

## تمرين 01: بكالوريا 2008 موضوع 1

$$\begin{cases} u_0 = \alpha & ; (\alpha \in \mathbb{R}) \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - \frac{8}{9} & ; (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة كما يلي:

- (1) برهن بالتراجع أنه في حالة  $\alpha = -\frac{8}{3}$  تكون المتتالية ( $u_n$ ) ثابتة  
 (2) في كل ما يلي  $\alpha = 2$ , ونعرف المتتالية العددية ( $v_n$ ) كما يلي:
- $$v_n = u_n + \frac{8}{3}$$

1. أحسب  $u_1, u_2$ .  
 2. أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$

3. أكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$ . وأحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

## تمرين 02: بكالوريا 2008 موضوع 2

المتتالية العددية ( $u_n$ ) معرفة كما يلي:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n - 1$$

1. أحسب  $u_1, u_2$  و  $u_3$ .  
 2. أ) أثبت بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \geq -2$   
 2) جد اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ). ماذا تستنتج؟  
 3. ( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  كما يلي:  $v_n = u_n + 2$

1. بين أن المتتالية ( $v_n$ ) متتالية هندسية.  
 2. عبر بدلالة  $n$  عن الحد العام  $v_n$  ثم  $u_n$ .  
 3. أحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:
- $$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

## تمرين 03: بكالوريا 2009 موضوع 1

(1) نعتبر المتتالية العددية ( $u_n$ ) معرفة كما يلي:  $u_0 = -1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون:

$$3u_{n+1} = u_n + 4$$

- (1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \leq 2$   
 (2) بين أن المتتالية ( $u_n$ ) متزايدة.  
 (3) استنتج مع التبرير أن المتتالية ( $u_n$ ) متقاربة.  
 (2) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_n = u_n - 2$

(1) بين أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

(2) أكتب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) أحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

## تمرين 04: بكالوريا 2009 موضوع 2

( $u_n$ ) متتالية عددية معرفة بـ  $u_0 = -1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,

$$u_{n+1} = 3u_n - 2$$

1. أحسب  $u_1, u_2$ .

(أ) لتكن المتتالية ( $v_n$ ) المعرفة بـ:  $v_n = u_n - 1$

(ب) أثبت أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها الأول  $v_0$

(ج) أكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $u_{n+1} - u_n = (-4) \times 3^n$

ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ).

3. عين العدد الطبيعي  $n$  بحيث يكون:  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = n - 79$

## تمرين 05: بكالوريا 2010 موضوع 1

(1)  $n$  عدد طبيعي، أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$S_n = 1 + e + e^2 + \dots + e^n$  مجموع حدود متتالية هندسية أساسها  $e$  وحدها الأول 1، و  $e$  يرمز إلى أساس اللوغاريتم النيبيري

(2) لتكن المتتالية العددية ( $w_n$ ) المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $w_n = 2n + 4 + e^n$

- بين أن:  $w_n = u_n + v_n$  حيث ( $u_n$ ) متتالية حسابية و ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تعيين الحد الأول والأساس لكل منهما.

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

(4) استنتج المجموع  $S$  بدلالة  $n$  حيث:  $S = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

## تمرين 06: بكالوريا 2010 موضوع 2

لتكن ( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد

$$u_{n+1} = \frac{3u_n + 2}{4}$$

طبيعي

(1) أحسب الحدود  $u_1, u_2$  و  $u_3$ .

(2) أ) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n < 2$

(ب) بين أن المتتالية ( $u_n$ ) متزايدة تماما.

(ج) استنتج أن المتتالية ( $u_n$ ) متقاربة.

(3) نعتبر المتتالية ( $v_n$ ) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

$$v_n = u_n - 2 \quad u_n = 2 - \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

(1) بين أن ( $v_n$ ) متتالية هندسية يطلب تحديد حدها الأول وأساسها.

(2) أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ . ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :

(د) ماهي نهاية المتتالية ( $u_n$ )؟  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث: واستنتج أنه من أجل كل

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = 3\left(\frac{3}{4}\right)^n + 2n - 2$$

عدد طبيعي  $n$  فإن

(4) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

### تمرين 07: بكالوريا 2011

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = \frac{1}{2}$  ومن أجل كل عدد

$$n : u_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + \frac{1}{5}$$

طبيعي أحسب  $u_1, u_2$ .

2. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > \frac{1}{3}$ .

3. بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

4. لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  حيث من أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$v_n = u_n - \frac{1}{3}$$

• بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

• اكتب كلا من  $v_n$  و  $u_n$  بدلالة  $n$ .

• أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

### تمرين 08: بكالوريا 2012 موضوع 1

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 1$  ومن أجل كل عدد طبيعي

$$n : u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{9}$$

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > \frac{2}{3}$ .

2- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما.

(2) لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  حيث من أجل كل عدد

$$n : v_n = u_n - \frac{2}{3}$$

1- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

2- اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من أجل كل عدد

$$n : u_n = \frac{1}{3} \left[ \left( \frac{1}{3} \right)^n + 2 \right]$$

5- ماهي نهاية المتتالية  $(u_n)$  ؟

(3) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

### تمرين 09: بكالوريا 2012 موضوع 2

في بداية جانفي 2008 وضع شخص مبلغ من المال قدره 50000DA

في صندوق التوفير والاحتياط يقدم الصندوق فائدة قدرها 5% سنويا

يسحب هذا الشخص نهاية كل سنة مبلغا قدره 5000DA (بعد

حساب الفوائد). يرمز  $u_n$  إلى المبلغ الذي يملكه هذا الشخص في

حسابه بداية جانفي من السنة 2008 +  $n$

(أ) أحسب كلا من  $u_0, u_1$  و  $u_2$

(ب) هل المتتالية  $(u_n)$  هندسية؟ هل هي حسابية؟ برر إجابتك.

(ج) بين لماذا من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} = 1.05u_n - 5000$

2. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = u_n - 100000$

(أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية، حدد أساسها وحدها الأول.

(ب) أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ ، ثم استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$u_n = -50000 \times (1.05)^n + 100000$$

(أ) ما هو المبلغ الذي يكون في حساب هذا الشخص نهاية عام 2015؟

(ب) ابتداء من أية سنة لا تسمح إدارة الصندوق لهذا الشخص بسحب المبلغ المعتاد على سحبه في نهاية كل سنة؟

### تمرين 10: بكالوريا 2013 موضوع 1

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$u_{n+1} = \left( \frac{2\alpha + 1}{3} \right) u_n - \frac{2\alpha + 4}{3}$$

حيث  $\alpha$  وسيط حقيقي.

1. عين قيمة  $\alpha$  التي تكون من اجلها  $(u_n)$  ثابتة.

2. نفرض  $\alpha \neq \frac{5}{2}$ . عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  حسابية ثم

احسب عندئذ  $u_n$  مجموع  $n$  حدا الأولى من المتتالية.

3. عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(u_n)$  هندسية، ثم عين في هذه

الحالة كلا من  $u_{50}$  ومجموع 50 حدا الأولى منها.

4. نفرض  $\alpha = 4$ . برهن بالتراجع أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:

$$u_n = 3^n + 2$$

$$u_0 + u_1 + \dots + u_n = \frac{1}{2} (3^{n+1} + 4n + 3)$$

### تمرين 11: بكالوريا 2013 موضوع 2

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بـ:  $u_0 = 6$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$

$$u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 6$$

1. (أ) أحسب كلا من  $u_1, u_2, u_3$  و  $u_4$

(ب) هل المتتالية  $(u_n)$  رتيبة على  $\mathbb{R}$ ؟ برر إجابتك

2. أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} - 4 = -\frac{1}{2}(u_n - 4)$

3- استنتج ان المتتالية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $v_n = u_n - 4$

هندسية، يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ج- اكتب كلا من  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$ .

د- بين ان  $(u_n)$  متقاربة

3. باستعمال عبارة  $u_n$ ، تأكد ثانية من نتيجة السؤال (1) ب

**تمرين 12: بكالوريا 2014 موضوع 1**

أجب بصرح او خطأ مع التبرير في كل حالة

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة على  $\mathbb{R}$  حدودها موجبة تماما و  $(v_n)$  المتتالية المعرفة على  $\mathbb{R}$  :  $v_n = \ln u_n$

1- إذا كانت  $(u_n)$  متقاربة فإن  $(v_n)$  متقاربة

2- إذا كانت  $(u_n)$  متناقصة فإن  $(v_n)$  متناقصة

3- إذا كانت  $(u_n)$  هندسية فإن  $(v_n)$  حسابية

**تمرين 13: بكالوريا 2014 موضوع 2**

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 3$  ومن أجل كل عدد طبيعي

$$n : u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$$

1) أ- يبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n > -3$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة

ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة

2) لتكن  $(v_n)$  متتالية هندسية متقاربة أساسها  $q$  حيث:  $v_0 = 6$  و

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (v_0 + v_1 + \dots + v_n) = 18$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (v_0 + v_1 + \dots + v_n) = \frac{v_0}{1-q}$$

1- بيّن أن:

2- أحسب الأساس  $q$  ثم عين عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$ .

3- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_n = v_n - 3$  واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

**تمرين 14: بكالوريا 2015 موضوع 1 (سؤال 1)**

اقترح الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير في كل حالة من الحالات الآتية:

1. نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بحددها

$$u_n = 5 \times 2^n \times 3^{n-1}$$
 العام

أ)  $(u_n)$  حسابية ب)  $(u_n)$  هندسية ج)  $(u_n)$  لا حسابية لا هندسية.

2. متتالية  $(v_n)$  حسابية حدها الأول  $v_0 = 1$  وأساسها 4 ، قيمة  $n$

التي من أجلها يكون:  $v_1 + v_2 + \dots + v_n = 2015$  هي:

أ)  $n = 31$  ب)  $n = 32$  ج)  $n = 33$

**تمرين 15: بكالوريا 2015 موضوع 2**

بينت دراسة أن 5% من عمال إحدى القطاعات الصناعية يحالون على التقاعد سنويا و بالمقابل يوظف 3000 عامل سنويا. علما أن سنة 2012 كان عدد العمال 50000.

نعتبر الألف هو الوحدة ونرمز بـ:  $u_n$  لعدد العمال سنة  $2012 + n$  أي:  $u_0 = 50$

1. أوجد  $u_1$  و  $u_2$

2. أ- بين أن من أجل كل عدد طبيعي  $n : u_{n+1} = 0.95u_n + 3$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  ليست حسابية و ليست هندسية.

3. من أجل كل عدد طبيعي  $n : v_n = 60 - u_n$

1- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول

2- أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

3- قدر عدد العمال سنة 2017.

4- حدد اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ .

5- احسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ . هل يمكن أن يصل عدد عمال المصنع إلى 60000 عامل؟

**تمرين 16: بكالوريا 2016 موضوع 1**

$(v_n)$  متتالية هندسية حدودها موجبة ومعرفة على  $\mathbb{R}$  بحددها الأول  $v_0 = 18$  والعلاقة:  $v_0 + v_1 + v_2 = 18$

1. بين ان أساس المتتالية  $(v_n)$  هو  $q = \frac{2}{3}$

2. أ- أكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ب- أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(v_n)$

ج- أحسب نهاية  $(v_n)$

3. نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

أ- أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج نهاية  $S_n$  عندما  $n$  يؤول إلى  $+\infty$

ب- جد العدد الطبيعي  $n$  حيث:  $S_n = \frac{3510}{81}$



## تمرين 17: بكالوريا 2016 موضوع 2

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 5$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{4}{7}u_n + \frac{3}{7}$

(1) أحسب  $u_1, u_2$ .

(2) أ- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 1$ .

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متناقصة تماما

ج- ماذا تستنتج بالنسبة لتقارب المتتالية  $(u_n)$

(3) لتكن المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  :

$$v_n = u_n - 1$$

أ- بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تحديد أساسها وحدها الأول

ب- اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_n = 1 + 4 \left( \frac{4}{7} \right)^n$$

أحسب نهاية المتتالية  $(u_n)$ .

## تمرين 18: بكالوريا 2017 موضوع 1

$(u_n)$  متتالية عددية معرفة بـ  $u_0 = -1$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$$

(1) أ- برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 3$ .

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة

$(v_n)$  (2) المتتالية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 3 - u_n$

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{3}$  ثم عين حدها الأول.

ب) نضع من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $S_n = 3(n-1) + 2 \left( \frac{1}{3} \right)^n$

## تمرين 19: بكالوريا 2017 موضوع 2

لتكن المتتالية العددية  $(u_n)$  حيث:  $u_0 = 2$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} = 3u_n - 2$$

1. أحسب كلا من  $u_1, u_2$  و  $u_3$  ثم خمن اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

2. نعتبر المتتالية  $(v_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$v_n = u_{n+1} - u_n$$

أ) بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 3 يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب) عين  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة.

3. نضع من أجل كل عدد  $n$  غير معدوم:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

1- أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$ .

2- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = S_n + u_0$

واستنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

## تمرين 20: بكالوريا 2017 موضوع 1

لتكن  $(u_n)$  المتتالية المعرفة بـ حدها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = -2$  ومن

أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$

(1) أ- بين ان من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 2$ .

ب- عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج انها متقاربة

(2) لتكن المتتالية  $(v_n)$  المعرفة كمايلي: من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$v_n = 2u_n - 4$$

أ) أثبت أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها  $q$  وحدها

الأول  $v_0$

ب) جد عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) احسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

## تمرين 21: بكالوريا 2017 موضوع 2

نعتبر المتتالية الهندسية  $(v_n)$  ذات الأساس  $e^2$  والحد الأول  $v_0$  حيث

$$e^{v_0} = 1 \text{ أساس اللوغاريتم النيبيري}$$

(1) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$$

(2) نعتبر المتتاليتين  $(u_n)$  و  $(w_n)$  المعرفتين كمايلي:

$$w_n = 2n + 4 + e^{2n}, n \text{ من أجل كل عدد طبيعي}$$

$$u_n = w_n - v_n$$

بين أن: المتتالية  $(u_n)$  حسابية، حدد أساسها  $r$  وحدها الأول  $u_0$

(3) أثبت أن: من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,

$$4 + 6 + 8 + \dots + (2n + 4) = (n + 1)(n + 4)$$

(4) استنتج المجموع  $T_n$  بدلالة  $n$  حيث:  $T_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

## تمرين 22: بكالوريا 2018 موضوع 1

أ. لتكن المتتاليتان العدديتان  $(u_n)$  و  $(v_n)$  المعرفتان كمايلي:

$$u_0 = 50 \text{ ومن أجل كل عدد طبيعي } n: u_{n+1} = 0.7u_n + 6$$

$$v_n = u_n - 20$$

1. برهن أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها 0.7 يطلب تعيين حدها

الأول وأكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

2. أ- أكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $u_n$ .

II. تملك جريدة يومية 5000 مشترك في سنة 2016. بعد كل سنة تفقد 30% من المشتركين وتكتسب 600 مشترك جديد.

نعتبر المئة هي الوحدة ونرمز بـ  $u_n$  لعدد المشتركين في سنة  $2016 + n$

$$u_0 = 50$$

أ. 1. ما هو عدد المشتركين في سنة 2017؟ ثم في سنة 2018؟

2. أ- برر العبارة:

$$u_{n+1} = 0.7u_n + 6$$

ب- ابتداء من أي سنة يصبح عدد المشتركين أقل من 2400 مشترك؟

## تمرين 23: بكالوريا 2018 موضوع 2

- ( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة كمايلي:  $u_0 = -1$  و  $2u_{n+1} = u_n + 6$ .
- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \leq 6$ .
  - ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) واستنتج أنها متقاربة.
  - نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 6$ .
  - أ- بين ان ( $v_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$
  - ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
  - أحسب بدلالة  $n$  ما يلي:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$  و  $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

## تمرين 24: بكالوريا 2019 موضوع 1

- ( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة كمايلي:  $u_0 = -4$  و  $u_{n+1} = \frac{3}{4}u_n + 2$ .
- أ- أحسب كلا من  $u_1$  و  $u_2$
  - ب- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \leq 8$
  - ا درس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) واستنتج أنها متقاربة.
  - من اجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - \alpha$  حيث  $\alpha$  عدد حقيقي.
  - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $v_{n+1} = \frac{3}{4}v_n - \frac{1}{4} + 2$
  - عين قيمة  $\alpha$  حتى تكون ( $v_n$ ) هندسية أساسها  $\frac{3}{4}$  ، يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$
  - نضع  $\alpha = 8$  ، عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أنه من اجل كل طبيعي  $n$ :  $u_n = -12\left(\frac{3}{4}\right)^n + 8$
  - أحسب المجموع  $S_n$  بدلالة  $u_1 + u_2 + \dots + u_n$  :  $S_n$

## تمرين 25: بكالوريا 2019 موضوع 2

- ( $u_n$ ) المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:
- $$\begin{cases} u_2 + 2u_5 = 27 \\ u_1 = \frac{9}{2} \end{cases}$$
- أحسب حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $r$
  - أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$ .
  - بين أن العدد 2019 حد من حدود هذه المتتالية ثم أحسب كلا من المجموعين:  $S_1$  و  $S_2$  حيث:
  - $S_1 = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{1344}$  و  $S_2 = u_2 + u_4 + u_6 + \dots + u_{1344}$  ،
  - استنتج حساب المجموع  $S_3$  حيث:  $S_3 = u_1 + u_3 + u_5 + \dots + u_{1344}$
  - ( $v_n$ ) المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $v_n = e^{6-2u_n}$
  - أحسب المجموع:  $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$

## تمرين 26: باك 2020 الموضوع 1

يتقاضى موظف خلال 2019 راتبا شهريا ثابتا يقدر بـ  $70000DA$  ، في شهر جانفي استهلك منه 80% وابتداءا من شهري فيفري قرر تخفيض مبلغ الاستهلاك شهريا بنسبة 5% من المبلغ المستهلك في الشهر الذي قبله.

- أ- ما هو المبلغ المستهلك في شهر جانفي؟
- ب- حدد المبلغ المستهلك في شهر فيفري
- نضع  $u_1$  المبلغ المستهلك في شهر جانفي و  $u_n$  المبلغ المستهلك في شهر  $n$  ، حيث  $n$  عدد طبيعي غير معدوم.
- عبر عن  $u_{n+1}$  بدلالة  $u_n$  واستنتج ان ( $u_n$ ) هندسية أساسها 0.95
- أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$
- أ- احسب المبلغ المستهلك خلال سنة 2019
- ب- أوجد المبلغ المدخر خلال هذه السنة.

## تمرين 27: بكالوريا 2020 موضوع 1

- ( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة على  $N$  بحدها الأول  $u_0 = 1$  و
- $$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{3}{2}$$
- أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \leq \frac{9}{2}$
  - ب- ادرس اتجاه تغير المتتالية ( $u_n$ ) واستنتج أنها متقاربة.
  - نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - \frac{9}{2}$
  - أ- بين ان المتتالية ( $v_n$ ) متتالية هندسية أساسها  $\frac{2}{3}$  يطلب حساب حدها الأول  $v_0$
  - ب- عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$
  - أحسب بدلالة  $n$  المجموع:  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

## تمرين 28: بكالوريا 2020 موضوع 2

- ( $v_n$ ) المتتالية الهندسية حدها الأول  $v_0$  وأساسها  $q$  موجبان تماما:
- $$\begin{cases} \ln v_5 + \ln v_3 = 8 \ln 2 \\ \ln v_5 - \ln v_3 = 2 \ln 2 \end{cases}$$
- بين ان:  $v_3 = 8$  و  $v_5 = 32$
  - أ- بين ان:  $q = 2$  و  $v_0 = 1$  ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$
  - ب - هل العدد 1024 حد من حدود المتتالية ( $v_n$ )؟
  - المتتالية ( $w_n$ ) معرفة على مجموعة الاعداد الطبيعية ب:

$$w_n = 2n - 3 + 2^n$$

- تحقق ان:  $w_n = u_n + v_n$  حيث ( $u_n$ ) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  $u_0$
- من اجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$
- بين أنه من اجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $S_n = (n+1)(n-3) + 2^{n+1} - 1$



### تمرين 29: بكالوريا 2020 موضوع 2

المتتالية العددية  $(u_n)$  معرفة بحددها الاول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 5$  ومن أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n + \frac{6}{7}$$

(1) برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > 3$

(2) أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$  واستنتج انها متقاربة

(3) المتتالية العددية  $(v_n)$  معرفة من اجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

$$v_n = u_n - 3$$

أ-بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول  
ب-اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

(3) استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_n = 2 \times \left(\frac{5}{7}\right)^n + 3$$

وأحسب نهاية  $(u_n)$  .

(4) عين أصغر قيمة للعدد الطبيعي  $n$  التي يكون من أجلها:  $u_n \leq \frac{7}{2}$

### تمرين 30: بكالوريا 2021 موضوع 1

المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ :

$$u_n = 2 \left(\frac{1}{4}\right)^n + 1$$

1. أ-أحسب الحدود  $u_0, u_1, u_2$  .

ب- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{3}{2} \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

ج-استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

2. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 1$  .

أ-أحسب  $v_0$  ثم أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  .

ب- بين ان  $(v_n)$  متتالية هندسية  $\frac{1}{4}$

3. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ،

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أ-حسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  .

ب- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$S'_n = n + \frac{11}{3} - \frac{8}{3} \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}$$

### تمرين 31: بكالوريا 2021 موضوع 2

المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة على  $N$  بحددها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 5$  و

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2$$

1. أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_n = 2 \left(\frac{1}{3}\right)^n + 3$$

ب- بين انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} - u_n = -\frac{4}{3} \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

ج-استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

2. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $v_n = u_n - 3$  .

أ-أحسب  $v_0$  ثم أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  .

ب- بين ان  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{3}$

3. من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نضع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ،

$$S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أ-أحسب بدلالة  $n$  عبارة  $S_n$  .

ب- استنتج انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$S'_n = 3n + 6 - \left(\frac{1}{3}\right)^n$$

### تمرين 32: بكالوريا 2022 موضوع 2

$(u_n)$  المتتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  وأساسها  $r$  حيث:

$$\begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases}$$

1. أ-بين ان:  $u_3 = 7$  و  $r = 2$  ثم استنتج قيمة  $u_0$

ب-أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

ج-أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$$

2.  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = 3 \times 2^{2n}$

$$\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$$

أ) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n$  ثم استنتج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

ب)أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث:

$$S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$$

3. نضع من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$w_n = \frac{2}{3} v_n$$

1- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$w_n = 2^{u_n}$$

2- أحسب  $P_n$  حيث:  $P_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$

تمرين 33: بكالوريا 2022 موضوع 2

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $u_0 = -2$  و  
 $u_{n+1} = 5u_n + 20$

1. أ- أحسب  $u_1$  و  $u_2$

ب- تحقق انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$

$$u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$$

2. أبرهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > -5$

ب-أدرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

3. نعتبر المتتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $v_n = u_n + 5$

تحقق أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 5 ثم اكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$

4. أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث:

$$S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

تمرين 34: بكالوريا 2023 موضوع 1

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة ب:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد

$$n : u_{n+1} = \frac{3}{5}u_n - \frac{6}{5}$$

1. برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n > -5$

2. بين أن  $(u_n)$  متناقصة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3.  $(v_n)$  لمتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $v_n = u_n + 3$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{3}{5}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$ .

ب- عين عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج انه من أجل كل عدد

$$u_n = 5\left(\frac{3}{5}\right)^n - 3$$

ج- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ،

$$T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،

$$T_n = \frac{19}{2} - 3n - \frac{15}{2}\left(\frac{3}{5}\right)^n$$

تمرين 35: بكالوريا 2023 موضوع 2

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة ب:  $u_0 = 2$  و من أجل كل عدد طبيعي

$$n : u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$$

1. برهن بالتراجع انه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n \geq 4$

2. بين أن  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة

3.  $(v_n)$  لمتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $v_n = u_n - 4$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$  يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$ .

ب- عين عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج انه من أجل كل عدد

$$u_n = -2\left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$$

ج- أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

4. نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ،

$$T_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$$

أحسب  $S_n$  بدلالة  $n$  ثم بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،

$$T_n = 4n + \frac{4}{3} + \frac{2}{3}\left(\frac{1}{4}\right)^n$$

