الممتالية العددية  $(v_n)$  معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:

$$v_n = u_n - 3$$

أ-بيّن أن الممتالية  $(v_n)$  هندسية يتطلب تعين أساسها وحدتها الأول

ب-اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

$$n: u_n = 2 \times \left(\frac{5}{7}\right)^n + 3$$

3) استنتاج انه من أجل كل عدد طبيعي

وأحسب نهاية  $(u_n)$ .

4) عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها:

$$u_n \leq \frac{7}{2}$$

### تمرين 32: بكالوريا 2022 موضوع 2

( $u_n$ ) الممتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  وأساسها  $r$  حيث:

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases}$$

1. أ-بيّن ان:  $u_3 = 7$  و  $u_2 = 2$  ثم استنتاج قيمة  $u_0$

ب-اكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

ج-أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

2. ( $v_n$ ) الممتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 3 \times 2^{2n}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ثم استنتاج طبيعة الممتالية  $(v_n)$

ب) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$$

3.  $n: w_n = \frac{2}{3}v_n$  نضع من أجل كل عدد طبيعي

1- تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي  $w_n = 2^{u_n}$

2- أحسب  $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$  حيث:  $P_n$

### تمرين 30: بكالوريا 2021 موضوع 1

الممتالية العددية  $(u_n)$  معرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ:

$$u_n = 2 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$$

1. أ-أحسب الحدود  $u_0, u_1$  و  $u_2$ .

ب-تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

ج-استنتاج اتجاه تغير الممتالية  $(u_n)$

2. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 1$

أ-أحسب  $v_0$  ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ب-بيّن ان  $(v_n)$  ممتالية هندسية

3. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أ-أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$ .

ب-استنتاج انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$S_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$$

(u<sub>n</sub>) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$$

أ-برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

ب-بين أن (u<sub>n</sub>) متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة

ج- 3. لمتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$   $v_n = u_n - 4$

أ- بين أن المتتالية (v<sub>n</sub>) هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$  يطلب تعين حدها الأول  $v_0$ .

ب-عين عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج انه من أجل كل عدد

$$u_n = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$$

ج-أحسب

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،

$$T_n = 4n + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

(u<sub>n</sub>) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = -2$  و

$$u_{n+1} = 5u_n + 20$$

1. أ- أحسب  $u_1$  و  $u_2$

ب-تحقق انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$$

2. أ-برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

ب-أدرس اتجاه تغير المتتالية (u<sub>n</sub>)

3. نعتبر المتتالية العددية (v<sub>n</sub>) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بدلالة  $v_n = u_n + 5$

تحقق أن المتتالية (v<sub>n</sub>) هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

(u<sub>n</sub>) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - \frac{6}{5}$$

1.برهن بالترابع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

2.بين أن (u<sub>n</sub>) متناقصة تماماً ثم استنتاج أنها متقاربة

3. لمتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$   $v_n = u_n + 3$

أ- بين أن المتتالية (v<sub>n</sub>) هندسية أساسها  $\frac{3}{5}$  يطلب تعين حدها الأول  $v_0$ .

ب-عين عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتاج انه من أجل كل عدد

$$u_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^n - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$$

ج-أحسب

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$$T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،

$$T_n = \frac{19}{2} - 3n - \frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$$

